



Avaliação da Qualidade de Redes Altimétricas Utilizando uma Estratégia Alternativa de Ponderação

Evaluation of the Quality of Levelling Networks Using an Alternative Weighting Strategy

Everton Gomes dos Santos^{1,2}, Leonardo Castro de Oliveira²

¹ Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Rio de Janeiro, Brasil. everton.santos@ibge.gov.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8730-7755>

² Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, Brasil. leocasoli@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5290-5029>

Recebido: 04.2026 | Aceito: 08.2026

Resumo: A pré-análise é etapa fundamental no planejamento de redes geodésicas, pois estabelece critérios de precisão, confiabilidade e eficiência antes da execução dos levantamentos. Este trabalho avaliou dois métodos de ponderação, o inverso da distância (ID) e o inverso do produto entre o número de estações e a distância (IND), na análise de confiabilidade do ajustamento da Rede Geodésica de Referência Costeira (RGRC) e das Sub-redes de Marégrafos (SRM), em diferentes estratégias de integração altimétrica. Foram considerados quatro cenários de ajustamento, redes processadas individualmente, combinadas e em conjunto, e com injeção mínima para isolar as influências externas. Os resultados evidenciaram que a redundância é determinante para a controlabilidade das observações. As SRM apresentaram desempenho satisfatório, com redundâncias parciais classificadas como "suficiente" a "boa" ($0,1 \leq r_i \leq 1,0$) na maioria dos indicadores, refletindo o rigor técnico dos levantamentos. A RGRC, embora com limitações em indicadores sensíveis à redundância, predominância de classificação "ruim" ($0,01 \leq r_i \leq 0,1$), apresentou desempenho adequado em resíduos padronizados ($< 0,5$ mm) e valores mínimos de erro detectável (16,67 mm e 15,07 mm para ID e IND, respectivamente). O teste qui-quadrado global confirmou a confiabilidade interna da rede para os níveis de significância de 1%, 5% e 10%. Contudo, a ponderação IND revelou inconsistências no modelo estocástico em cenários com menor densidade de observações. Conclui-se que a RGRC apresenta robustez e precisão adequadas para aplicações geodésicas de alta precisão, e que a qualidade das SRM ratifica sua aptidão ao monitoramento da variação vertical voltado aos marégrafos.

Palavras-chave: Rede altimétrica. Marégrafos. Ajustamento de observações. Ponderação.

Abstract: Pre-analysis is a fundamental step in the desing of geodetic networks, as it establishes criteria for precision, reliability, and efficiency prior to data acquisition. This study evaluated two weighting methods, the inverse distance (ID) and the inverse of the product between the number of stations and distance (IND), in the reliability analysis of the adjustment of the Coastal Geodetic Reference Network (RGRC) and Tide Gauge Subnetworks (SRM), under different altimetric integration strategies. Four adjustment scenarios were considered, including individually processed networks, combined networks, and fully integrated solutions, all using minimal constraints to isolate external influences. The results showed that redundancy is a key factor for observation controllability. The SRMs exhibited satisfactory performance, with partial redundancies classified as "sufficient" to "good" ($0.1 \leq r_i \leq 1.0$) in most cases, reflecting the technical rigor of the surveys. The RGRC, although presenting limitations in redundancy-sensitive indicators, with a predominance of "poor" classification ($0.01 \leq r_i \leq 0.1$), showed adequate performance in standardized residuals (< 0.5 mm) and minimum detectable bias values (16.67 mm and 15.07 mm for ID and IND, respectively). The overall model test confirmed the internal reliability of the network at significance levels of 1%, 5%, and 10%. However, the IND weighting revealed inconsistencies in the stochastic model in scenarios with lower observation density. It is concluded that the RGRC demonstrates sufficient robustness and accuracy for high-precision geodetic applications, and that the quality of the SRMs supports their suitability for vertical variation monitoring associated with tide gauges

Keywords: Altimetric network. Tide gauges. Adjustment of observations. Weighting

1 INTRODUÇÃO

A Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP) é uma estrutura essencial para o posicionamento vertical no território brasileiro, composta por cerca de 70 mil estações geodésicas, também conhecidas como Referências de Nível (RRNN). A maior parte da infraestrutura de rede é composta por circuitos. No entanto, em situações em que a implementação desses circuitos não é viável, recorre-se à construção de ramais. Essa alternativa demanda cuidados adicionais, especialmente no que diz respeito ao espaçamento entre as estações e à qualidade da conexão com a rede principal. Além disso, o controle de qualidade das seções é um aspecto relevante na constituição da RAAP, com a utilização de valores de $4mm * \sqrt{D_{km}}$ até o ano de 1990 (D representa o comprimento da seção em quilômetros) e, posteriormente a esse ano, de $3mm * \sqrt{D_{km}}$ (IBGE, 2017, p. 32-36).

A RAAP passou por várias melhorias ao longo dos anos. Começando em 1948 e 1952 com ajustamentos relacionados ao *Datum* de Torres, daí foram seguidos por seis ajustamentos entre 1959 e 1975, agora referidos ao *Datum* Vertical Brasileiro de Imituba (DVB-I). Em 1993, o Ajustamento Altimétrico Global Preliminar caracterizou a precisão global da rede e identificou uma tendência de aumento do desvio-padrão das altitudes à medida que se afastava do DVB-I. Vale destacar que para a porção do Estado do Amapá foi adotado o *Datum* Vertical Brasileiro de Santana - DVB-S - (1957-1958).

Em 2011, o Ajustamento Simultâneo da RAAP trouxe melhorias significativas por meio de mudanças metodológicas que permitiram uma refinada depuração de dados e a incorporação de novas observações à rede. Esse processo possibilitou destacar a distribuição gradual dos desvios-padrão da rede e resultou na produção de altitudes do tipo ortométricas-normais (ou normais-ortométricas), corrigindo importantes efeitos sistemáticos (IBGE, 2011a). Seguindo com as melhorias, em julho de 2018 foi implementada a mais recente modernização da componente vertical do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), denominada REALT2018, que oficializou a adoção de altitudes do tipo normal no Brasil (IBGE, 2019). Essa atualização encontra-se alinhada às recomendações internacionais da Associação Internacional de Geodésia (IAG, 2016) e tem como objetivo a obtenção de altitudes dotadas de significado físico. O processo envolveu análise detalhada da rede e a aplicação de estratégias específicas para o tratamento das observações.

A melhoria contínua da RAAP envolve a incorporação progressiva de novos circuitos, ao longo do tempo na rede, com o intuito de ampliar a cobertura espacial e aprimorar a precisão das altitudes. Nesse contexto, a criação da Rede Geodésica de Referência Costeira (RGRC) representa uma abordagem inovadora, direcionada à modernização da componente vertical. Seu principal objetivo é subsidiar pesquisas relacionadas à vinculação de referenciais verticais, estabelecendo uma rede ao longo do litoral brasileiro para a vinculação dos níveis de referência marítimos aos sistemas de altitudes terrestres (Soares et al., 2018).

Além disso, destacam-se as microrredes que desempenham um papel relevante no controle geodésico de estações maregráficas. Inicialmente, essas redes visam subsidiar a análise da correlação espaço-temporal entre os *Data* Vertical Brasileiro (DVB) e os atuais níveis de referência maregráficos (Luz & Guimarães, 2003). Essas microrredes têm a finalidade de detectar e quantificar sinais não oceânicos que possam eventualmente afetar as observações do nível do mar, o que justifica a aplicação de uma tolerância mais rigorosa, ou seja, de $1mm * \sqrt{D_{km}}$ (IBGE, 2021) e procedimentos de medição com maior controle operacional conforme descrito em Santos et al. (2022).

O estabelecimento de uma rede geodésica envolve múltiplas fases, desde a identificação da demanda institucional e técnica para sua implantação, passando pelo planejamento, materialização, observação, processamento e ajustamento das medidas, até a validação e disponibilização das informações geodésicas consolidadas aos usuários finais. Essas informações compreendem as coordenadas ou altitudes ajustadas, suas respectivas precisões, a descrição e localização das estações, os itinerários de acesso e demais elementos técnicos associados às RRNN. Esse conjunto de procedimentos fundamenta-se em diretrizes clássicas amplamente reconhecidas na literatura, conforme apresentado por Baarda (1968, 1973), Grafarend (1974) e Grafarend & Sansò (1985), sendo adaptado às especificidades de cada projeto.

Alinhada a essa questão, têm surgido diversas técnicas modernas com o propósito de aprimorar e otimizar o planejamento e o processamento de redes geodésicas, com ênfase na qualidade dos resultados. Algumas dessas abordagens incluem: a proposta de Matsuoka et al. (2020), que introduz um método

automatizado para a identificação de pontos de controle em redes altimétricas; o método de tomada de decisão multicritérios proposto por Kobryń (2020), que considera parâmetros como precisão, confiabilidade e custos em projetos de redes geodésicas, visando a obtenção de alta estabilidade; o estudo feito por Suraci et al. (2019) o qual propõe ajustes de redes de nivelamento pela norma L1 baseada na fatoração de Cholesky para decorrelacionamento de observações e um modelo estocástico de pesos iguais para as observações a fim de identificar *outliers*; a abordagem realizada por Santos et al. (2022) que analisa os aspectos da qualidade de rede de nivelamento e a análise temporal por meio de métodos de controle voltadas à avaliação da variação vertical de estações geodésicas e propõem uma classificação dessas estações em relação ao tipo construtivo, a magnitude das taxas de variação temporal, da frequência de *outliers* e nível de confiança.

A fase inicial no desenvolvimento de uma rede geodésica é conhecida como pré-análise, na qual são definidos os critérios que a rede deve cumprir para atingir seus objetivos (Dalazoana, 2015). A configuração ou otimização da rede envolve a determinação das estações geodésicas, sua localização, o tipo de observação e o método de coleta de dados (Kobryń, 2020). Todo esse planejamento é essencial para assegurar padrões de precisão, confiabilidade e economicidade (Amiri-Simkooei et al., 2012) que são necessários para cumprir os critérios de qualidade previamente estabelecidos no projeto.

