



O Estabelecimento do IHRF no Brasil: Situação Atual e Perspectivas Futuras

The Establishment of the IHRF in Brazil: Current Situation and Future Perspectives

Gabriel do Nascimento Guimarães¹, Denizar Blitzkow², Ana Cristina Oliveira Cancoro de Matos³, Valéria Cristina Silva⁴ e Mariana Eiko Borba Inoue⁵

1 Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Civil, Uberlândia, Brasil. gabriel@ufu.br.

ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-4380-4650>

2 Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, São Paulo, Brasil. dblitzko@usp.br.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1412-3063>

3 Centro de Estudos em Geodesia, São Paulo, Brasil. acocmatos@gmail.com.

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-0040-588X>

4 Universidade de São Paulo, Programa de Pós-graduação em Engenharia de Transportes, São Paulo, Brasil. vsilva2@usp.br.

ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1499-6956>

5 Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-graduação em Agricultura e Informações Geoespaciais, Monte Carmelo, Brasil. marieiko.borba24@hotmail.com.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2008-3769>

Recebido: 03.2022 | Aceito: 06.2022

Resumo: O estudo e a compreensão dos aspectos geodinâmicos no planeta requerem referenciais geodésicos globais com uma ordem de acurácia melhor do que a magnitude dos efeitos e com confiabilidade. A Associação Internacional de Geodésia é a responsável pela infraestrutura geodésica para o monitoramento do sistema Terra, mais especificamente, por fornecer sistemas de referência para a análise e a modelagem consistente de fenômenos e processos globais que afetam o campo de gravidade da Terra. Nesse sentido, este trabalho tem como objetivo esmiuçar um dos atuais esforços que a comunidade geodésica tem se debruçado nos últimos anos, que é o estabelecimento de um sistema de referência internacional para altitudes e como esses esforços trazem relevantes benefícios também nas áreas ambientais, sociais e econômicas. Em vista disso, a definição do sistema (resoluções, convenções e constantes), bem como a sua realização (infraestrutura e formulação matemática) são apresentados. Finalmente, tendo em conta o objetivo deste trabalho, é apresentada a situação do novo sistema de referência no Brasil, bem como experimentos numéricos visando ilustrar os avanços realizados no país e apontar as perspectivas futuras.

Palavras-chave: IHRF. IHRS. Sistemas de Altitudes. Sistema de Referência.

Abstract: The study and understanding of geodynamic aspects on the planet require global geodetic references with an order of accuracy better than the magnitude of the effects and with reliability. The International Association of Geodesy is responsible for the geodetic infrastructure for Earth system monitoring, more specifically, for providing reliable systems for the analysis and consistent modeling of global phenomena and processes that affect the Earth's gravity field. In this sense, the aim of this paper is to detail one of the current efforts that the geodesy community has been focusing on in recent years, which is the establishment of an international height reference system and how these efforts bring relevant benefits in the environmental, social, and economic areas too. Therefore, the definition of the system (resolutions, conventions, and constants), as well as its realization (infrastructure and mathematical formulation) are presented. Finally, considering the objective of this work, the situation of the new reference system in Brazil is presented, as well as numerical experiments aimed at illustrating the advances made in the country and pointing out future perspectives.

Keywords: International Height Reference System (IHRS). International Height Reference Frame (IHRF). Height system. Reference system.

1 INTRODUÇÃO

Para determinar parâmetros relacionados aos processos geodinâmicos na Terra, a Geodésia pode contribuir com observações de alta resolução ao longo do tempo e espaço, bem como com referenciais

geodésicos estáveis e consistentes. O processo de transporte e das variações de massas (devido aos sinais geofísicos), por exemplo, podem ser observados a partir de medições relacionadas com o campo de gravidade da Terra. Por outro lado, para descrever pequenas variações associadas a estes processos, um sistema de referência altamente preciso é necessário. Portanto, se requer que este seja de uma ordem de precisão superior à magnitude dos efeitos a serem realmente estudados e com alta consistência e confiabilidade em todo o mundo. As contribuições da Geodésia para o estudo do sistema Terra estão concentradas em determinar, monitorar, mapear e compreender as mudanças relacionadas à forma, rotação e distribuição de massa da Terra (PLAG; PEARLMAN, 2009 e TORGE; MULLER, 2012).

Os sistemas geodésicos de referência são considerados a espinha dorsal para as medições e interpretações dos efeitos das mudanças globais, variações do nível do mar, mudanças climáticas, gerenciamento de desastres naturais, fornecendo informações confiáveis para a tomada de decisões (IAG, 2016). No que tange ao referencial geodésico vertical, o emprego da componente altimétrica consistente e integrada é de suma importância também em operações do dia a dia, tais como: construções e monitoramento de barragens, rodovias, linhas férreas e transposição de rios. Quando se trabalha com movimentação de fluidos, sendo a água o exemplo mais comum, deve-se levar em conta altitudes que considerem o campo de gravidade da Terra e, conseqüentemente, possuam significado físico e não matemático/geométrico, como é o caso da altitude derivada de posicionamento do *Global Navigation Satellite System* (GNSS).

A comunidade científica tem definido, materializado e mantido sistemas geocêntricos consistentes e que atendem às necessidades da Geodésia. Por outro lado, a materialização e a realização de um sistema vertical unificado, ainda é um desafio. Face ao exposto, a Associação Internacional de Geodésia (*International Association of Geodesy* - IAG), publicou em 2015, a Resolução N° 1 sobre a definição e a realização de um Sistema Internacional de Referência para Altitudes (*International Height Reference System* – IHRS) (DREWES et al., 2016). Ressalta-se que a unificação do sistema de altitudes é uma das três áreas foco do *Global Geodetic Observing System* (GGOS). O GGOS (www.ggos.org) é um programa de observação da IAG que tem como objetivo fornecer a infraestrutura geodésica necessária para monitorar o Sistema Terra e suas mudanças globais. Esse programa é responsável em auxiliar no monitoramento das mudanças globais, especialmente no estudo da gestão de áreas de desastres (estudos da geodinâmica), aquecimento global e mudanças climáticas (variações atmosféricas e hidrosféricas) (PLAG; PEARLMAN, 2009).

Em termos gerais, um sistema de referência define constantes, convenções, modelos e parâmetros necessários para a representação geométrica e física de quantidades. Sua realização é feita de duas maneiras: fisicamente por meio da materialização sólida de pontos na superfície e matematicamente, a partir da determinação de coordenadas referidas ao mesmo sistema de referência (IHDE et al., 2017).

Face ao exposto, esse trabalho tem como principal objetivo elucidar o IHRS e IHRF, desde a sua definição (resoluções, constantes e convenções) até a materialização (infraestrutura e formulação matemática), bem como apresentar a situação desse novo sistema no país por meio da infraestrutura existente e de cálculos matemáticos já conduzidos.

2 A GEODÉSIA NO CONTEXTO DO DESENVOLVIMENTO SUSTENTÁVEL

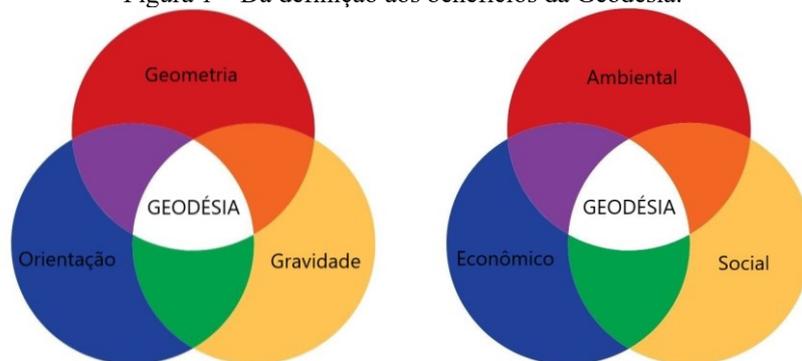
Comumente é encontrado na literatura que a Geodésia é a ciência que se ocupa em determinar a geometria, o campo de gravidade e os parâmetros de orientação da Terra no espaço, bem como as respectivas variações temporais. Essa definição, muitas das vezes é acompanhada de uma ilustração, baseada no diagrama de Venn, em que a união dos três objetos (chamados de pilares) compõe a Geodésia (Figura 1). Essa ciência faz parte da Geociências e pode ser considerada uma ciência da engenharia, uma vez que é o suporte para atividades vinculadas ao levantamento de dados, mapeamento e navegação. Nesse sentido, especialmente após o advento da era espacial e considerando sua capacidade em monitorar, mapear e compreender as mudanças relacionadas à forma, rotação e distribuição de massa da Terra, a Geodésia tem como objetos de estudo (IAG, 2012):

- Monitorar as variações da “Terra sólida” (deslocamento, subsidência ou deformação do solo e estruturas, devido a fenômenos tectônicos, vulcânicos e outros aspectos naturais, bem como

- aqueles decorrentes de ação antrópica);
- Monitorar as variações da “Terra líquida” (variações do nível do mar, transporte de massa e fluídos);
 - Monitorar variações na rotação da Terra, isto é, o movimento polar e a duração do dia;
 - Monitorar a atmosfera a partir de satélites e de técnicas geodésicas (ionosfera e troposfera);
 - Monitorar as variações temporais do campo de gravidade da Terra;
 - Determinar as órbitas dos satélites;
 - Determinar as posições de pontos sobre ou acima da superfície terrestre, bem como suas variações temporais.

