



Estimativa e análise da aceleração horizontal em séries temporais do posicionamento pelo GNSS em estações de monitoramento contínuo

Estimation and analysis of horizontal acceleration in time series of GNSS positioning in CORS stations

Eliel Jessé Morais de Jesus Junior ¹, Ivandro Klein ², Renan Rodrigues Toledo Costa ³, Christian Gonzalo Pilapanta Amagua ⁴ e Paulo Sergio de Oliveira Junior ⁵

¹ Universidade Federal do Paraná - UFPR, Curitiba, Brasil. eliejesse2012@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-7582-4540>

² Instituto Federal de Santa Catarina - IFSC, Florianópolis, Brasil. ivandroklein@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4296-592X>

³ Universidade Federal do Paraná - UFPR, Curitiba, Brasil. renanrtc@gmail.com

ORCID: - <https://orcid.org/0009-0000-6556-3208>

⁴ Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil. christian.pilapanta@ufpr.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1155-7173>

⁵ Universidade Federal do Paraná - UFPR, Curitiba, Brasil. paulo.junior@ufpr.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4296-592X>

Recebido: 10.2023 | Aceito: 04.2024

Resumo: As séries de coordenadas oriundas de estações GNSS (Global Navigation Satellite System) são utilizadas para diversas finalidades, como na estimação de modelos de velocidades, aplicados na atualização temporal de coordenadas para uma época de referência. Entretanto, o deslocamento horizontal pode não ser descrito por um modelo linear com velocidade constante ao longo do tempo. Propomos incluir a aceleração horizontal na modelagem das séries de coordenadas de estações GNSS de monitoramento contínuo. Analisamos as séries de componentes horizontais (Este e Norte) de estações no Brasil (BRAZ, BELE, UFPR), Chile (CLL1, QLAP) e Japão (MIZU) com modelagem linear (polinômio de grau 1) e não linear (polinômio de grau 2). Para comparação dos modelos, foram feitas atualizações para uma época de referência. A inclusão da aceleração melhora significativamente os resultados para as estações do Chile (132 mm absolutos e 83% relativos) e Japão (556 mm absolutos e 82% relativos), próximas à borda de placas tectônicas. Mesmo para estações no Brasil, a inclusão da aceleração pode melhorar significativamente (≈ 10 mm absolutos e $\approx 92\%$ relativos) a atualização temporal de coordenadas. Recomendamos a modelagem não linear na próxima realização do Sistema Geodésico Brasileiro, seguindo a tendência das últimas realizações do ITRF (International Terrestrial Reference Frame). Esta conclusão também se aplica ao monitoramento de grandes estruturas por longos períodos.

Palavras-chave: Aceleração. Séries temporais. Estações GNSS. Atualização temporal de coordenadas.

Abstract: Coordinate time series of CORS (Continuous Operating Reference Stations) of GNSS (Global Navigation Satellite System) are used for various purposes, such as estimating velocity models, applied in the temporal update of coordinates for a reference epoch. However, horizontal displacement may not be described by a linear model with constant velocity. We propose including horizontal acceleration in the modeling of coordinate series from continuously monitoring GNSS stations. We analyzed the horizontal component series (East and North) of stations in Brazil (BRAZ, BELE, UFPR), Chile (CLL1, QLAP), and Japan (MIZU) with linear modeling (first-degree polynomial) and non-linear modeling (second-degree polynomial). For comparison of the models, updates were made for a reference epoch. Including acceleration improves results for stations in Chile (132 mm absolute, 83% relative) and Japan (556 mm absolute, 82% relative), near tectonic plate boundaries. Even for stations in Brazil, including acceleration can significantly improve (≈ 10 mm absolute, $\approx 92\%$ relative) the temporal update of coordinates. We recommend non-linear modeling in the next realization of the Brazilian Geodetic System, following recent ITRF (International Terrestrial Reference Frame) realizations. This conclusion also applies to the long-term monitoring of large structures.

Keywords: Acceleration. Time series. CORS. Temporal update of coordinates.

1 INTRODUÇÃO

O posicionamento GNSS (*Global Navigation Satellite System*) possui diversas aplicações em áreas da Ciência como a Geodésia e a Geodinâmica. Dados de estações GNSS de monitoramento contínuo, isto é, que operam de forma ininterrupta, quando coletados por diversos anos fornecem séries de coordenadas (posições) que permitem estudar o movimento da superfície terrestre ao longo do tempo (SELLA; DIXON; MAO, 2002; ALVES; SANTOS; GEMAEL, 2003). No caso, uma das principais causas do deslocamento físico da posição da estação ao longo do tempo é o movimento das placas tectônicas, mas outros sinais também podem ser devidamente modelados, como por exemplo, devido as redistribuições sazonais de massas, inclusive oceânicas e atmosféricas (BOGUSZ; KLOS, 2016; MOREL *et al.*, 2021).

Desta forma, em geral os países adotam uma época de referência na realização de seus respectivos sistemas geodésicos de referência, pois a posição estimada de cada estação de referência depende da época considerada no processamento dos dados. No caso do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), atualmente temos o SIRGAS (Sistema de Referência Geodésico para as Américas) na realização SIRGAS2000, cuja época de referência das coordenadas ou posições em relação ao geocentro é maio de 2000 ou 2000,4 (IBGE, 2005). Portanto, regressões ou atualizações temporais de coordenadas de uma dada época (por exemplo, a época do levantamento geodésico) para a época de referência (por exemplo, maio de 2000) são necessárias e rotineiramente utilizadas (ver, por exemplo, MONICO, 2008).

Em geral, os modelos adotados neste sentido, como o VEMOS (*Velocity Model for SIRGAS*), consideram somente uma modelagem linear dos deslocamentos horizontais de longo termo ou período (DREWES; HEIDBACH, 2012; DREWES; SANCHEZ, 2020). Entretanto, sabe-se que os modelos lineares não refletem todo o grau de complexidade da série temporal, pois há um padrão periódico existente nas séries temporais de coordenadas devido aos fenômenos geofísicos e efeitos sistemáticos remanescentes da modelagem dos dados, especialmente em regiões de zonas geodinamicamente ativas com ocorrência de grandes sismos. Por este motivo, o ITRF (*International Terrestrial Reference Frame*) passou a incorporar modelagens não lineares em relação ao tempo, como sinais cíclicos e efeitos pós-sísmicos, em suas últimas realizações denominadas ITRF2014 e ITRF2020 (ALTAMIMI *et al.*, 2016, 2023).

Em *softwares* de modelagem de séries temporais como o *Hector*, é possível estimar a aceleração horizontal das estações GNSS ativas por meio da modelagem de um polinômio de grau 2 (BOS, 2022). Desta forma é possível analisar o impacto da inclusão da aceleração no modelo comparando os resultados do polinômio de grau 1 (somente velocidade) com o de grau 2 (velocidade e aceleração). Destaca-se que embora a modelagem seja não linear em relação ao tempo, o modelo de ajustamento permanece linear em relação aos parâmetros a serem estimados (velocidade e aceleração). A modelagem dos deslocamentos verticais é mais complexa pois envolve diversos termos cíclicos e está fora do escopo deste trabalho (ver, por exemplo, BRASSAROTE, 2020).

No contexto da Geodésia a nível nacional, considerando os principais periódicos científicos da área, não há nenhum estudo encontrado tratando da aceleração de estações GNSS ativas ou da modelagem de séries temporais no *software Hector*, sendo esse um dos objetivos deste trabalho, uma vez que o referido *software* é uma solução *open-source* de acesso livre, com forte relevância na literatura internacional. Para esses testes, foram utilizadas estações de monitoramento contínuo localizadas no Chile (CLL1, QLAP), Japão (MIZU) e Brasil (BELE, BRAZ e UFPR).

Nesse sentido, destaca-se o recente estudo de De Freitas; Dal Poz e Nascimento (2022), que propõem o uso de modelos “multivelocidade” para a atualização temporal de coordenadas, considerando a não linearidade da série. Desta forma, embora não tratem diretamente da estimação da aceleração, como aqui proposto, esta referência demonstra a relevância atual deste tema de pesquisa.

Como uma segunda contribuição inédita, estimamos valores de velocidade e aceleração para uma amostragem reduzida dos dados das estações GNSS ativas analisadas no *software* gratuito *Scilab*, e posteriormente realizamos a regressão das componentes Este e Norte destas estações para uma época de referência. Os resultados foram comparados com modelos lineares considerando somente a velocidade das estações, como o VEMOS2017 para as estações CLL1 e BELE, o MIDAS (*Median Interannual Difference Adjusted for Skewness*) (BLEWITT *et al.*, 2016) para as estações QLAP e MIZU e as velocidades disponíveis no *site* do SIRGAS para as estações BRAZ e UFPR.