Existem na literatura métodos amplamente reconhecidos para realizar o controle de qualidade de redes geodésicas. Esses métodos desempenham um papel fundamental ao avaliar a confiabilidade das observações e, conseqüentemente, a qualidade das redes geodésicas. Um método notório nesse contexto é a análise de robustez, que representa uma combinação de técnicas de análise de confiabilidade e análise de tensões de redes. Essa abordagem foi extensivamente estudada por Vanicek et al. (1991), onde os autores investigaram como as redes geodésicas respondem à presença de valores discrepantes nas observações.

Em um contexto mais recente, Nehbit & Konak (2020) empregaram a análise de sensibilidade para examinar local e globalmente uma rede geodésica utilizada no monitoramento de movimentos crustais. Além disso, Rofatto et al. (2018) contribuíram para o avanço da teoria da confiabilidade aplicada à Geodésia nas últimas cinco décadas, destacando seu papel significativo nesse campo. Matsuoka et al. (2020) também destacaram a importância da teoria da confiabilidade como uma ferramenta essencial na análise contemporânea de dados geodésicos. Outro aspecto relevante é o uso de testes estatísticos para detecção de erros grosseiros, com destaque para o teste global. Segundo Teixeira & Ferreira (2003), esse teste avalia simultaneamente a adequação do modelo matemático e o desempenho do ajustamento.

Embora as redes altimétricas sejam submetidas a processos de ajustamento após sua implantação e medição, a atribuição de pesos às observações é tradicionalmente baseada em suas variâncias, sendo os pesos, para observações não correlacionadas, proporcionais ao inverso de suas variâncias. (Ghilani, 2010). Contudo, esse procedimento pode não ser suficiente para evidenciar limitações estruturais da rede. Nesse contexto, torna-se pertinente investigar em que medida a adoção de estratégias alternativas de ponderação pode contribuir para a identificação de pontos de vulnerabilidade e de robustez em redes altimétricas. Assim, esta pesquisa tem como objetivo avaliar a eficácia de dois métodos de ponderação – o tradicional, baseado no inverso da distância (seção) entre estações geodésicas (Referências de Nível - RRNN), e um alternativo, fundamentado no inverso do produto entre a distância (seção) e o número de estacionamentos do nível necessários para realizar o nivelamento geométrico entre as estações – por meio de ensaios de ajustamento e da integração entre redes altimétricas de alta precisão, visando analisar a confiabilidade das redes e explorar suas potencialidades em aplicações geodésicas.

2 METODOLOGIA

A metodologia é estruturada em quatro etapas sequenciais: modelagem para avaliação da qualidade da RGRC e Sub-redes dos Marégrafos (SRM) dos marégrafos; definição dos dados, área de estudo e especificações; tratamento preliminar das observações; e análises de ajustamento, incluindo número de redundância, confiabilidade interna, resíduos e teste global.

2.1 Modelagem para avaliação da qualidade da RGRC e das SRM

A integração de redes altimétricas nessa pesquisa envolve a RGRC e as SRM de Niterói - RJ, Arraial do Cabo-RJ e Macaé-RJ. A escolha de tais redes se fundamenta, basicamente, pelas suas especificações técnicas, abordadas na seção seguinte. A investigação da modelagem para a determinação da qualidade da RGRC e das SRM considerou duas formas de ponderação para as observações:

a) Inverso da distância (ID), $1/D$, onde D representa a distância nivelada (seção) em quilômetros. É importante ressaltar que, mesmo D tendo como unidade o Km, o peso tem para unidade mm^{-2} . Levando-se em conta que o peso é o inverso da variância, e a variância é o quadrado do desvio padrão (Gemael et al., 2015), de imediato tem-se que o desvio padrão associado à observação é dado por: $1\text{mm} * \sqrt{D_{\text{km}}}$;

b) Inverso do produto entre o número de estações geodésicas (n) e a distância (IND): $1/(n * D_{\text{km}})$.

A partir dessas definições, a RGRC e as SRM foram organizadas em diferentes configurações, ilustradas na Figura 1, com o objetivo de avaliar a influência de cada uma delas na solução final. Assim, quatro cenários de ajustamento foram estabelecidos:

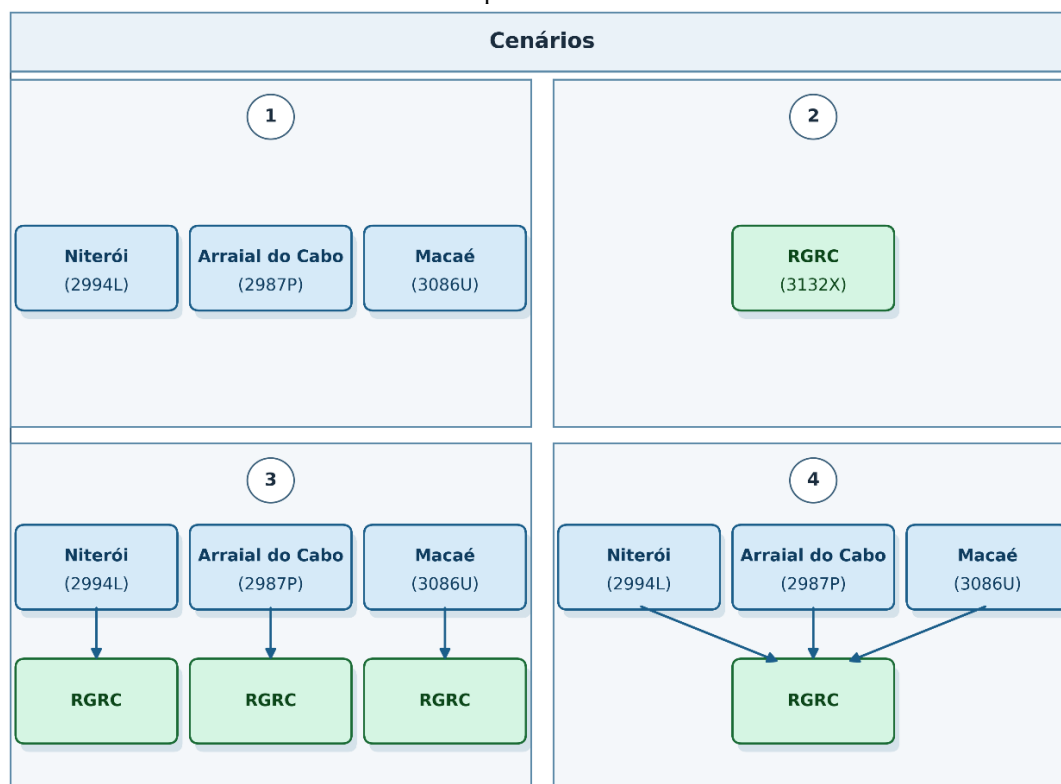
(1) SRM ajustadas individualmente usando a Referência de Nível (RN) primária de cada marégrafo, ou seja, as RRNN 2994L, 2987P e 3086U para, respectivamente, os marégrafos de Niterói, Arraial do Cabo e Macaé;

(2) Ajuste apenas da rede RGRC, usando a RN 3132X como referência. Essa RN localiza-se aproximadamente no meio da rede, e para o ajustamento serve apenas para fornecer uma altitude preliminar à rede e suprir a deficiência de *datum* para o modelo paramétrico;

(3) Combinação individual da RGRC com cada SRM, mantendo como injeção mínima e absoluta a RN primária dos respectivos marégrafos;

(4) Ajuste conjunto da RGRC com as três SRM, usando simultaneamente as três RRNN primárias.

Figura 1 – Cenários dos ensaios da modelagem. As RRNN de referência utilizadas no ajustamento são apresentadas nos parênteses.



Fonte: Os autores (2026).

2.2 Dados utilizados, área de estudo e especificações das redes verticais

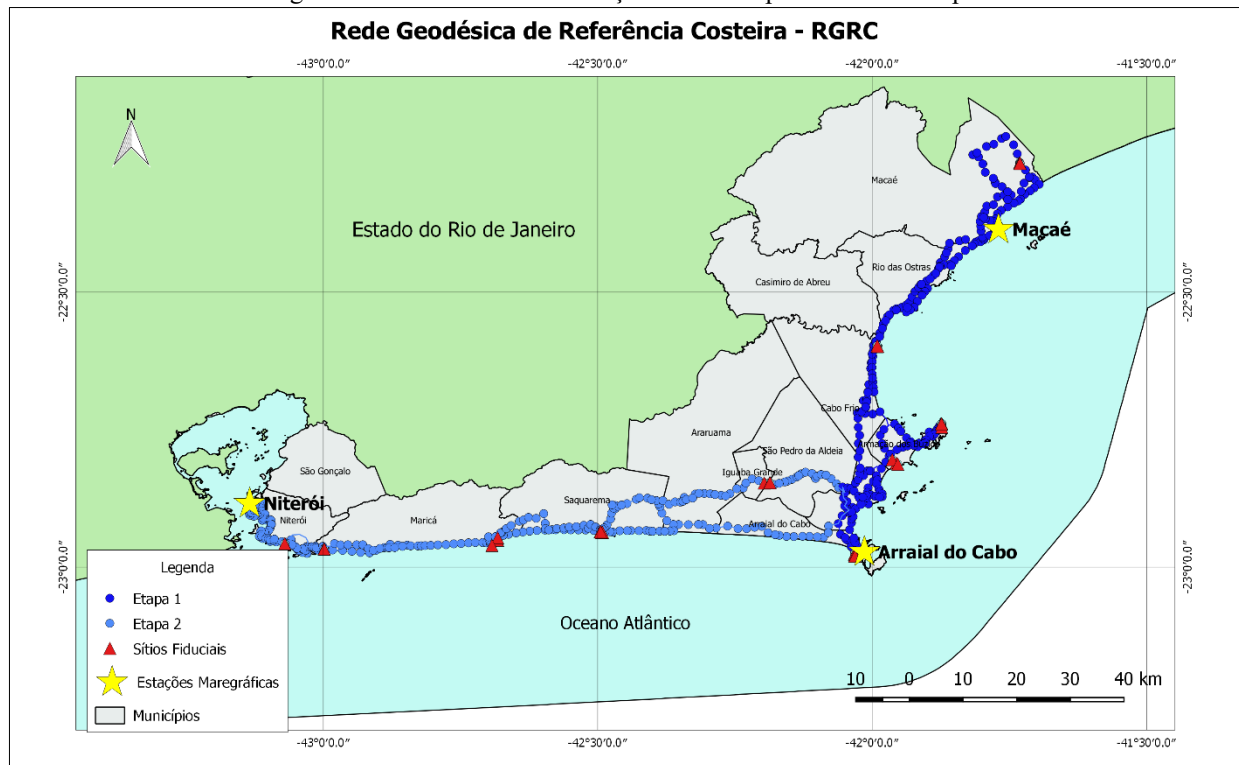
Foram utilizados os desníveis obtidos no âmbito da RGRC e das SRM de Niterói-RJ (pertencente à Diretoria de Hidrografia e Navegação - DHN), Arraial do Cabo-RJ e Macaé-RJ (pertencentes ao Instituto

Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE). A Figura 2 apresenta a extensão da rede e a localização dos marégrafos.

