



Densificação de RRCM a baixo custo e sem erros de centragem

RRCM densification at low cost and without centering errors

Rovane Marcos de França¹, Ivandro Klein² e Luis Augusto Koenig Veiga³

¹ Instituto Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil. rovane@ifsc.edu.br.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4867-6053>

² Instituto Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil. ivandro.klein@ifsc.edu.br.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4296-592X>

³ Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil. kngveiga@gmail.com.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4026-5372>

Recebido: 06.2023 | Aceito: 05.2024

Resumo: Em locais onde o posicionamento GNSS (*Global Navigation Satellite System*) não é adequado, como cânions urbanos, a densificação de redes de referência é realizada por medições de ângulos e distâncias com estação total. Uma das maiores fontes de erro neste sentido é o erro de centragem do ponto de estação e do prisma refletor nos pontos visados. Recentemente, França, Klein e Veiga (2023) propuseram o método das múltiplas estações livres (*multiple free station – MFS*), que elimina completamente os erros de centragem e reduz significativamente o número de medições, fornecendo melhor precisão e maior produtividade do que métodos convencionais, como triangulação e poligonação. Neste trabalho, aplicamos pela primeira vez o MFS em um problema real de densificação de redes e mostramos que o MFS atende a todos os critérios técnicos previstos na norma técnica NBR14166/2022, que trata da Rede de Referência Cadastral Municipal (RRCM). Analisamos ainda o referido método para o caso 3D com a inclusão da componente altimétrica, ao contrário de França, Klein e Veiga (2023) onde apenas o posicionamento horizontal foi considerado. Além disso, desenvolvemos, testamos e validamos um novo alvo refletor 360° de baixo custo, que reduz significativamente os custos com prismas refletores 360°. Por fim, mostramos que o MFS pode ser aplicado com as observações reais em qualquer *software* de ajustamento pelo método dos mínimos quadrados, sem a implementação e propagação das covariâncias das observações virtuais ou indiretas. Os desvios-padrões dos vértices apresentaram valor médio e máximo de 4,1 mm e 4,7 mm em planimetria e 5,7 mm e 7,6 mm em altimetria. Desta forma, considerando os aspectos de precisão, produtividade e baixo-custo aqui demonstrados, propomos a aplicação do MFS para os municípios que ainda não dispõem de RRCM com densidade compatível com a recente NBR14166/2022.

Palavras-chave: Redes geodésicas. Estação livre. Georreferenciamento. Estação total. Prisma 360°.

Abstract: In locations where GNSS (Global Navigation Satellite System) positioning is not adequate, such as urban canyons, the densification of reference networks is carried out by measuring angles and distances with a total station. In this sense, some of the largest error sources are the station point and the reflector prism on the target point centering errors. Recently, França, Klein and Veiga (2023) proposed the multiple free station (MFS) method, which eliminates centering errors and significantly reduces the number of measurements, providing better accuracy and higher productivity than conventional methods such as triangulation and traverses. In this work, we apply the MFS for the first time to a real problem of network densification and show that the MFS meets all the technical criteria of the technical standard NBR14166/2022, which deals with the Municipal Cadastral Reference Network (RRCM). We analyzed the aforementioned method for the 3D case with the inclusion of the vertical component, unlike França, Klein and Veiga (2023) where only the horizontal positioning was considered. In addition, we have developed and validated a new low-cost 360° reflector target, which significantly reduces the cost of conventional 360° reflector prisms. We also show that the MFS can be applied with real observations in any least squares adjustment software, without the implementation and propagation of covariances of virtual or indirect observations. The standard deviations presented a mean and maximum value of 4.1 mm and 4.7 mm (horizontal) and 5.7 mm and 7.6 mm (vertical). Thus, considering the accuracy, productivity, and low-cost aspects demonstrated here, we propose the application of the MFS in the densification of RRCM in municipalities that still do not have RRCM compatible with NBR14166/2022.

Keywords: Geodetic networks. Free station resection. Georeferencing. Total station. 360° Prism.

1 INTRODUÇÃO

O posicionamento GNSS (*Global Navigation Satellite System*) possibilita densificar redes de referência com maior produtividade e menor propagação de erros em relação a métodos como triangulação e poligonação, reduzindo os custos do posicionamento geodésico de forma expressiva. Porém, em áreas altamente urbanizadas, a precisão do posicionamento GNSS é degradada devido à reflexão e obstrução dos sinais (LI; YANG; ZHAN, 2024). Nestes casos, a solução continua sendo por meio da observação de ângulos e distâncias com estação total (OSADA; WESOŁOWSKA; SOŚNICA, 2019; FRANÇA; KLEIN; VEIGA, 2021), o que requer intervisibilidade entre os vértices da rede. Em áreas urbanas, essa restrição de intervisibilidade pode resultar em visadas curtas e, portanto, em um alto número de pontos de estações, sendo que a propagação de erros pode extrapolar a tolerância para certas finalidades como o cadastro territorial (KLEIN; LIMA, 2018).

Além disso, devido à falta de Rede de Referência Cadastral Municipal (RRCM) nos municípios do Brasil, muitos profissionais implantam vértices de apoio (por exemplo, por poligonação) de forma individual e privada pelos mesmos locais, o que replica os custos de forma desnecessária (FRANÇA, 2023). Países com redes de referência densas, com vértices espaçados por algumas dezenas de metros, reduzem os custos do georreferenciamento para a sociedade como um todo (ver HASENACK, 2013). No caso do Brasil, diversas reflexões sobre a densificação de redes de referência no contexto atual do posicionamento geodésico são apresentadas em Klein e Hasenack (2023).

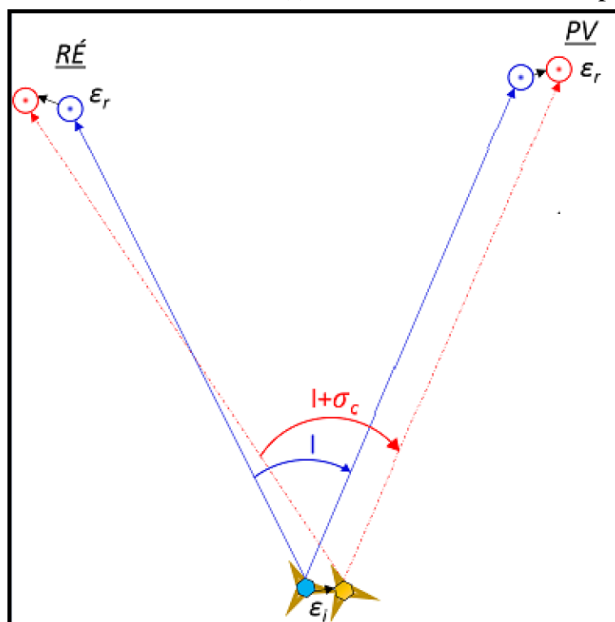
Considerando a necessidade das redes de referência, a ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) publicou a revisão da NBR 14.166 na versão 2022 (ABNT, 2022), norma técnica que trata da Rede de Referência Cadastral Municipal (RRCM) – Procedimento. Esta norma foi atualizada em relação a primeira edição de 1998, adotando os conceitos internacionais de cadastro territorial e criando uma hierarquia entre os vértices, facilitando o processo de implantação e posterior densificação da RRCM. Uma análise crítica dos principais aspectos e recomendações sobre a NBR 14166/2022 é obtida em Klein, Cabral e Hasenack (2022).

Neste contexto, muitos estudos recentes tratam da densificação de redes de referência por meio de observações de ângulos e distâncias, a exemplo de Bagherbandi *et al.* (2023). Em geral, as soluções propostas requerem a ocupação dos vértices da rede com a estação total e prismas refletivos instalados em bastões, gerando erros de centragem, que são uma das maiores fontes de erros em observações de ângulos e distâncias (GHILANI, 2017). O erro de centragem é mais crítico em distâncias de visada curtas (GARCÍA-BALBOA *et al.*, 2018), assim como em ângulos muito agudos entre os alinhamentos, muitas vezes necessários em áreas urbanas de cidades com ocupação territorial não planejada. García-Balboa *et al.* (2018) afirmam ainda que a evolução tecnológica dos equipamentos permitiu a redução de muitos erros associados à medição, porém o erro de centragem na ocupação de um vértice de referência está presente na mesma magnitude que no passado. Ruiz-Armenteros (2013) demonstrou que um erro de centragem de apenas 1 mm na ocupação de um vértice resulta em um erro angular de 16" em distâncias de 50 metros e de 29" em distâncias de 10 metros. Somente para distâncias a partir de 200 metros o erro angular resultante passa a ser desprezível. Ressalta-se que mesmo para distâncias longas o erro linear de centragem permanece, e que o mesmo não reduz aumentando a série de leituras, pois a estação total não é reinstalada em cada nova medição (GHILANI, 2017). A Figura 1 ilustra o erro de centragem nos pontos de estação, ré e vante, resultando em erros angulares e lineares nas medições.

Desta forma, para eliminar o erro de centragem, uma solução é o uso de dispositivo de centragem forçada como em campos de calibração de instrumentos e no monitoramento geodésico de estruturas. Entretanto, para uma rede de referência densa em áreas urbanas, essa estratégia se torna inviável na prática, seja pelo alto custo ou pelo espaço físico necessário para a monumentação do pilar (GRUSZCZYŃSKI, 2015).

Uma forma de minimizar o erro de centragem é por meio da realização de várias séries de observações com centragens independentes, garantindo assim a aleatoriedade do erro de centragem em cada série de observação e reduzindo o seu efeito conforme se aumenta o número destas séries. Entretanto, este procedimento resultaria em um elevado tempo de coleta de dados em campo e, portanto, em baixa produtividade. Soluções adotando imagens associadas à projeção do ponto de ocupação como em Ćmielewski *et al.* (2011), Gruszczyński (2015) e Lambrou e Nikolitsas (2017) ainda não se disseminaram no mercado, sendo implementadas nas estações totais *Trimble SX10* no ano de 2017 (detalhes em TRIMBLE, 2021).

Figura 1 – Erros linear de centragem no ponto de estação (ε_i) e nos prismas refletores (ε_r), resultando em erro angular (σ_c) no ângulo horizontal irradiado (I) entre o vértice de ré e o ponto visado a vante (PV).



Fonte: Klein e Lima (2018).

França (2023) aponta as vantagens da RRCM, bem como as limitações dos métodos de levantamento com estação total previstos na NBR14166/2022: poligonação (ver CABRAL; HASENACK, 2018); estação-livre com materialização do ponto (CABRAL; HASENACK; BOSCATTO, 2018) e método do alinhamento (CABRAL *et al.*, 2023). Ressalta-se que todos estes métodos possuem erros de centragem. Portanto, o erro de centragem ainda é um desafio na densificação de redes de referência, sobretudo em áreas urbanas devido às curtas distâncias de visada. Além disso, há poucos estudos sobre a NBR14166/2022, dado a sua recenticidade.