A capacidade da Geodésia em fornecer informações de alta resolução ao longo do tempo e do espaço, faz com que essa ciência seja essencial para o desenvolvimento e a sustentabilidade de qualquer país. Dessa forma, nos últimos 10 anos a Geodésia passou a figurar entre temas de reuniões da Organização das Nações Unidas (ONU), mais especificamente a partir da Resolução 69/266, adotada na Assembleia geral da ONU de 26 de fevereiro de 2015, que trata de uma Infraestrutura de Referência Geodésica Global para o desenvolvimento sustentável (ONU, 2015) (ver seção 3) e do estabelecimento de um comitê sobre Gestão Global de Informações Geoespaciais (*United Nations - Global Geospatial Information Management – UN-GGIM*), aprovado na Resolução 2016/27 do Conselho Social e Econômico da ONU (ONU, 2016). Nesse sentido, uma forma de representar o valor da Geodésia para a sociedade pode ser vista na Figura 1. Detalhes dos benefícios sociais, econômicos e ambientais a partir do uso de informações geodésicas e do investimento nessa área podem ser encontrados em: <https://ggim.un.org/>.

Figura 1 – Da definição aos benefícios da Geodésia.



Fonte: Adaptado de UN-GGIM (2021).

O UN-GGIM está dividido em comitês regionais. O Brasil está inserido no UN-GGIM Américas (veja em: <http://www.un-ggim-americas.org/en/inicio.html>) e tem contribuído por meio da abertura de repositório de dados e informações geodésicas, como é o caso da Infraestrutura Nacional de Dados Espaciais (INDE) (<https://inde.gov.br/>), da interoperabilidade de informação geoespacial para o benefício da sociedade, como é o caso do Serviço de Gestão Fundiária (SIGEF) (<https://sigef.incra.gov.br/>), além da disponibilidade de serviços gratuitos; um exemplo frutífero é o IBGE-PPP que é um serviço para o processamento de dados GNSS oferecido pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) (<https://www.ibge.gov.br/pt/inicio.html>). Destaca-se que o IBGE é a instituição brasileira responsável pela definição, implantação e manutenção da infraestrutura geodésica no país e tem desempenhado um relevante papel, não somente no cenário nacional, como também internacional, uma vez que possui estreita relação com as atividades desenvolvidas no âmbito do Sistema de Referência Geodésico para as Américas (SIRGAS) e da IAG. O SIRGAS também está envolvido nas atividades do UN-GGIM Américas, uma vez que o presidente e vice-presidente dessa organização são os responsáveis pelo Grupo de Trabalho *Geodetic Reference Framework for the Americas* (GRFA). Além disso, o SIRGAS desenvolve atividades (de capacitação e de apoio aos países membros) que estão em consonância com o plano de trabalho do UN-GGIM Américas. Por fim, é notável também reconhecer a participação de professores e pesquisadores de universidades e instituições de pesquisa brasileiras, no desenvolvimento de

atividades e provimento de informações geodésicas.

A realização e a manutenção das tarefas e atividades mencionadas no parágrafo anterior, a plena execução dos objetos de estudo e da participação da Geodésia para atingir os “Objetivos de Desenvolvimento Sustentável” (<https://brasil.un.org/pt-br/sdgs>) só são possíveis a partir do GGOS. Tal sistema é composto por uma infraestrutura geodésica global que permite aos usuários determinar e expressar precisamente sua posição na superfície terrestre ou próximo a ela, bem como quantificar as mudanças da Terra no espaço e no tempo, a partir de produtos geodésicos de livre acesso.

3 SISTEMA DE REFERÊNCIA GEODÉSICO GLOBAL – GGRS

As comunidades geofísica e geodésica têm se dedicado a partir de diversas iniciativas no que tange aos estudos relacionados à geodinâmica do Sistema Terra. Em função disso, vislumbrou-se a necessidade de uma infraestrutura geodésica de abrangência global (materializada por meio do GGOS) que seja capaz de observar, compreender e representar os fenômenos e os eventos que ocorrem no planeta, por meio da medição e do monitoramento contínuo, consistente e preciso. Dessa forma, a partir de técnicas geodésicas, aliada às missões satelitais, torna-se possível a observação dos processos dinâmicos referentes à Terra sólida, oceano e atmosfera.

Em atendimento a tais necessidades e respaldada por uma viabilidade governamental, a IAG, por meio da Resolução 69/266 (ONU, 2015), estabelece o Sistema Geodésico de Referência Global (*Global Geodetic Reference System - GGRS*), materializado a partir de uma Infraestrutura Geodésica Global de Referência (*Global Geodetic Reference Frame - GGRF*) (DREWES et al., 2016). Do ponto de vista científico e técnico, cabe a IAG e ao GGOS implementarem e compatibilizarem essa infraestrutura geodésica de referência posicional nos mais diversos segmentos de usuários distribuídos pelo planeta.

O GGRS é o responsável pela definição e conceito de um sistema de referência, sendo traduzido pela teoria dos modelos matemáticos e físicos, de constantes e de convenções numéricas e físicas que sustentam um referencial. Dessa forma, de acordo com o documento de posicionamento adotado pelo Comitê Executivo do IAG em abril de 2016, a posição de um ponto será representada por suas coordenadas geométricas tridimensionais (X, Y, Z), pelo potencial de gravidade da Terra real (W), por uma altitude física (H) e pelo vetor gravidade (\mathbf{g}) que correspondente ao gradiente do potencial do campo gravidade da Terra, bem como as variações ao longo do tempo das referidas quantidades (veja https://iag.dgfi.tum.de/fileadmin/IAG-docs/GGRF_description_by_the_IAG_V2.pdf e <https://www.iag-aig.org/topic/3>). Detalhes acerca das especificações podem ser encontrados em Dalazoana e De Freitas (2020). Já o GGRF, é o responsável pela materialização e realização de um referencial, isto é, pela prática por meio dos cálculos matemáticos para obtenção das quantidades de interesse, além da implantação e manutenção da infraestrutura.

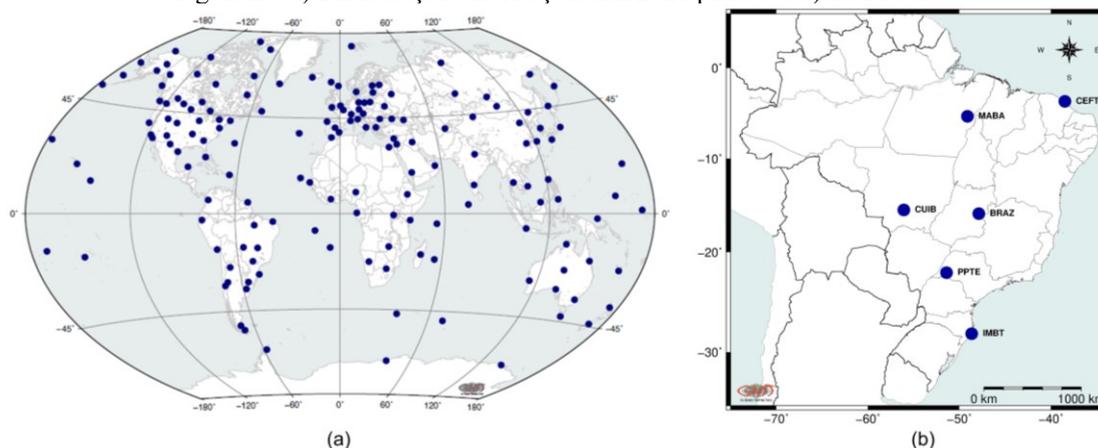
O conjunto de estações físicas instalada na superfície terrestre é global, com densificação nacional e regional. Basicamente, as estações da rede GGRF compreendem: observatórios geodésicos fundamentais que possuem o máximo de técnicas geodésicas espaciais – *Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite* (DORIS), GNSS, *Satellite Laser Ranging* (SLR) e *Very Long Baseline Interferometry* (VLBI) – e que estejam dispostas com instrumentos gravimétricos, permitindo a conexão entre a posição do ponto (X, Y, Z), W e \mathbf{g} ; outras estações geodésicas que englobam marégrafos de referência; estações de referência de altitude e estações gravimétricas que estejam, sempre que possível, colocadas com instrumentos geodésicos espaciais (SÁNCHEZ et al., 2021). Destaca-se que os observatórios geodésicos fundamentais devem incluir um instrumento de contagem de tempo preciso e estável e, de preferência, que esteja conectado a uma estação de referência de tempo e a uma estação de referência de gravidade (equipada com gravímetro absoluto ou supercondutor). Todas as estações GGRF devem operar de forma contínua e em longo prazo para garantir a estabilidade do sistema. Devem ser equipadas com tecnologia de observação de última geração para produzir as medições de quantidades geodésicas de alta qualidade. Devem ser monitoradas continuamente a fim de detectar deformações na superfície terrestre e, por fim, devem estar conectadas à referência vertical para relacionar precisamente suas diferenças de potencial.

Quando estiver plenamente estabelecido, o GGRF será composto por quatro referenciais. O primeiro,

já implantado e consolidado, diz respeito à componente geométrica tridimensional e é realizado pelo *International Terrestrial Reference Frame* (ITRF) que está em sua décima segunda realização (ITRF2014) (ALTAMIMI et al., 2016). Consiste na determinação da posição e variação temporal de um conjunto de estações observadas por técnicas geodésicas espaciais (DORIS, GNSS, SLR e VLBI). O *International Celestial Reference System* (ICRS) é o segundo referencial, que também está implantado e consolidado, fornecendo a alicerce celeste para o GGRS. O *International Celestial Reference Frame* (ICRF) é a realização do ICRS que é dada por meio de observação de objetos extragalácticos, denominados de quasares. A vinculação entre ICRS e o *International Terrestrial Reference System* (ITRS) é realizada por meio dos Parâmetros de Orientação da Terra (em inglês, *Earth Orientation Parameters* (EOP)). Maiores detalhes sobre referenciais terrestre e celeste e suas realizações são encontrados em: Blitzkow et al. (2011); Dick e Altamimi (2020); Dalazoana e De Freitas (2020).