A RGRC foi implantada segundo configurações destinadas a assegurar a precisão e a estabilidade das medições geodésicas. O comprimento máximo das seções foi limitado a 2 km, adotando-se tolerância de fechamento de $2\text{mm} * \sqrt{D_{km}}$ para seções e circuitos. Foram niveladas aproximadamente 600 estações geodésicas ao longo da faixa litorânea entre os municípios de Macaé-RJ e Niterói-RJ. Detalhes metodológicos e resultados preliminares dos cálculos encontram-se descritos em Soares et al. (2018) e Santos (2021).

As SRM, utilizadas no Controle Geodésico de Estações Maregráficas (CGEM), apresentam comprimento máximo de seção de 1 km, sendo a maioria inferior a 300 m. A tolerância de fechamento adotada para seções e circuitos foi de $1\text{mm} * \sqrt{D_{km}}$. As estações geodésicas das SRM foram organizadas em microcircuitos, estruturados em circuitos primários, responsáveis pelo controle dos sensores maregráficos, e circuitos secundários, concebidos de modo a evitar circuitos em cadeia. Esses circuitos foram conectados à RAAP por meio de nivelamentos adicionais com devida aplicação do processo de checagem de abalo temporal. Informações complementares sobre tais procedimentos constam em IBGE (2011b, 2017).

Figura 2 – Distribuição espacial da RGRC. Os pontos em azul representam as RRNN implantadas ao longo da área de abrangência da rede. As estrelas em amarelo representam as estações maregráficas existentes conectadas à Rede. Os triângulos em vermelho são as estações fiduciais para controle temporal.



Fonte: Os autores (2026).

2.3 Tratamento preliminar das observações

Para investigar a qualidade das observações que compõem o conjunto analisado, foi realizada uma análise preliminar para identificação de outliers utilizando a minimização da Norma L1 (ML1). Esse procedimento foi aplicado às observações da RGRC e das SRM, conforme metodologia baseada em Suraci (2018), inclusive o código e o ambiente computacional. Foi adotada a norma L1 função de sua robustez no que se refere à influência de outliers, principalmente em redes de baixa redundância, caso de alguns cenários dessa pesquisa (ver seção 3.1). O ajustamento inicial foi conduzido com pesos unitários, e os resíduos absolutos resultantes foram avaliados segundo a regra dos $3\sigma_i$, onde σ_i representa o desvio padrão da observação i . Valores que ultrapassaram a tolerância estabelecida foram considerados potenciais outliers. Ao final da análise, constatou-se que não houve indicação de observações discrepantes, assegurando a qualidade

das observações coletadas. Essa etapa não será mais explorada, pois ela serviu, para essa pesquisa, como uma etapa preliminar para entender o comportamento prévio da rede. A decisão de informar que foi usada a metodologia da Norma L1 foi no sentido de evidenciar sua importância para o tratamento de redes de nivelamento.

Os desníveis observados na RGRC e nas SRM foram ponderados conforme os critérios descritos na Seção 2.1, e os dados foram preparados para processamento no programa *Geodetic adjustment using Helmert blocking Of Space and Terrestrial data* – GHOST – (Craymer, 2017). A preparação envolveu a reformatação dos arquivos de desníveis e coordenadas geográficas utilizando o programa Monta_INTCOBS (cf. IBGE, 2019, p. 20), no qual foram incorporadas as ponderações específicas a cada observação. Finalizada essa etapa, os dados foram submetidos ao ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), permitindo a obtenção de algumas medidas de confiabilidade preliminares. Esse ajustamento seguiu a modelagem proposta e será detalhado na próxima seção.

Ressalta-se que a norma L1 é empregada na identificação e no tratamento de *outliers*, devido à sua maior robustez à influência dessas observações, uma vez que o ajustamento L1 minimiza a soma dos resíduos ponderados (Suraci et al., 2019). Em contrapartida, a norma L2 é utilizada para o ajustamento final, em razão de suas propriedades estatísticas ótimas no contexto dos mínimos quadrados, destacando-se a obtenção de estimativas de variância mínima sob as hipóteses clássicas (Suraci et al., 2023)

2.4 Cálculo do Número de redundância, da Confiabilidade Interna, Resíduos do ajustamento e do Teste Global do ajustamento

A controlabilidade das observações foi avaliada por meio do cálculo do número de redundância, o qual indica a proporção do possível erro aleatório e não aleatório refletido no resíduo daquela observação (Ghilani, 2010). A partir dos resultados obtidos dos ajustamentos, foram extraídos os números de redundância parcial (r_i) e médio ($\bar{r}$), correspondente à matriz $\mathbf{R}$. As Eqs. (1) e (2) utilizadas para o cálculo dos índices de redundância estão descritas com detalhes em Ghilani (2010, p. 441). É fundamental informar que $\sum_v$ é a matriz de covariâncias do vetor dos resíduos; P é a matriz dos pesos das observações; n número de observações; u o número de parâmetros do sistema.

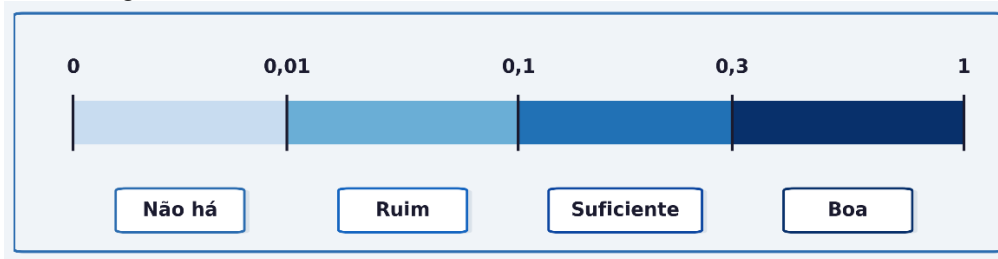
$$\mathbf{R} = \sum_v P \quad (1)$$

$$\bar{r} = \frac{\sum_{i=0}^n r_i}{n} = \frac{n-u}{n} \quad (2)$$

A redundância parcial (r_i) apresenta valores que variam entre 0 e 1 (observações não correlacionadas), sendo definida pelos elementos da diagonal principal da matriz $\mathbf{R}$, conforme a Eq. (1) (Oliveira, 2007, p. 68).

Quando r_i é igual a 0, indica-se a ausência de controlabilidade, ou seja, o resíduo estimado da observação é nulo. Por outro lado, valores de r_i iguais a 1 indicam que a observação está plenamente controlada, sendo os resíduos altamente sensíveis à detecção de *outliers* (Ding & Coleman, 1996; Berber et al., 2008). Por fim, a redundância média ($\bar{r}$) é calculada pelo traço da matriz $\mathbf{R}$ dividido pelo número total de observações (n) – ver Eq. (2). Com base nesse contexto, Ghilani (2010, p. 455) destaca que, de modo geral, um número de redundância superior a 0,5 é suficiente para indicar que a observação apresenta boa confiabilidade. A classificação da controlabilidade adotado seguiu o proposto por Mürle & Bill (1984), conforme citado por Moraes (2001, p. 200) apresentado na Figura 3.

Figura 3 – Intervalos de controlabilidade baseado no número de redundância



Fonte: Adaptado de Mürle & Bill (1984) apud Moraes (2001, p. 200)

Para a quantificação da menor fração de erro presente na observação ou no modelo, com um determinado nível de probabilidade de ser detectada, utilizou-se a metodologia de confiabilidade interna, conforme descrito por Kuang (1996). Para a determinação do valor mínimo do erro detectável, foi empregada a Eq. (3), proposta por Baarda (1968). A identificação de um erro significativo em uma observação (l_i) foi realizada com base na análise da relação entre o valor do erro estimado associado à observação ∇l_i e o valor mínimo do erro detectável ∇l_{0i} . Inferiu-se a presença de cada erro na observação por meio da condição em que se $\nabla l_i \geq \nabla l_{0i}$ significa que existe um erro na observação (Kuang, 1996). O cálculo de ∇l_i foi efetuado por meio da Eq. (4), que estabelece a relação entre o resíduo da observação (v_i) e sua redundância parcial (r_i).

$$\nabla l_{0i} = \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}} \sigma_{li}, (i=1, \dots, n) \quad (3)$$

Na Eq. (3) ∇l_{0i} é o valor mínimo do erro detectável, δ_0 o parâmetro de não centralidade, σ_{li} o desvio padrão da i -ésima observação e r_i a redundância parcial.

$$\nabla l_i = \frac{|v_i|}{r_i}, (i=1, \dots, n) \quad (4)$$

A padronização dos resíduos foi realizada por meio da divisão do resíduo pela raiz quadrada da distância nivelada para o modelo ID ($v_i / \sqrt{D_{km}}$). Para o modelo IND, considerou-se a divisão do resíduo pela raiz quadrada do produto entre o número de estações e a distância nivelada, resultando em: $v_i / \sqrt{n D_{km}}$. Esse procedimento de ponderação dos resíduos consiste nos respectivos pesos das observações.