Neste contexto, França, Klein e Veiga (2023) propuseram o método de densificação de redes de referência por múltiplas estações livres (*multiple free station* – MFS), que elimina os erros de centragem tanto da estação total quanto do prisma refletor instalado em bastão. Entretanto, o referido estudo faz uso de “observações virtuais”, obtidas indiretamente a partir das observações originais de ângulos e distâncias, e a sua formulação matemática não está disponível em nenhum *software* comercial ou científico até o momento.

O MFS foi analisado anteriormente somente em estudos simulados, isto é, sem dados reais e desconsiderando as normativas técnicas nacionais para RRCM. Além disso, apenas o caso do posicionamento horizontal foi investigado, desconsiderando a componente vertical ou altimétrica. Por fim, o MFS foi abordado para o caso de prismas refletores 360° instalados em locais de grande visibilidade como topos de prédios e morros, sendo que o mesmo também pode ser aplicado com alvos refletores instalados em dispositivos obtidos em impressoras 3D, reduzindo significativamente o custo de densificação da rede de referência.

Desta forma, trazemos aqui quatro principais contribuições em relação ao trabalho de França, Klein e Veiga (2023): 1) aplicar o MFS com as observações reais de ângulos e distâncias ao invés das observações virtuais, considerando os *softwares* atualmente disponíveis; 2) avaliar o MFS com dados reais ao invés de dados simulados, por meio da densificação de uma rede de referência e comparação dos resultados obtidos em pontos de checagem e parâmetros da NBR14166/2022; 3) investigar o desempenho do MFS na obtenção da coordenada altimétrica dos vértices da rede; e 4) desenvolver, testar e validar uma nova solução de densificação de vértices com alvos refletores 360° instalados em dispositivos de baixo custo, obtidos por impressoras 3D.

2 O MÉTODO DE MÚLTIPLAS ESTAÇÕES LIVRES (MFS)

O MFS é utilizado na densificação de redes de referência utilizando estação total e eliminando completamente erros de centragem, permitindo ajustar os vértices de forma global ou simultânea (FRANÇA; KLEIN; VEIGA, 2023). O ajustamento global de todos os vértices resulta em covariâncias ou correlações entre as suas coordenadas, respeitando o princípio da vizinhança geodésica e minimizando os erros angulares de

orientação em levantamentos com estação total apoiados aos vértices da rede densificada (FRANÇA, 2023).

O MFS consiste em ocupar com estação total pontos não materializados e que não serão incorporados à rede de referência. A partir destes pontos de estação, realizam-se medições de ângulos e distâncias aos vértices da rede a ser densificada, onde são fixados permanentemente prismas 360° (Figura 2). Desta forma, as observações podem ocorrer de qualquer direção e sem os erros de centragem, uma vez que o ponto de estação não será incorporado a rede. Como outra vantagem, o MFS elimina a necessidade de pessoas auxiliares para ocupar os vértices com prismas refletores, aumentando a produtividade e reduzindo os custos.

Em França, Klein e Veiga (2023), o MFS foi formulado substituindo as observações “reais” de ângulos e distâncias do ponto de estação (não materializado) a cada vértice da rede por observações “virtuais” ou indiretas entre estes vértices, por meio da lei dos cossenos. Nos experimentos simulados, os referidos autores obtiveram melhor precisão (menores elipses de erros absolutas e relativas entre os vértices) do que o método da triangulação, apesar do número significativamente menor de medições necessárias, devido a eliminação do erro de centragem. Entretanto, nenhum *software* comercial ou científico disponível faz uso do conceito de observações “virtuais”, cuja implementação matemática é relativamente complexa pois envolve propagação de erros na forma matricial para obter as covariâncias entre as observações virtuais. No caso da inclusão da coordenada vertical dos vértices como aqui proposto, considera-se os desníveis obtidos por nivelamento trigonométrico (ver GHILANI, 2017; LIMA, 2020) entre o ponto de estação e cada ponto visado. Note que no caso do MFS convencional, seria necessário determinar ainda os desníveis “virtuais” entre os vértices da rede.

Desta forma, uma das contribuições desta pesquisa é investigar o MFS fazendo uso das observações “diretas” ou “reais” de ângulos e distâncias, para que o mesmo possa ser aplicado por qualquer profissional dispondo dos *softwares* atualmente disponíveis, tanto no caso horizontal ou planimétrico quanto no caso tridimensional ou planialtimétrico. Além disso, em experimentos anteriores, o MFS só foi analisado em termos de precisão (elipses de erros) e produtividade (número de pontos e visadas necessárias), mas a qualidade posicional do método não foi de fato testada com dados reais, por exemplo, comparando os resultados obtidos em pontos de checagem determinados por outras técnicas já consagradas. Destaca-se que os referidos autores França, Klein e Veiga (2023) não investigaram se o MFS poderia ser aplicado na densificação de uma RRCM de acordo com os parâmetros técnicos previstos na NBR14166/2022.

Neste contexto, a disposição dos vértices no MFS deve ser estratégica para permitir visadas a partir de várias estações livres. Portanto, os prismas devem ser fixados em superfícies estáveis como muros e edifícios, a uma altura de no mínimo 2,5m para dificultar a depredação e facilitar as visadas sem obstáculos ou obstruções. Quanto mais alto o vértice da rede estiver instalado, maior o alcance ou distância possível das direções de visada até este. Klein *et al.* (2017) implantaram uma rede de referência com prismas refletores 360° instalados no topo de edifícios e morros, fornecendo grande abrangência em região altamente urbanizada como o bairro Centro de Florianópolis/SC, com visadas possíveis para distâncias maiores do que 1 km.

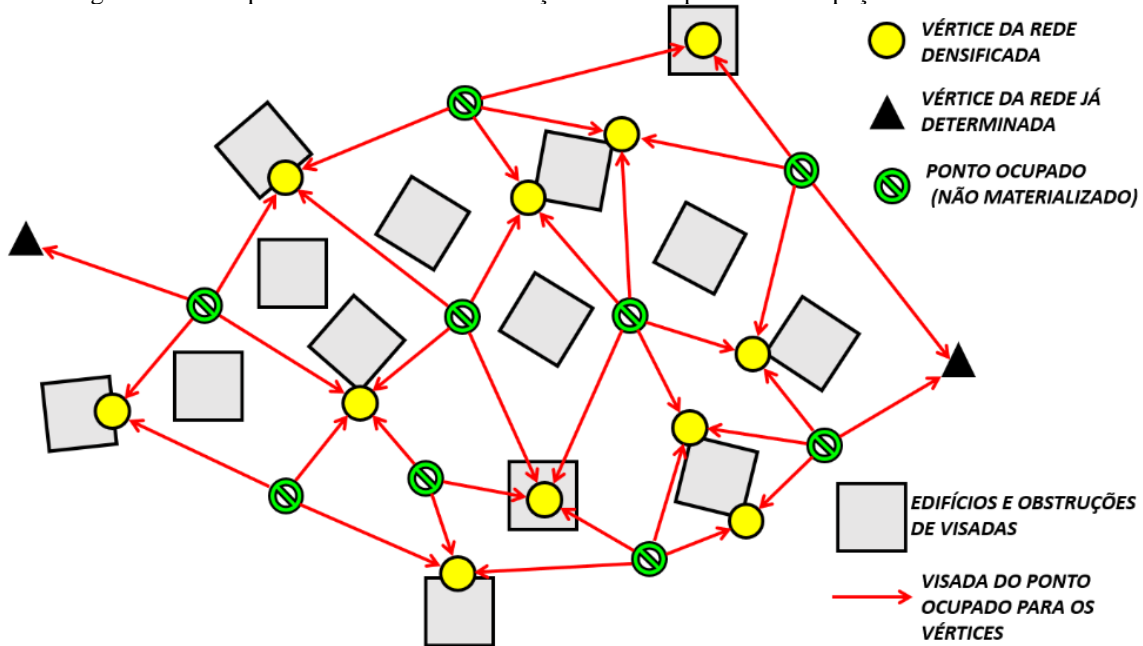
Entretanto, prismas refletores convencionais do tipo 360° possuem custo elevado e quando expostos às condições climáticas tem durabilidade reduzida. No experimento de Klein *et al.* (2017), os prismas 360° foram implantados ao longo do ano de 2016 em áreas completamente abertas, expostos diariamente ao Sol, chuva, poeira, vento e etc. Foi realizada apenas uma campanha de manutenção em novembro de 2018 e estes continuam operacionais em 2024, passados cerca de 8 anos. Destaca-se que o custo de prismas refletores 360° é relativamente alto para que essa estratégia pudesse ser replicada para todo o município de Florianópolis/SC.

Além disso, a logística de manutenção dos mesmos é uma tarefa complexa, pois os locais de instalação em geral são de difícil acesso, exigindo equipamentos de proteção individual e autorização prévia, dentre outros fatores. Um exemplo é o caso do prisma refletor 360° instalado no vértice denominado “S001”, localizado no topo de um edifício no Morro da Cruz: com o crescimento da vegetação a visada ao mesmo fica obstruída durante alguns meses do ano (Figuras 3a, 3b e 3c).

Desta forma, para que o MFS possa ser aplicado em qualquer local ou município e a baixo custo, foi desenvolvido um novo modelo de alvo refletor 360°, instalado em dispositivo modelado e produzido em impressora 3D e cujo projeto está disponível gratuitamente para a comunidade, sendo esta outra contribuição da presente pesquisa. Ressalta-se que as duas abordagens podem inclusive ser aplicadas de forma complementar como realizado neste estudo: a estratégia de Klein *et al.* (2017) fornece a implantação da RRCM por meio dos vértices superiores, conforme relatado em Klein (2022); enquanto a metodologia aqui proposta

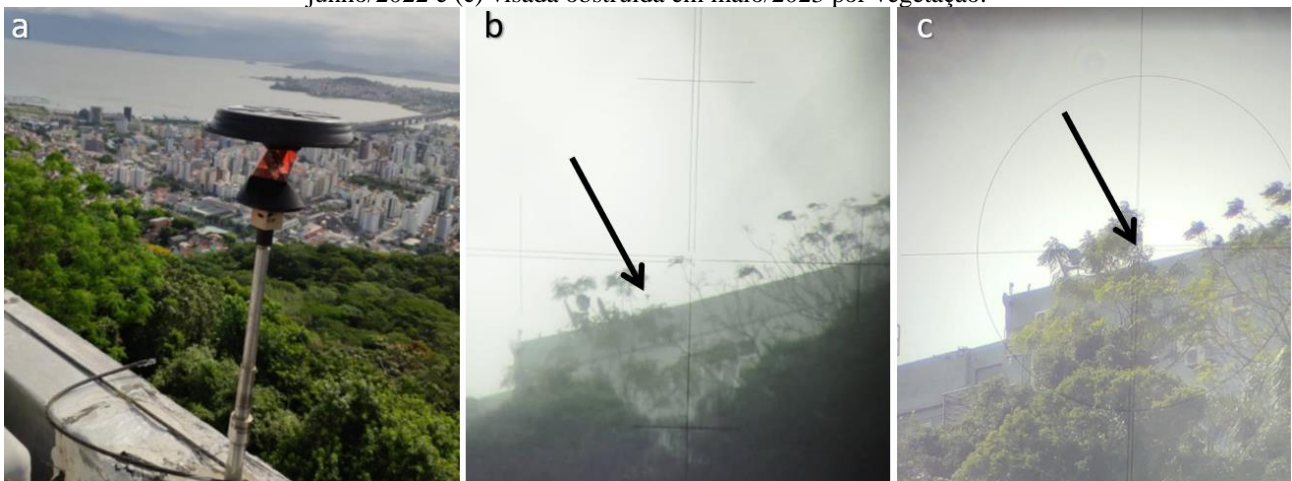
fornece a densificação da RRCM por meio dos vértices principais e de apoio (para detalhes ver ABNT, 2022).