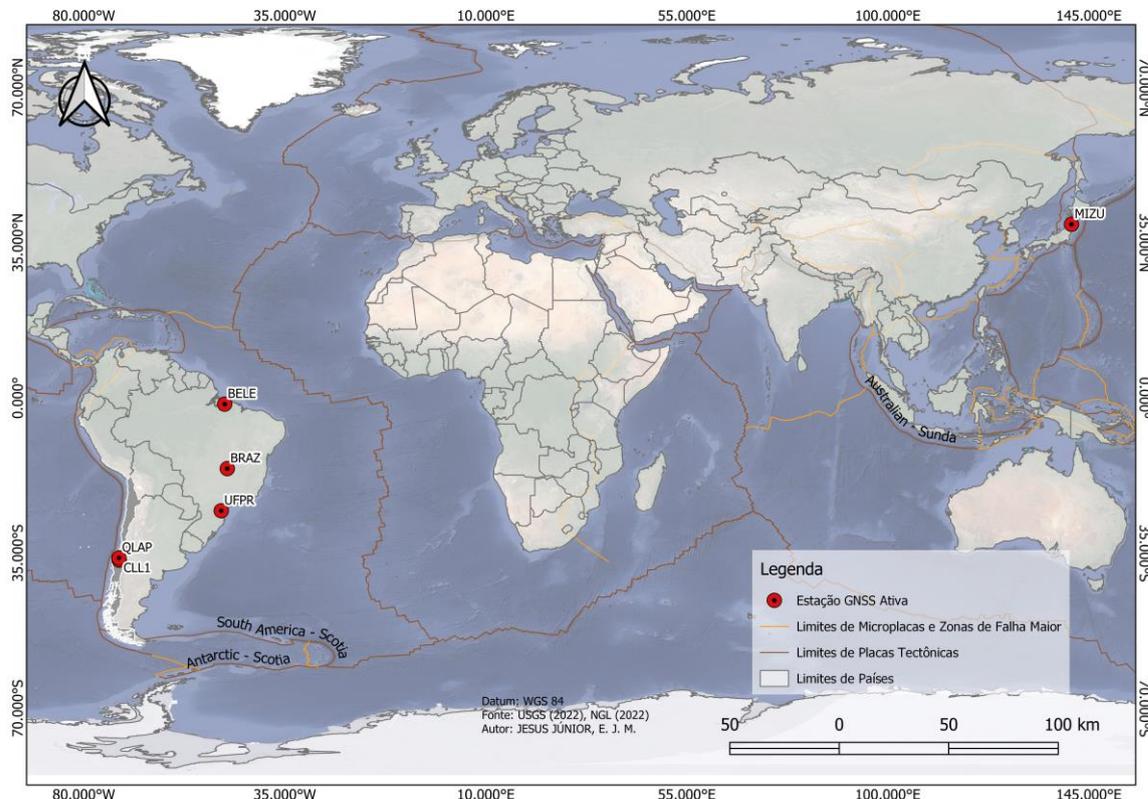
Por fim, o modelo estimado com velocidade e aceleração foi utilizado para realizar a atualização de coordenadas da época maio de 2023, obtidas pelo serviço IBGE-PPP (Posicionamento por Ponto Preciso), para a época de referência maio de 2000. Os resultados desta atualização temporal de coordenadas foram comparados com os obtidos pelo próprio serviço IBGE-PPP por meio do modelo de velocidades VEMOS2009. Nesta análise, utilizou-se um período de 30 dias de dados para as estações localizadas no Brasil.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

Foram utilizados dados disponibilizados pelo NGL (*Nevada Geodetic Laboratory*) da Universidade de Nevada (<http://geodesy.unr.edu/>), tais como as coordenadas diárias de estações GNSS e suas respectivas precisões. O NGL utiliza o *software GipsyX* (versão 1.0) do JPL (*Jet Propulsion Laboratory*) com solução via Posicionamento por Ponto Preciso (PPP) no referencial IGS14 (ITRF2014, época de referência 2013,9713), resultando em soluções diárias denominadas de NGL14 (BLEWITT; HAMMOND; KREEMER, 2018). De acordo com o NGL, estas soluções diárias são obtidas com amostragem de 5 minutos e filtragem de *outliers* no *software* GMT em um sistema local topocêntrico com origem na posição média da série de dados. Detalhes sobre o PPP ou referenciais geodésicos são obtidos, por exemplo, em Monico (2008).

Foram selecionadas estações GNSS sujeitas a interações e forças geodinâmicas distintas (Figura 1), sendo que os gráficos das séries temporais de cada estação utilizada constam no Anexo 1 ao Anexo 6. No caso, foram selecionadas estações próximas a bordas de placas tectônicas (MIZU, QLAP e CLL1) e no centro de placa tectônica, nas regiões norte (BELE), central (BRAZ) e sul (UFPR) do Brasil. Para o processamento no *software Hector*, o período utilizado compreende da época 2010,5 a 2021,0 (com exceção da estação MIZU), sendo utilizados todos os dados diários disponíveis do NGL. Para a estação MIZU, foram utilizados os dados do ano 2012 em diante pois os modelos de deformação pós sísmica implementados no *software Hector* versão 2.1 não contemplam a referida estação. Para o *software Scilab*, os dados de entrada foram semestrais e os períodos utilizados para cada estação constam na Tabela 5.

Figura 1 – Localização das estações GNSS ativas utilizadas nos experimentos.



Elaboração: Os Autores (2023).

Analisando a Figura 1, bem como as Figuras 9-20 dos Anexos 1 ao Anexo 6, tem-se três estações

próximas de bordas de placas tectônicas em regiões de maior atividade geodinâmica: CLL1 e QLAP, localizadas no Chile e MIZU, localizada no Japão; e outras três estações em regiões centrais da placa tectônica, submetidas a menor nível de atividade geodinâmica: BELE, BRAZ e UFPR, localizadas no Brasil.

2.1 Processamento no *Software Hector*

O *Hector* é um *software* desenvolvido em ambiente acadêmico, de código aberto, utilizado para estimar trajetórias em séries temporais com estimação tanto do modelo funcional quanto do modelo estocástico. O programa está disponível gratuitamente no seguinte endereço eletrônico: <https://teromovigo.com/hector/>. A solução é obtida pelo estimador de máxima verossimilhança, sendo o tipo de ruído dos dados previamente definido pelo usuário (BOS *et al.*, 2013; BOS, 2022).

Neste trabalho, assumiu-se que as séries temporais de todas as estações GNSS analisadas possuem um modelo combinado de ruído branco (“white noise”) e GGM (*Gauss Markov Model*), isto é, assume-se que não há correlação temporal entre os erros aleatórios de cada época da série temporal, sendo esse tipo de modelagem estocástica já adotado em outros estudos de modelagem de séries temporais de coordenadas de estações GNSS ativas (ver AMAGUA *et al.*, 2018, 2022). Quanto aos modelos de trajetória considerados, têm-se polinômios de grau 1 (somente velocidade) e de grau 2 (velocidade e aceleração), acrescidos das variações cíclicas ou sazonais (anuais e semi-anuais) e dos saltos (*offsets*) por meio da Eq. (1) (BOS, 2022):

$$\Delta x = v\Delta t + \frac{a}{2}\Delta t^2 + \sum_{i=1}^2 a_i \sin(w_i t) + b_i \cos(w_i t) + \sum_{j=1}^k c_j H(t - t_j) \quad (1)$$

onde Δx é a diferença da componente horizontal (Este ou Norte) entre uma época considerada t e a época de referência t_0 (em mm), $\Delta t = t - t_0$ é a diferença entre a época considerada e a época de referência (em anos), v é a velocidade (em mm por ano), a é a aceleração (em mm por ano²), a_i e b_i são coeficientes relacionados a amplitude (em mm) dos efeitos cíclicos ou sazonais das componentes anual ($i = 1$) e semianual ($i = 2$), w_i é a frequência associada (em radianos por ano), c_j é o valor do j -ésimo salto (em mm) na época de ocorrência correspondente t_j e $H(t - t_j)$ é a chamada “função de Heaviside” ou “função degrau” associada. Detalhes sobre o modelo da Equação (1) são obtidos em Bevis e Brown (2014) ou Montillet e Bos (2020).

No relatório de saída do processamento, são apresentadas algumas informações como os valores dos coeficientes estimados no modelo e os respectivos desvios-padrões. É fornecida ainda a raiz quadrada do fator de variância *a posteriori* (ver, por exemplo, MONICO, 2008), sendo este um termo adimensional denominado “standard driving noise” (SDN). Quanto menor o valor do SDN, melhor a qualidade do ajustamento ou modelagem da série temporal. Além disso, também são apresentados valores para os critérios de informação de Akaike e Bayes (ver, por exemplo, LEHMANN; LÖSLER, 2016). Estes critérios de informação são utilizados para definir qual o modelo de trajetória mais adequado, por exemplo, se somente com velocidade ou se com velocidade e aceleração. Quanto menor o valor obtido em determinado critério de informação, melhor é o ajuste do respectivo modelo. Detalhes sobre o relatório de saída do *software Hector* são obtidos em Bos (2022). A versão completa do relatório de saída dos testes aqui descritos consta nos apêndices da dissertação de Jesus Junior (2023).

2.2 Processamento no *Software Scilab*

O *software Hector* não realiza a regressão ou atualização temporal de uma época considerada para outra época de referência. Desta forma, visando analisar o efeito que a inclusão da aceleração exerce na atualização temporal de coordenadas, no *software* gratuito *Scilab* foi estimado pelo método dos mínimos quadrados (MMQ) os modelos somente com velocidade (linear) e com velocidade e aceleração (não linear) para as estações GNSS ativas analisadas.

Embora o *software Hector* não realize a atualização temporal de coordenadas, os coeficientes estimados neste poderiam ser empregados para tal finalidade. Entretanto, optamos por estimar somente os coeficientes de velocidade e aceleração no *software Scilab* para uma comparação mais justa com os modelos

externos utilizados, uma vez que estes não fornecem as componentes periódicas e os saltos da modelagem mais rigorosa implementada no *software Hector* conforme a Eq. (1).

Devido a impossibilidade de implementar no *script Scilab*, desenvolvido nessa pesquisa, todos os algoritmos e modelos existentes no *software Hector*, somente soluções diárias com latência semestral foram consideradas como dados de entrada e o modelo matemático se restringiu ao polinômio de grau 1 ou 2 sem os demais termos da Eq. (1), semelhante aos estudos de Jesus Jr *et al.* (2022).