Posteriormente, aplicou-se o método MMQ para o ajustamento de cada cenário analisado. Cabe destacar que, conforme apontado por Klein (2012), a eficácia do MMQ como melhor estimador imparcial depende diretamente da natureza e do comportamento dos erros aleatórios envolvidos, nesse caso, aderente ao caso em que a matriz peso seja o inverso da MVC das observações.

A avaliação da qualidade do ajustamento foi realizada utilizando o teste global como indicador. Para isso, procedeu-se à comparação entre a variância a priori (σ_0^2) e a variância a posteriori (δ_0^2) baseando-se no número de redundâncias da amostra e no teste de hipótese com a distribuição qui-quadrado (χ_c^2), conforme descrito por Ghilani (2010, p. 529). Esse procedimento visa testar as hipóteses nula e alternativa, proporcionando uma análise robusta da qualidade do ajustamento. O valor do qui-quadrado foi determinado de acordo com as Eqs. (5) e (6).

$$\chi_c^2 = \frac{\delta_0^2}{\sigma_0^2} v \quad (5)$$

Na Eq. (5) χ_c^2 é o qui-quadrado calculado e v é o grau de liberdade.

No caso do teste bilateral, são testadas as seguintes hipóteses:

- Básica (ou nula), $H_0: \sigma_0^2 = \delta_0^2$ – as variâncias a priori e a posteriori não diferem estatisticamente ao nível de significância α ;

- Alternativa, $H_1: \sigma_0^2 \neq \delta_0^2$ – as variâncias a priori e a posteriori diferem estatisticamente ao nível de significância α .

A hipótese básica não é rejeitada se o valor de χ_c^2 estiver dentro do intervalo de confiança, com a probabilidade associada de $1 - \alpha$. Essa comparação é realizada por meio da Eq. (6) Krakiwsky et al. (1999).

$$\chi_{v, \frac{\alpha}{2}}^2 < \chi_c^2 < \chi_{v, 1-\frac{\alpha}{2}}^2 \quad (6)$$

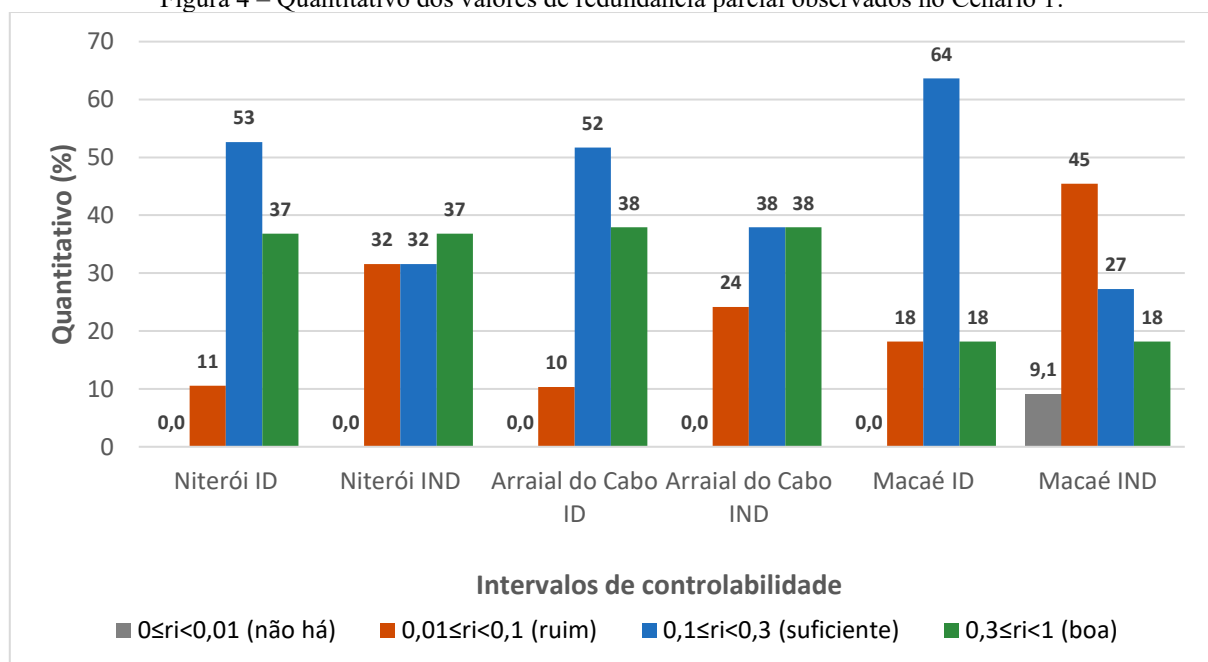
Nessa pesquisa aplicou-se o teste global ao ajustamento realizado com dois tipos de ponderação, conforme descrito na modelagem, para cada cenário analisado. Foram considerados níveis de significância de 1%, 5% e 10%, correspondentes a intervalos de confiança de 99%, 95% e 90%, respectivamente. Além disso, foram realizados testes bilateral e unilateral à direita, assegurando uma avaliação abrangente dos resultados obtidos. Para um aprofundamento teórico sobre essa seção, recomenda-se a consulta aos trabalhos de Baarda (1968), Ghilani (2010), Klein (2012) e Gemael et al. (2015).

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Análise da controlabilidade da rede baseada na redundância

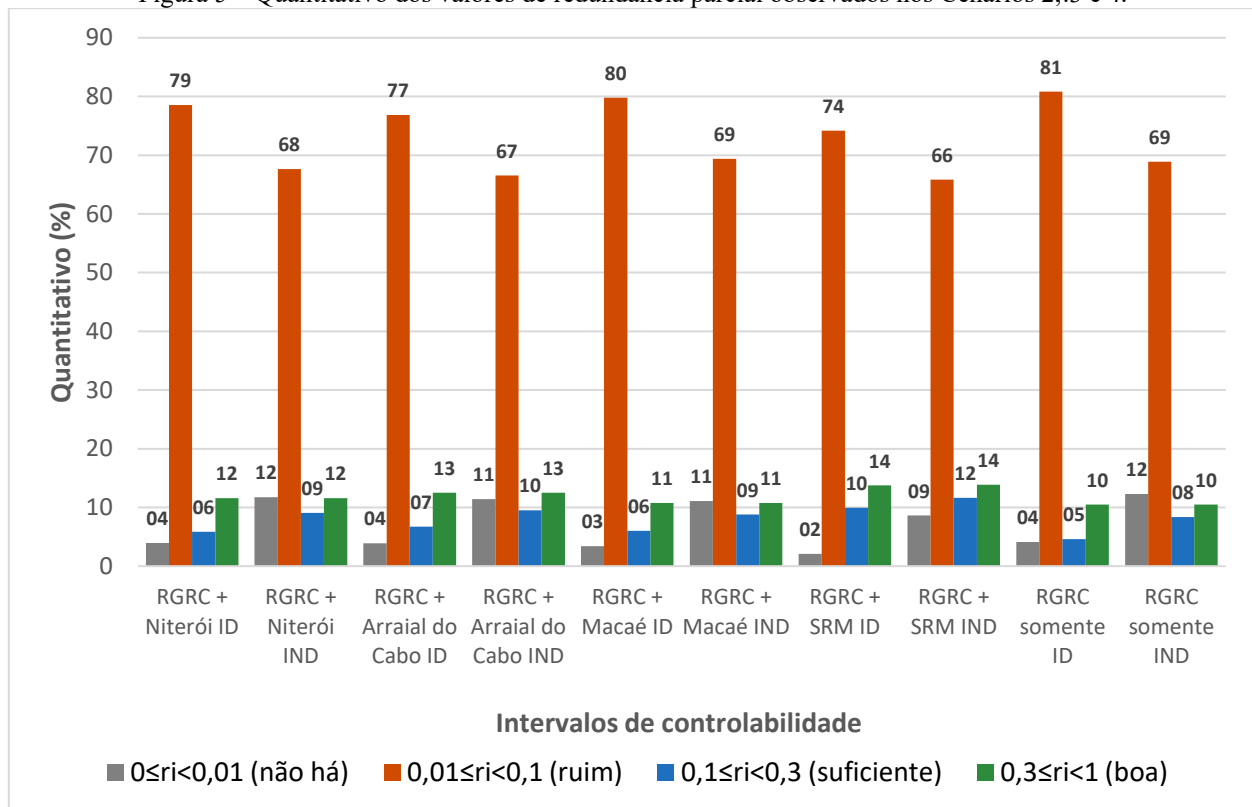
A análise dos cenários permitiu avaliar a confiabilidade e a redundância parcial das observações nas redes RGRC e SRM. As Figuras 4 e 5 apresentam os quantitativos por intervalo, para cada cenário e tipo de ponderação, conforme o proposto na seção 2.4. A Figura 6 exibe a redundância média.

Figura 4 – Quantitativo dos valores de redundância parcial observados no Cenário 1.