Figura 2 – Exemplo de vértices de densificação de rede e pontos de ocupação no método MFS.



Fonte: adaptado de França, Klein e Veiga (2023).

Figura 3 – (a) prisma 360° instalado no alto do Morro da Cruz, (b) visada possível realizada no vértice S001 em junho/2022 e (c) visada obstruída em maio/2023 por vegetação.



Elaboração: os autores (2023).

3 ALVO REFLETOR 360° DE BAIXO CUSTO

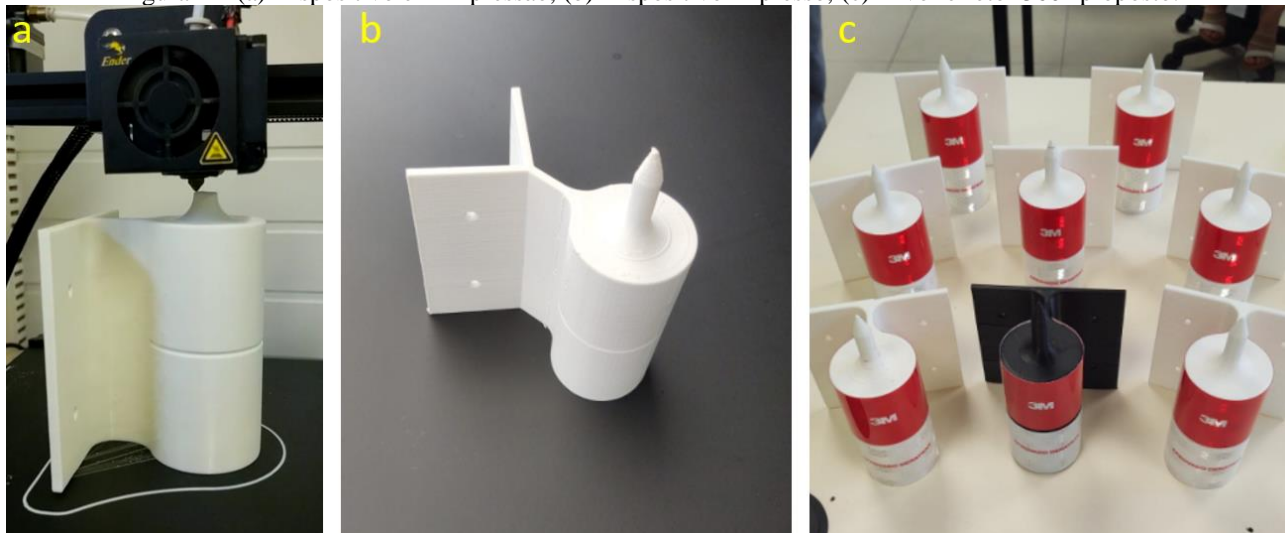
O alvo refletor 360° de baixo custo proposto consiste em uma fita refletiva fixada em um dispositivo produzido em impressora 3D (Figura 4). Foram desenvolvidos dois modelos: reto para o uso no meio de uma parede (Figuras 4a e 4c) e o quina para extremidades com 90° (Figura 4b). A modelagem do dispositivo foi realizada no *software Autodesk Fusion 360™*. Para a colimação horizontal foi modelada uma haste centrada e para a colimação vertical têm-se um friso para colar as fitas adesivas com duas cores diferentes, permitindo a colimação no ponto oculto de forma excêntrica pelas tangentes do cilindro (Figura 5). Destaca-se que o ponto de referência do alvo, cujas coordenadas 3D são determinadas, é o centroide do cilindro.

A parte cilíndrica do dispositivo possui 100 mm de altura e 50 mm de diâmetro, e a haste de colimação possui 40 mm de altura e 10 mm de diâmetro. O filamento utilizado para a impressão foi o poliéster PETG (Polietileno Tereftalato de Etileno Glicol) XT, que suporta temperatura operacional de até 80°C com baixa variação dimensional térmica (SANTANA *et al.*, 2018). Para o retorno do sinal da estação total na medição linear foi aplicado um adesivo refletivo utilizado para sinalização em caminhões, conforme resoluções 128 e

316 do CONTRAN (Conselho Nacional de Trânsito). O modelo adotado foi a faixa refletiva 3M Grau Diamante™ Conspicuity 983-326, constituída de uma película micro prismática. Para determinar a constante do alvo refletor considerando o centro do dispositivo como ponto de referência, foi utilizada a metodologia de 3 pontos colineares (FRANÇA *et al.*, 2022, p. 31) onde se confirmou a constante de +25 mm (isto é, metade do diâmetro) para estações totais que não sejam do fabricante *Leica*.

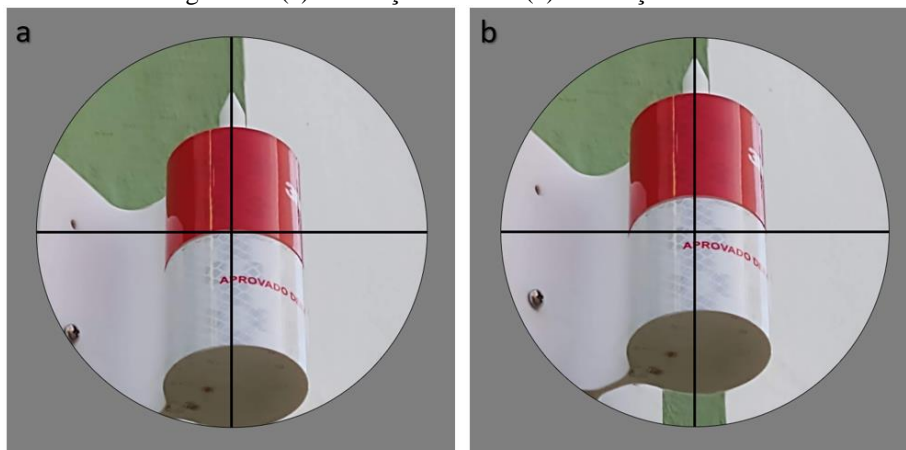
O orçamento para a produção do modelo proposto em abril de 2023 foi de aproximadamente R\$ 85,00 por unidade, incluindo o adesivo refletivo. Prismas refletores convencionais do tipo 360° possuem preço altamente variável no mercado nacional, mas em geral com valor acima de R\$ 2.000,00 por unidade, podendo exceder os R\$ 10.000,00 por unidade dependendo da qualidade do produto. O projeto do dispositivo para impressão 3D está disponível gratuitamente em: <https://drive.google.com/drive/folders/1s2f49AuO6F-IYukijTiTUKpOPQnd7dDU>.

Figura 4 – (a) Dispositivo em impressão, (b) Dispositivo impresso, (c) Alvo refletor 360° proposto.



Elaboração: os autores (2023).

Figura 5 – (a) colimação errada e (b) colimação correta.



Elaboração: os autores (2023).

A impressão foi realizada com extrusor 4 mm, 4 paredes e 4 camadas iniciais e finais. O *infill* adotado foi de 20% do tipo *honeycomb* (Figura 6), visando minimizar os efeitos de dilatação térmica e economia de impressão, mas garantindo a estrutura da peça. O teste de dilatação térmica foi realizado com o ajuste da temperatura requerida do meio e mantendo o alvo durante 2 horas na mesma temperatura para equilíbrio térmico. Os ambientes utilizados para mudança da temperatura do meio foram estufa, refrigerador e freezer, sendo a temperatura medida com um termômetro de espeto do fabricante ION (Figura 7a). Após as 2 horas de exposição do alvo a temperatura em estufa, refrigerador ou freezer, o mesmo era retirado para a medição da temperatura em 4 pontos da superfície com um termômetro digital infravermelho do fabricante *Benetech*, com o objetivo de obter a temperatura média da superfície (Figura 7b). O diâmetro foi medido com paquímetro

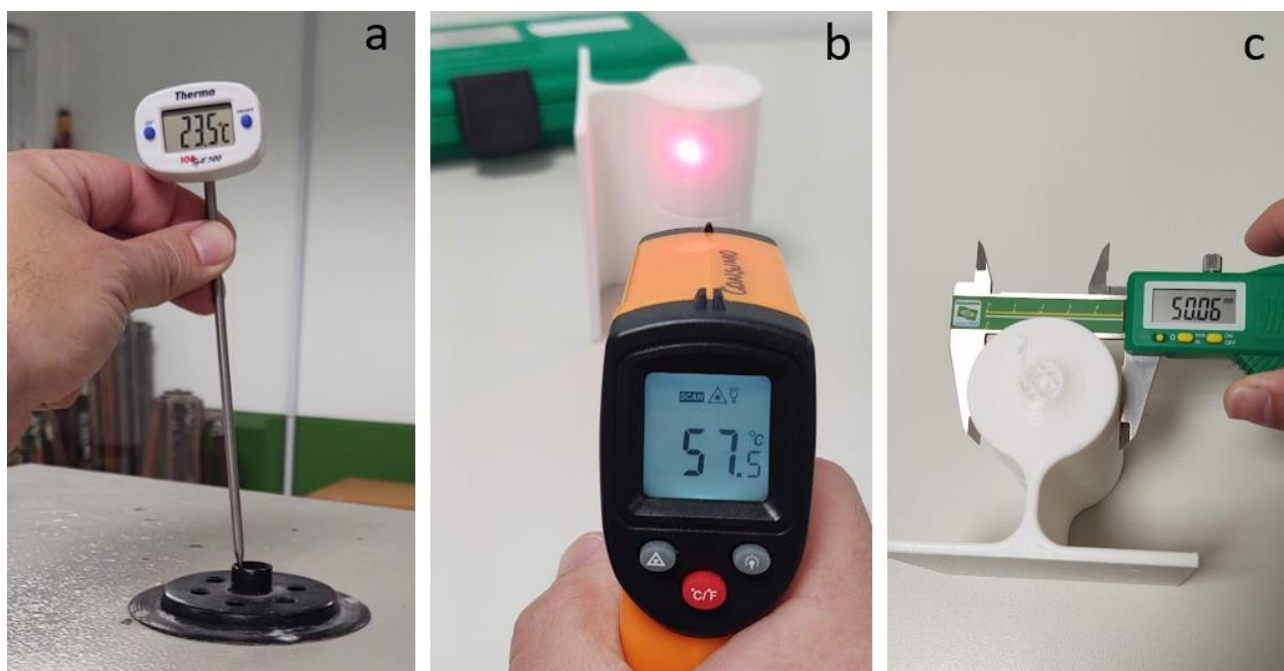
digital do fabricante *Pantec* na parte superior e inferior do alvo para considerar o diâmetro médio (Figura 7c).

