

TRANSPOSIÇÃO DE

RESUMO:

O presente trabalho trata da determinação dos valores diferenciais das coordenadas geocêntricas entre dois datums geodésicos.

Estes valores são determinados pelas fórmulas de R. M. Rapp, utilizando pares de coordenadas de pontos determinados em dois datums e realizando ajuste pelo método dos mínimos quadrados. Estes valores (ΔX , ΔY , ΔZ , ΔA , ΔF), diferença das coordenadas e dos parâmetros do elipsóide, serão utilizados nas fórmulas de Molondensky onde dado um ponto num datum podemos transformá-lo para outro datum. Esta aplicação tem em vista uniformizar os diversos datums no Brasil e também corrigir as coordenadas de satélites que são fornecidas no Datum SAD-69 e desejamos normalmente no Córrego Alegre. Inicialmente no Centro de Operações Cartográficas faremos a determinação da diferença entre os datums da Carta Geral do Brasil e Córrego Alegre ($\Delta A = \Delta F = 0$ pois trata-se do mesmo elipsóide). Foi montado um programa Fortran para o respectivo cálculo. Trata-se de completar a solução de um programa já montado anteriormente pelo Sr. Ten. Cel. Eng.º Krukoski.

INTRODUÇÃO

Cap. Victorino Carvalho dos Santos

"Trabalho apresentado pelo autor, no VII Congresso Brasileiro de Cartografia".

Devido a descontinuidade no tempo e no espaço do levantamento cartográfico brasileiro, possuímos diversos datums com grande volume de observações, cálculos e alguns até já ajustados. Assim se apresenta o problema da transposição de um ponto de um datum para outro, com o mínimo de tempo e custo e máxima precisão possível. Calcular novamente toda Rede a partir de um novo datum adotado é uma tarefa muito custosa mesmo dispondo-se de computador, requerendo laboriosas pesquisas

em arquivos de observações realizadas há muito tempo.

Com o uso do satélite artificial o problema se agrava, com a determinação do ponto em novo elipsóide, que melhor atende as condições do geóide, diferente do adotado como base da carta.

DEFINIÇÕES

O Datum é estabelecido supondo-se que não haja diferença entre o elipsóide e o geóide no local. Após o transporte das coordenadas no elipsóide, pode-se medir uma diferença entre este e o geóide, tanto no desvio da vertical como no afastamento entre um e outro. A partir do momento que se resolve adotar outro datum com o mesmo elipsóide (ou não) teremos diferenças de localização no espaço entre as duas redes. Estas diferenças são funções das diferenças entre os centros dos dois elipsóides e das diferenças dos parâmetros dos mesmos. Então podemos resumir o problema em 2 casos:

- 1) Calcular os deslocamentos entre os datums, traduzidos pelas diferenças entre os centros dos dois elipsóides e seus parâmetros: dx , dy , dz , dA , df .
- 2) A partir das diferenças entre os dois datums transportar um ponto de um datum para outro.

Neste trabalho veremos a solução do primeiro problemas, pois o segundo já tem a solução programada e foi publicado na Revista da S.B.C.

Solução matemática:

R.H. Rapp deduz as seguintes fórmulas para relacionar as diferencias entre os dois datums (Ref 2):

$$dx = -(M + h) \operatorname{Sen} \varphi \cdot \operatorname{Cos} \lambda d\varphi - (N + h) \operatorname{Cos} \varphi \cdot \operatorname{Sen} \lambda d\lambda + \operatorname{Cos} \varphi \cdot \operatorname{Cos} \lambda dh +$$

DATUM

Cap. Eng.º Geo.
VICTORINO CARVALHO DOS SANTOS

$$\frac{\cos \varphi \cos \lambda}{w} da + \frac{a (1-f) \sin^2 \varphi \cdot \cos \varphi \cdot \cos \lambda}{w^3} df \quad (1)$$

$$dy = - \frac{(M+h) \sin \varphi \sin \lambda d\varphi}{w} + (N+h) \cos \varphi \cos \lambda d\lambda + \cos \varphi \cdot \sin \lambda dh$$

$$+ \frac{\cos \varphi \cdot \sin \lambda}{w} da + \frac{a (1-f) \sin^2 \varphi \cdot \cos \varphi \cdot \sin \lambda}{w^3} df \quad (2)$$

$$dz = (M+h) \cos \varphi d\varphi + \sin \varphi dh + \frac{(1-f^2) \sin \varphi da}{w} + (M \sin^2 \varphi - 2N) (1-f) \sin \varphi df \quad (3)$$