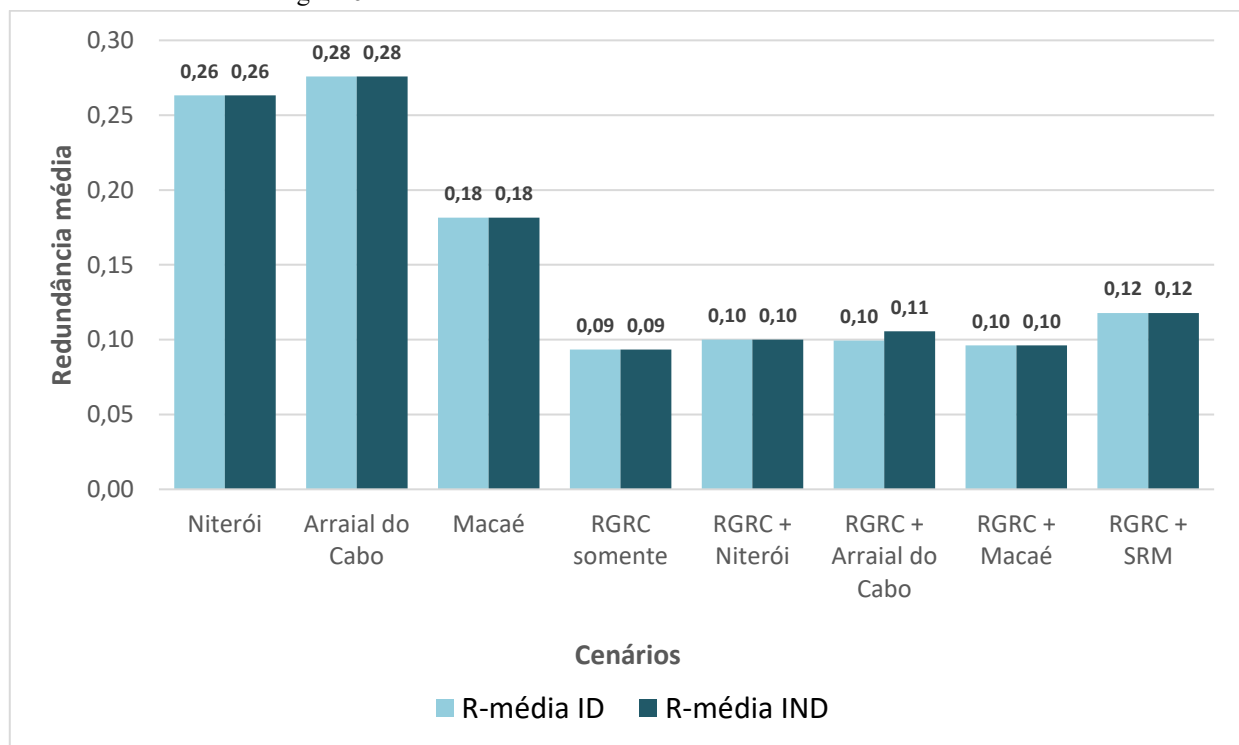
Fonte: Os autores (2026).

Figura 5 – Quantitativo dos valores de redundância parcial observados nos Cenários 2,3 e 4.



Fonte: Os autores (2026).

Figura 6 –Número de redundância média observados em todos os cenários.



Fonte: Os autores (2026).

No Cenário 1, composto exclusivamente pelas SRM, observou-se que os circuitos apresentaram valores de redundância parcial predominantemente classificados como "suficiente" e "boa". Essa distribuição sugere que as SRM possuem uma capacidade aprimorada para identificar possíveis erros nas observações. Comparando os diferentes tipos de ponderação aplicados, constatou-se que a ponderação ID resultou em uma maior quantidade de valores nos intervalos mencionados em relação à ponderação IND. Esse comportamento pode ser explicado pela relação inversa entre a ponderação e a variância a posteriori na Eq. (1), na qual a

ponderação afeta diretamente a matriz de redundância R . Desta forma, a ponderação IND proporcionou números de redundância parciais menores, devido ao fator de multiplicação n . Embora a Eq. (1) indique qualitativamente essa relação inversa, a análise numérica permite quantificar sua influência nos circuitos avaliados, considerando suas configurações específicas e evidenciando seus efeitos nos valores de redundância parcial. Adicionalmente, observou-se que o grau de liberdade dos circuitos analisados foi adequado para os propósitos das SRM, garantindo um controle eficaz da confiabilidade das observações.

No Cenário 2, que considera exclusivamente a RGRC sem influência de observações externas, verificou-se que a maioria das redundâncias parciais se encontrava na faixa de controlabilidade "ruim". Diferentemente do Cenário 1, a comparação entre os dois tipos de ponderação não revelou diferenças relevantes. Esse resultado pode ser atribuído ao grau de liberdade reduzido da RGRC, que é cerca de oito vezes menor do que o número total de observações da rede. Essa característica reflete o modelo de construção das grandes redes altimétricas brasileiras, nas quais o número de observações é essencialmente utilizado para a determinação de valores de altitudes, sem redundância adicional expressiva.

Embora a solução óbvia para essa limitação seja o aumento do número de observações, fatores econômicos e geográficos inviabilizam essa abordagem, especialmente para linhas de grande extensão (superiores a 100 km). Dessa forma, a geometria das redes altimétricas fundamentais é estruturada com base em circuitos, permitindo controle suficiente da precisão sem a necessidade de aumento substancial nas observações. Consequentemente, as redundâncias parciais inferiores a 0,1 devem ser analisadas em conjunto com os resíduos padronizados das observações. Esse procedimento permite uma classificação mais detalhada das redundâncias parciais, dado que parte dos erros se distribui entre os parâmetros desconhecidos e os resíduos observacionais.

Nos Cenários 3 e 4, que consideram a integração da RGRC com as SRM, foi verificado que a inclusão dessas SRM não trouxe melhoria relevante na redundância da rede como um todo. Esse resultado pode ser explicado pelo desbalanceamento na quantidade de observações: enquanto cada SRM possui aproximadamente 30 observações, a RGRC conta com cerca de 600. No entanto, a contribuição das SRM permitiu uma ligeira melhoria na redundância parcial, especialmente nas regiões onde as observações eram mais abundantes.

A análise dos valores médios de redundância reforça essa constatação. No Cenário 2 (RGRC isolada), a redundância média foi de 0,09, classificada como "ruim". Com a inclusão das SRM individualmente (Cenário 3), $\bar{r}$ aumentou para 0,1, atingindo o limite entre "ruim" e "suficiente", o que, no entanto, não representa uma melhora significativa. No Cenário 4, que considera a integração de todas as SRM, $\bar{r}$ aumentou para 0,12, classificando-se como "suficiente". Esses resultados demonstram que, embora a inclusão das SRM não tenha alterado substancialmente a confiabilidade global da RGRC, ela contribuiu para melhorias locais, ainda que não significativas principalmente nas regiões onde as SRM estavam presentes. Apesar da diferença no número de observações permitir, a priori, supor que o impacto será pouco significativo, a análise numérica confirmou essa expectativa.

Por fim, destaca-se que a conformação topológica das redes altimétricas de ampla abrangência geográfica geralmente não é ideal, diferentemente de redes de menor abrangência, nas quais conectividade e redundância são mais controladas. Conforme evidenciado por Rodríguez et al. (2025), o aumento do número de observações contribui para explicitar discrepâncias quando analisadas sob as abordagens de confiança e sensibilidade. Nesse contexto, a redução das distâncias internodais (ver IBGE (2019)) pode constituir estratégia viável para ampliar o grau de liberdade da rede e elevar sua confiabilidade. Todavia, tal medida deve ser avaliada à luz das restrições operacionais e econômicas inerentes à implementação de novas observações em larga escala.

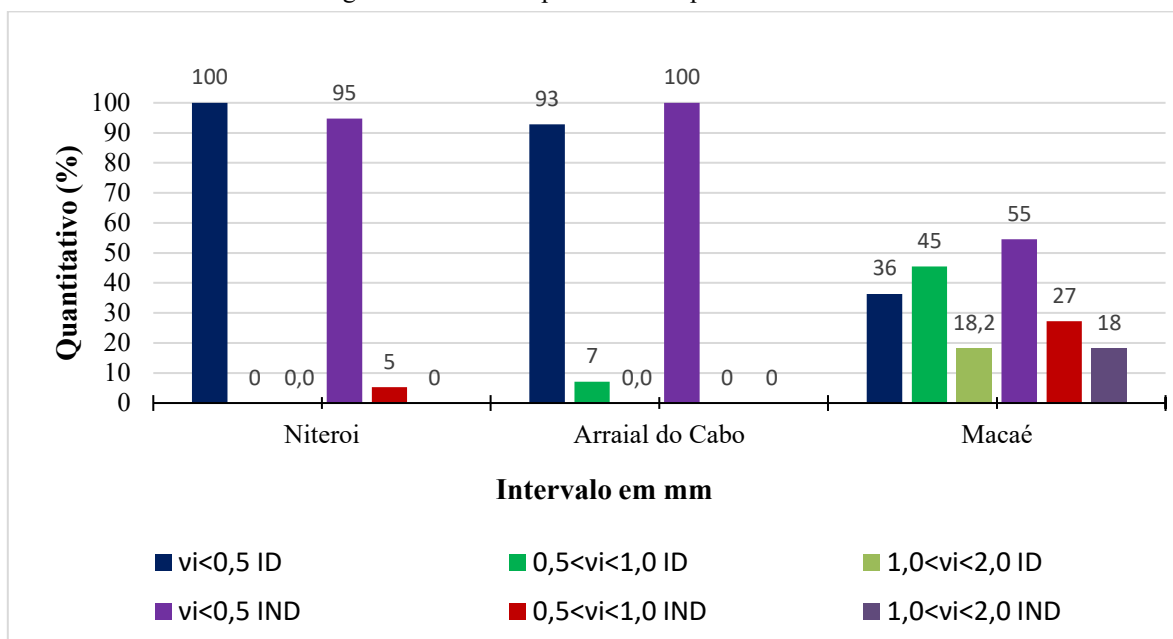
3.2 Análise da confiabilidade interna

A qualidade do ajustamento está diretamente associada ao comportamento dos resíduos das observações, os quais constituem um parâmetro fundamental para avaliação da sua confiabilidade. No presente trabalho, adota-se a padronização dos resíduos (erros relativos) com base nas distâncias niveladas, conforme metodologia descrita na seção 2.4, a fim de permitir uma análise mais criteriosa da distribuição dos

erros ao longo da rede.