Figura 6 – *infill* tipo *honeycomb*.



Elaboração: os autores (2023).

Figura 7 – medições da temperatura do meio (a), da temperatura da superfície (b) e do diâmetro do alvo (c).



Elaboração: os autores (2023).

As variações da constante do alvo “c” em função da temperatura do meio podem ser observadas na Tabela 1. Nota-se que as variações obtidas foram inferiores a 0,5 mm, não sendo significativas para a faixa de temperaturas do meio ambiente possíveis de se executar medições em campo.

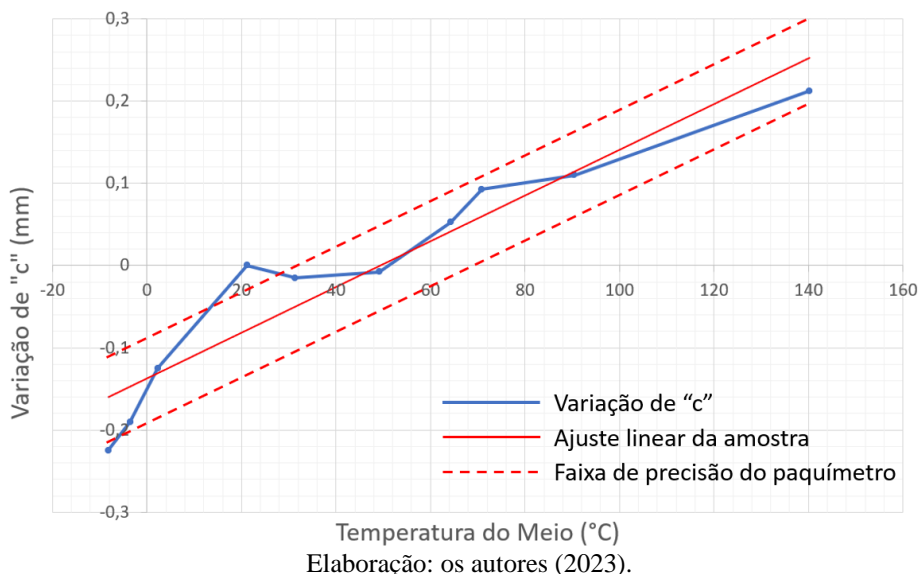
Tabela 1 – Variação dimensional do alvo em função da variação térmica.

Temperatura do meio (°C)	Temperatura da superfície (°C)	Diâmetro do alvo (mm)	Varição de "c" (mm)
-8,2	-6,4	49,83	-0,23
-3,5	3,1	49,87	-0,19
2,3	6,3	49,93	-0,13
21,2 (ambiente)	18,6	50,06	0,00
31,4	27,5	50,03	-0,01
49,2	42,3	50,04	-0,01
64,3	55,0	50,16	0,05
70,9	62,9	50,24	0,09
90,5	76,2	50,28	0,11
140,3	111,3	50,48	0,21

Elaboração: os autores (2023).

A Figura 8 ilustra a variação da constante do alvo (“c”) em função da dilatação térmica. Observa-se que 8 das 10 leituras situam-se dentro da “faixa de precisão” do paquímetro ($\pm 0,05$ mm) a partir do ajuste de uma reta. Considerando um nível de confiança de 68% associado a precisão ou desvio-padrão do paquímetro, apenas 2 das 10 leituras situarem-se fora da faixa de precisão está completamente dentro do esperado em termos estatísticos. Portanto, como a variação da constante do alvo foi de apenas 0,44 mm para uma amplitude térmica da ordem de $148,5^\circ$, considera-se que a constante obtida de +25 mm é válida para qualquer medição.

Figura 8 – Gráfico de variação da constante do alvo (“c”) em função da temperatura do meio.



4 A IMPORTÂNCIA DO DESVIO DA VERTICAL

As medições de ângulos e distâncias com estação total utilizam um referencial baseado na vertical local (SEEBER, 2003 p.21); enquanto levantamentos georreferenciados com GNSS utilizam um referencial definido a partir da normal elipsoidal (SEEBER, 2003 p.10). A compatibilização é realizada por meio da correção do Desvio da Vertical (DV), que é o ângulo formado entre a vertical local e a normal ao elipsoide (FEATHERSTONE, 1999; SEEBER, 2003 p. 26). O DV é tradicionalmente representado por meio de duas componentes, denominadas 1º vertical (η) na direção oeste-leste e meridiana (ξ) na direção sul-norte. França, Klein e Veiga (2021; 2022) mostraram a importância prática do DV em levantamentos georreferenciados com estação total, onde a negligência desta fonte de erro pode resultar em erros sistemáticos de até 45 ppm (partes por milhão) no Brasil ou até 187 ppm em outros locais do mundo, para ângulos verticais de 20° em relação ao horizonte da estação total. Apesar destas possíveis magnitudes de erros, em geral os *softwares* comerciais de processamento de dados e os *softwares* internos das estações totais desconsideram os efeitos do DV.

Diversos métodos foram propostos para a obtenção do DV (ver AWANGE, 1999; FEATHERSTONE, 1999; HIRT; SEEBER, 2008; ALBAYRAK, 2020), porém, com campanhas de campo por múltiplas técnicas geodésicas e/ou astronômicas com equipamentos de alto custo, não convencionais no mercado e/ou de difícil transporte para aplicações práticas. Entretanto, França, Klein e Veiga (2022) demonstram que utilizando as componentes do DV obtidas pelos atuais Modelos Globais de Geopotencial (MGG), o erro causado pelo DV no posicionamento geodésico horizontal com estação total em geral fica abaixo de 2 ppm, sendo perfeitamente compatível com a precisão das estações totais atualmente disponíveis. O uso de MGG traz enorme facilidade na redução do efeito do DV, pois é de acesso gratuito e não requer campanhas de campo, fornecendo resultados adequados para a finalidade proposta de densificação de RRCM. Osada, Wesołowska e Sośnica (2019) também obtiveram resultados satisfatórios com o uso do DV via MGG no georreferenciamento com estação total.

Além disso, na metodologia aqui proposta com alvos refletor 360° de baixo custo, o efeito do DV é reduzido em relação a metodologia de Klein *et al.* (2017) com prismas refletor 360° em locais de grande visibilidade como topo de morros e prédios, pois as distâncias medidas em geral são menores, bem como o ângulo de elevação da visada em relação ao horizonte da estação total. Esse fato também reduz outra importante fonte de erro sistemático, especialmente no caso da componente altimétrica, que é o efeito da refração

atmosférica, diretamente dependente da distância inclinada e do desnível entre a estação e o alvo refletor (ver WIGGERS; FAGGION; DA CRUZ, 2020; BAGHERBANDI *et al.*, 2023).

Para extrair dados dos MGG, o ICGEM (*International Centre for Global Earth Models*) disponibiliza um serviço *online* e gratuito com vários modelos, bastando informar as coordenadas geodésicas latitude, longitude e altitude do ponto, disponível em: <http://icgem.gfz-potsdam.de/home> (ICGEM, 2023). Detalhes sobre o efeito do DV em medições lineares e angulares são obtidos em Featherstone (1999).

5 METODOLOGIA

Esta seção apresenta os materiais utilizados, área do experimento, planejamento da rede, campanha de campo, processamento dos dados e resultados obtidos nos experimentos realizados.

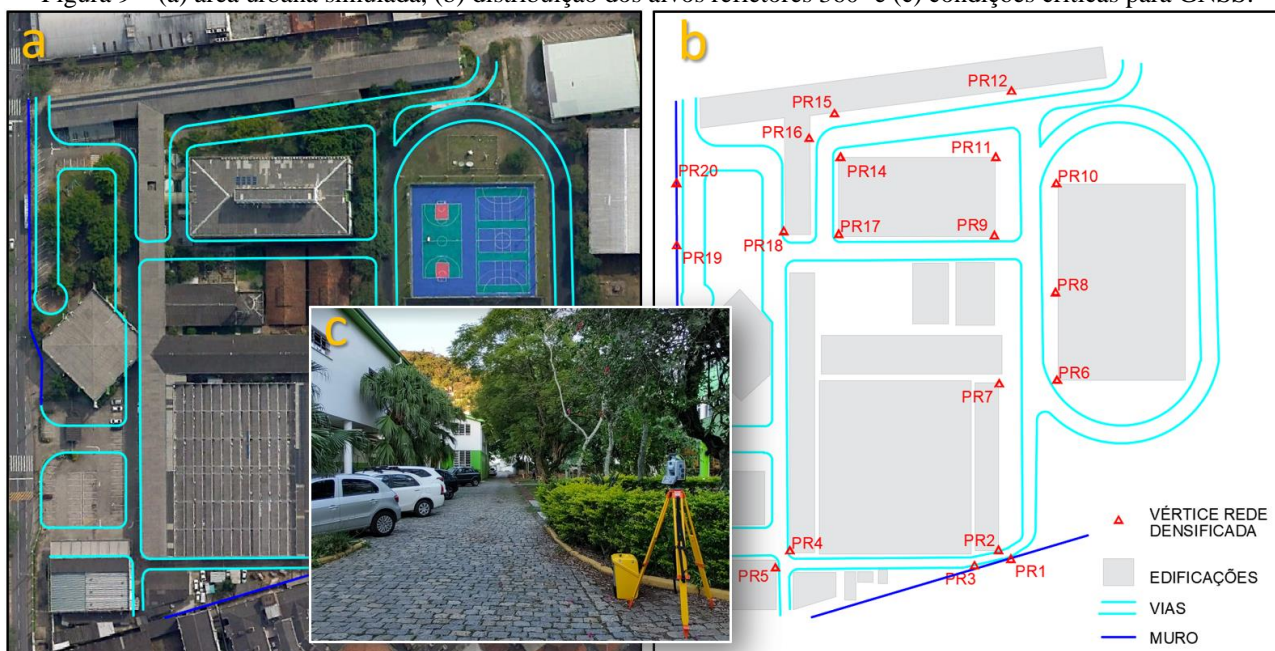
5.1 Materiais utilizados

Foram utilizados 20 alvos refletores 360°, sendo 8 do tipo quina (Figura 4b) e 12 do tipo reto (Figuras 4a,c). As observações em campo foram realizadas com uma estação total *Trimble S7* com precisão nominal linear de $\pm(1 \text{ mm} + 2 \text{ ppm})$ e angular de $\pm 5''$, instalada em tripé de madeira com base nivelante. Para as visadas aos pontos de checagem, foi utilizado um prisma refletor *Trimble 360° 58128001* instalado em bastão telescópico de fibra de carbono apoiado em tripé, além de uma miniestação meteorológica CCS para a redução dos efeitos da refração atmosférica.