Ressalta-se que neste experimento o objetivo é somente comparar os resultados obtidos por modelos com e sem aceleração, e não uma modelagem rigorosa da série temporal como no experimento anterior relativo ao *software Hector*. Destaca-se que ambos os modelos (com e sem aceleração) estão sujeitos a mesma negligência dos efeitos cíclicos, tornando a comparação "justa" entre estes. Desta forma, com os valores de velocidade e aceleração estimados, é possível atualizar a componente Este ou Norte da última época considerada para a época inicial (aqui considerada como época de referência) por meio da Eq. (2):

$$\hat{x} = x - v\Delta t - \frac{a}{2}\Delta t^2 \quad (2)$$

onde \hat{x} é o valor da coordenada regredida ou atualizada para a época de referência t_0 (em mm), x é o valor da coordenada original na época t (última época da série temporal) e os demais termos são análogos a Eq. (1). Desta forma, é possível obter o "erro" da regressão do modelo ou atualização temporal da coordenada por meio da Eq. (3):

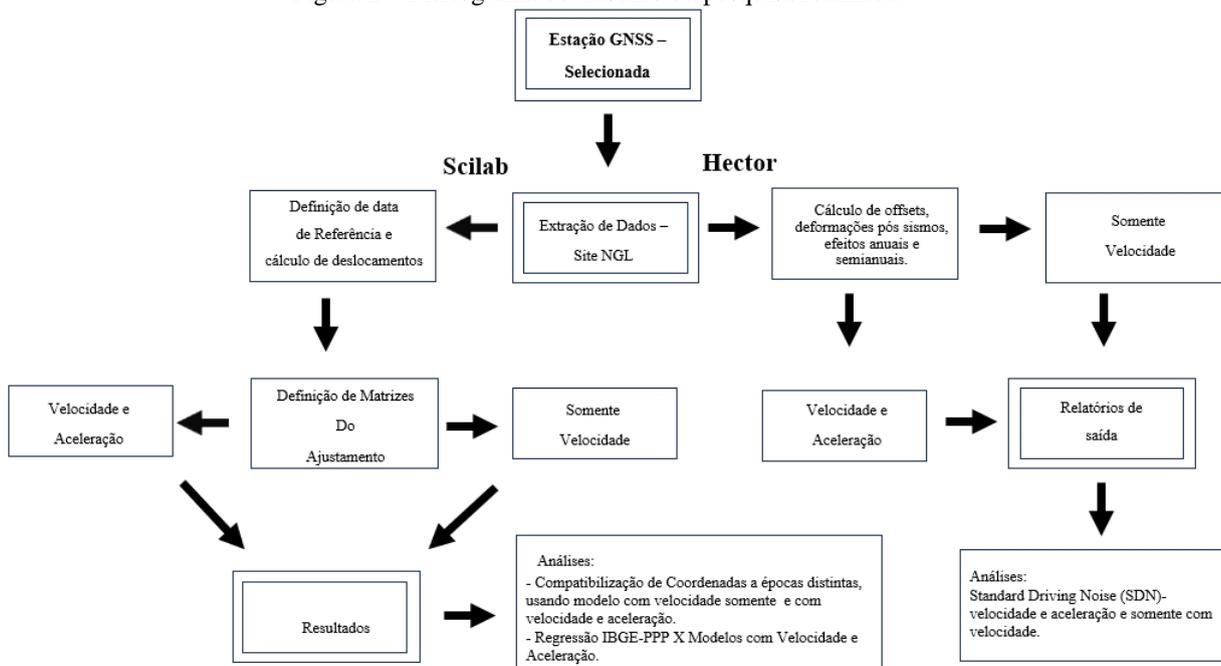
$$\delta x = \hat{x} - x_0 \quad (3)$$

onde δx é o valor do "erro" ou diferença obtida (em mm) e x_0 é o valor conhecido ou de referência da componente analisada (Este ou Norte) em t_0 . Estas discrepâncias obtidas pelo modelo estimado com velocidade e aceleração foram comparadas com as discrepâncias obtidas por modelos que consideram somente a velocidade, como o modelo MIDAS do NGL (BLEWITT *et al.*, 2016), modelo VEMOS2017 (DREWES; SANCHEZ, 2020) e as velocidades disponíveis no *site* do SIRGAS, que são obtidas com base nas soluções semanais individuais de cada estação ativa.

Por fim, em um último experimento, as estações localizadas no Brasil (BELE, BRAZ e UFPR) tiveram seus arquivos diários com 24h de observação referentes ao mês maio de 2023 obtidos na página da RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo) e processados no serviço IBGE-PPP. As soluções obtidas no relatório de processamento para as componentes Este e Norte no sistema de projeção UTM (Universal Transversa de Mercator) foram então convertidas para a época de referência do SIRGAS2000 (maio de 2000 ou 2000,4) por meio do modelo com velocidade e aceleração e comparadas com as coordenadas oficiais em SIRGAS2000 destas estações. Além disso, no próprio relatório de processamento do IBGE-PPP, são fornecidas as coordenadas UTM Este e Norte regredidas para maio de 2000 ou 2000,4 por meio do modelo linear VEMOS2009. Desta forma, foi possível comparar as discrepâncias obtidas pelo modelo com velocidade e aceleração estimado no *software Scilab* com as discrepâncias obtidas por meio da atualização temporal do próprio serviço do IBGE-PPP em relação as coordenadas oficiais das estações em SIRGAS2000.

Ressalta-se que neste tipo de análise, com discrepâncias sub-métricas em relação a uma posição de referência, a adoção de uma projeção cartográfica ao invés do sistema geodésico local não afeta as conclusões obtidas. Por exemplo, no meridiano central do fuso, cuja deformação linear do sistema UTM é da ordem de 400 mm por km, uma discrepância de 0,1 m (10 cm) está sujeita a efeitos de apenas 0,04 mm decorrentes da distorção da projeção, sendo perfeitamente negligenciável neste tipo de análise. Detalhes sobre o serviço IBGE-PPP são obtidos em IBGE (2020). As etapas realizadas nesta pesquisa foram ordenadas segundo o Fluxograma da Figura 2.

Figura 2 – Fluxograma de trabalho da pesquisa realizada.



Elaboração: Os Autores (2023).

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Sobre o primeiro experimento realizado, as Tabelas 1 e 2 apresentam um resumo dos resultados obtidos no *software Hector* para as componentes Este e Norte, respectivamente.

Tabela 1 – Valores de velocidade (mm/ano) e aceleração (mm/ano²) estimados no *software Hector* (componente Este).

Estação GNSS	Velocidade sem aceleração	SDN (sem aceleração)	Velocidade com aceleração	Aceleração	SDN (com aceleração)	Modelo Selecionado
CLL1	-76,9 ± 55,97	1,08096	-71,3 ± 44,44	20,68 ± 2,64	1,07976	Com Aceleração
QLAP	-3,5 ± 0,53	12,94756	-7,9 ± 0,20	4,07 ± 0,05	3,32251	Com Aceleração
MIZU	105,8 ± 11,41	2,08223	101,3 ± 3,78	-13,54 ± 0,57	2,06886	Com Aceleração
BELE	-4,5 ± 0,10	1,64507	-4,5 ± 0,09	0,07 ± 0,01	1,64901	Sem Aceleração
BRAZ	-3,5 ± 0,31	2,29453	-3,4 ± 0,30	0,08 ± 0,02	2,29526	Sem Aceleração
UFPR	-3,3 ± 0,21	1,53773	-3,3 ± 0,21	-0,02 ± 0,02	1,53793	Sem Aceleração

Elaboração: Os Autores (2023).

Tabela 2 – Valores de velocidade (mm/ano) e aceleração (mm/ano²) estimados no *software Hector* (componente Norte).

Estação GNSS	Velocidade sem aceleração	SDN (sem aceleração)	Velocidade com aceleração	Aceleração	SDN (com aceleração)	Modelo Selecionado
CLL1	14,9 ± 0,33	1,34626	15,5 ± 0,37	-0,33 ± 0,05	1,35316	Sem Aceleração
QLAP	16,4 ± 0,22	3,71633	16,4 ± 0,10	-0,05 ± 0,02	2,01230	Com Aceleração
MIZU	-52,9 ± 3,02	2,22884	-51,8 ± 1,26	4,94 ± 0,24	2,22564	Com Aceleração
BELE	12,9 ± 0,08	1,60662	12,9 ± 0,08	0,02 ± 0,01	1,60751	Sem Aceleração
BRAZ	12,6 ± 0,09	1,68952	12,6 ± 0,09	0,01 ± 0,01	1,68964	Sem Aceleração
UFPR	56,7 ± 43,05	13,26883	56,4 ± 42,35	10,19 ± 2,88	13,27860	Sem Aceleração

Elaboração: Os Autores (2023).

Analisando as Tabelas 1 e 2, nota-se que para as estações em zonas de maior atividade geodinâmica (CLL1, QLAP e MIZU), em geral, o desvio-padrão da velocidade e o SDN reduzem no modelo com inclusão da aceleração, sendo indicativos da melhor modelagem deste, o que também é corroborado pelo fato deste ser o modelo selecionado pelos critérios de informação em todos os casos. Nota-se ainda diferenças significativas nos valores de velocidade com e sem aceleração, como no caso da componente “Este” da estação CLL1, onde a velocidade se alterou de -76,9 mm por ano para -71,3 mm por ano.

Nas estações localizadas em zonas de menor atividade geodinâmica (BELE, BRAZ e UFPR), a

inclusão da aceleração no modelo praticamente não altera os resultados em termos de desvio-padrão da velocidade ou qualidade de ajuste do modelo (valor do SDN). Isso é corroborado pelo fato do modelo somente com velocidade ser selecionado pelos critérios de informação em todos os casos. Além disso, a maior diferença no valor da velocidade nos modelos com e sem aceleração foi para a componente Norte da estação UFPR, sendo essa diferença de apenas 0,3 mm por ano.

Portanto, analisando os resultados do *software Hector*, pode-se dizer que a inclusão da aceleração não apresentou resultados significativos na modelagem das séries temporais para as estações localizadas no Brasil (BELE, BRAZ e UFPR), ao contrário das estações localizadas no Chile (CLL1 e QLAP) e Japão (MIZU).

Sobre o segundo experimento realizado, as Tabelas 3 e 4 apresentam um resumo dos resultados obtidos no *software Scilab* para as componentes Este e Norte, respectivamente.

Tabela 3 – Valores de velocidade (mm/ano) e aceleração (mm/ano²) estimados no *software Scilab* (componente Este).