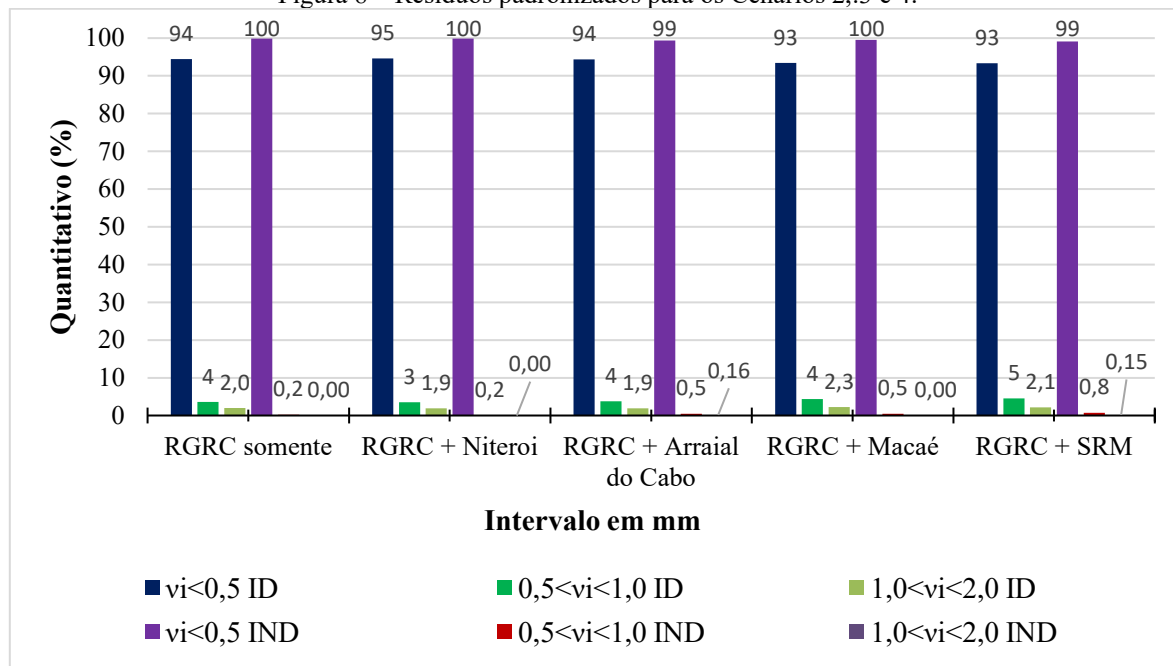
As Figuras 7 e 8 apresentam a distribuição quantitativa dos resíduos, organizados em intervalos otimizados conforme o cenário analisado e o tipo de ponderação adotado. Essa representação possibilita visualizar a concentração e a variabilidade dos resíduos em cada situação.

Figura 7 – Resíduos padronizados para o Cenário 1.



Fonte: Os autores (2026).

Figura 8 – Resíduos padronizados para os Cenários 2, 3 e 4.



Fonte: Os autores (2026).

Para complementar a avaliação da qualidade da rede, realiza-se a análise da confiabilidade interna por meio do cálculo do menor erro detectável (*Minimal Detectable Bias* – MDB), conforme definido por Kuang (1996, p. 137). De acordo com esse critério, considera-se a existência de erro significativo quando $\nabla l_i \geq \nabla l_{0i}$. Os valores de ∇l_{0i} e ∇l_i , obtidos por meio das Eqs. (3) e (4), permitem identificar observações críticas quanto à capacidade de detecção de inconsistências.

A Tabela 1, por sua vez, apresenta os valores máximos de ∇l_i e ∇l_{0i} utilizados para a avaliação da confiabilidade interna da rede. Ressalta-se que todos os valores de resíduos estão expressos em milímetros.

Tabela 1 – Valores máximos do menor erro detectável nas observações para cada cenário.

Cenário	Menor erro detectável (mm) (α_0 =0,1%, γ_0 =80%, δ_0 =4,51)				Total de observações
	ID		IND		
	∇l_{0i} (máx.)	∇l_i (máx.)	∇l_{0i} (máx.)	∇l_i (máx.)	
Niterói	3,64	0,80	6,51	0,77	19
Arraial do Cabo	7,63	0,98	22,66	0,99	29
Macaé	8,89	5,08	11,88	1,78	11
RGRC somente	37,6	16,67	42,39	15,07	611
RGRC + Niterói	36,28	16,67	42,84	15,07	630
RGRC + Arraial do Cabo	38,28	16,67	56,1	15,07	640
RGRC + Macaé	39,54	16,67	51,07	15,07	622
RGRC + SRM	34,48	14,35	54,77	13,26	670

Fonte: Os autores (2026).

No Cenário 1, composto exclusivamente pelas SRM, os resíduos padronizados apresentam-se notavelmente não significativos, com praticamente todos os valores inferiores a 1 mm e predominância de valores abaixo de 0,5 mm. Essa distribuição homogênea reforça a qualidade das observações e a precisão das medições realizadas nas SRM. Em relação ao MDB, verifica-se que nenhuma observação atinge o limite de detecção ($\nabla l_i \geq \nabla l_{0i}$), sendo que, em grande parte, ∇l_i se apresenta consideravelmente inferior ao valor limite esperado. Tal comportamento evidencia um nível de confiabilidade interna superior ao normalmente exigido para redes geodésicas dessa natureza.

No Cenário 2, que considera unicamente a RGRC, os resíduos padronizados mantêm-se, na maioria dos casos, abaixo de 1 mm, com exceção de 12 observações no modelo estocástico ID que apresentam valores entre 1 mm e 2 mm. Ainda assim, essa distribuição sugere estabilidade e coerência na rede. Contudo, os valores de MDB são relativamente mais elevados quando comparados aos das SRM. Apesar disso, a maioria das observações apresenta ∇l_i entre 0,38 mm e 3,00 mm, valores inferiores ao erro esperado, o que reforça coerência aos resíduos observados. O maior valor de ∇l_i registrado, nesse caso, foi de 16,67 mm, aproximadamente 50% menor que o esperado (37,6 mm).

No Cenário 3, que integra individualmente as SRM à RGRC, verifica-se que a adição dessas redes não exerce influência direta sobre os resíduos ou sobre os valores de MDB da RGRC. A manutenção do comportamento dos indicadores sugere que a integração preserva a estrutura e a estabilidade da rede principal. Esse mesmo padrão é observado no Cenário 4, no qual a integração é total, com a inclusão simultânea de todas as SRM. Mesmo com o acréscimo de novas observações, os resíduos e os valores de MDB mantêm-se estáveis, indicando que a robustez da RGRC não é comprometida pela inclusão das redes auxiliares dessa magnitude.

Destaca-se, no Cenário 4, a influência da geometria e da alta precisão inerente às SRM, em razão de sua função associada ao Controle Geodésico de Estações Maregráficas. Apesar dessa característica favorecer a confiabilidade local, a presença de seções muito curtas (inferiores a 20 m) pode introduzir distorções localizadas no ajustamento. Tal situação é verificada na SRM de Arraial do Cabo, onde uma seção extra de 10 m é identificada. Contudo, testes realizados com e sem essa seção indicaram que sua inclusão não acarreta alterações significativas nos resíduos ou nos desvios padrão das altitudes transportadas, demonstrando que o impacto potencial dessas junções é, neste caso, desprezível.

Os resultados evidenciam que, no modelo ID, os resíduos padronizados apresentam distribuição mais uniforme, especialmente em trechos com distâncias relativamente equilibradas. No modelo IND, observa-se maior variabilidade dos resíduos em função do número de estações, considerando que o peso é proporcional a essa quantidade, indicando maior sensibilidade à configuração da rede. Em ambos os modelos, valores elevados de resíduos padronizados concentram-se em segmentos com menor redundância ou maior extensão, o que pode sinalizar observações menos confiáveis ou a necessidade de revisão local do nivelamento.

A análise da Tabela 1 indica que menores valores de MDB estão associados a maior capacidade de detecção de erros, refletindo maior sensibilidade e, consequentemente, melhor confiabilidade das

observações. Observa-se que o modelo ID apresenta, de modo geral, valores mais baixos e distribuição homogênea de MDB, sugerindo comportamento estável frente às diferentes configurações de rede. Por outro lado, o modelo IND evidencia maior variabilidade, com elevação significativa dos valores máximos de MDB em cenários com menor número de estações ou com integração de SRM, indicando redução na capacidade de detecção de erros nessas condições. Essa diferença decorre da própria formulação do modelo IND, em que os pesos dependem do número de estações, tornando-o mais sensível à geometria e à densidade da rede.

Nesse sentido, o cenário mais favorável é aquele que combina menores valores de MDB com maior uniformidade espacial, pois isso implica maior capacidade de controle interno do ajustamento e maior confiabilidade global da rede. Assim, os resultados sugerem que o modelo ID tende a atender melhor a esses critérios, embora a análise também evidencie a importância de um adequado planejamento topológico, especialmente em trechos com menor redundância ou maior extensão, onde a capacidade de detecção de erros pode ser comprometida.

Os resultados indicam robustez às redes analisadas. Os baixos valores de resíduos padronizados e MDB, mesmo em cenários integrados, reforça a qualidade das observações e a adequação dos modelos estocásticos utilizados no ajustamento. Tanto as SRM quanto a RGRC demonstram desempenho satisfatório em termos de confiabilidade interna, estabilidade geométrica e resistência a possíveis distúrbios locais.

3.3 Teste global dos ajustamentos

As Tabelas 2 e 3 apresentam os valores utilizados e os resultados obtidos para o teste bilateral. As tabelas correspondentes ao teste unilateral não são apresentadas pois, para o conjunto de dados analisado, nenhuma estatística de teste se situou na faixa de discordância entre os dois critérios, isto é, os limites superiores dos intervalos de aceitação bicaudal e unicaudal, embora conceitualmente distintos (o unicaudal é mais restritivo, por concentrar toda a significância α em uma única cauda), não produziram divergência nas decisões de rejeição/não rejeição de H_0 neste caso específico.