O terceiro referencial, sendo o objetivo desse artigo, encontra-se em fase de implantação. Trata-se do *International Height Reference System* (IHRF). A sua primeira realização é pretendida para o início da corrente década e é baseada em uma rede primária com cerca de 170 estações (Figura 2a) que compõe o *International Height Reference Frame* (IHRF) e que estão posicionadas com estações GNSS de monitoramento contínuo. No Brasil, as estações selecionadas (Figura 2b) são: CEFT (Fortaleza), MABA (Marabá), BRAZ (Brasília), CUIB (Cuiabá), PPTE (Presidente Prudente) e IMBT (Imbituba). As estações foram escolhidas por especialistas de cada país/região a partir de alguns requisitos que serão abordadas na seção 3.1.1. As quantidades calculadas em cada estação serão expressas em termos de valores de potencial de gravidade (W_P) e número geopotencial (C_P) permitindo a posteriori, a obtenção de altitudes físicas (IHDE et al., 2017).

Figura 2 – a) Distribuição das estações IHRF no planeta e b) no Brasil.



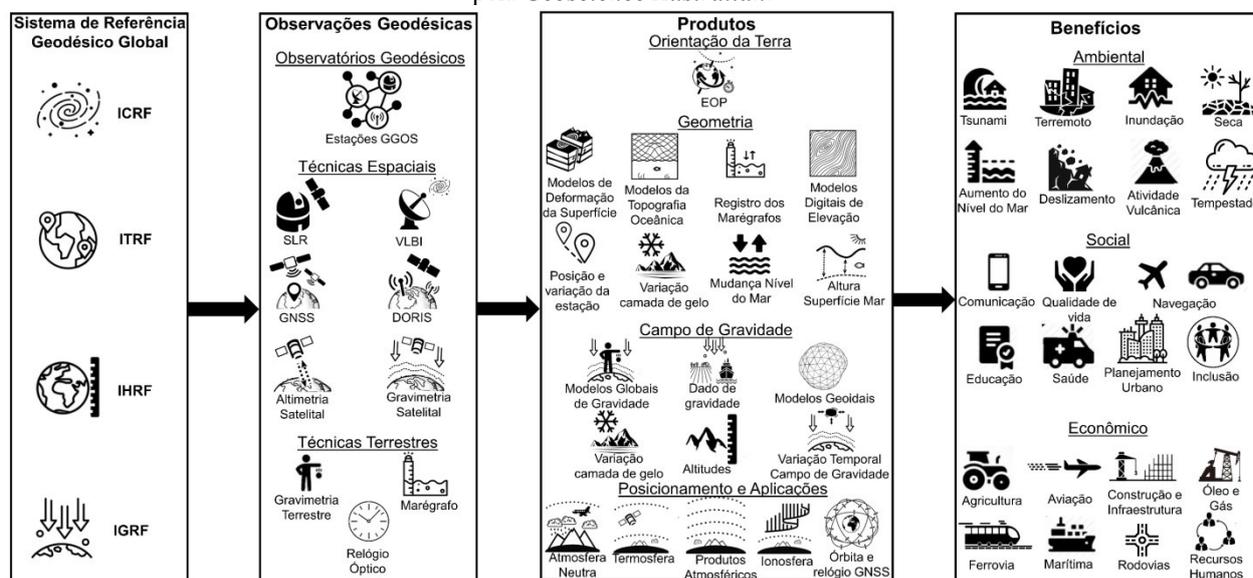
Fonte: Adaptado de Sánchez et al. (2021).

Por fim, o quarto referencial também está em fase de implementação. Trata-se do *International Gravity Reference System* (IGRS) e sua realização que será conduzida pelo *International Gravity Reference Frame* (IGRF) (WZIONTEK et al., 2021). O primeiro passo rumo ao estabelecimento de um sistema gravimétrico global foi dado a partir da publicação da resolução n° 2/2015 adotada pela IAG na Assembleia Geral da IUGG, em julho de 2015, intitulada de “*Establishment of a global absolute gravity reference system*”. A Resolução N° 2 de 2015 pode ser consultada em Drewes et al. (2016). Deve-se destacar o documento “*Strategy for Metrology in Absolute Gravimetry*” (MARTI et al., 2014) desenvolvido em conjunto entre a IAG e o *Consultative Committee for Mass and Related Quantities* (CMM), que contribuiu para harmonizar as atividades para medições da aceleração de gravidade no mais alto nível para a Metrologia e a Geodésia. O IGRF tem como objetivo substituir duas infraestruturas que não estão em consonância às atuais exigências da Geodésia contemporânea: a IGSN71 e a *International Absolute Gravity Base station Network* (IAGBN) (DREWES et al., 2016).

O GGRF caminha para sustentar a coleta e gestão de informações geoespaciais integradas nacionalmente para monitorar a dinâmica do planeta. A partir da conclusão e da consolidação do IHRF e do IGRF, associados aos ICRF e ITRF (Figura 3 – primeira coluna), observações geodésicas a nível global que

seguem as mesmas políticas de coleta, padrões e convenções podem ser adquiridas, seja por meio dos observatórios geodésicos (estações GGOS), técnicas espaciais (SLR, VLBI, GNSS, DORIS, altimetria e gravimetria satelital) e/ou técnicas terrestres (gravimetria, maregrafia e informações de tempo derivado de relógios atômicos). Cabe destacar a importância do engajamento dos países em cooperações multilaterais para abordar temas relativos às lacunas e duplicações da infraestrutura, no sentido de desenvolver um referencial geodésico global mais sustentável. Ressalta-se ainda que as informações obtidas através observações geodésicas para observar e modelar a dinâmica do planeta (Figura 3 – segunda coluna), somente são possíveis a partir de uma infraestrutura geodésica a qual englobam equipamentos, tecnologia, dados geoespaciais e abertura do repositório, recursos humanos, produtos e serviços. Diversos produtos (Figura 3 – terceira coluna) são derivados das medições e observações geodésicas e que estão relacionados à orientação do planeta, à geometria, ao campo de gravidade e às atividades de posicionamento e suas aplicações. Nesse sentido, os produtos e as soluções obtidas a partir das observações geodésicas trazem relevantes benefícios ambientais, sociais e econômicos (Figura 3 – quarta coluna).

Figura 3 – O GGRF e os benefícios para a sociedade. Os ícones que compõem a figura foram elaborados pelo GGOS e pela *Geoscience Australian*.



Fonte: Os autores (2022).

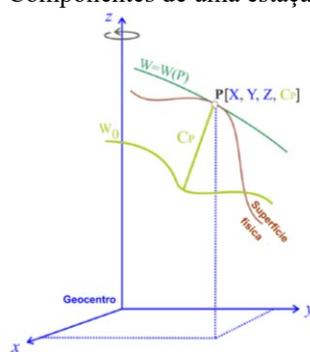
Como exemplo de alguns benefícios ambientais, as missões de altimetria por radar a bordo de satélites (Jason-1, Jason-2 e Topex/Poseidon) (MEYSSIGNAC; CAZENAVE, 2012) geraram produtos relacionados à mudança do nível do mar, permitindo o acompanhamento e a tomada de decisões. Atualmente, os satélites ERS-1/2, Jason-3 e SWOT são os responsáveis por gerarem as informações mencionadas. Os satélites gravimétricos *Gravity Recovery and Climate Experiment* (GRACE) proporcionam produtos relacionados à variação temporal do campo de gravidade, possibilitando acompanhar, ao longo do tempo, regiões afetadas pela seca ou por inundações, além de permitir estudos relacionados à água subterrânea (RICHEY et al., 2015). No que tange aos benefícios sociais, um sistema de rastreamento utilizando o *Global Positioning System* (GPS) foi desenvolvido para ajudar a salvar a vida de mulheres pastoris e de seus bebês que se deslocam com o rebanho de gado na zona rural do Quênia e nem sempre possuem acesso aos cuidados maternos (veja reportagem em: <https://www.bbc.com/news/av/world-africa-49120067>). Outro exemplo é o desenvolvimento de aplicativos de navegação GPS para pessoas com deficiência visual (MORAD, 2010; VELÁZQUEZ et al., 2018). Por fim, no que concerne aos benefícios econômicos, um projeto teste desenvolvido pelo governo Australiano em parceria com o governo Neozelandês, mostrou que um investimento de US\$ 14 milhões na tecnologia *Satellite Based Augmentation System* (SBAS) pode gerar uma economia de US\$ 7,4 bilhões para os próximos 30 anos em áreas como agricultura, ferroviária, rodovia, aviação, marítima, construção e recursos humanos (veja reportagem em: <https://www.ga.gov.au/news-events/news/latest-news/trial-of-accurate-positioning-technology-wins-asia-pacific-spatial-excellence-award>).

3.1 International Height Reference System – IHRS

O IHRS é um dos alvos de realização na Geodésia, conduzido pela IAG e presente como área foco no GGOS. Trata-se de um sistema que visa padronizar a superfície de referência altimétrica, bem como, o método e a obtenção da grandeza altimétrica, de modo consistente. Atualmente, a maioria dos países utiliza um sistema altimétrico (comumente chamado de “Datum altimétrico”) local ou regional, que foi estabelecido individualmente aplicando diferentes procedimentos. Os esforços individuais culminaram em dezenas de altitudes físicas, que estão vinculadas às observações locais do nível médio do mar. Alguns países possuem mais do que uma referência altimétrica, como é o caso do Brasil que possui suas altitudes vinculadas ao marégrafo de Imbituba e Santana (IBGE, 2019). Além disso, tais referenciais são estacionários, isto é, não consideram as variações no tempo. Diferentes sistemas altimétricos entre os países impossibilitam o intercâmbio de dados geoespaciais e dificultam a realização de empreendimentos em regiões fronteiriças. Além disso, as quantidades geodésicas (altitude físicas, anomalia de gravidade, modelos geoidais etc.) são restritas para uso em áreas geográficas limitadas e sua combinação de forma global ou associada com informações satelitais (como o GNSS) fica comprometida, uma vez que as discrepâncias obtidas são maiores do que a acurácia requerida atualmente. Ciente da necessidade de um referencial altimétrico unívoco e global, a IAG apresentou em 2015 o IHRS como sendo o sistema convencional e global de altitudes relacionadas ao campo de gravidade (a Resolução N° 1 de 2015 pode ser consultada em Drewes et al. (2016)).