5.2 Área do experimento

Para a densificação de uma rede de referência real, adotou-se uma área urbanizada (Figura 9a) na qual o posicionamento GNSS não atenderia as condições de rastreamento estipuladas na NBR14166/2022 (ver ABNT, 2022). Desta forma, no *campus* Florianópolis do IFSC, foram simuladas vias irregulares (Figura 9b) típicas de áreas urbanas densas e não planejadas, com árvores, muros e edificações, formando assim uma condição crítica para o posicionamento GNSS conforme os parâmetros contidos na NBR14166/2022 (ver a Figura 9c).

Figura 9 – (a) área urbana simulada, (b) distribuição dos alvos refletores 360° e (c) condições críticas para GNSS.



Elaboração: os autores (2023).

5.3 Planejamento da rede

O planejamento iniciou com a localização dos vértices, considerando que em qualquer lugar do sistema viário (ou muito próximo deste) houvesse dois ou mais vértices da rede visíveis para a inicialização de um novo levantamento pelo método da estação livre. Na Figura 9b temos a distribuição resultante dos vértices instalados em edifícios e muros após o planejamento inicial da rede de referência a ser densificada.

Nesta região, já existe uma rede densa para as aulas do Curso Técnico em Agrimensura do IFSC, composta por vértices superiores (S), principais (P) e de apoio (A), implantados e ajustados conforme a NBR 14166/2022. Apesar de ser de acesso público, esta não é uma RRCM oficial do município de Florianópolis. A consulta aos vértices pode ser obtida em: <http://sites.florianopolis.ifsc.edu.br/agrimensura/rede-ifsc/>. Detalhes técnicos sobre a NBR14166/2022 fogem do escopo deste trabalho, mas podem ser obtidos em ABNT (2022).

Neste estudo, foi possível realizar medições para 4 vértices superiores que são prismas 360° fixados em pontos estratégicos no alto de edificações (denominados S002, S004, S005, S006), sendo que detalhes sobre estes são obtidos em Klein *et al.* (2017) e Klein (2022). Dentro do *campus* também há um vértice superior denominado S003 que está materializado por um marco de concreto no solo. O S003 é o único vértice da rede com altitude normal (H^N) determinada em relação a uma referência do nível do Sistema Geodésico Brasileiro (no caso, RN 9303V). Desta forma, temos 5 vértices superiores como inunções planimétricas e 1 vértice superior como inunção altimétrica no ajustamento da rede, sendo os vértices a serem ajustados do tipo “Principal” (P) de acordo com a NBR14166/2022.

Além disso, outros 8 vértices da rede previamente existente (dos tipos Principal e Apoio) também foram visados, servindo como pontos de checagem da qualidade do MFS. Na Figura 10a é possível observar os pontos de estação (círculos em ciano) e as linhas de visadas aos vértices materializados por alvos refletores; enquanto na Figura 10b pode-se observar as linhas de visadas aos vértices Superiores que serviram de inunção no ajustamento. Nota-se a geometria irregular em função dos obstáculos, típica de áreas altamente urbanizadas.

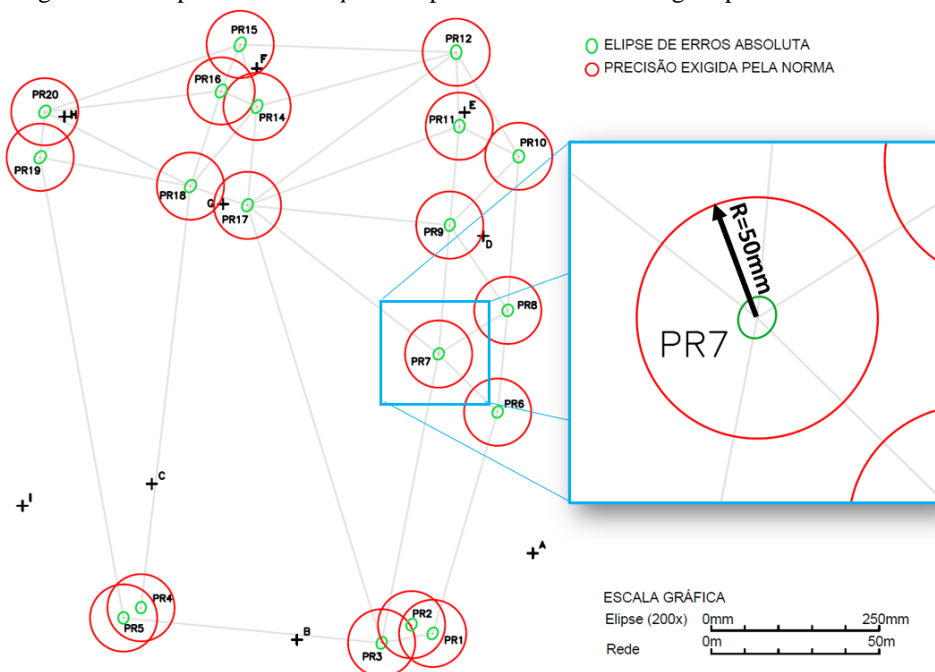
Com a localização já definida para os vértices, foi realizada a simulação *a priori* da qualidade da rede para verificar se a geometria, o equipamento disponível e a metodologia adotada atenderiam aos critérios técnicos da NBR14166/2022. O processamento computacional da simulação foi realizado no *software* educacional gratuito *Adjust* (CG CONSULTING, 1995). Na Figura 11 podemos concluir que o método MFS atende com grande margem de segurança a precisão horizontal (2D) de 50 mm exigida pela NBR14166/2022.

Figura 10 – Visadas nos vértices densificados (10a) e visadas nos vértices Superiores que serviram de inunção (b).



Elaboração: os autores (2023).

Figura 11 – Elipses de erros *a priori* e precisão horizontal exigida pela NBR14166/2022.



Elaboração: os autores (2023).

5.4 Campanha de campo

As fixações dos 20 alvos refletores 360° foram executadas em cerca de três horas, com altura de pelo menos 2,5 m em relação ao solo. Desta forma, transeuntes e veículos (típicos de áreas urbanizadas) deixam de ser obstáculos para as visadas com a estação total (Figura 12). Ressalta-se que a materialização de 20 vértices por abordagens convencionais previstas na NBR14166/2022, como marco de concreto, certamente excederia três horas de trabalho. Utilizando pinos, parafusos ou chapas metálicas para poligonação ou triangulateração, a materialização dos vértices ocorre de forma mais rápida, porém todas estas formas resultam em um tempo maior de planejamento para otimizar as visadas e ocupações, visto que no MFS não há necessidade de garantir intervisibilidade entre os vértices da rede e nem mesmo entre os pontos de estação. A instalação ocorreu em outubro de 2021 para verificar a durabilidade dos refletores impressos em áreas externas sujeitas a diversas condições climáticas. As medições ocorreram em maio de 2023 e estes continuam plenamente operacionais em abril de 2024, ou seja, 2 anos e 6 meses após a instalação sem qualquer manutenção, nem mesmo limpeza.

Em cada ocupação foram introduzidas a temperatura e a pressão atmosférica coletadas na miniestação meteorológica diretamente na estação total para as correções atmosféricas. As observações foram executadas em 8 horas e 19 minutos de trabalho. Foram realizadas no mínimo 4 séries de leituras conjugadas em cada visada, totalizando 520 observações entre vértices superiores da rede existente (injunções), vértices da rede a ser densificada (alvos refletores 360°) e pontos de checagem (vértices principais e/ou de apoio pré-existent).

Figura 12 – prisma 360° instalado a 2,5 m de altura, evitando obstáculos.



Elaboração: os autores (2023).

Ressalta-se que no MFS as medições podem ser realizadas por um único profissional, sem necessidade de nenhuma pessoa auxiliar, resultando em alta produtividade, pois os prismas 360° nos vértices da rede existente e os alvos refletor 360° da rede a ser densificada já foram previamente fixados. Os métodos convencionais previstos na NBR14166/2022 também podem ser executados por apenas um profissional, entretanto, com duas desvantagens em relação ao MFS: 1) necessidade de estação total robótica, cujo custo ainda é elevado no mercado nacional; 2) necessidade do profissional se deslocar por todos os vértices de visada, envolvendo deslocamentos de centenas de metros em cada ponto de estação. Além disso, em áreas urbanas é recomendável um profissional próximo à estação total por segurança e para evitar acidentes com os transeuntes.

5.5 Processamento dos dados

O ajustamento das observações para obter as coordenadas dos vértices foi realizado no *software* educacional gratuito *Adjust*. Para a entrada dos dados no referido *software*, é necessário fazer uma preparação das observações para adequá-las ao referencial das coordenadas de inunção e ao formato de arquivo do *Adjust*, conforme será brevemente relatado a seguir. Detalhes e exemplos são obtidos em CG Consulting (1995).

5.5.1 PREPARAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES

Com os dados brutos exportados da estação total (distância inclinada, ângulo zenital e direção horizontal), as observações foram importadas no *software Excel* para os cálculos necessários. Foram calculadas as leituras médias para cada leitura conjugada de posição direta e inversa, e então a leitura média de cada observação a ser ajustada, incluindo o seu respectivo desvio padrão amostral. Com a altitude de cada ocupação, foram aplicados os fatores de redução da distância horizontal ao elipsoide (ver BASELGA; OLSEN, 2021).

As coordenadas planimétricas dos vértices Superiores estão em SIRGAS2000 no sistema UTM (Universal Transversa de Mercator), que é o sistema de coordenadas do município. Desta forma, foi necessário corrigir o efeito do DV das medições. Pela pequena extensão da rede, não houve variação significativa do DV: o valor da componente 1° vertical é $\eta = -1,4''$ e da componente meridiana é $\xi = 3,0''$, obtidos no ICGEM pelo MGG XMG2019e. Este modelo foi escolhido por ser recente e bem validado na literatura (FRANÇA; KLEIN; VEIGA, 2022). Desta forma, para cada azimute de visada, foi corrigida a influência do DV sobre a distância elipsoidal e sobre o ângulo horizontal conforme o formulário contido em Featherstone (1999).