Estação	Velocidade sem aceleração	Velocidade com aceleração	Aceleração
CLL1	-63,89 ± 0,03	-29,84 ± 0,143	8,46 ± 0,03
QLAP	-33,54 ± 0,04	-78,49 ± 0,17	11,25 ± 0,04
MIZU	150,46 ± 0,03	258,66 ± 0,13	-26,79 ± 0,03
BELE	-3,93 ± 0,03	-3,78 ± 0,14	0,03 ± 0,03
BRAZ	-3,58 ± 0,03	-5,06 ± 0,13	0,36 ± 0,03
UFPR	-3,49 ± 0,03	-3,76 ± 0,14	0,06 ± 0,03

Elaboração: Os Autores (2023).

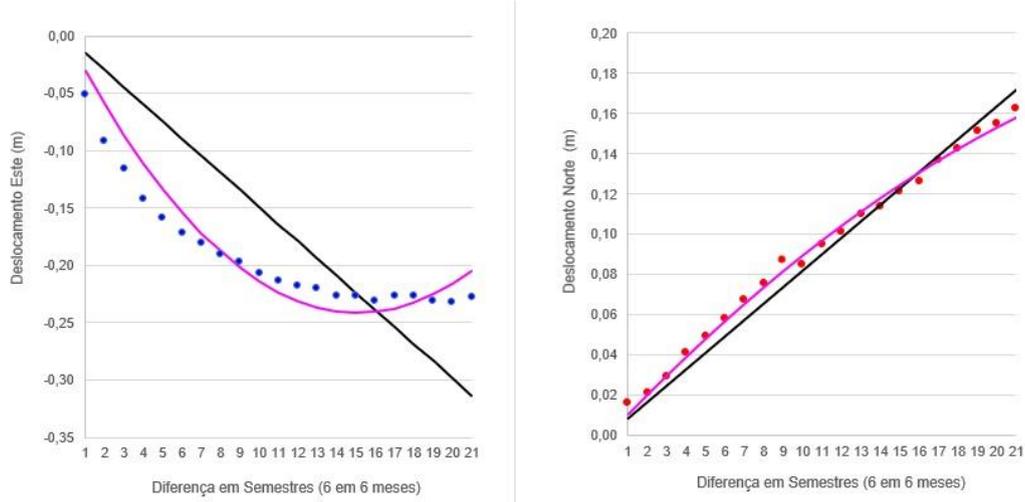
Tabela 4 – Valores de velocidade (mm/ano) e aceleração (mm/ano²) estimados no *software Scilab* (componente Norte).

Estação	Velocidade sem aceleração	Velocidade com aceleração	Aceleração
CLL1	20,39 ± 0,04	16,33 ± 0,16	-1,02 ± 0,04
QLAP	18,06 ± 0,05	20,97 ± 0,20	-0,74 ± 0,05
MIZU	-70,91 ± 0,04	-112,40 ± 0,16	10,24 ± 0,04
BELE	13,23 ± 0,03	14,26 ± 0,13	-0,25 ± 0,03
BRAZ	12,64 ± 0,14	12,97 ± 0,60	-0,08 ± 0,14
UFPR	12,78 ± 0,03	12,69 ± 0,15	0,02 ± 0,04

Elaboração: Os Autores (2023).

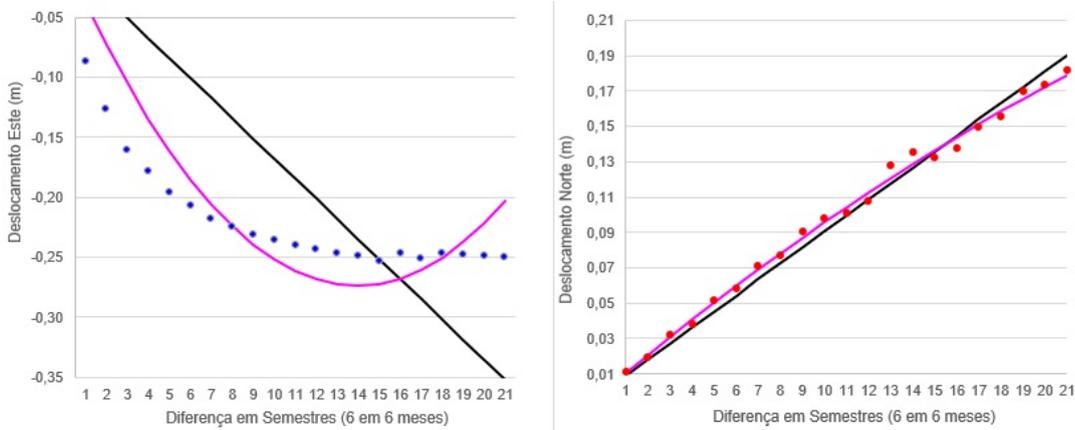
As Figuras 3-8 apresentam os dados originais (pontos em azul na componente Este ou em vermelho na componente Norte) e os modelos obtidos considerando somente velocidade (linha preta) ou velocidade e aceleração (curva magenta) no *software Scilab* para cada estação GNSS ativa considerada.

Figura 3 – Ajuste dos Modelos Sem Aceleração e com Aceleração, nas Direções Este e Norte – CLL1.



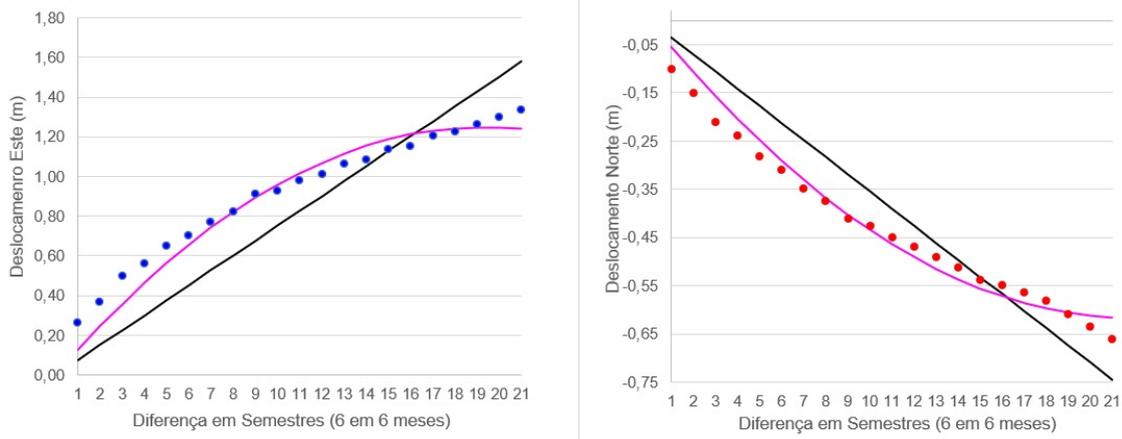
Elaboração: Os Autores (2023).

Figura 4 – Ajuste dos Modelos Sem Aceleração e com Aceleração, nas Direções Este e Norte – QLAP.



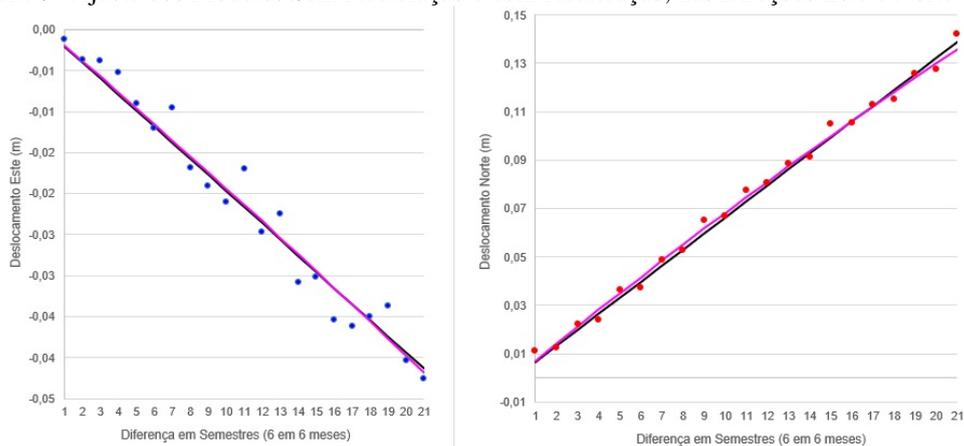
Elaboração: Os Autores (2023).

Figura 5 – Ajuste dos Modelos Sem Aceleração e com Aceleração, nas Direções Este e Norte – MIZU.



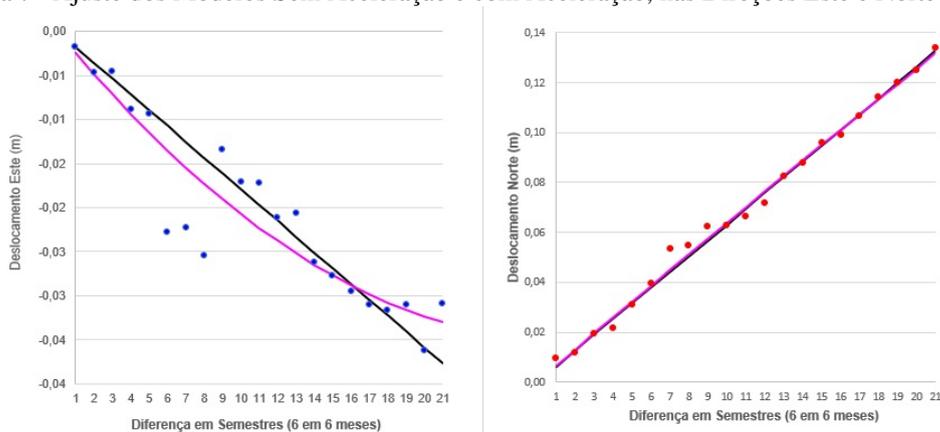
Elaboração: Os Autores (2023).

Figura 6 –Ajuste dos Modelos Sem Aceleração e com Aceleração, nas Direções Este e Norte – BELE.