No Cenário 1, referente às SRM analisadas distintamente, observa-se que, sob a ponderação ID, a hipótese nula é aceita em praticamente todos os níveis de significância, com exceção da SRM de Macaé, rejeitada ao nível de 10%. O valor elevado do fator de variância a posteriori igual a 3,08 pode ser explicado pela combinação entre o reduzido número de observações e a maior magnitude dos resíduos da SRM de Macaé, que ultrapassam 1 mm em ambos os cenários, indicando maior discrepância em relação ao modelo ajustado. Ainda assim, a diferença entre o valor calculado e o limite superior do intervalo é de apenas 0,16, indicando uma discrepância marginal. Na ponderação IND, destaca-se a rejeição da hipótese nula para a SRM de Niterói nos níveis de 5% e 10%, sugerindo menor aderência entre o modelo adotado e as observações.

No Cenário 2, correspondente à RGRC isoladamente, verifica-se a aceitação da hipótese nula em todos os níveis de significância na ponderação ID. Em contraste, a ponderação IND resulta na rejeição da hipótese, evidenciando possível incompatibilidade entre o modelo estocástico e os dados observacionais. Essa tendência também se repete nos Cenários 3 e 4, com exceção da combinação RGRC + Niterói, na qual o valor calculado do qui-quadrado apresenta discrepância em relação ao limite inferior do intervalo.

Um aspecto relevante é a diferença importante entre as variâncias a posteriori obtidas para os modelos ID e IND (coluna 3 das Tabelas 2 e 3). Observa-se que a variância do modelo ID é, aproximadamente, de dois a doze vezes superior à observada no modelo IND. Considerando-se que os valores de $V^T PV$ não indicam a presença de erros grosseiros nas observações, essa discrepância parece decorrer da forma como o modelo estocástico IND representa a realidade dos dados. Tal constatação aponta para a necessidade de uma avaliação mais aprofundada da adequação do modelo IND, embora este trabalho não contemple essa investigação de forma detalhada.

Com base nos resultados, constata-se que o ajustamento é, em geral, compatível com as observações quando se adota o modelo de ponderação ID. A aceitação predominante da hipótese nula, mesmo diante de critérios estatísticos rigorosos, reforça a ausência de indícios significativos de erros grosseiros. Ressalta-se, no entanto, que o teste global não permite avaliar a magnitude desses erros, sendo necessário complementá-lo com análises adicionais sobre a consistência entre os dados e o modelo matemático utilizado.

Tabela 2 – Valores máximos do menor erro detectável nas observações para cada cenário do modelo ID.

Cenário	σ_0^2	$\hat{\sigma}_0^2$	χ^2_c	Intervalo de Confiança						Aceitação H_0		
				$\alpha=1\%$		$\alpha=5\%$		$\alpha=10\%$		$\alpha=1\%$	$\alpha=5\%$	$\alpha=10\%$
Niterói	1	0,24	1,20	0,41	16,75	0,83	12,83	1,15	11,07	sim	sim	sim
Arraial do Cabo	1	1,09	8,72	1,34	21,96	2,18	17,54	2,73	15,51	sim	sim	sim
Macaé	1	3,08	6,16	0,01	10,60	0,05	7,38	0,10	6,00	sim	sim	não
RGRC somente	1	0,75	42,75	33,63	88,85	38,44	80,34	41,07	76,20	sim	sim	sim
RGRC + Niterói	1	0,70	43,10	37,46	95,03	42,54	86,24	45,32	81,95	sim	sim	não
RGRC + Arraial do Cabo	1	0,78	53,04	41,33	101,16	46,68	92,02	49,59	87,68	sim	sim	sim
RGRC + Macaé	1	0,83	48,97	35,53	91,95	40,48	83,30	43,19	79,08	sim	sim	sim
RGRC + SRM	1	0,78	60,84	51,17	116,32	57,15	106,63	60,39	101,88	sim	sim	sim

Fonte: Os autores (2026).

Tabela 3 – Valores máximos do menor erro detectável nas observações para cada cenário do modelo IND.

Cenário	σ_0^2	$\hat{\sigma}_0^2$	χ^2_c	Intervalo de Confiança						Aceitação H_0		
				$\alpha=1\%$		$\alpha=5\%$		$\alpha=10\%$		$\alpha=1\%$	$\alpha=5\%$	$\alpha=10\%$
Niterói	1	0,09	0,45	0,41	16,75	0,83	12,83	1,14	11,07	sim	não	não
Arraial do Cabo	1	0,47	3,73	1,34	21,95	2,18	17,53	2,73	15,51	sim	sim	sim
Macaé	1	0,90	1,80	0,01	10,59	0,05	7,38	0,10	6,00	sim	sim	sim
RGRC somente	1	0,06	3,42	33,60	88,90	38,44	80,30	41,07	76,20	não	não	não
RGRC + Niterói	1	0,06	3,78	37,46	95,03	42,54	86,24	45,32	81,95	não	não	não
RGRC + Arraial do Cabo	1	0,11	7,48	41,33	101,16	46,68	92,02	49,59	87,68	não	não	não
RGRC + Macaé	1	0,09	5,31	35,53	91,95	40,48	83,30	43,19	79,08	não	não	não
RGRC + SRM	1	0,12	9,36	51,17	116,32	57,15	106,63	60,39	101,88	não	não	não

Fonte: Os autores (2026).

4 CONCLUSÕES

As análises desenvolvidas permitiram avaliar a confiabilidade da RGRC e das SRM, considerando suas individualidades, interações e as integrações propostas. Os resultados evidenciaram a redundância como fator determinante para a controlabilidade das observações: as SRM apresentaram desempenho satisfatório, com redundâncias parciais classificadas entre "suficiente" e "boa", refletindo o rigor técnico de sua implantação e uma elevada capacidade de identificação de erros. A RGRC, por sua vez, apresentou limitações nos indicadores de redundância (predominantemente "ruim"), decorrentes de sua ampla abrangência geográfica; ainda assim, demonstrou precisão adequada, com resíduos padronizados geralmente inferiores a 1 mm e valores consistentes de erro detectável. A integração das SRM à RGRC não trouxe melhorias significativas à confiabilidade global da rede, em razão do desbalanceamento no número de observações entre as sub-redes, embora tenha promovido ganhos localizados nas regiões próximas aos marégrafos.

Quanto às estratégias de ponderação, o modelo do inverso da distância (ID) mostrou-se mais compatível com o comportamento das observações, produzindo resíduos com distribuição mais uniforme e maior estabilidade diante de diferentes configurações da rede. Em contrapartida, o modelo do inverso do produto entre o número de estações e a distância (IND) revelou inconsistências no modelo estocástico, sobretudo em cenários com menor densidade de observações, mostrando-se mais sensível a variações na geometria da rede.

Os testes estatísticos corroboraram a confiabilidade interna da rede: o teste global (qui-quadrado) confirmou essa confiabilidade para os níveis de significância de 1%, 5% e 10% quando adotado o modelo ID. Os baixos valores de resíduos padronizados e do mínimo erro detectável (MDB) indicaram robustez e estabilidade geométrica suficientes para aplicações geodésicas de alta precisão em ambas as redes analisadas. Adicionalmente, nenhuma observação atingiu o limite de detecção de erros significativos ($\nabla l_i \geq \nabla l_{oi}$), evidenciando qualidade superior ao mínimo exigido para redes dessa natureza.

Em conjunto, os resultados reforçam que a escolha do modelo de ponderação exerce influência direta sobre a controlabilidade e a confiabilidade das redes altimétricas, sendo o modelo ID a alternativa mais robusta entre as 2 avaliadas. Além disso, evidenciam que a integração de sub-redes locais a redes de referência de maior abrangência deve ser cuidadosamente ponderada, uma vez que o desbalanceamento observacional pode limitar os ganhos globais de confiabilidade, ainda que benefícios locais sejam observados.

Para trabalhos futuros, pretende-se ampliar a análise dos padrões de qualidade aplicados a redes geodésicas, bem como investigar o comportamento temporal da rede, considerando que levantamentos adicionais estão sendo realizados para fins de controle. Sugere-se, ainda, investigar o efeito de diferentes estratégias de definição do *datum* sobre a qualidade da rede, comparando injunções mínimas e em excesso a abordagens alternativas, como a condição *no net translation* (NNT) e as injunções internas ponderadas (Klein et al., 2025), de modo a avaliar sua influência conjunta com os métodos de ponderação analisados neste estudo. Ainda, indica-se a realização de investigações com o foco na definição (ou não) de uma melhor discretização para a correlação entre intervalos de controlabilidade versus número de redundância.