Após isto, as distâncias sobre o elipsoide foram transformadas para UTM aplicando o fator de escala ou deformação linear k da projeção para cada um dos alinhamentos em função das coordenadas dos vértices. A partir das direções horizontais de visada aos vértices, foram calculados os ângulos formados entre os alinhamentos em cada uma das ocupações, não sendo necessárias reduções angulares em função da propriedade conforme do sistema UTM e do tamanho das distâncias envolvidas (BASELGA; OLSEN, 2021).

Os desníveis entre cada ponto de estação e cada ponto visado foram obtidos em função da média das distâncias inclinadas e da média dos ângulos zenitais de visada, conforme formulário contido em Ghilani (2017). Como os pontos de estação não foram materializados, considerou-se a altura do instrumento como nula em todos os casos. A altura do alvo refletor 360° também é nula, pois o ponto de referência é o centroide deste.

5.5.2 AJUSTAMENTO DAS OBSERVAÇÕES

O ajustamento foi realizado pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) por meio do modelo paramétrico ou de Gauss-Markov, considerando os desvios-padrões amostrais obtidos para as observações de ângulos, distâncias e desníveis na formulação da matriz peso. As inunções adotadas foram do tipo absolutas conforme estipulado na NBR14166/2022, garantindo assim o princípio da vizinhança e aumentando o poder de detecção de erros pela análise dos resíduos das observações (KLEIN; CABRAL; HASENACK, 2022).

No caso do *software Adjust*, dois arquivos de entrada diferentes foram utilizados, um contendo as inunções, distâncias e ângulos horizontais para o ajustamento planimétrico e outro contendo as inunções e os desníveis para o ajustamento altimétrico dos vértices. Detalhes sobre o ajustamento pelo MMQ e o formato de arquivos do *Adjust* são obtidos em Ghilani (2017). Os dados e arquivos utilizados estão disponíveis em: https://drive.google.com/drive/folders/1kCXCRNG9nNY_IGh4gQCqRTxYMZDnwj1H?usp=sharing.

5.6 Resultados obtidos

No relatório do *Adjust*, têm-se para cada vértice as coordenadas ajustadas, precisões (desvios-padrões) e elipses de erros ao nível de confiança desejado, nesse caso estipulado em 95%. Na Tabela 2, têm-se a estatística das precisões obtidas (excluindo os pontos de estação). As precisões variaram na coordenada Norte (N) de 2,8 mm a 3,4 mm; na coordenada Este (E) de 1,6 mm a 3,5 mm; e na planimetria (resultante horizontal ou 2D) de 3,5 mm a 4,7 mm. Esta precisão ao nível milimétrico atende facilmente o limiar de 50 mm da NBR14166/2022 para a precisão planimétrica dos vértices, conforme a análise prévia de planejamento da rede realizada. Na altitude normal (H^N), as precisões obtidas também foram ao nível milimétrico, embora ligeiramente piores do que as precisões planimétricas, conforme esperado em medições com estação total. O valor máximo de 7,6 mm também atende facilmente o limiar de 50 mm estipulado pela NBR14166/2022.

Tabela 2 – Estatística das precisões dos vértices (em mm).

Estatística	SN	SE	S _{2D}	S _{H^N}
Máximo	3,4	3,5	4,7	7,6
Mínimo	2,8	1,6	3,5	5,1
Médio	3,1	2,6	4,1	5,7
Desvio padrão	0,2	0,5	0,3	0,7
1º quartil	3,0	2,2	3,9	5,2
Mediana	3,1	2,7	4,0	5,5
3º quartil	3,2	3,1	4,3	5,7
Percentil 90%	3,3	3,3	4,7	7,1

Elaboração: os autores (2023).

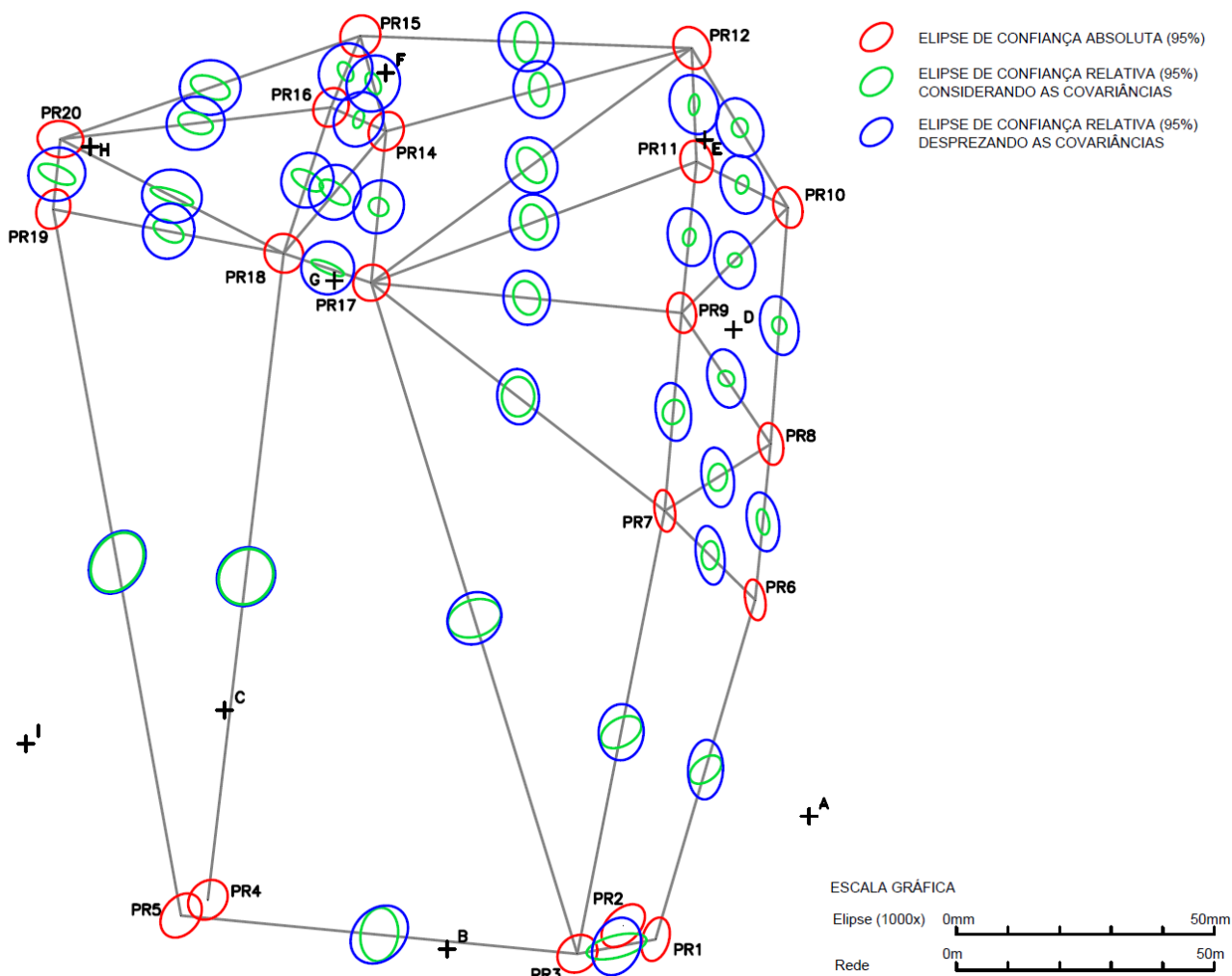
Aplicando o código em *Python* desenvolvido por França (2022) e utilizando a matriz de variâncias e covariâncias dos vértices gerada no *software Adjust*, foram obtidas as elipses de confiança absolutas e relativas (Figura 13). As elipses relativas entre os vértices com áreas menores e menos achatadas fornecem melhores resultados em termos de homogeneidade como preconizado no princípio da vizinhança geodésica (FRANÇA, 2023). É possível observar que poucas elipses de erros absolutas ou relativas tiveram achatamento acentuado.

Visando demonstrar a importância de o ajustamento ser realizado de forma global, isto é, um ajustamento único (simultâneo) para todos os vértices da rede, foram geradas ainda as elipses de erros relativas desprezando as covariâncias entre as coordenadas de diferentes vértices. Essa situação com covariâncias nulas entre coordenadas de diferentes vértices ocorreria se os mesmos fossem ajustados de forma independente, por exemplo, por meio de diversos ajustamentos individuais pelo método da estação-livre convencional ou por poligonais distintas (FRANÇA, KLEIN, VEIGA, 2023).

Observa-se que na região do *campus* onde a rede não foi densificada com vértices (entres os alinhamentos PR4 – PR18 e PR5 – PR19 na Figura 13), as elipses de confiança relativas considerando as covariâncias e desprezando as covariâncias entre os vértices são praticamente iguais, pois as covariâncias destes se aproximam de zero. Nas demais regiões, as elipses relativas considerando as covariâncias entre os vértices são sempre menores, o que reforça a importância de uma rede densa, com vértices bem distribuídos e com ajustamento simultâneo das múltiplas estações livres.

No alinhamento PR9 – PR10 (Figura 13) é onde ocorre a maior diferença entre as elipses relativas, sendo o respectivo comparativo numérico apresentado na Tabela 3. Analisando os resultados contidos na Tabela 3, nota-se que a área da elipse relativa desprezando a covariância entre os vértices é 12 vezes maior e o achatamento é 27% maior. Este experimento demonstra a vantagem de métodos de densificação de redes que permitem o ajustamento global (simultâneo) de todos os vértices como o MFS e a triangulação em relação a métodos tradicionais previstos na NBR14166/2022 como poligonação, estação-livre convencional e método do alinhamento. No caso dos métodos previstos na NBR14166/2022, diversos ajustamentos seriam necessários para a determinação de todos os vértices, fornecendo maiores elipses de erros relativas entre estes. Detalhes sobre os métodos de levantamentos com estação total previstos na NBR14166/2022 fogem do escopo deste trabalho, mas podem ser obtidos, por exemplo, em Klein *et al.* (2017); Ghilani (2017); Cabral e Hasenack (2018); Cabral; Hasenack e Boscatto (2018); Lima (2020); Cabral *et al.* (2023) e ABNT (2022).

Figura 13 – Elipses de confiança absolutas e relativas *a posteriori*.



Elaboração: os autores (2023).

Tabela 3 – Comparativo das elipses de confiança relativa com e sem covariância no alinhamento PR9 – PR10. Nota: Su é o semieixo maior e Sv é o semieixo menor da elipse.

Dimensão da elipse relativa	Su (mm)	Sv (mm)	Área (mm ²)	Achatamento
Considerando covariância	1,4	1,3	5,7	1,1
Desprezando covariância	5,6	3,9	68,5	1,4

Elaboração: os autores (2023).