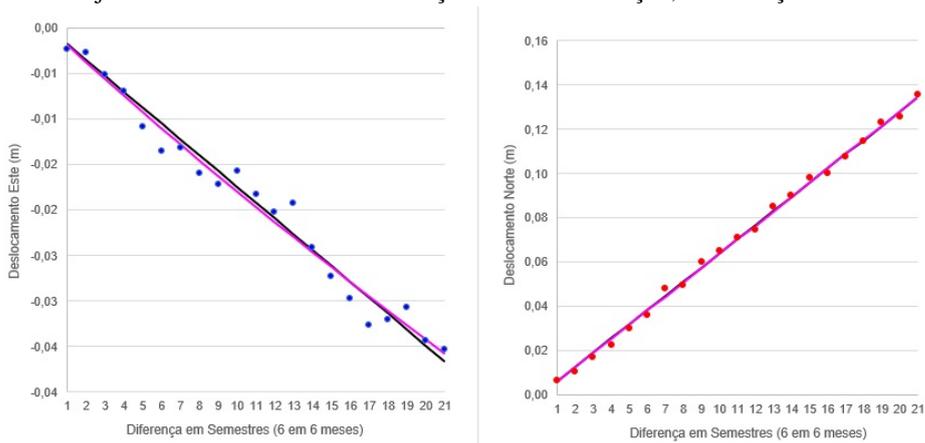
Elaboração: Os Autores (2023).

Figura 7 –Ajuste dos Modelos Sem Aceleração e com Aceleração, nas Direções Este e Norte – BRAZ.



Elaboração: Os Autores (2023).

Figura 8 – Ajuste dos Modelos Sem Aceleração e com Aceleração, nas Direções Este e Norte – UFPR.



Elaboração: Os Autores (2023).

Analisando as Figuras 3-8, as conclusões gerais das Tabelas 1 e 2 são reforçadas: para as estações CLL1, QLAP e MIZU, nota-se uma clara diferença entre o modelo não linear (curva magenta com aceleração) e o modelo linear (linha preta com somente velocidade). Quanto mais próximo o modelo se situar dos dados originais (pontos), menores são os resíduos, ou seja, melhor é o ajuste do modelo. Para as estações situadas no Brasil, a diferença entre os modelos é perceptível visualmente somente para a componente Este da estação BRAZ (Figura 7).

A Tabela 5 apresenta a época considerada e a época de referência nas regressões ou atualizações

temporais de coordenadas realizadas com os modelos estimados no *software Scilab*, enquanto a Tabela 6 apresenta as velocidades obtidas e o respectivo modelo externo de referência nestes experimentos. Nestes experimentos a janela temporal considerada é cerca de uma década para todas as estações, pois conforme Blewitt e Lavallée (2002), abaixo de 2,5 anos o viés de velocidade pode tornar-se inaceitavelmente grande, sendo 2,5 anos o intervalo de dados mínimo para soluções de velocidade destinadas à interpretação de deslocamentos.

Tabela 5 – Época inicial ou de referência e época final ou de observação das estações GNSS analisadas.

Estação GNSS	Época de referência (t_0)	Época da observação (t)
CLL1	2011,0	2021,5
QLAP	2010,5	2021,0
MIZU	2011,5	2022,0
BELE	2010,5	2021,5
BRAZ	2010,5	2021,0
UFPR	2010,5	2021,0

Elaboração: Os Autores (2023).

Tabela 6 – Valores de velocidade obtidos nos modelos de referência externos

Estação GNSS	Este (mm/ano)	Norte (mm/ano)	Modelo utilizado
CLL1	-9,0	18,0	VEMOS2017
QLAP	2,3	16,9	MIDAS
MIZU	74,2	-41,7	MIDAS
BELE	-2,9	12,4	VEMOS2017
BRAZ	-3,7	12,5	SIRGAS
UFPR	-3,2	13,1	SIRGAS

Elaboração: Os Autores (2023).

As Tabelas 7 e 8 apresentam as discrepâncias obtidas com o modelo não linear estimado (velocidade e aceleração) e o respectivo modelo linear externo (somente velocidade) para as componentes Este e Norte, respectivamente.

Tabela 7 – Erros obtidos nas regressões temporais para componente Este (em mm).

Estação	Modelo não linear	Modelo linear de referência	Melhora do modelo não linear
CLL1	-22,5	-132,7	83%
QLAP	-46,1	-273,3	83%
MIZU	96,3	556,1	82%
BELE	1,3	-10,7	88%
BRAZ	2,2	8,0	72%
UFPR	0,4	-1,7	76%

Elaboração: Os Autores (2023).

Tabela 8 – Erros obtidos nas regressões temporais para componente Norte (em mm).

Estação	Modelo não linear	Modelo linear de referência	Melhora do modelo não linear
CLL1	5,0	-26,3	81%
QLAP	2,8	4,4	36%
MIZU	-45,7	-223,2	79%
BELE	0,4	5,7	92%
BRAZ	2,4	2,9	17%
UFPR	0,9	-2,2	59%

Elaboração: Os Autores (2023).

Analisando a Tabelas 7 e 8, em geral o modelo estimado com velocidade e aceleração fornece melhores resultados do que o modelo linear externo de referência mesmo para as estações localizadas no Brasil (BELE, BRAZ e UFPR). Por exemplo, para a componente “Este” da estação BRAZ, a discrepância em módulo ao valor de referência reduz de 10,7 mm no modelo linear externo (VEMOS2017) para apenas 1,3 mm no modelo não linear estimado. Para a componente “Norte” da estação BELE, a redução do erro no modelo foi de 92% com a inclusão da aceleração.

Destaca-se que para aplicações que exigem acurácia milimétrica, como por exemplo, no

monitoramento geodésico de estruturas, uma redução da margem de erro da ordem de 10 mm para apenas 1 mm devido somente a atualização temporal das coordenadas para a época de referência deve ser significativa. Destaca-se que no caso do SGB, a janela temporal da data do levantamento para a época de referência (maio de 2000) já excede duas décadas. Quanto maior a janela temporal, maiores os valores de correção para as coordenadas.

Além disso, para as estações situadas em regiões de maior atividade geodinâmica, em geral as discrepâncias obtidas são decimétricas para os modelos lineares externos e centimétricas para o modelo não linear estimado. Portanto, nestes casos a inclusão da aceleração se mostrou muito significativa nos resultados.

Sobre o terceiro experimento realizado, as Tabelas 9 e 10 apresentam as discrepâncias médias obtidas em relação as coordenadas oficiais das estações em SIRGAS2000 pelo modelo estimado com velocidade e aceleração e pela média da atualização temporal do próprio serviço IBGE-PPP para as componentes Este e Norte, respectivamente. Os valores foram obtidos com base em uma média de soluções diárias em maio de 2023 (época 2023,4). Foi realizada então a regressão até a época de interesse (maio de 2000 ou 2000,4), e em seguida realizado o cálculo de média para obter as discrepâncias entre os modelos e as coordenadas oficiais. Os resultados obtidos para cada solução diária podem ser consultados nos Apêndices 1 – 3.

Tabela 9 – Média dos erros obtidos nas regressões temporais para a componente Este via PPP (em mm).

Estação	Modelo estimado	IBGE-PPP
BELE	-3,7	0,8
BRAZ	-75,0	-10,8
UFPR	-13,6	-31,7

Elaboração: Os Autores (2023).

Tabela 10 – Média dos erros obtidos nas regressões temporais para a componente Norte via PPP (em mm).

Estação	Modelo estimado	IBGE-PPP
BELE	36,7	23,2
BRAZ	8,7	3,9
UFPR	-14,1	8,0

Elaboração: Os Autores (2023).

Analisando as Tabelas 9 e 10, somente para a componente “Este” da estação UFPR o modelo não linear estimado apresentou melhores resultados do que a regressão linear realizada pelo serviço IBGE-PPP. Contudo, ressalta-se que os valores apresentados são relativos à média mensal para maio de 2023, e quando se consulta os dados diários (Apêndice 2 - 4), nota-se que o uso da aceleração fornece melhores resultados para a componente Este da estação BELE em 14 dos 31 dias analisados. No dia 15/03/2023, o serviço IBGE-PPP apresentou discrepância na coordenada Norte em relação a coordenada oficial de 312 mm para a estação BELE, enquanto o modelo com velocidade e aceleração apresentaram discrepância máxima de 81,2 mm em todo o período analisado para todas as estações.

Para uma análise mais robusta, um conjunto maior de dados deve ser considerado. Desta forma, verifica-se que a atualização temporal de coordenadas é um tema complexo e cuja modelagem adequada depende das características de cada região, mesmo para o caso do Brasil, pois um único modelo não fornece melhores resultados em todos os dias analisados. Portanto, a modelagem somente linear de longo período até então empregada pode ser revista nas realizações futuras do SGB.

4 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste trabalho, investigamos de forma inédita no cenário nacional a influência da aceleração horizontal na modelagem de séries temporais de estações GNSS ativas, comparando os resultados obtidos pelo polinômio não linear de grau 2 (com aceleração inclusa) com o polinômio linear de grau 1 (somente com velocidade). A principal vantagem dessa abordagem em relação a soluções recentes encontradas na literatura, como o modelo “multivelocidade” de De Freitas; Dal Poz e Nascimento (2022), é que menos parâmetros adicionais são necessários: somente uma aceleração ao invés de múltiplas velocidades. Além disso, não é necessário definir critérios para a divisão da série temporal em diferentes janelas para cada velocidade a ser estimada, sendo esta

uma tarefa relativamente complexa e que impacta diretamente nos resultados obtidos.

Neste sentido, destacamos a importância de *softwares* gratuitos para esta finalidade, como o *software Hector*, pois embora séries temporais de estações GNSS ativas seja um tema de pesquisa recorrente nos principais periódicos da Geodésia a nível nacional, ainda não há publicações trazendo resultados obtidos no referido *software*. Conforme esperado, a inclusão da aceleração forneceu melhoras significativas na modelagem de séries temporais de estações GNSS ativas localizadas em regiões próximas a bordas de placas tectônicas, como para as estações GNSS ativas analisadas nos territórios do Chile e do Japão.