Onde:

dx, dy, dz	São as diferenciais no centro dos elipsóides de cada datum. Observem que os elipsóides poderão ser os mesmos em cada datum, mas estarão deslocados nos seus centros.	da, df	Diferenciais entre os parâmetros do elipsóide (da — df = 0 se o elipsóide for o mesmo).
M	Raio de curvatura da Seção meridiana.	Ajustamento Chegamos imediatamente à conclusão que cada ponto nos 2 datums fornecerá três equações com 4 incógnitas (dx, dy, dz, dh ₁). No caso presente consideraremos o dh incógnita, pois não conhecemos com precisão suficiente as altitudes dos pontos. O nivelamento geométrico na maioria dos casos não atingiu a rede planimétrica. Temos que atentar para o fato que estes deslocamentos de datums não se tratam de imprecisões de observações, mas somente da definição incorreta inicial do datum e das imperfeições do geóide em relação ao elipsóide adotado. Não devemos esquecer que estamos medindo o mesmo fenômeno com referências distintas. Concluímos que no mínimo dois pontos serão necessários para definir um datum em relação a outro, 6 equações e 5 incógnitas (dx, dy, dz, dh ₁ e dh ₂). Como temos mais pontos, poderemos realizar o ajustamento pelos MMQ. Conside-	
N	Raio de curvatura do primeiro vertical		
φ, λ, h	Latitude, longitude e altitude do ponto (é indiferente tomar-se no primeiro ou no segundo datum, pois estes valores estão multiplicados por diferenciais).		
dφ, dλ, dh	Diferenciais da latitude, longitude e altitude causadas pelas diferenciais de posicionamento dos elipsóides e dos seus parâmetros.		
a, f	Semi-eixo maior e achatamento do elipsóide (normalmente do primeiro).		

rando a forma $F(X_a, L_a) = 0$ e desenvolvendo por Taylor (desenvolvimento da função em relação as diferenciais) teríamos em forma matricial (Ref.: 1):

$$BV + AX + W = 0$$

B é a matriz das derivadas parciais das funções para cada observação. Consideraremos observações $d\varphi$ e $d\lambda$. Poderia surgir a dúvida porque não considerar φ e λ como observação, entretanto devemos ter em vista que as determinações da latitude e longitude são de precisões muito superiores as diferenças entre os datums, ou seja, enquanto as determinações de φ e λ estão dentro de centésimos de segundos, as diferenças $d\varphi$ e $d\lambda$ causadas por dx , dy e dz estão dentro de 2 a 3 segundos. Se possuímos n pontos, teremos $3n$ funções e matriz terá a dimensão $3n \times 2n$.

V Vetor coluna das correções nas observações $d\varphi$ e $d\lambda$. Terá dimensão $2n \times 1$ (n é o número de pontos).

A é a matriz das derivadas parciais das funções em relação as incógnitas. As

incógnitas são dx , dy , dz e dh_1 . Considerando que cada ponto fornece 3 funções e existe um dh para cada ponto, a dimensão de A será $3n \times (n+3)$.

X Vetor coluna das correções nas incógnitas dx , dy , dz e dh_1 , terá a dimensão $(n+3) \times 1$.

W Vetor coluna dos valores observados das funções, terá a dimensão $3n \times 1$.

Aplicando a condição de mínimo a equação (4) e resolvendo segundo X teremos:

$$X = -(A' M^{-1} A)^{-1} A' M^{-1} W \quad (5)$$

onde A' é a transposta de A

$$M = BB'$$

Não foi considerada a matriz de peso em virtude das observações serem de iguais precisões.

Formulação das matrizes

$$B = \frac{\partial F}{\partial \text{obs}}$$

$$B = \begin{matrix} & + (M_1 + h_1) \text{ Sen } \varphi_1 & \text{Cos } \lambda_1 + (N_1 + h_1) & \text{Cos } \varphi_1 \text{ Sen } \lambda_1 & 0 & 0 & \dots\dots \\ 3n & + (M_1 + h_1) \text{ Sen } \varphi_1 & \text{Sen } \lambda_1 - (N_1 + h_1) & \text{Cos } \varphi_1 \text{ Cos } \lambda_1 & 0 & 0 & \dots\dots \\ 2n & - (M_1 + h_1) \text{ Cos } \varphi_1 & & 0 & 0 & 0 & \dots\dots \\ & & & + (M_2 + h_2) \text{ Sen } \varphi_2 & \text{Cos } \lambda_2 & & \dots\dots \\ & 0 & 0 & + (M_2 + h_2) \text{ Sen } \varphi_2 & \text{Sen } \lambda_2 & & \dots\dots \\ & & & - - - - - (M_2 + h_2) \text{ Cos } \varphi_2 & & & \dots\dots \end{matrix}$$