Para cada observação, o relatório do *Adjust* também apresenta o resíduo ajustado. Desta forma, pode-se calcular o resíduo normalizado, definido aqui como a razão (em módulo) entre o resíduo e o desvio-padrão da respectiva observação. Na Tabela 4, pode-se analisar a estatística dos resíduos das distâncias, ângulos horizontais e dos desníveis. No caso de observações cujo resíduo normalizado excedeu o valor 3 no primeiro ajustamento, estas tiveram os seus respectivos desvios-padrões aumentados de forma que o resíduo normalizado não excedesse o valor 3, conforme estipulado na NBR14166/2022, sendo realizado então um novo ajustamento (ver KLEIN; CABRAL; HASENACK, 2022). Ressalta-se que os dados da Tabela 2 também são relativos a esse último cenário. O fator de variância *a posteriori* do ajustamento foi $\hat{\sigma}^2 = 3,986$ (horizontal) e $\hat{\sigma}^2 = 6,846$ (vertical), sendo devidamente considerado no cálculo dos desvios-padrões dos pontos pelo próprio *software Adjust* no relatório de saída com os resultados. Para detalhes sobre o modelo de relatório e a estratégia de ajustamento pelo MMQ empregada no *software Adjust*, ver CG Consulting (1995) e Ghilani (2017).

Nota-se que os resíduos dos desníveis em geral apresentaram valores milimétricos, embora algumas distâncias de visadas fossem da ordem de centenas de metros. Portanto, estes experimentos inéditos e com dados reais, com precisões e resíduos ajustados ao nível milimétrico, demonstram a aplicabilidade do MFS na densificação de redes tridimensionais ou planialtimétricas.

Tabela 4 – Estatística dos resíduos (em módulo) das observações ajustadas

Estatística	Distâncias (mm)		Ângulos (")		Desníveis (mm)	
	Resíduo	Resíduo Normalizado	Resíduo	Resíduo Normalizado	Resíduo	Resíduo Normalizado
Máximo	9,8	2,9	12,1	2,8	11,0	2,0
Mínimo	0,2	0,2	0,1	0,0	0,0	0,0
Médio	2,4	1,3	2,5	0,7	1,1	0,5
Desvio padrão	2,4	0,8	2,5	0,7	2,2	0,5
1° quartil	0,7	0,6	0,6	0,2	0,1	0,1
Mediana	1,4	1,2	1,7	0,5	0,4	0,4
3° quartil	3,3	1,9	3,1	0,9	0,8	0,8
Percentil 90%	5,3	2,4	5,5	1,7	3,3	1,4

Elaboração: os autores (2023).

Analisando ainda os resultados das Tabelas 3 e 4, nota-se que em geral os resíduos máximos para as observações são maiores do que os desvios-padrões máximos para os vértices. Isso ocorre por dois motivos: os resíduos das observações dependem diretamente da qualidade das medições efetuadas, enquanto os desvios-padrões dos vértices dependem do vetor das observações somente de forma indireta pelo fator de variância *a posteriori* (ver, por exemplo, GHILANI, 2017; LIMA, 2020). Além disso, o planejamento efetuado resultou em uma rede com configuração geométrica satisfatória, uma vez que temos desvios-padrões próximos para a grande maioria dos vértices. Nota-se ainda que, em geral, a média é significativamente maior do que a mediana para os resíduos das observações; enquanto a média e a mediana são muito próximas para os desvios-padrões dos vértices. Isso ocorre porque a média é mais sensível a valores extremos do que a mediana, sendo que os resíduos das observações apresentaram maior amplitude do que os desvios-padrões dos vértices.

Por fim, para análise da qualidade externa do MFS, foram medidos 8 vértices previamente existentes para checagem, sendo 6 vértices do tipo P (Principal) e 2 do tipo A (Apoio) conforme a NBR14166/2022. Na Tabela 5, pode-se observar as discrepâncias das coordenadas UTM nas componentes Norte (Δ_N), Este (Δ_E) e na resultante planimétrica ou 2D: $\Delta_{2D} = \sqrt{(\Delta_N^2 + \Delta_E^2)}$, assim como o método de determinação do ponto de checagem. Analisando a Tabela 5, nota-se que 4 dos 8 pontos de checagem apresentaram discrepância planimétrica milimétrica (<10 mm), sendo a maior discrepância obtida de 22 mm, completamente compatível com a precisão estipulada de 50 mm na NBR14166/2022.

A análise da qualidade externa do MFS na componente vertical não foi possível de ser realizada, pois para atender a NBR14166/2022, deveria ser realizado o nivelamento geométrico a partir de ao menos duas referências de nível do Sistema Geodésico Brasileiro. Entretanto, a segunda referência de nível mais próxima em “estado bom”, segundo o banco de dados geodésicos do IBGE (RN 2005G), encontra-se a mais de 5 km do local da rede. Além disso, o transporte de altitudes por nivelamento geométrico envolveria situações adversas: a travessia do Morro da Cruz ou a paralisação do trânsito para a travessia do túnel Antonieta de Barros. Portanto, este transporte de altitudes por vários quilômetros para atender aos parâmetros técnicos da NBR14166/2022 e com isso poder analisar a qualidade altimétrica externa do MFS foge do escopo deste trabalho, sendo uma recomendação para trabalhos futuros.

Tabela 5 – Discrepâncias nas componentes horizontais dos pontos de checagem.

Vértice	Δ_N (mm)	Δ_E (mm)	Δ_{2D} (mm)	Método de determinação
P001	-14,0	-14,0	19,8	Estação Livre
P005	-9,0	4,0	9,8	Estação Livre
P006	-4,0	-6,0	7,2	Estação Livre
P007	-1,0	0,0	1,0	Estação Livre
P008	3,0	3,0	4,2	Estação Livre
P012	6,0	-11,0	12,5	Estação Livre
A011	-14,0	-17,0	22,0	Estação Livre
A019	-10,8	-8,2	13,6	Poligonação

Elaboração: os autores (2023).

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho, propomos um método de densificação de RRCM a baixo custo e sem erros de centragem. O termo “baixo custo” refere-se ao novo tipo de alvo refletor 360° desenvolvido, testado e validado nesta pesquisa, de custo significativamente mais baixo do que prismas refletores 360°. Neste contexto, o método das múltiplas estações livres (*multiple free station* – MFS) foi aplicado pela primeira vez com dados reais ao invés de simulados, fornecendo precisão planimétrica melhor ou igual a 4,7 mm nos 20 novos vértices de densificação e discrepâncias planimétricas de no máximo 22 mm em relação a 8 pontos de checagem pré-existentes. Destaca-se que os pontos de checagem não possuem ajustamento simultâneo, não havendo covariâncias entre as suas coordenadas, o que prejudica o princípio da vizinhança. Portanto, não podemos considerar as coordenadas dos pontos pré-existentes como sendo de melhor qualidade do que as obtidas nesta pesquisa, servindo esta comparação apenas como mais um parâmetro (referência externa) para validação do MFS na densificação de RRCM. No caso da componente altimétrica, a precisão obtida em cada vértice foi melhor ou igual a 7,6 mm, demonstrando assim a aplicabilidade do MFS em redes 3D ou planialtimétricas.

Além disso, no ajustamento para a densificação da rede proposta, foram consideradas as observações reais ao invés das observações “virtuais” como em França, Klein e Veiga (2023), demonstrando que o MFS pode ser solucionado em qualquer *software* de ajustamento pelo MMQ com as equações convencionais de ângulos, distâncias e desníveis. Desta forma, o profissional não precisa recorrer a implementação de rotinas computacionais próprias para obter as observações virtuais e sua respectiva matriz de covariância.

Destaca-se que o MFS atendeu a todos os critérios técnicos estipulados na NBR14166/2022 para a densificação de vértices da RRCM onde o posicionamento GNSS não é permitido, com três principais vantagens sobre os métodos de estação total previstos na referida norma (poligonação, estação-livre convencional e método do alinhamento): 1) elimina importantes fontes de erros na centragem da estação total e do alvo refletor; 2) permite um ajustamento global ou simultâneo de todos os vértices, reduzindo as elipses de erros relativas entre estes; 3) aumenta a produtividade pois pode ser realizado por apenas um profissional, mesmo sem dispor de estação total robótica e sem envolver o deslocamento e ocupação dos vértices de visada.

Além disso, a materialização de vértices por meio do novo alvo refletor 360° desenvolvido, testado e validado nesta pesquisa possui três vantagens sobre a proposta de prismas refletores 360° em locais de grande visibilidade como topo de morros e prédios de Klein et al. (2017): 1) custo unitário significativamente menor; 2) maior facilidade na logística de implantação e de manutenção; 3) permite visadas mais curtas e próximas ao horizonte, reduzindo os efeitos do desvio da vertical e da refração atmosférica sobre o ângulo zenital, fontes de erro geralmente negligenciadas nos *softwares* comerciais ou internos da estação total.

Desta forma, como o MFS pode ser aplicado em qualquer *software* que fornece o ajustamento pelo MMQ, considerando as vantagens em termos de precisão, produtividade e custos aqui apresentadas, recomenda-se que o mesmo seja adotado nos locais que carecem de uma RRCM densificada de acordo com a atual NBR14166/2022, situação essa que abrange a maioria dos municípios do Brasil, considerando que esta norma técnica ainda é muito recente. Neste contexto, ressalta-se que o projeto para impressão 3D do alvo refletor 360° desenvolvido nesta pesquisa encontra-se disponível gratuitamente em: <https://drive.google.com/drive/folders/1s2f49AuO6F-IYukijTiTUkpOPQnd7dDU>.

Como sugestão para trabalhos futuros, recomenda-se o desenvolvimento matemático para a determinação de desníveis virtuais entre os vértices da rede a ser densificada, estendendo o estudo de França, Klein e Veiga (2023) para redes 3D, bem como a análise da qualidade externa da componente vertical do MFS em relação a vértices com altitudes normais determinados rigorosamente de acordo com a NBR14166/2022.

Além disso, destaca-se que o MFS possui diversas outras aplicações além da densificação de RRCM, como por exemplo, redes locais para locação e controle de obras ou monitoramento geodésico de estruturas, uma vez que a constante do alvo refletor apresentou variação inferior a 0,5 mm para amplitudes térmicas da ordem de 148°C. Outro exemplo de aplicação é o registro ou georreferenciamento de nuvens de pontos 3D, seja em ambiente *indoor* como em túneis e galerias ou em ambiente *outdoor* como em sistemas de mapeamento móvel. No caso, instala-se os prismas refletores para a densificação da rede por MFS e posteriormente instala-se nos mesmos vértices as esferas de referência para o escaneamento das cenas (ver, por exemplo, o sistema: <https://ats.se/products-scan-reference-system.html>).