Contudo, mesmo para as estações analisadas no território do Brasil, houve casos em que a atualização temporal de coordenadas considerando o modelo não linear (com velocidade e aceleração) apresentou melhoras significativas (de até ≈ 10 mm em termos absolutos e de até $\approx 92\%$ em termos relativos) em relação ao modelo linear convencional desprezando a aceleração. Desta forma, considerando a janela temporal atual de mais de duas décadas em relação a época de referência do SIRGAS2000 (maio de 2000), bem como aplicações que exigem acurácia milimétrica, caso, por exemplo, do monitoramento geodésico de estruturas, a principal conclusão deste trabalho é que seja incluída a modelagem não linear das estações na próxima realização do SGB, assim como foi realizado nas últimas realizações do ITRF (ITRF2014 e ITRF2020). Outra recomendação é que cada atualização do SGB não exceda uma década, como já é feito no caso do ITRF. A janela temporal atual de mais de duas décadas em relação a época de referência do SIRGAS2000 amplifica os erros no processo de atualização temporal de coordenadas.

Neste sentido, a modelagem não linear para a atualização temporal de coordenadas deve se estender para diversos produtos e serviços derivados do SGB, como por exemplo o serviço IBGE-PPP. Entretanto, ressalta-se que o padrão de deformação não linear é complexo e depende do local de cada estação, podendo ser estatisticamente significativo ou não dependendo da localização da estação GNSS ativa no Brasil. Desta forma, recomenda-se ainda a proposição de novas ferramentas para esse tipo de análise, como por exemplo, por meio de testes estatísticos para verificar a significância da aceleração ao invés dos critérios de informação de Akaike e Bayes como utilizados no *software Hector*. A vantagem de testes estatísticos sobre critérios de informação é a possibilidade de derivar medidas de confiabilidade adequadas para este caso fazendo uso da teoria de Baarda (1968), como por exemplo, para estimar a “menor aceleração detectável” do modelo. Este é um tema de pesquisa promissor considerando o atual estado da arte da Geodésia e recomenda-se investigações neste sentido. A influência do modelo estocástico assumido para a série temporal também deve ser investigada.

Por fim, recomenda-se estudos considerando o padrão de deformação 3D de estações GNSS ativas de forma “conjunta” ou de “bloco” e incluindo a componente vertical, ao invés de análises individuais e desconsiderando a componente vertical como as realizadas nesta pesquisa. Recomenda-se ainda a comparação entre as diversas estratégias possíveis de modelagem não linear: com inclusão da aceleração por meio de um polinômio de grau 2 como nesta pesquisa, por modelos de multivelocidades como em De Freitas; Dal Poz e Nascimento (2022) ou ainda por modelos de deformação pós-sísmica como em Altamimi *et al.* (2016, 2023) para as realizações recentes do ITRF.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão da bolsa de estudo, e à Universidade Federal do Paraná (UFPR) por fornecer a infraestrutura necessária à condução da pesquisa em seus laboratórios.

O segundo autor agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq pela Bolsa de Produtividade em Pesquisa (Processo 313699/2021-6).

Contribuição dos Autores

Conceptualização: IK. Investigação: EJMJJ, RRTC. Supervisão: IK, PSOJ. Redação: EJMJJ, IK. Curadoria dos dados: EJMJJ, RRTC, CGAP. Revisão do texto: PSOJ, CGAP. Todos os autores contribuíram para a análise dos resultados.

Conflitos de Interesse

Os Autores declaram ausência de quaisquer conflitos de interesse.

Referências

- ALTAMIMI, Z., REBISCHUNG, P., MÉTIVIER, L., & COLLILIEUX, X. ITRF2014: A new release of the International Terrestrial Reference Frame modeling nonlinear station motions. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 121, n. 8, p. 6109–6131, 2016.
- ALTAMIMI, Z.; REBISCHUNG, P.; COLLILIEUX, X.; MÉTIVIER, L.; CHANARD, K. ITRF2020: an augmented reference frame refining the modeling of nonlinear station motions. **Journal of Geodesy**, v. 97, n. 5, p. 47, 2023.
- ALVES, S. M. C.; SANTOS, M. C.; GEMAEL, C. A velocity field estimation of the Brazilian portion of the SOAM plate. **GPS solutions**, v. 7, p. 186-193, 2003.
- AMAGUA, C. G. P.; EURIQUES, J. F.; ALVES, S. D. C.; KRUEGER, C. P. Analysis of local surface displacement using repeated GPS measurements: a case study of the Guabirota area, Curitiba, Brazil. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 28, p. e2022005, 2022.
- AMAGUA, C. G. P.; KRUEGER, C. P.; CRIOLLO, A. R. T. Modelo Estocástico das Series de Coordenadas GPS da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 24, p. 545-563, 2018.
- BAARDA, W. A testing procedure for use in geodetic networks. **Pub. on Geod., New Series**, v. 2, n. 5, 1968.
- BEVIS, M.; BROWN, A. Trajectory models and reference frames for crustal motion geodesy. **Journal of Geodesy**, v. 88, n. 3, p. 283–311, 2014.
- BLEWITT, G.; LAVALLÉE, D. Effect of annual signals on geodetic velocity. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 107, n. B7, p. ETG 9-1-ETG 9-11, 2002.
- BLEWITT, G.; HAMMOND, W.; KREEMER, C. Harnessing the GPS Data Explosion for Interdisciplinary Science. **Eos**, v. 99, 2018.
- BLEWITT, G.; KREEMER, C.; HAMMOND, W. C.; GAZEAUX, J. MIDAS robust trend estimator for accurate GPS station velocities without step detection. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 121, n. 3, p. 2054-2068, 2016.
- BOGUSZ, J.; KLOS, A. On the significance of periodic signals in noise analysis of GPS station coordinates time series. **GPS solutions**, v. 20, p. 655-664, 2016.
- BOS, M. S. **Hector user manual version 2.1**. 2022. Disponível em <<https://teromovigo.com/hector/>>. Acesso em: jun. 2023.
- BOS, M. S.; FERNANDES, R. M. S.; WILLIAMS, S. D. P.; BASTOS, L. Fast error analysis of continuous GNSS observations with missing data. **Journal of Geodesy**, v. 87, n. 4, p. 351–360, 2013.
- BRASSAROTE, G. DE O. N. **Modelagem funcional e estocástica de séries temporais para a atualização e estimativa da componente altimétrica: aplicação no Sistema Geodésico Brasileiro**. Tese - Presidente Prudente: UNESP, 2020.
- DE FREITAS, K. X. S.; DAL POZ, W. R.; NASCIMENTO, L. A. Potencial da Utilização de Multivelocidade no Processo de Atualização Temporal de Coordenadas no PPP. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 74, n. 3, 2022.
- DREWES, H.; HEIDBACH, O. The 2009 horizontal velocity field for South America and the Caribbean. **Geodesy for Planet Earth**, Heidelberg, BL, v. 136, p. 657-664, 2012. DOI: 10.1007/978-3-642-20338-1_81.
- DREWES, H; SÁNCHEZ, L. **Velocity model for SIRGAS 2017: VEMOS2017**, Technische Universitaet Muenchen, Deutsches Geodaetisches Forschungsinstitut (DGFI-TUM), IGS RNAAC SIRGAS. 2020.

- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **IBGE-PPP: Serviço on-line para Pós-Processamento de dados GNSS: manual do usuário**. Versão maio de 2020. Disponível em: <<https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101677.pdf>>. Acesso em: jun. 2023.
- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Resolução R.PR 1/2005: Altera a caracterização do Sistema Geodésico Brasileiro**. 2005.
- JESUS JUNIOR, E. J. M., COSTA, R. R. T., KLEIN, I., & DE OLIVEIRA JR, P.S. Estimaco da Aceleraco de Estaces GNSS Ativas. In: **Anais XII Colquio Brasileiro de Ciências Geodésicas / V Simpsio Brasileiro de Geomática**, Curitiba, 2022.
- JESUS JUNIOR, E. J. M. **Estimaco e análise da acelerao horizontal em estaces GNSS de monitoramento contnuo, Dissertao (Mestrado em Ciências Geodésicas)** Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2023.
- LEHMANN, R.; LSLER, M. Multiple outlier detection: hypothesis tests versus model selection by information criteria. **Journal of surveying engineering**, v. 142, n. 4, p. 04016017, 2016.
- MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS, descrio, fundamentos e aplicaes**. 2º ed. São Paulo, SP: Editora UNESP, 2008.
- MONTILLET, J. P.; BOS, M. S. (Eds.). **Geodetic Time Series Analysis in Earth Sciences**. Cham: Springer International Publishing, 2020.
- MOREL, L.; MOUDNI, O.; DURAND, F.; NICOLAS, J.; FOLLIN, J. M.; POTTIAUX, E.; VAN BAELEN, J. On the relation between GPS tropospheric gradients and the local topography. **Advances in Space Research**, v. 68, n. 6, p. 2539-2552, 2021. DOI: 10.1016/j.asr.2021.06.010
- SELLA, G. F.; DIXON, T. H.; MAO, A. REVEL: A model for recent plate velocities from space geodesy. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 107, n. B4, p. ETG 11-1-ETG 11-30, 2002

Biografia do autor principal



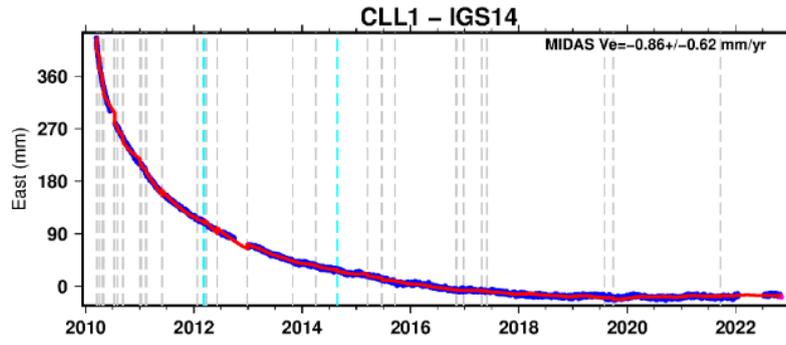
Eliel Jessé Moraes de Jesus Junior, nascido em Belém do Pará em 17/02/1991,  técnico agrimensor pelo IFPA – Instituto Federal do Pará, Sargento da Reserva, Especialista em topografia pela EEAR (Escola de Especialista da Aeronáutica), Engenheiro Civil pela UNICID (Universidade Cidade de São Paulo), Mestre em Ciências Geodésicas pela UFPR, Atualmente está com dedicao ao Doutorado em Ciências Geodésicas na UFPR,  também um profissional com notável experiência na Engenharia Civil atuando desde 2008, destacando-se nas áreas de Topografia, controle tecnolgico de obras de infraestrutura urbana, locaes em geral, geoprocessamento, geodésia, fiscalizao e gerenciamento de obras.