Devemos considerar os segundos membros das equações (1), (2) e (3) transpostos para o primeiro membro para se manterem as funções na forma $F(X_a, L_a) = 0$

$$A = \begin{matrix} & dx & dy & dz & dh_1 & & dh_2 \\ 3n & 1 & 0 & 0 & -\text{Cos } \varphi_1 \cdot \text{Cos } \lambda_1 & 0 & 0 & \dots\dots \\ & 0 & 1 & 0 & -\text{Cos } \varphi_1 \cdot \text{Sen } \lambda_1 & 0 & 0 & \dots\dots \\ & 0 & 0 & 1 & -\text{Sen } \varphi_1 & 0 & 0 & \dots\dots \\ & 1 & 0 & 0 & 0 & -\text{Cos } \varphi_2 \text{ Cos } \lambda_2 & 0 & \dots\dots \end{matrix}$$

Programação

Foi montado um programa em linguagem Fortran para solucionar a equação matricial (5). Tanto a matriz A como a B possui uma quantidade muito grande de zeros (matriz rarefeita), que ocuparia memória sem necessidade, montou-se uma sub-rotina para se contornar este problema na matriz A, tendo sido utilizado apenas locações de memória para valores diferentes de zero. Na matriz B, após determinação de submatrizes parciais, imediatamente são utilizadas para multiplicação da matriz normal M.

São impressos todos os dados de entrada. Podemos entrar com as coordenadas geográficas ou UTM ou Gauss com fuso de 6.º ou Gauss com 3.º. Se o semi-eixo maior e achatamento do elipsóide for omitido o programa assume ser o elipsóide de Hayford. Como as coordenadas geográficas nos dois sistemas oscilam em torno de uma diferença, o programa realiza um teste de coerência entre as mesmas, rejeitando os pares de coordenadas que estão com

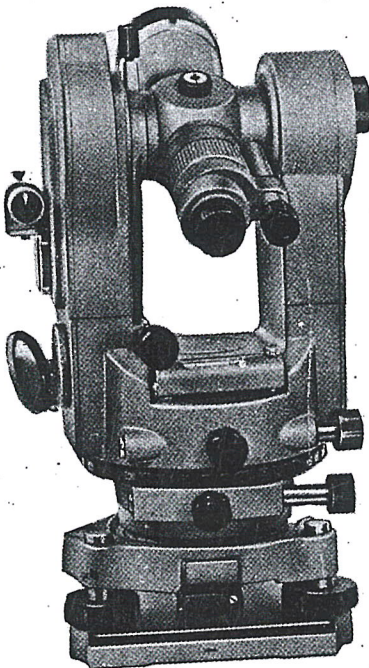
a diferença de coordenadas acima de um valor dado.

O programa além de fornecer os valores ajustados de dx , dy , dz e dh_i ($i = 1, n$) calcula o desvio padrão. O Centro de Operações Cartográficas futuramente publicará os valores dx , dy , dz entre o Datum Córrego Alegre e os outros datums utilizados para levantamentos parciais, de tal modo que se possa, com o programa do Cel. Kruskoski transpor um ponto de qualquer datum para o Córrego Alegre.

Referências

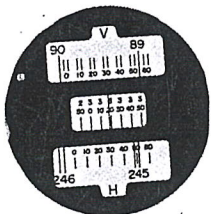
- 1) Introduction to Adjustment Computations With matrices — Urho A. Uotila — 1967.
- 2) Geometric Geodesy Notes — R.H. Rapp — 1969.

O programa de computação referente a este problema, encontra-se à disposição dos interessados, com o autor, no Centro de Operações Cartográficas, e no Curso de Geodésia do Instituto Militar de Engenharia.



FORNECEMOS

- o Distanciômetros Eletrônicos
- o Teodolitos
- o Níveis de Precisão
- o Giroscópios
- o Planímetros
- o Estereoscópios (bolso/mesa)
- o Clinômetros/Curvímetros
- o Miras/Balizas/Trenas
- o Material p/ Desenho Técnico
- o Assistência Técnica
- o Teodolito SOKKISHA — Leitura direta 10" estima 1", automático, repetidor, sistema de círculos duplos e prumo ótico.
- o Acompanham o instrumento
- o Declinatória
- o Jogo de iluminação para trabalhos noturnos ou em túneis.



topografia



desenho

PEGETEC MATERIAIS TÉCNICOS LTDA.

FONES: 34-0389 — 37-2805 — 32-4853

Rua Barão de Itapetininga, 120 — 3.º Andar

01042 — SÃO PAULO — SP — Cx. Postal, 556 — End. Tel. "PEGEMATEC"