De acordo com Ihde et al. (2017), o sistema de referência vertical global é um conjunto de pontos físicos, materializados por coordenadas X_P e distribuídos sobre a superfície terrestre, contendo valores do geopotencial de gravidade (W_P) e do número geopotencial (C_P), referidos ao geopotencial de referência (W_0) (Figura 4), sendo a posição P expressa em termos de suas coordenadas no ITRS. Dessa forma, as componentes altimétricas são determinadas a partir das diferenças (ΔW_P) entre o potencial da superfície de nível do campo de gravidade da Terra que tange o ponto P na superfície terrestre e o potencial de referência do sistema altimétrico (W_0) associadas a um valor de aceleração da gravidade. Essa diferença de potencial $-\Delta W_P$ é também designada como C_P (Eq. (1)).

Figura 4 – Componentes de uma estação do IHRF.



Fonte: Adaptado de Sánchez et al. (2017).

A definição do IHRS é baseada nas convenções descritas na Resolução N° 1 de 2015 (DREWES et al., 2016) e também apresentada por Ihde et al. (2017): **1)** a superfície vertical de referência é uma superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra cujo potencial W_0 foi definido como uma constante de valor igual a $62.636.853,4 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$; **2)** a coordenada vertical é a diferença de potencial ($-\Delta W_P$) entre o potencial W_P no ponto P da superfície terrestre e o geopotencial de referência W_0 . A diferença de potencial é designada de número geopotencial (C_P); **3)** a posição de um determinado ponto P para o potencial W_P é definida com base no ITRS; **4)** os parâmetros, observações e dados devem estar relacionados ao conceito de maré médio (*mean-tide*) e; **5)** as unidades de medidas são o metro e o segundo, seguindo o Sistema Internacional. Além disso, na referida resolução a determinação de X_P , W_P (ou C_P) inclui as variações ao longo do tempo \dot{X}_P , \dot{W}_P (ou \dot{C}_P).

O desafio da comunidade geodésica está em determinar o valor de W_P de maneira mais precisa possível. De acordo com Ihde et al. (2017), a precisão dos valores de potencial deve seguir o mesmo nível de precisão das coordenadas X_P . A precisão em termos de posição dentro dos requerimentos atuais é de $\pm 3 \text{ mm}$

na posição da componente vertical e 0,3 mm/a (ano) na velocidade vertical da estação, correspondendo a $\pm 3 \times 10^{-2} \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ e a $\pm 3 \times 10^{-3} \text{ m}^2\text{s}^{-2}\text{a}^{-1}$ para os valores de potencial W_P e \dot{W}_P , respectivamente. Segundo Sánchez et al. (2021), as precisões mencionadas acima não são realísticas no momento, com base nas fontes disponíveis de informações. Dessa forma, para a primeira realização do IHRF os esforços estão sendo concentrados na determinação de valores de potencial estático (sem considerar as variações no tempo), bem como na possibilidade de alcançar uma precisão $\pm 1 \times 10^{-1} \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ (em torno de 1 cm na altitude). Além disso, o grupo de especialistas considera três opções para a determinação das diferenças de potencial referidas ao IHRF: **1)** uso de modelos globais do geopotencial de alta resolução; **2)** uso de modelos regionais do campo de gravidade (geóide e quase-geóide) e; **3)** unificação (transformação) do sistema altimétrico existente para o IHRF. A opção mais prática para obter a Eq. (1) é utilizar os Modelos Globais do Geopotencial (MGG) que possuem alta resolução.

$$C_P = -\Delta W_P = W_0 - W_P \quad (1)$$

O cálculo direto de W_P é possível inserindo as coordenadas ITRF de uma estação IHRF na Eq. (2) (BARTHELMES, 2013) que representa o desenvolvimento em série de funções harmônicas esféricas de um MGG. Os coeficientes no desenvolvimento representam, no domínio espectral, as irregularidades do campo de gravidade terrestre.

$$W_P(r, \lambda, \varphi) = \frac{GM}{R} \sum_{l=0}^{l_{max}} \sum_{m=0}^l \left(\frac{R}{r}\right)^{l+1} P_{lm}(\text{sen}\varphi) (\bar{C}_{lm}^W \cos m\lambda + \bar{S}_{lm}^W \text{sen } m\lambda) \quad (2)$$

onde (r, λ, φ) são as coordenadas geocêntricas do ponto de cálculo; R o raio de referência; GM o produto da constante gravitacional e da massa da Terra; l, m o grau e o ordem das funções harmônicas esféricas; P_{lm} as funções normalizadas de Legendre e; $\bar{C}_{lm}^W, \bar{S}_{lm}^W$ os coeficientes normalizados de Stokes.

O avanço da gravimetria satelital, especialmente com os satélites GRACE e GOCE, combinado com informações de altimetria por radar a bordo de satélites, gravimetria terrestre e modelos topográficos, permitiu um aprimoramento nos MGGs e a possibilidade de estendê-los até grau e ordem 5540 ($\sim 3,6$ km de resolução). O EGM2008 (PAVLIS et al., 2012) foi o primeiro modelo a ter coeficientes harmônicos esféricos com grau e ordem elevados (grau 2190 e ordem 2159), sendo a referência para o cálculo dos recentes modelos EIGEN-6C4 (FÖRSTE et al., 2014), GECO (GILARDONI; REGUZZONI; SAMPIETRO, 2016), XGM2019 (ZINGERLE et al., 2019) e SGG-UGM-2 (LIANG et al., 2020). A confiabilidade dos modelos é comumente avaliada comparando as funcionais geodésicas (ondulação geoidal ou anomalia de altitude) com estações GNSS sobre nivelamento (veja: GUIMARÃES et al., 2012; NICACIO; DALAZOANA; FREITAS, 2018). Gruber e Willberg (2019), demonstraram que os recentes MGGs possuem uma acurácia da ordem de 2 cm para regiões com topografia suave e bem desenvolvidas em termos de densificação gravimétrica. Em regiões com vazios gravimétricos ou onde a topografia é acentuada, as incertezas podem variar de ± 20 a ± 40 cm. No estudo realizado pelos referidos autores, 683 estações GNSS sobre nivelamento, localizadas no Brasil, foram utilizadas na comparação com seis MGGs e as discrepâncias variaram entre 25 a 33 cm. As discrepâncias refletem uma combinação de erros sistemáticos e aleatórios advindos do procedimento do nivelamento geométrico, da altitude geodésica obtida por meio do GNSS e dos erros de comissão e omissão¹ dos MGGs. Por conseguinte, separar a magnitude de cada componente de erro para se obter a real incerteza dos modelos globais não é uma tarefa viável. Dessa forma, a utilização apenas de MGGs para estimar os valores de potencial não é adequada no momento, pois os modelos disponíveis não alcançam a precisão requisitada pelo IHRF ($\sigma_{W_P} = \pm 0,03 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$).

A segunda opção é mais cabível dentro do contexto. Os valores de potencial são obtidos a partir da modelagem do campo de gravidade regional. Para tanto, a abordagem é pela solução do Problema de Valor de

¹O erro de comissão resulta de erros observacionais que se propagam no MGG. O erro de omissão ocorre devido os MGGs não incluírem as frequências muito altas do campo de gravidade externo da Terra. Este erro de omissão torna-se mais importante em áreas montanhosas (áreas com topografia altamente variável).

Contorno da Geodésia (PVCG), que pode ser formulado de algumas maneiras a depender das quantidades geodésicas conhecidas e da superfície de contorno a ser considerada. As formulações mais empregadas são o PVCG escalar livre (potencial e a posição vertical na superfície de contorno são desconhecidas e a posição horizontal (φ, λ) das observações gravimétricas são conhecidas) e o PVCG fixo (potencial desconhecido, superfície de contorno e coordenadas (φ, λ, h) das observações gravimétricas conhecidas). Maiores detalhes podem ser encontrados em: Sacerdote; Sansò (1986), Heck (1989) e Guimarães; Blitzkow (2011). Ainda em relação ao PVCG escalar livre, uma superfície de referência deve ser adotada. Nesse caso, duas são as possibilidades: assumir a superfície física da Terra, sendo a superfície de referência o teluroide (abordagem da teoria de Molodensky); ou assumir como superfície de contorno uma superfície equipotencial (por exemplo a superfície geoidal (W_0)), cuja superfície de referência é a superfície elipsoidal (U_0). O potencial desconhecido é representado em termos de potencial perturbador ($T = W - U$). A resolução do PVCG para modelar o campo de gravidade regional é usualmente tratada a partir da aplicação de integral. A integração considera os valores de aceleração da gravidade, que são expressos em termos de anomalia de gravidade (Δg) ou distúrbio da gravidade (δg). Para o PVCG escalar livre aplica-se a integral modificada de Stokes (Eq. (3)) e para o PVCG fixo a função Hotine-Koch (Eq. (4)) (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006). As Eqs. (3) e (4) são apresentadas na forma modificada utilizando a anomalia da gravidade e distúrbio da gravidade reduzidos da superfície e expressos em termos de Δg_{res} e δg_{res} , respectivamente.

$$T_{g_{res}} = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g_{res} S(\psi) d\sigma \quad (3)$$

$$T_{g_{res}} = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \delta g_{res} H(\psi) d\sigma \quad (4)$$

onde σ é a esfera unitária, R o raio médio da Terra, Δg_{res} a anomalia de gravidade residual, δg_{res} o distúrbio de gravidade residual, $S(\psi)$ a função de Stokes e $H(\psi)$ a função de Hotine-Koch.