Referências

- Amiri-Simkooei, A. R.; Asgari, J.; Zangeneh-Nejad, F.; Zaminpardaz, S. Basic concepts of optimization and design of geodetic networks. *Journal of Surveying Engineering*, American Society of Civil Engineers (ASCE), v. 138, n. 4, p. 172–183, Nov. 2012. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)SU.1943-5428.0000081](https://doi.org/10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000081)
- Baarda, W. *A Testing procedure for use in geodetic networks*. Delft: Citeseer, 1968. V 2. 97p
- Baarda, W. *S-transformations and criterion matrices*. Delft: Netherlands Geodetic Commission, 1973. v. 4.
- Berber, M.; Vanicek, P.; Dare, P. *Fundamentals of robustness analysis*. [S.l.]: Shaker Publishing, The Netherlands, 2008.
- Craymer, M. *Geodetic adjustment using Helmert blocking of Space and Terrestrial data*. 2017. <http://www.naref.org/ghost/>.
- Dalazoana, R. *Introdução à Pré-análise*. In: Gemaël, C.; Machado, A. M. L.; Wandresen, R (Orgs.). *Introdução ao Ajustamento de Observações*. 2. ed. Curitiba: UFPR, 2015. cap. 22, p. 345–365.
- Ding, X.; Coleman, R. Multiple outlier detection by evaluating redundancy contributions of observations. *Journal of Geodesy*, Springer Science and Business Media LLC, v. 70, n. 8, p. 489–498, May. 1996. <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00863621>.
- Gemaël, C.; Machado, A.M.L; Wandresen, R. *Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas*. 2. Ed. Curitiba: UFPR, 2015. 428 p.
- Grafarend, E. W. Optimization of geodetic networks. *The Canadian Surveyor*, NRC Research Press, v. 28, n. 5, p. 716–723, 1974.
- Grafarend, E. W. & Sansò, F. *Optimization and design of geodetic networks*. Berlin: Springer Verlag, 1985.
- Ghilani, C. D. *Adjustment computations: Spatial data analysis*. 5th. ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2010. 720 p.
- International Association of Geodesy. (2016). Newsletters: *Structure of GGOS*. 2016.
- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (2011a). *Relatório Ajustamento Simultâneo da Rede Altimétrica do Sistema Geodésico Brasileiro*. Rio de Janeiro: Diretoria de Geociências, 60 p.
- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (2011b). *Instruções técnicas para Controle Geodésico de Estações Maregráficas - CGEM e sua vinculação vertical ao Sistema Geodésico Brasileiro – SGB*. Rio de Janeiro: Manuais Técnicos em Geociências, 2011. 38 p. https://geofp.ibge.gov.br/metodos_e_outros_documentos_de_referencia/revista_e_manuais_tecnicos/mt_g11.pdf
- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (2017). *Especificações e Normas para Levantamentos Geodésicos associados ao Sistema Geodésico Brasileiro*. Rio de Janeiro: Diretoria de Geociências, Manual Técnico, 2017. 56 p. https://geofp.ibge.gov.br/metodos_e_outros_documentos_de_referencia/normas/normas_levantamentos

_geodesicos.pdf

- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (2019). *Reajustamento da rede altimétrica com números geopotenciais*. Rio de Janeiro: Diretoria de Geociências, 2. ed. 2019. 56 p. <https://biblioteca.ibge.gov.br/index.php/biblioteca-catalogo?id=2101666&view=detalhes>
- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (2021). *Monitoramento da variação do nível médio do mar nas estações da Rede Maregráfica Permanente para Geodésia: 2001-2020*. IBGE, Coordenação de Geodésia. - Rio de Janeiro: IBGE, 2021. 121p. <https://biblioteca.ibge.gov.br/index.php/biblioteca-catalogo?view=detalhes&id=2101890>
- Klein, I. (2012). *Controle de Qualidade no Ajustamento de Observações Geodésicas*. [Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul]. Repositório digital de teses e dissertações UFRGS: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/38615>
- Klein, I.; Rofatto, V. F.; Matsuoka, M. T. O Problema da Escolha do Datum na Geodesia. *Revista Brasileira de Cartografia*, Uberlândia, v. 77, 2025. <https://doi.org/10.14393/rbcv77n0a-75038>
- Kobryń, A. Multicriteria decision making in geodetic network design. *Journal of Surveying Engineering*, American Society of Civil Engineers (ASCE), v. 146, n. 1, Feb. 2020 [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)SU.1943-5428.0000301](https://doi.org/10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000301)
- Krakiwsky, E. J.; Szabo, D. J.; Vanícek, P.; Craymer, M. R. Development and testing of in-context confidence regions for geodetic survey networks. Fredericton: Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick. *Technical Report*, 1999. v. 198. 32. <https://gge.ext.unb.ca/Pubs/TR198.pdf>
- Kuang, S. *Geodetic Network Analysis and Optimal Design: Concepts and Applications*. Chelsea: Ann Arbor Press, Inc, 1996. 368 p.
- Luz, R. T.; Guimarães, V. M. Dez anos de monitoramento do Nível do Mar no IBGE. In: Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas (CBCG). Curitiba: [s.n.], Anais... 2003. v. 3. <https://www.ibge.gov.br/geociencias/metodos-e-outros-documentos-de-referencia/outros-documentos-tecnicos-geo/16390-dez-anos-de-monitoramento-do-nivel-do-mar-no-ibge.html>
- Matsuoka, M. T.; Rofatto, V. F.; Klein, I.; Veronez, M. R.; Silveira, L. G. da; Neto, J. B. S.; Alves, A. C. R. Control points selection based on maximum external reliability for designing geodetic networks. *Applied Sciences, MDPI AG*, v. 10, n. 2, p. 687, Jan. 2020. <https://doi.org/10.3390/app10020687>
- Moraes, C. V. de (2001). *Aprimoramento da concepção do modelo geodésico para a caracterização de extremas no espaço geométrico*. [Tese de doutorado, Universidade Federal do Paraná.] Repositório digital de teses e dissertações UFPR. <https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/32982>
- Mürle, M.; Bill, R. *Zuverlässigkeits – genauigkeits- untersuchungebener geodätischer netze*. Allgemeine Vermessungs- Nachrichten, Karlsruhe, v. 91, n. 2, p. 45–62, 1984.
- Nehbit, P. K.; Konak, H. The global and local robustness analysis in geodetic networks. *International Journal of Engineering and Geosciences*, Murat YAKAR, v. 5, n. 1, p. 42 – 48, Feb 2020. <https://doi.org/10.26833/ijeg.581568>
- Oliveira, R (2007). *Otimização dos pesos das observações geodésicas pelo problema de valor próprio inverso com considerações sobre o planejamento da confiabilidade da observação*. [Tese de Doutorado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba]. Acervo digital UFPR. <https://acervodigital.ufpr.br/xmlui/handle/1884/12021>
- Rodríguez, F. C., Klein, I., & Veiga, L. K. *Design of Geodetic Monitoring Networks by Minimal Detectable Displacement Evaluation under Confidence and Sensitivity Analysis*. *Journal of Surveying Engineering*, v. 151, n. 1. 2025. <https://doi.org/10.1061/JSUED2.SUENG-1535>
- Rofatto, V. F.; Matsuoka, M. T.; Klein, I.; Veronez, M. R.; Bonimani, M. L.; Lehmann, R. A half-century of Baarda's concept of reliability: a review, new perspectives, and applications. *Survey Review*, Informa UK Limited, v. 52, n. 372, p. 261–277, Nov. 2018. <https://doi.org/10.1080/00396265.2018.1548118>
- Santos, E. G. (2021). *Integração entre a Rede Altimétrica de Alta Precisão, a Rede Geodésica de Referência*

Costeira e os Níveis de Referência Maregráficos. [Dissertação de mestrado, Instituto Militar de Engenharia].

Santos, E. G.; Soares, S.; Klein, I. Avaliação da Variação Vertical Local Voltada à Integridade de Séries Temporais Maregráficas. *Revista Brasileira de Cartografia*, [S. l.], v. 74, n. 4, p. 1003–1028, 2022. <https://doi.org/10.14393/rbcv74n4-66090>.

Soares, S.; Santos, E. G.; Luz, R. T. Rede Geodésica de Referência Costeira (RGRC) como insumo para integração de altitudes e profundidades: resultados preliminares. In: VII Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação. Recife: *Anais...* Recife. UFPE, 2018. p. 742–751. <https://www.ufpe.br/documents/39451/1384233/Anais+do+VII+SIMGEO/2ff23c73-935d-4418-8728-fefb24630f34>.

Suraci, S. S. (2018) *Aplicação das normas $L1$ e $L\infty$ em redes altimétricas: identificação de outliers e construção do modelo estocástico*. [Dissertação de mestrado, Instituto Militar de Engenharia].

Suraci, S. S.; Oliveira, L. C.; Klein, I. Two aspects on L1-norm adjustment of leveling networks. *Revista Brasileira de Cartografia*, v. 71, n. 2, p. 486–500, 2019. <https://doi.org/10.14393/rbcv71n2-47697>

Suraci, S. S.; Oliveira, L. C.; Klein, I.; Goldschmidt, R. R. Optimal minimum L1-norm criteria for outlier identification in GNSS and leveling networks. *Journal of Surveying Engineering*, v. 149, n. 4, 2023.. <https://doi.org/10.1061/JSUED2.SUENG-145>

Teixeira, N. N.; Ferreira, L. D. D. Análise da confiabilidade de redes geodésicas. *Boletim de Ciências Geodésicas*, Universidade Federal do Paraná, v. 9, n. 2, p. 199–216, 2003. <https://doi.org/10.5380/bcg.v9i2.1444>

Vanicek, P.; Krakiwsky, E.; Craymer, M.; Gao, Y.; Ong, P. Robustness analysis. Fredericton: Department of Surveying Engineering. *Technical Report*, University of New Brunswick, 1991. 128 p. <https://gge.ext.unb.ca/Pubs/TR156.pdf>

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística e ao Instituto Militar de Engenharia pelo suporte à pesquisa.

Contribuição dos autores

O autor E.G.S. contribuiu com a Conceptualização, Curadoria dos dados, Análise formal, Investigação, Metodologia, Validação, Visualização, Redação – minuta inicial e na Redação – revisão e edição do trabalho. O autor L.C.O. contribuiu com a Conceptualização, Análise formal, Investigação, Metodologia, Validação e Redação – revisão e edição.

Conflitos de Interesse

Os autores declaram que há nenhum conflito de interesse.

Biografia do autor principal



Everton Gomes dos Santos nasceu em Pojuca-BA, em 1983. É Engenheiro Agrimensor formado pela Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (2007). Mestre em Engenharia Cartográfica pelo Instituto Militar de Engenharia (2021). Atualmente ocupa o cargo de Tecnologista em Informações Geográficas e Estatísticas no IBGE, atua na área de Redes de Referência Vertical e monitoramento do Nível Médio do Mar para fins geodésicos na Rede Maregráfica Permanente para Geodésia. Interesse nas áreas de geodésia física, oceanografia física e modelagem ambiental.



Esta obra está licenciada com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) – CC BY. Esta licença permite que outros distribuam, remixem, adaptem e criem a partir do seu trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que lhe atribuam o devido crédito pela criação original.