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio com as impressões 3D dos alvos realizadas pelo Laboratório IFMaker do IFSC, assim como a disponibilidade de equipamentos e apoio operacional na instalação dos alvos em campo.

O segundo autor agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq pela Bolsa de Produtividade em Pesquisa (Processo 313699/2021-6).

Contribuição dos Autores

O presente manuscrito foi elaborado com a contribuição de todos os autores. R.M.F.: curadoria dos dados, investigação, software, redação e edição; I.K.: conceptualização, supervisão, análise formal, metodologia, análise crítica do artigo, redação e edição; L.A.K.V.: revisão, validação e análise crítica do artigo.

Importante destacar que todos os autores leram e concordam com a versão publicada do manuscrito.

Conflitos de Interesse

Não há conflito de interesse.

Referências

- ALBAYRAK, M. **Assessment of global gravity models in coastal zones: A case study using astrogeodetic vertical deflections in İstanbul**. 2020. 194p. Tese. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, 2020. Disponível em: <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezSorguSonucYeni.jsp> Acesso em: 07 abr. 2023.
- ABNT. Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 14166: Rede de Referência Cadastral Municipal - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2022.
- AWANGE, J. Partial Procrustes Solution of the Threedimensional Orientation Problem from GPS/LPS Observations. In: GRAFAREND, E. W.; KRUMM, F. W.; SCHWARZE, V. S. **Geodesy - The Challenge of the 3rd Millennium**, Berlin, Heidelberg: Springer, 2019. pp 277-286. https://doi.org/10.1007/978-3-662-05296-9_28.
- BASELGA, S.; OLSEN, M. J. Approximations, errors, and misconceptions in the use of map projections. **Mathematical Problems in Engineering**, 1-12, 2021. <https://doi.org/10.1155/2021/1094602>
- BAGHERBANDI, M. *et al.* Physical and Geometric Effects on the Classical Geodetic Observations in Small-Scale Control Networks. **Journal of Surveying Engineering**, 149(1), 2023. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)SU.1943-5428.0000407](https://doi.org/10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000407)
- CABRAL, C. R.; HASENACK, M.; BOSCATTO, F. **Estação-livre**. Florianópolis: Publicação do IFSC, 2018. Disponível em <http://sites.florianopolis.ifsc.edu.br/agrimensura/livro-digital-estacao-livre/> Acesso em: 23 maio 2023.
- CABRAL, C. R.; HASENACK, M. **Poligonais**. 2ª Edição. Florianópolis: Publicação do IFSC, 2018. Disponível em <http://sites.florianopolis.ifsc.edu.br/agrimensura/livro-digital-poligonais/> Acesso em: 23 maio 2023.
- CABRAL, C. R. *et al.* O método do alinhamento para a densificação de rede de referência cadastral municipal – RRCM. **Revista Brasileira de Geomática**, 11(1), 2023. <https://doi.org/10.3895/rbgeo.v11n1.15647>
- CG CONSULTING. **Adjust versão 7.1.1**. 1995. Disponível em <https://wilkesbarre.psu.edu/academics/surveying/free-tools> Acesso em: 10 dez. 2020.
- ĆMIELEWSKI, K. *et al.* Laser plummet testing with the use of the optoelectronic elements. **Reports on**

Geodesy. z. 1/90. 93-100, 2011.

- FEATHERSTONE, W. E. **The use and abuse of the vertical deflections**. In: Sixth South East Asian Surveyors' Congress Fremantle, 6, 1999. Western. pp. 1-12. 1999. Disponível em: <http://www.earthsurvey.us/deflecge/Featherstone.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2023.
- FRANÇA, R. M. **Redes geodésicas horizontais em áreas urbanas: uma nova proposta para a densificação**. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2023. 117p.
- FRANÇA, R. M. **Elipses relativas a partir da MVC do Adjust**. Python Code. 2022. Disponível em https://colab.research.google.com/drive/1Xaex8XnFv_kpZUOJ9TdQ0qck0b3H6vuR?usp=sharing Acesso em: 24 maio 2023.
- FRANÇA R. M.; *et al.* **Princípios de geodésia elementar**. 2ª Edição. Florianópolis: Publicação do IFSC, 2022. Disponível em <http://sites.florianopolis.ifsc.edu.br/agrimensura/livro-digital-principios-de-geodesia-elementar/> Acesso em: 23 maio 2023.
- FRANÇA, R. M.; KLEIN, I.; VEIGA L. A. K. The influence of the deflection of the vertical on geodetic surveys in Brazil. **Boletim de Ciências Geodésicas**, 27(spe), 2021. <https://doi.org/10.1590/s1982-21702021000s00020>
- FRANÇA, R. M.; KLEIN, I.; VEIGA L. A. K. Quality of the deflection of the vertical obtained from global geopotential models in horizontal geodetic positioning. **Applied Geomatics**, 14, 795–810, 2022. <https://doi.org/10.1007/s12518-022-00473-9>
- FRANÇA, R. M.; KLEIN, I.; VEIGA L. A. K. Horizontal reference networks densification by multiple free stations. **Journal of Surveying Engineering**, 149(4), 2023. <https://doi.org/10.1061/JSUED2.SUENG-1461>
- GARCÍA-BALBOA, J.L., *et al.* A Field Procedure for the Assessment of the Centring Uncertainty of Geodetic and Surveying Instruments. **Sensors**. 18(10), 3187, 2018. <https://doi.org/10.3390/s18103187>.
- GHILANI, C. D. **Adjustment Computations: Spatial Data Analysis**. 6ª ed. New York: John Wiley & Sons, 2017. 695 p.
- GRUSZCZYŃSKI, W. Method for precise determination of eccentric instrument set-ups, **Survey Review**, 47:342, 185-194, 2015. <https://doi.org/10.1179/1752270614Y.0000000108>
- HASENACK, M. **A Cartografia Cadastral no Brasil**. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013. 201p.
- HIRT, C.; SEEBER, G. Accuracy analysis of vertical deflection data observed with the Hannover Digital Zenith Camera System TZK2-D. **Journal of Geodesy**, 82, 347–356, 2008. <https://doi.org/10.1007/s00190-007-0184-7>
- ICGEM. International Centre for Global Earth Models. **Calculation of Gravity Field Functionals**. Disponível em: <http://icgem.gfz-potsdam.de/calcpoints> Acesso em: 18 abr. 2023.
- KLEIN, I. *et al.* Rede de referência municipal para estações-livres: uma proposta de baixo custo e de grande abrangência. **Revista Brasileira de Cartografia**, 69, 519-533, 2017. <https://doi.org/10.14393/rbcv69n3-44346>
- KLEIN, I.; LIMA, A. P. B. Estudos iniciais sobre a incerteza posicional dos vértices de imóveis urbanos a luz do SINTER. In: **Anais do XIII COBRAC**, Florianópolis 21-24 Out, 2018.
- KLEIN, I.; CABRAL, C. R.; HASENACK, M. A nova versão da NBR14166/2022: Principais aspectos e recomendações. In: **Anais do XV COBRAC**, Florianópolis 7-9 Nov, 2022.
- KLEIN, I. Agrimensura em ação: implantação de vértices superiores para rede de referência municipal. **Revista Caderneta de Agrimensura**, 1, 19-20, 2022.
- KLEIN, I. HASENACK, M. Ainda necessitamos de redes densificadas ao nível local?! In: **Anais do XII SAPGU**, Porto Alegre, 06-10 Nov, 2023. ISBN: 978-65-5973-335-4
- LAMBROU, E.; NIKOLITSAS, K. Detecting the centring error of geodetic instruments over a ground mark

- through a tribrach-based optical plummet. **Applied Geomatics** 9, 237–245, 2017. <https://doi.org/10.1007/s12518-017-0197-8>
- LIMA, A. P. B. **Avaliação do método da estação livre para a densificação de uma rede de referência cadastral municipal**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes e Gestão Territorial, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2020. 91p.
- LI, S.; YANG, R.; ZHAN, X. Characterization of multi-band GNSS multipath in urban canyons using the 3D ray-tracing method. **GPS Solutions**, 28(49), 2024. <https://doi.org/10.1007/s10291-023-01590-7>
- OSADA, E.; WESOŁOWSKA, M. O.; SOŚNICA, K. (2019) Gauss–Helmert Model for Total Station Positioning Directly in Geocentric Reference Frame Including GNSS Reference Points and Vertical Direction from Earth Gravity Model. **Journal of Surveying Engineering**, 145(4), 04019013, 2019. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)SU.1943-5428.0000287](https://doi.org/10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000287)
- RUIZ-ARMENTEROS A. M.; *et al.* Contribution of instrument centring to the uncertainty of a horizontal angle. **Survey Review**, 45:331, 305-314, 2013. <https://doi.org/10.1179/1752270613Y.0000000041>
- SANTANA, L.; ALVES, J.L.; SABINO NETTO, A.C.; MERLINI, C. Estudo comparativo entre PETG e PLA para Impressão 3D através de caracterização térmica, química e mecânica. **Revista Matéria**, v.23, n.4, 2018. <https://doi.org/10.1590/S1517-707620180004.0601>.
- SEEBER, G. **Satellite Geodesy: foundations, methods, and applications**. 2ª ed. Berlin: Ed. Walter de Gruyter, 2003. 589 p. ISBN: 9783110175493. <https://doi.org/10.1515/9783110200089>.
- TRIMBLE. **Trimble SX10/SX12 Scanning Total Station In-Field Calibration Guide**. Sunnyvale, CA, USA, 2021. Disponível em: http://trl.trimble.com/docushare/dsweb/Get/Document-966380/SX10SX12_InField_Calibration_Guide_FINAL2.pdf Acesso em: 23 maio 2023.
- WIGGERS, D.; FAGGION, P. L.; DA CRUZ, W. Análise do Índice de Refração Vertical no Monitoramento de Barragens: Estudo de Caso UHE Governador Jayme Canet Junior. **Anuário do Instituto de Geociências**, v. 43, n. 3, p. 303-312, 2020. http://doi.org/10.11137/2020_3_303_312

Biografia do autor principal



Rovane Marcos de França nasceu em Tubarão (SC) em 1973. Técnico em Estradas e em ETEC, Técnico em Geomensura pelo CEFETSC, Engenheiro Civil pela UNISUL, Mestre em Engenharia pela UFSC e Doutor em Ciências Geodésicas pela UFPR. Possui experiência e desenvolve pesquisa em Cadastro Territorial, Topografia, Escaneamento a Laser 3D, Fotogrametria e BIM para Infraestrutura. Atua como professor do IFSC no Curso Técnico de Agrimensura e no Curso Técnico em Geoprocessamento do IFSC no Campus Florianópolis (SC).



Esta obra está licenciada com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) – CC BY. Esta licença permite que outros distribuam, remixem, adaptem e criem a partir do seu trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que lhe atribuam o devido crédito pela criação original.