As integrações clássicas de Stokes e Hotine-Koch exigem uma cobertura global de dados de gravidade, o que não é possível, uma vez que muitas regiões não possuem medidas de gravidade, especialmente nos oceanos. Na prática, tais integrais são resolvidas por meio do truncamento do cálculo a partir de um raio de integração no entorno do ponto de interesse. Essas integrais podem ser solucionadas pela integração numérica, Transformada Rápida de Fourier, Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ) (FORSBERG; TSCHERNING, 1981; TSCHERNING, 1985) e função de base radial esférica (BENTEL; SCHMIDT; GERLACH, 2013; LIEB et al., 2015). Independentemente da metodologia escolhida para obter os valores de potencial, uma estratégia comumente utilizada é a aplicação do procedimento intitulado de Remove-Calcula-Restaura (SCHWARZ; SIDERIS; FORSBERG, 1990). Tal processo consiste em combinar informações que expressam o campo de gravidade terrestre em diferentes comprimentos de onda (dados de gravidade, MGG e Modelo Digital do Terreno - MDT). Nesse caso, o potencial perturbador residual ($T_{g_{res}}$) obtido pelas Eqs. (3) ou (4) é adicionado às contribuições do MDT (T_{MDT}) e MGG (T_{MGG}), resultando no potencial perturbador:

$$T_P = T_{g_{res}} + T_{MDT} + T_{MGG} \quad (5)$$

Dessa maneira, o valor de W_P em uma estação IHRF pode ser expresso por:

$$W_P = U_P + T_P \quad (6)$$

onde U_P é o potencial normal do elipsoide de referência calculado para a posição de P .

Sánchez et al. (2021), apontam que o desafio para a primeira solução do IHRF está em avaliar a consistência entre as distintas variedades de estratégias, métodos e aproximações utilizados para o cálculo de modelos do campo de gravidade regional. Acrescenta-se ainda, que padronizar e unificar processos pode não ser tão simples, uma vez que regiões no planeta possuem diferentes características e requerem abordagem

particulares (modificações das funções kernel nas integrais, tamanho do raio de integração, reduções geofísicas, entre outras). Uma alternativa é padronizar o máximo possível de processos para garantir resultados similares e compatíveis a partir de diferentes metodologias. Nesse sentido, um primeiro passo rumo à realização do IHRF foi dado a partir do chamado “Experimento Colorado”, organizado pela área foco “*Unified Height System*” do GGOS (WANG et al., 2021). Especialistas calcularam valores de potencial de gravidade utilizando suas metodologias e programas computacionais para uma área teste na região do estado do Colorado, nos Estados Unidos, a partir dos mesmos dados de entrada e de convenções e padronizações preestabelecidas (detalhes em: https://www.isgeoid.polimi.it/Projects/colorado_experiment.html).

A terceira opção não é propriamente para calcular valores de potencial e sim para permitir a unificação e densificação do IHRF em relação aos sistemas altimétricos existentes. O número geopotencial (C_P^{DVL}) vinculado ao *Datum* Vertical Local (DVL) é expresso pela diferença entre o potencial de gravidade (W_0^{DVL}) do DVL e o potencial de gravidade do ponto de interesse (W_P) (SÁNCHEZ et al., 2021):

$$C_P^{DVL} = W_0^{DVL} - W_P \quad (7)$$

e pode ser convertido em número geopotencial vinculado ao IHRF (C_P^{IHRF}) a partir do conhecimento da diferença (δW_0^{DVL}) entre W_0 e W_0^{DVL} :

$$C_P^{IHRF} = (W_0 - W_0^{DVL}) + C_P^{DVL} \quad (8)$$

Maiores detalhes podem ser vistos de como estimar δW_0^{DVL} em Sánchez e Sideris (2017).

3.1.1 A ATUAL INFRAESTRUTURA DAS ESTAÇÕES IHRF NO BRASIL

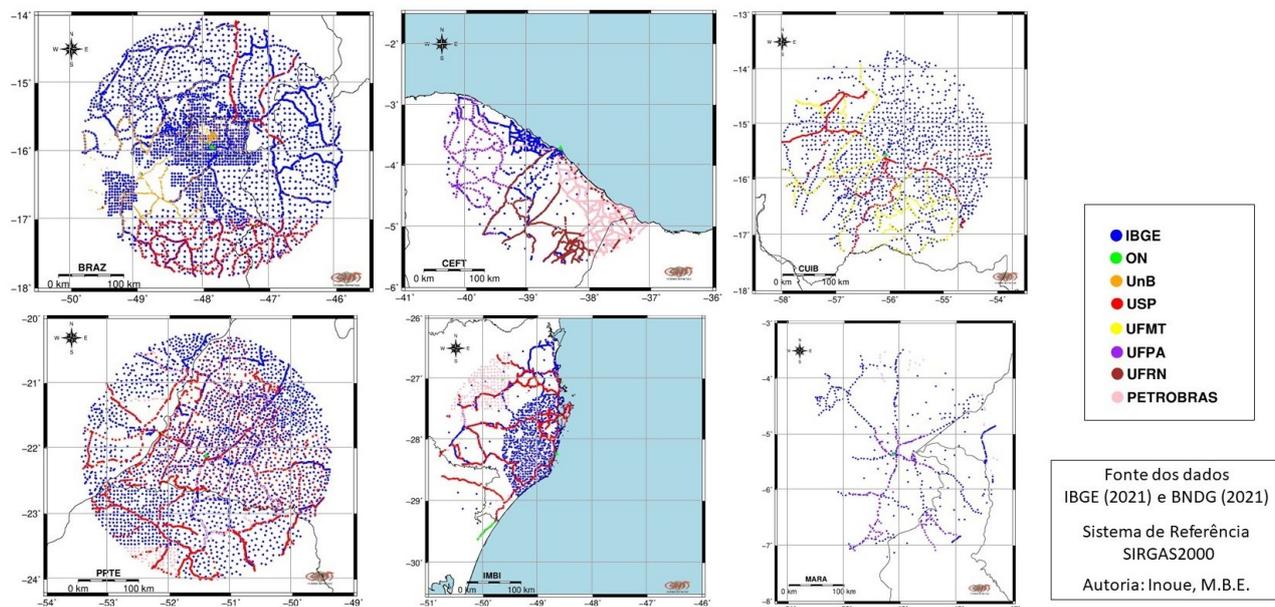
As estações brasileiras selecionadas para comporem a primeira realização do IHRF foram escolhidas pelo órgão responsável pela Geodésia no país, o IBGE. As mesmas, além de pertencerem à Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS (RBMC), estão vinculadas à rede regional, conforme recomendado por Sánchez et al. (2021), no caso a rede SIRGAS. Além disso, as estações CEFT e BRAZ estão colocadas junto a outras técnicas geodésicas; a primeira com uma estação VLBI e a segunda com uma estação SLR. Sánchez et al. (2021), também recomendam que estações IHRF contenham medições da aceleração de gravidade, permitindo apoiar a conexão entre o referencial geométrico (coordenadas cartesianas geocêntricas $X_{(p)}$) e o físico (valores de potencial (W e C) e aceleração de gravidade (g)). Ademais, que as estações estejam conectadas ao *Datum* vertical local, para facilitar a unificação ao IHRF. Caso não estejam, a conexão deve ser realizada por meio da operação de nivelamento geométrico. De acordo com o Banco de Dados Geodésicos do IBGE (<http://www.bdg.ibge.gov.br/appbdg/>), as estações BRAZ, CUIB, PPTE e MABA possuem conexão com a rede altimétrica nacional, além da última estação possuir medição relativa da aceleração de gravidade. Vale destacar que as três primeiras estações já possuem medidas de gravidade absoluta.

Para alcançar a precisão desejada para os valores de potencial (W_p) nas estações IHRF, a distribuição e a qualidade das medições gravimétricas são essenciais. De acordo com as orientações e as recomendações de Sánchez et al. (2017); Sánchez et al. (2021), o preenchimento dos vazios gravimétricos ao redor da estação IHRF de referência é o primeiro ponto fundamental a ser evidenciado. A distribuição dos pontos gravimétricos deve ser a mais homogênea possível, com medições até 100 km ($\sim 1^\circ$) ou 200 km de raio ($\sim 2^\circ$) da estação IHRF, dependendo da topografia. Para o cálculo pontual dos valores de potencial, as informações gravimétricas (contidas no raio mencionado) são utilizadas para solucionar o PVMG. Fora do raio da estação IHRF, MGGs são empregados de forma a minimizar o erro de truncamento causado pela omissão do sinal do campo de gravidade. A combinação de medições gravimétricas e informações satelitais é para melhorar a precisão dos valores de potencial nas estações IHRF.

Nesse sentido, a Figura 5 ilustra a distribuição gravimétrica terrestre no entorno das estações IHRF no país, considerando um raio de 2° , além das instituições produtoras de dados gravimétricos. Os dados foram adquiridos no BDG do IBGE (<http://www.bdg.ibge.gov.br/appbdg/>) e no Banco Nacional de Dados

Gravimétricos (BNDG) da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Bicomcombustíveis (ANP) (<https://www.gov.br/anp/pt-br/assuntos/exploracao-e-producao-de-oleo-e-gas/dados-tecnicos/legislacao-aplicavel/bndg-banco-nacional-de-dados-gravimetricos>).

Figura 5 – Distribuição gravimétrica no entorno das estações IHRF.



Fonte: Os autores (2022).

Observa-se na Figura 5 que as estações BRAZ e PPTE possuem uma distribuição homogênea. As estações CUIB, CEFT e IMBT possuem um cenário intermediário, contendo “vazios gravimétricos” que necessitam de densificação. Por outro lado, a estação MABA merece uma atenção especial devido à escassez de informações na região de estudo. Ressalta-se ainda que as estações CEFT e IMBT são localizadas junto ao litoral. Nesse caso, deve-se considerar informações gravimétricas marinhas. Face ao exposto, Ribeiro, Guimaraes e Camargo (2022), têm se dedicado à possibilidade de utilizar os dados de gravimetria nos oceanos disponíveis para o cálculo dos valores de potencial nas referidas estações.