Esta obra está licenciada com uma Licena [Creative Commons Atribuio 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) – CC BY. Esta licena permite que outros distribuam, remixem, adaptem e criem a partir do seu trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que lhe atribuam o devido crédito pela criao original.

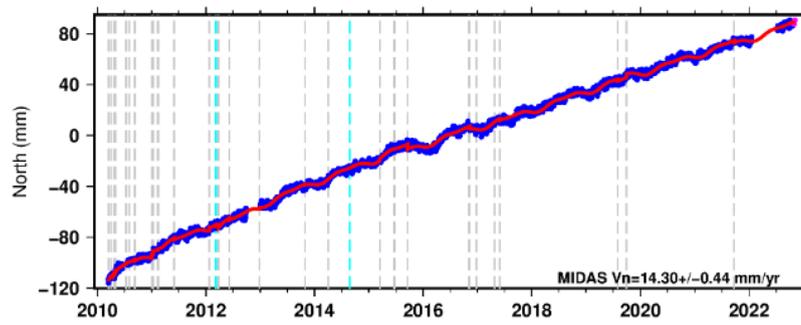
ANEXO 1 – GRÁFICOS DE COORDENADAS DA ESTAÇÃO CLL1

Figura 9 – Coordenadas Este da estação CLL1.



Fonte: NGL - (2023).

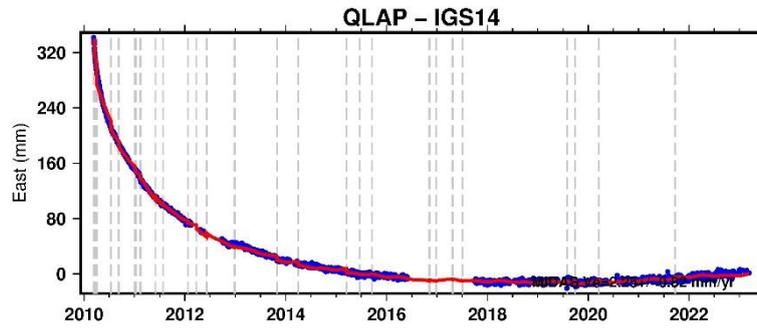
Figura 10 – Coordenadas Norte da estação CLL1.



Fonte: NGL - (2023).

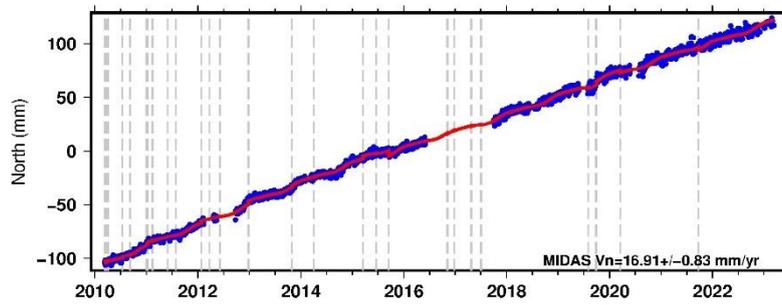
ANEXO 2 – GRÁFICOS DE COORDENADAS DA ESTAÇÃO QLAP

Figura 11 – Coordenadas Este da estação QLAP.



Fonte: NGL - (2023).

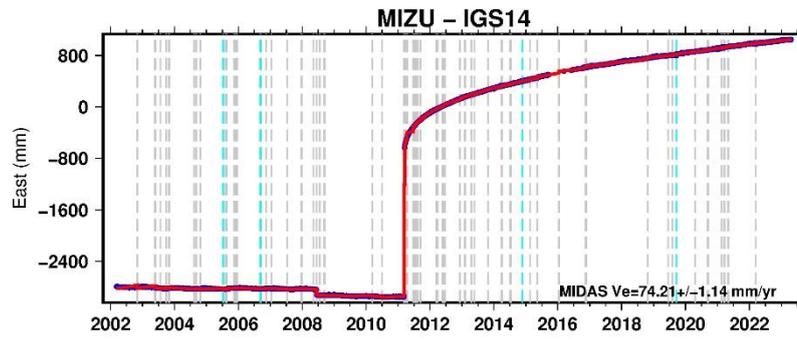
Figura 12 – Coordenadas Norte da estação QLAP.



Fonte: NGL - (2023).

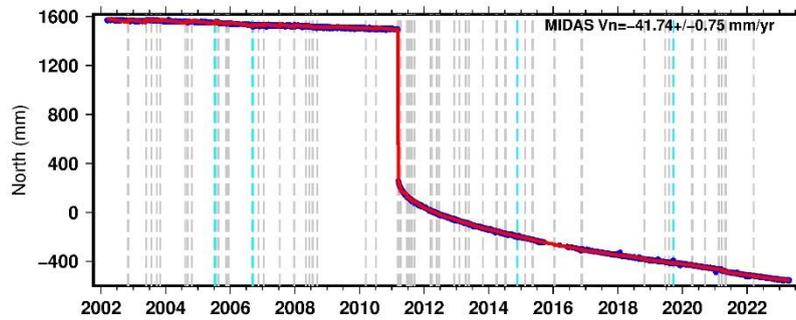
ANEXO 3 – GRÁFICOS DE COORDENADAS DA ESTAÇÃO MIZU 4

FIGURA 13 – Coordenadas Este da estação MIZU.



Fonte: NGL - (2023).

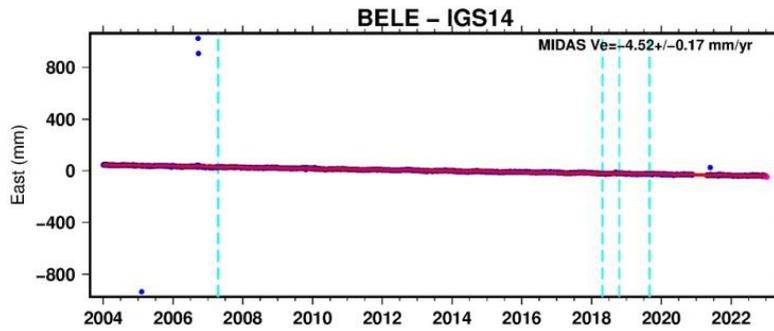
FIGURA 14 – Coordenadas Norte da estação MIZU.



Fonte: NGL - (2023).

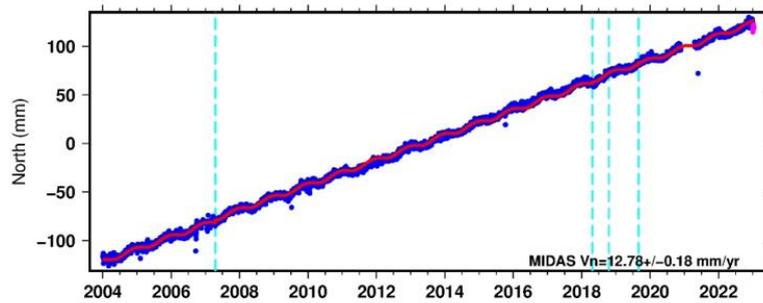
ANEXO 4 – GRÁFICOS DE COORDENADAS DA ESTAÇÃO BELE

FIGURA 15 – Coordenadas Este da estação BELE.



Fonte: NGL- (2023).

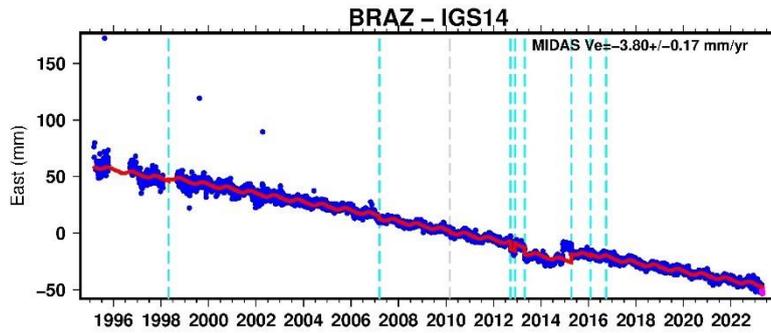
FIGURA 16 – Coordenadas Norte da estação BELE.



Fonte: NGL - (2023).

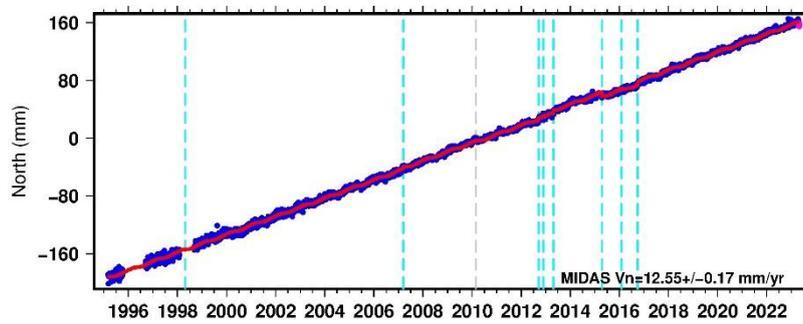
ANEXO 5 – GRÁFICOS DE COORDENADAS DA ESTAÇÃO BRAZ

FIGURA 17 – Coordenadas Este da estação BRAZ.