Sánchez et al. (2021), ainda recomendam uma resolução espacial para as medições gravimétricas de 1’ a 3’ (~2 a 4 km), a depender do relevo (em áreas montanhosas as observações gravimétricas devem ter uma resolução melhor do que em áreas planas). É sabido que medições gravimétricas relativas terrestres são atividades onerosas e morosas. O Brasil tem trabalhado com uma resolução espacial de 5’ (~9 km) (resolução do último modelo geoidal nacional – MAPGEO2015). Por conseguinte, uma análise foi realizada considerando a resolução espacial recomendada por Sánchez et al. (2021) (no caso adotou-se 3 km) e a atual resolução utilizada na densificação gravimétrica no país (Tabela 1). Para as estações CEFT e IMBT considerou-se somente a área continental.

Tabela 1 – Estações gravimétricas disponíveis e necessárias para atingir as resoluções de 3 e 9 km.

Estação	Total de pontos disponíveis no BDG e BNDG	Quantidade necessária para atingir a resolução de 3 km	Quantidade necessária para atingir a resolução de 9 km
CEFT	4.003	3.054	0
MABA	702	15.912	1.045
BRAZ	5.799	10.815	0
PPTE	7.742	8.872	0
CUIB	2.209	14.405	0
IMBT	3.159	3.831	0

Fonte: Os autores (2022).

A segunda coluna da Tabela 1 evidencia a quantidade de estações gravimétricas disponíveis no BDG e BNDG, já considerando pontos duplicados, uma vez que o BNDG também concentra informações adquiridas

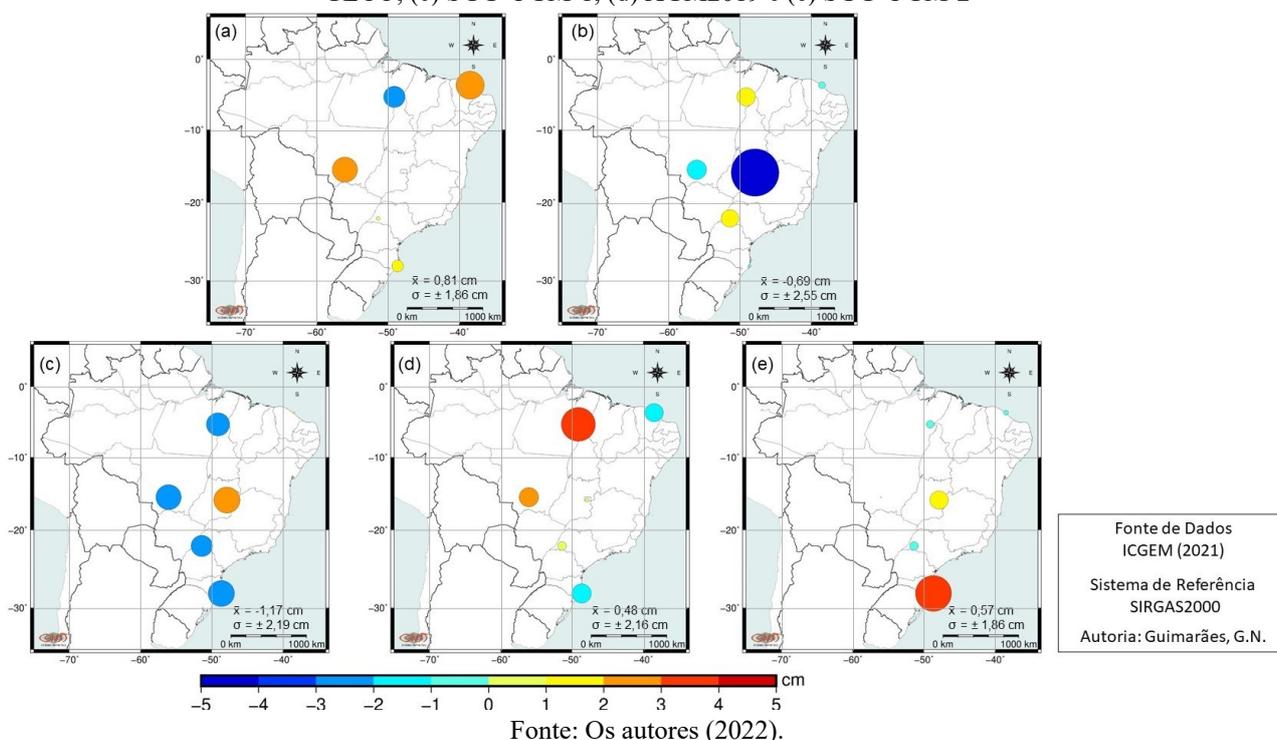
pele IBGE. A terceira coluna da respectiva tabela elucida a quantidade de estações gravimétricas necessárias para atingir a resolução de 3 km. Verifica-se que um esforço hercúleo é necessário para atingir tal resolução e, que devido à falta de acessos e caminhos, aliada a um alto investimento acaba sendo pouco provável a adoção de tal resolução. Em áreas remotas, com ausências de estradas e caminhos, como florestas e desertos, bem como no topo de montanhas, o levantamento aerogravimétrico destinado para fins geodésicos é uma opção, embora o investimento necessário seja alto. Por outro lado, considerando a resolução de 9 km (quarta coluna da Tabela 3) apenas a estação MABA necessita de mais medições gravimétricas.

3.1.2 SITUAÇÃO DO IHRF NO BRASIL

O Brasil tem participado das atividades referentes à realização do IHRF. Pesquisadores brasileiros estão envolvidos em grupos de trabalho no âmbito do SIRGAS e da IAG para tratarem do assunto. Cabe destacar que dissertações e teses têm sido defendidas no tocante ao tema, trabalhos têm sido apresentados em conferências nacionais e internacionais e publicados em periódicos (maiores detalhes podem ser encontrados em Albarici et al. (2019), Albarici et al. (2021) e Ribeiro, Guimaraes e Camargo (2022)).

Como forma de contribuir para o avanço sobre o estudo do tema, bem como aprofundar as discussões acerca da realização do IHRF em território brasileiro, os valores de potencial e , conseqüentemente, as altitudes normais foram calculadas para as estações com base nas metodologias apresentadas na seção 3.1. Em um primeiro momento os valores de W_p foram calculados diretamente no serviço do *International Center for Global Gravity Field Models* (ICGEM) a partir da Eq. (2). A funcional geodésica “gravity potential” foi calculada a partir de cinco MGGs de alto grau e ordem (EIGEN-6C4, GECO, XGM2019 e SGG-UGM-2 até 2190 e SGG-UGM-1 até 2159). O sistema de referência selecionado foi o *Global Reference System 1980* (GRS80), adotando o conceito de maré zero e considerando o termo de ordem zero. Em seguida, os valores de C_p foram calculados a partir da Eq. (1) e a respectiva altitude normal em cada estação obtida a partir da divisão entre o C_p e o valor médio da aceleração de gravidade normal. Por fim, foi calculada a média da altitude normal dos cinco modelos e o resultado comparado com a altitude normal obtida em cada modelo (Figura 6).

Figura 6 – Comparação da média das altitudes normais dos MGGs em relação a cada MGG. (a) EIGEN-6C4, (b) GECO, (c) SGG-UGM-1, (d) XGM2019 e (e) SGG-UGM-2



Verifica-se na Figura 6 que as discrepâncias variaram entre -4,9 cm (Figura 6(b) estação BRAZ – MGG GECO) a 3,7 cm (Figura 6(e) estação IMBT – MGG SGG-UGM-2). Nota-se que não houve um MGG

que tenha se ajustado melhor com a média dos MGGs, sendo que o desvio padrão variou de $\pm 1,86$ a $\pm 2,55$ cm. A estação PPTTE foi a que melhor se ajustou em relação a todos os MGGs, que pode ser explicado pela quantidade significativa de informações gravimétricas disponíveis na região e que foi utilizada no cálculo de cada modelo, associado a uma região com formação de colinas médias e baixas, isto é, pouca variação de altitude.

Os valores de W_P também foram calculados a partir da modelagem do campo de gravidade regional. Nesse cenário, dois modelos geoidais foram utilizados: o MAPGEO2015 (BLITZKOW et al., 2016) e o GEOID2021 (MATOS et al., 2021). Como se trata de modelos geoidais, a Eq. (9) foi utilizada. Para um modelo quase geoidal a formulação adotada deve ser outra (SÁNCHEZ et al., 2021).

$$W_P = W_0 - (h_P - N_P)\bar{g}_P \quad [m^2s^{-2}] \quad (9)$$

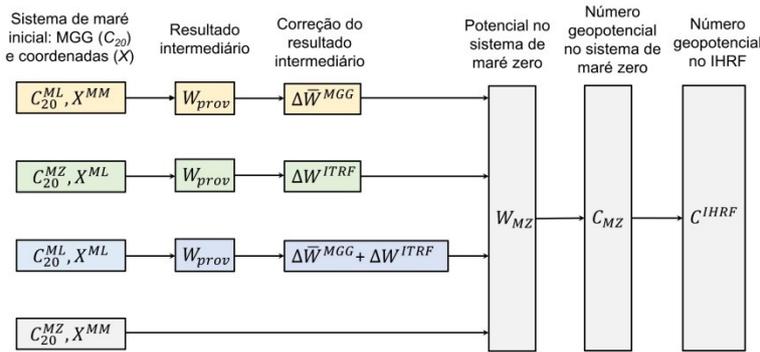
com

$$\bar{g}_P = g_P + 0,424 * 10^{-6}(h_P - N_P) + CT_P \quad [m^2s^{-2}] \quad (10)$$

onde \bar{g}_P é a gravidade média ao longo da linha de prumo entre P_0 localizado na superfície geoidal e P na superfície da Terra, h_P é a altitude geodésica da estação IHRF, N_P a ondulação geoidal interpolada a partir do modelo geoidal disponível e g_P o valor da gravidade medida na estação (caso não esteja disponível, deve-se interpolar a partir do conjunto de dados gravimétricos utilizados no cálculo do modelo geoidal). O fator $0,424 \times 10^{-6}$ é a média da densidade topográfica das massas considerando $\rho = 2.670 \text{ km m}^{-3}$ e CT_P é a Correção do Terreno (MATOS, 2005; GEMAEL, 2012).