Fonte: NGL - (2023).

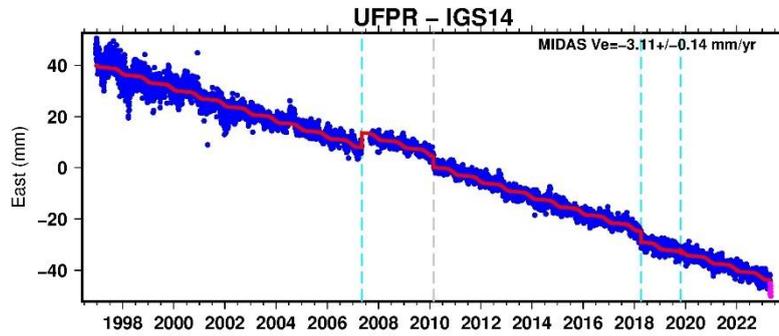
FIGURA 18 – Coordenadas Norte da estação BRAZ



Fonte: NGL - (2023).

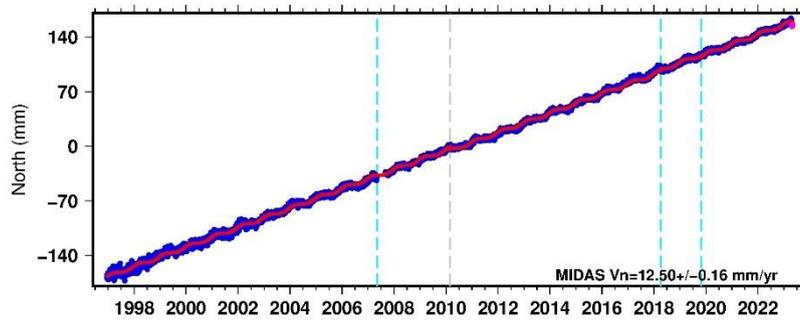
ANEXO 6 – GRÁFICOS DE COORDENADAS DA ESTAÇÃO UFPR

FIGURA 19 – Coordenadas Este da estação UFPR.



Fonte: NGL – (2023).

FIGURA 20 – Coordenadas Norte da estação UFPR.



Fonte: NGL - (2023).

APÊNDICE 1 – REGRESSÃO TEMPORAL ESTAÇÃO BELE

Quadro 1 - Regressão temporal estação BELE (época 2023,4 para a época 2000,4) via IBGE-PPP e modelo não linear estimado.

Erros Obtidos nas Regressões Temporais - Estação BELE				
	IBGE		MODEL VEL E ACEL	
DATA	Este (mm)	Norte (mm)	Este (mm)	Norte (mm)
01/05/2023	0,0	15,0	-4,9	39,3
02/05/2023*	9,0	15,0	5,1	36,3
03/05/2023	0,0	12,0	-4,9	33,3
04/05/2023*	3,0	12,0	-0,9	33,3
05/05/2023	-6,0	18,0	-10,9	39,3
06/05/2023	-3,0	12,0	-7,9	33,3
07/05/2023	-6,0	15,0	-10,9	36,3
08/05/2023	-3,0	15,0	-7,9	36,3
09/05/2023*	6,0	18,0	2,1	39,3
10/05/2023*	3,0	18,0	-0,9	39,3
11/05/2023	-3,0	15,0	-7,9	36,3
12/05/2023*	3,0	12,0	-0,9	33,3
13/05/2023	0,0	15,0	-4,9	36,3
14/05/2023*	6,0	9,0	2,1	33,3
15/05/2023*	3,0	312,0	-0,9	36,3
16/05/2023*	3,0	9,0	-0,9	33,3
17/05/2023	0,0	12,0	-4,9	36,3
18/05/2023*	3,0	12,0	-0,9	36,3
19/05/2023*	6,0	9,0	2,1	33,3
20/05/2023	0,0	12,0	-4,9	36,3
21/05/2023*	9,0	12,0	5,1	36,3
22/05/2023	0,0	12,0	-4,9	36,3
23/05/2023	-3,0	12,0	-7,9	36,3
24/05/2023	-3,0	15,0	-7,9	39,3
25/05/2023*	3,0	12,0	-0,9	36,3
26/05/2023*	9,0	15,0	5,1	39,3
27/05/2023	-6,0	12,0	-10,9	36,3
28/05/2023*	3,0	15,0	-0,9	39,3
29/05/2023	-3,0	15,0	-7,9	39,3
30/05/2023	-3,0	15,0	-7,9	39,3
31/05/2023	-6,0	18,0	-10,9	42,3
MÉDIA - Erros (mm)	0,8	23,2	-3,7	36,7
RESULTANTE 2D (mm)	23,2		36,9	

Elaboração: Os Autores (2023).

APÊNDICE 2 – REGRESSÃO TEMPORAL ESTAÇÃO BRAZ

Quadro 2 - Regressão temporal estação BRAZ (época 2023,4 para a época 2000,4) via IBGE-PPP e modelo não linear estimado.

Erros Obtidos nas Regressões Temporais - Estação BRAZ				
	IBGE		MODEL VEL E ACEL	
DATA	Este (mm)	Norte (mm)	Este (mm)	Norte (mm)
01/05/2023	-17,0	4,0	-81,2	8,3
02/05/2023	-11,0	4,0	-75,2	9,3
03/05/2023	-5,0	1,0	-69,2	6,3
04/05/2023	-8,0	1,0	-72,2	5,3
05/05/2023	-8,0	4,0	-72,2	9,3
06/05/2023	-11,0	4,0	-75,2	9,3
07/05/2023	-11,0	4,0	-75,2	9,3
08/05/2023	-11,0	4,0	-75,2	9,3
09/05/2023	-14,0	4,0	-78,2	8,3
10/05/2023	-14,0	4,0	-78,2	8,3
11/05/2023	-11,0	4,0	-75,2	9,3
12/05/2023	-11,0	7,0	-75,2	12,3
13/05/2023	-8,0	4,0	-72,2	9,3
14/05/2023	-8,0	4,0	-72,2	9,3
15/05/2023	-14,0	4,0	-78,2	8,3
16/05/2023	-11,0	4,0	-75,2	9,3
17/05/2023	-11,0	1,0	-75,2	5,3
18/05/2023	-11,0	4,0	-75,2	9,3
19/05/2023	-11,0	1,0	-75,2	5,3
20/05/2023	-11,0	4,0	-75,2	9,3
21/05/2023	-8,0	4,0	-72,2	9,3
22/05/2023	-11,0	4,0	-75,2	9,3
23/05/2023	-11,0	4,0	-75,2	9,3
24/05/2023	-8,0	4,0	-72,2	9,3
25/05/2023	-11,0	4,0	-75,2	9,3
26/05/2023	-11,0	4,0	-75,2	9,3
27/05/2023	-11,0	4,0	-75,2	9,3
28/05/2023	-11,0	1,0	-75,2	5,3
29/05/2023	-11,0	4,0	-75,2	9,3
30/05/2023	-11,0	4,0	-75,2	9,3
31/05/2023	-14,0	13,0	-79,2	13,0
MÉDIA - Erros (mm)	-10,8	3,9	-75,0	8,7
RESULTANTE 2D (mm)	11,5		75,5	

Elaboração: Os Autores (2023).

APÊNDICE 3 – REGRESSÃO TEMPORAL ESTAÇÃO UFPR

Quadro 3 - Regressão temporal estação UFPR (época 2023,4 para a época 2000,4) via IBGE-PPP e modelo não linear estimado.

Erros Obtidos nas Regressões Temporais - Estação UFPR				
DATA	IBGE		MODEL VEL E ACEL	
	Este (mm)	Norte (mm)	Este (mm)	Norte (mm)
01/05/2023*	-34,0	8,0	-15,6	-15,0
02/05/2023*	-31,0	8,0	-12,6	-15,0
03/05/2023*	-29,0	5,0	-9,6	-19,0
04/05/2023*	-31,0	8,0	-12,6	-15,0
05/05/2023*	-31,0	8,0	-15,6	-15,0
06/05/2023*	-29,0	8,0	-12,6	-15,0
07/05/2023*	-29,0	11,0	-17,6	-12,0
08/05/2023*	-29,0	8,0	-12,6	-15,0
09/05/2023*	-29,0	8,0	-12,6	-15,0
10/05/2023*	-29,0	8,0	-12,6	15,0
11/05/2023*	-78,0	8,0	-9,6	-15,0
12/05/2023*	-29,0	8,0	-12,6	-15,0
13/05/2023*	-29,0	8,0	-12,6	-15,0
14/05/2023*	-29,0	8,0	-12,6	-15,0
15/05/2023*	-29,0	5,0	-12,6	-19,0
16/05/2023*	-31,0	8,0	-15,6	-15,0
17/05/2023*	-31,0	8,0	-15,6	-15,0
18/05/2023*	-31,0	8,0	-15,6	-15,0
19/05/2023*	-31,0	8,0	-15,6	-15,0
20/05/2023*	-29,0	8,0	-12,6	-15,0
21/05/2023*	-26,0	8,0	-9,6	-15,0
22/05/2023*	-29,0	8,0	-12,6	-15,0
23/05/2023*	-29,0	8,0	-12,6	-15,0
26/05/2023*	-40,0	8,0	-23,6	-15,0
27/05/2023*	-29,0	8,0	-12,6	-15,0
28/05/2023*	-29,0	5,0	-12,6	-19,0
29/05/2023*	-26,0	8,0	-9,6	-15,0
30/05/2023*	-29,0	8,0	-12,6	-15,0
31/05/2023*	-34,0	14,0	-17,6	-9,0
MÉDIA - Erros (mm)	-31,7	8,0	-13,6	-14,1
RESULTANTE 2D (mm)	32,7		19,6	

Elaboração: Os Autores (2023).