Salienta-se a importância de se utilizar um modelo geoidal denominado de “gravimétrico puro”, isto é, sem qualquer combinação ou ajuste com dados GNSS sobre nivelamento (chamado geóide híbrido). Além disso, uma atenção especial no que tange à padronização e às convenções dos modelos deve ser levada em conta. Nesse caso, a correção do termo de grau zero entre as constantes do MGG utilizado no modelo geoidal e do GRS80 deve ser considerada. Para o MAPGEO2015 foi acrescida essa correção, enquanto o GEOID2021 foi calculado já considerando a correção, que no caso é de $-0,17$ m. Para a formulação do termo de grau zero veja Sánchez et al. (2021). Acrescenta-se ainda, o correto tratamento entre os sistemas permanentes de maré. Nessa situação, deve-se observar em qual conceito de maré estão os dados de entrada (as coordenadas GNSS e o MGG utilizado no cálculo do modelo geoidal ou quase geoidal) e então realizar as devidas correções nos resultados intermediários, para que o número geopotencial seja expresso no conceito de maré zero (C^{MZ}) e, conseqüentemente determinar o C^{IHRF} no conceito de maré média. Em relação ao MGG, no coeficiente de segundo grau C_{20} (grau 2 e ordem 0) é que predomina o conceito de maré e define em qual conceito de maré o potencial será obtido. A Figura 7 ilustra quatro diferentes possibilidades relacionando os dados de entrada e os conceitos de maré. Na primeira situação (Figura 7 em laranja), caso o MGG (C_{20}^{ML}) esteja no conceito de maré livre e as coordenadas GNSS no conceito de maré média (X^{MM}), o valor de potencial provisório (W_{prov}) é calculado e então aplica-se a correção ($\Delta\bar{W}^{MGG}$) para obter o potencial em maré zero (W^{MZ}). Na segunda situação (em verde), o MGG (C_{20}^{MZ}) está no conceito de “maré zero”, enquanto as coordenadas GNSS no conceito de maré livre (X^{ML}). Nesse caso, a correção aplicada é para que as coordenadas GNSS sejam corrigidas para o conceito de maré zero (ΔW^{ITRF}). No terceiro caso, tanto o MGG (C_{20}^{ML}) e as coordenadas (X^{ML}), que estão no conceito de maré livre devem ser corrigidos para o conceito de maré zero ($\Delta\bar{W}^{MGG} + \Delta W^{ITRF}$). Por fim, o último caso não necessita de correção do resultado intermediário, uma vez que os dados de entrada (C_{20}^{MZ} e X^{MM}) estão no conceito de maré zero e maré média, respectivamente. A formulação matemática referente as correções podem ser encontradas em Sánchez et al. (2021).

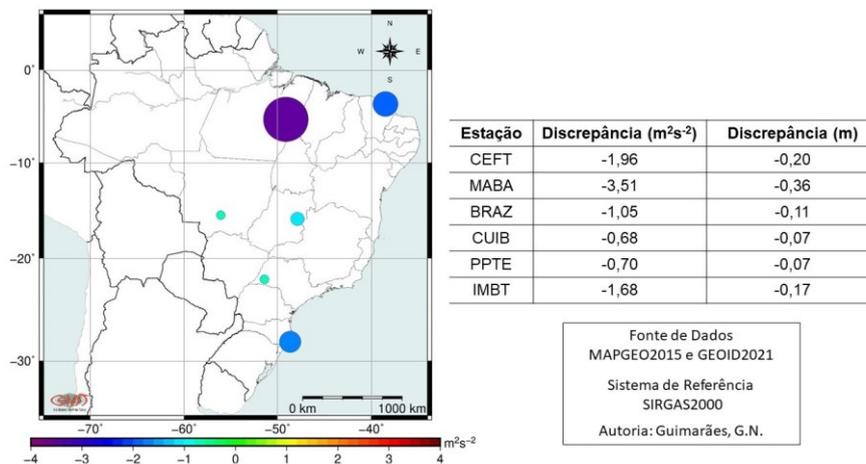
Figura 7 – Fluxograma das correções aplicadas no cálculo dos valores de potencial de acordo com o conceito de marés dados de entrada.



Fonte: Adaptado de Sánchez et al. (2021).

O número geopotencial de cada uma das seis estações IHRF no país foi calculado a partir dos dois últimos modelos geoidais disponíveis para a região de estudo e comparados entre si (Figura 8). A diferença envolvendo a estação MABA (-3,51 m²s⁻²) pode ser explicada pelos MGGs utilizados nos modelos, uma vez que, naquela região não houve acréscimo de medições gravimétricas do MAPGEO2015 para o GEOID2021. O MAPGEO2015 utiliza o EIGEN-6C4 e o GEOID2021 utiliza o XGM2019 (ambos com grau e ordem 200). A região no entorno da estação MABA possui poucas informações gravimétricas terrestres e nesse caso as informações dos modelos (MGG e/ou MDT) influenciam nos resultados de maneira mais significativa do que nas regiões que possuem uma distribuição gravimétrica densa e homogênea (como foi o caso das estações BRAZ, CUIB e PPTE, onde as discrepâncias foram menores). Para as estações litorâneas (CEFT e IMBT) a explicação para as diferenças (1,96 e 1,68 m²s⁻², respectivamente) pode ser na alteração do modelo utilizado para a área oceânica. Enquanto o MAPGEO2015 utiliza o DTU10 (ANDERSEN, 2010), o GEOID2021 utiliza o DTU17 (ANDERSEN; KNUDSEN, 2019).

Figura 8 – Comparação entre os valores do número geopotencial calculados nas estações IHRF a partir dos modelos MAPGEO2015 e GEOID2021.



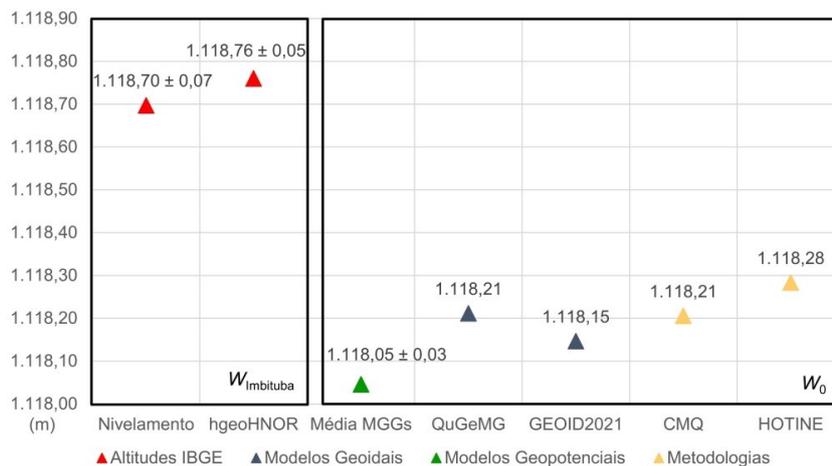
Fonte: Os autores (2022).

Os valores de W_P ainda foram calculados a partir da abordagem do PVCG utilizando duas metodologias: a integral de Hotine e a Colocação por Mínimos Quadrados. O que se obtém ao final do processo em cada metodologia é o potencial perturbador (Eq. (5)) na estação de interesse. Detalhes sobre a formulação matemática podem ser encontrados em Işık et al. (2021) e Ribeiro, Guimaraes e Camargo (2022).

Como forma de analisar os resultados advindos das possíveis formas de se obter os valores de potencial e, conseqüentemente, as altitudes vinculadas ao IHRF, uma investigação foi realizada na estação BRAZ, uma vez que possui uma distribuição homogênea de estações gravimétricas, além de possuir conexão com nivelamento geométrico (Referência de Nível - RN 2369V), isto é, a estação BRAZ está vinculada ao Sistema Geodésico Brasileiro. Dessa forma, altitudes normais vinculadas ao W_0 foram estimadas de diferentes

maneiras: a partir da média dos recentes MGGs (conforme ilustrado na Figura 6), utilizando recentes modelos quase geoidais - além do GEOID2021 utilizou-se o modelo do estado de Minas Gerais (QuGeMG) (GUIMARÃES et al., 2022) e que abrange a estação BRAZ – e por meio das metodologias de Hotine e CMQ. Os resultados, em termos de altitudes normais, são apresentados na Figura 9, que ilustra também as altitudes normais do IBGE, vinculadas ao *Datum* local ($W_{Imbituba}$) e obtidas a partir do nivelamento geométrico (RN 2369V) e utilizando o programa de conversão hgeoHNOR (IBGE, 2021). Essa ferramenta estima um fator de conversão que é somado ao valor da altitude geodésica para obtenção da altitude normal.

Figura 9 – Altitudes normais da estação BRAZ e RN 2369V obtidas a partir de diferentes modelos e metodologias e vinculadas ao W_0 e ao $W_{Imbituba}$, respectivamente.

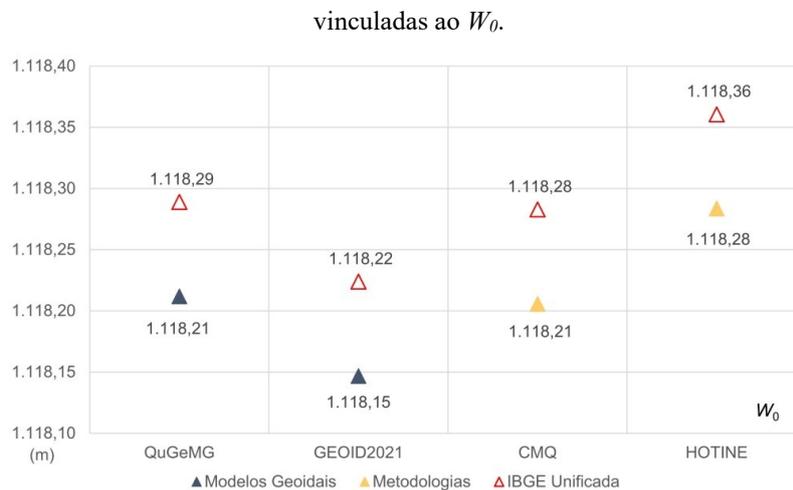


Fonte: Os autores (2022).

Observa-se na Figura 9 que a diferença entre o menor valor (1118,05 m) e o maior valor (1118,28 m) é de 0,23 m. O modelo QuGeMG foi calculado utilizando a CMQ, possuindo o mesmo valor (1118,21 m) para o resultado estimado com a CMQ. Embora os modelos QuGeMG e GEOID2021 possuam os mesmos dados de entrada (estações gravimétricas, MGG e MDT), o GEOID2021 foi calculado a partir da Integral de Stokes via *Fast Fourier Transform* (FFT). Dessa forma, mesmo que os dados de entrada sejam os mesmos, diferentes metodologias de cálculo podem resultar em diferentes resultados (veja exemplo em Guimarães et al. (2014)). Além disso, outro ponto relevante no processo de cálculo são as ferramentas computacionais. É sabido que cada pesquisador ou grupo de pesquisadores possuem seus próprios programas computacionais. Nesse caso, mesmo que a metodologia e os dados de entrada sejam iguais, o resultado encontrado por dois grupos de pesquisa, por exemplo, poderá ser diferente, uma vez que cada um utiliza suas próprias ferramentas.

Verifica-se ainda na Figura 9, que existe um afastamento entre as altitudes vinculadas ao W_0 e ao $W_{Imbituba}$. No entanto, a terceira opção de cálculo para os valores de potencial, apresentada na seção 3.1, trata justamente da unificação e densificação do IHRF em relação aos sistemas altimétricos existentes. Sánchez e Sideris (2017) apresentaram valores de W_{ODVL} para os referências na América do Sul e para o caso do *Datum* de Imbituba o valor calculado é $62.636.849,61 \pm 0,18 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ e o parâmetro de afastamento (δW_{ODVL}) é $3,79 \pm 0,18 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ ($0,387 \pm 0,018 \text{ m}$). Nesse sentido, a partir do W_P obtido em cada um dos modelos e metodologias apresentados na Figura 9 (exceto os MGGs) foi calculado, de acordo com a Eq. (7), o C_{PDVL} e, posteriormente encontrado o valor de C_P^{IHRF} (vinculado ao IHRF). Por fim, o valor da altitude foi calculado dividindo C_P^{IHRF} pelo valor médio da aceleração de gravidade normal (triângulos em vermelho da Figura 10). Nesse experimento foi considerado o valor da altitude da RN 2369V.

Figura 10 – Altitudes normais da estação BRAZ (triângulos azul e amarelo) e RN 2369V (triângulo vermelho)



Fonte: Os autores (2022).

Na Figura 10 verifica-se que aplicado o parâmetro de afastamento à altitude RN 2369V os novos valores da altitude da RN estão vinculados ao IHRF. Observa-se uma diferença de 0,07 a 0,08 m em relação às altitudes obtidas pelas quatro metodologias. Tal diferença pode ser explicada pela combinação de erros sistemáticos e aleatórios advindos do procedimento do nivelamento geométrico, da altitude geodésica obtida por meio do GNSS nas estações gravimétricas, da gravimetria, do MDT e dos erros de omissão e comissão dos MGGs.

4 PERSPECTIVAS FUTURAS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estabelecimento e a manutenção de uma infraestrutura geodésica objetivando futuras realizações dos referenciais geodésicos são fundamentais para todos os países. Nesse sentido, é de suma importância que haja viabilidade governamental, por parte das distintas esferas e instituições, no que tange a contínuos investimentos em termos de implantação e manutenção de estações geodésicas ao longo do tempo, bem como na contínua formação de recursos humanos. Conforme mencionado na seção 3, um sistema geodésico de referência consistente, preciso e estável ao longo do tempo, retorna benefícios não somente para as Ciências Geodésicas, como para a sociedade (social, ambiental e econômico) no contexto global, regional e local.

No que tange ao estabelecimento do IHRF, o próximo passo é estabelecer a melhor estratégia para que os países/regiões calculem os valores de potencial, visando a primeira realização, que sejam consistentes entre si. Uma possibilidade ventilada pela comunidade geodésica seria a implantação de centros nacionais/regionais responsáveis pelo cálculo a partir de estratégias (métodos, programas computacionais e dados de entrada), previamente definidas e padronizadas. Os centros de processamento de dados GNSS que atuam no SIRGAS, são um exemplo dessa estrutura. Após a conclusão do estabelecimento do IHRF a partir da primeira realização, outro desafio inerente à comunidade geodésica será a modelagem temporal das altitudes. Nesse sentido, abre-se uma oportunidade para investigar os efeitos que interferem na variação das altitudes ao longo do tempo buscando propor respostas às perguntas que surgirão.

Tarefas como conexões internacionais a partir de nivelamento geométrico e posicionamento GNSS nas RRNN localizadas em regiões fronteiriças, bem como conexão da rede altimétrica em cada estação IHRF e no *Datum* (ou *Data*) altimétrico de cada país, são atividades recomendadas para que os países viabilizem nos próximos anos, visando a primeira realização do IHRF. Além disso, a densificação gravimétrica no entorno de cada estação é essencial para a qualidade do resultado dos valores de potencial que serão calculados na primeira realização. Dessa forma, os especialistas e as instituições responsáveis pela Geodésia de cada país devem dialogar acerca da resolução gravimétrica em cada estação IHRF de acordo com o preconizado por Sánchez et al. (2021).

Em relação ao cenário nacional, o Brasil tem se envolvido nas atividades acerca do IHRF, seja por meio das instituições produtoras de informações geodésicas no país, seja por meio dos especialistas apresentando trabalhos em eventos e participando de grupos de trabalhos sobre a temática. Esforços têm sido

realizados em busca de aprimorar a infraestrutura geodésica. No que diz respeito aos resultados dos experimentos apresentados, a obtenção de altitudes utilizando apenas de modelos globais do geopotencial não é suportada no momento, haja vista que não houve um MGG que tenha melhor se ajustado em relação à média dos MGGs (Figura 6), além do resultado em relação às comparações com a estação BRAZ e a RN 2369V (Figura 9) ser o mais discrepante. Os resultados advindos da abordagem do PVCG, seja por meio de modelos geoidais existentes ou utilizando a CMQ ou a Integral de Hotine responderam de forma consistente.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPEMIG (Processo: APQ-01547-17) e ao CNPq (Processo: 406083/2021-5) pelo apoio financeiro e ao CNPq pela bolsa de iniciação científica da coautora Mariana Eiko Borba Inoue (Edital UFU 04/2020 PIBIC-CNPq).

Contribuição dos Autores

O primeiro autor contribuiu na conceptualização, administração do projeto, aquisição de financiamento, além da redação (minuta inicial). O segundo e terceiro autores contribuíram na curadoria dos dados, bem como no cálculo computacional das soluções e na análise estatística. A quarta autora auxiliou no cálculo de uma das soluções apresentadas. A última autora contribuiu na visualização (geração das figuras), bem como na análise da infraestrutura das estações IHRF no país. Todos os coautores participaram da revisão crítica e comentários.

Conflitos de Interesse

Os autores declaram que não há conflitos de interesse.

Referências

- ALBARICI, F. L.; FOROUGH, I.; GUIMARÃES, G. N.; SANTOS, M.; TRABANCO, J. A new perspective for physical heights in Brazil. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 25, n. 1, 2019. DOI: 10.1590/s1982-21702019000100001.
- ALBARICI, F. L.; GUIMARÃES, G. N.; SANTOS, M. C.; TRABANCO, J. L. A. Strategy for Connecting to the IHRF: Case Study for the Tide Gauge of Cananeia-SP. **Anuário do Instituto de Geociências**, v. 44, 2021. DOI: 10.11137/1982-3908_2021_44_41104
- ALTAMIMI, Z.; REBISCHUNG, P.; MÉTIVIER, L.; COLLILIEUX, X. ITRF2014: A new release of the International Terrestrial Reference Frame modeling nonlinear station motions. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 121, n. 8, p. 6109–6131, 2016. DOI: 10.1002/2016JB013098
- ANDERSEN, O. B. The DTU10 Gravity field and Mean sea surface. **Second international symposium of the gravity field of the Earth (IGFS2)**, 2010. Fairbanks, Alaska
- ANDERSEN O.B., KNUDSEN P. The DTU17 **Global Marine Gravity Field: First Validation Results**. In: Mertikas S., Pail R. (eds) Fiducial Reference Measurements for Altimetry. International Association of Geodesy Symposia, vol 150. Springer, 2019. DOI:10.1007/1345_2019_65
- BARTHELMES, F. **Definition of functionals of the geopotential and their calculation from spherical harmonic models: theory and formulas used by the calculation service of the International Centre for Global Earth Models (ICGEM)**. Potsdam, 2013. Disponível em: <http://icgem.gfz-potsdam.de/str-0902-revised.pdf> Acesso em: 22 jan 2022.
- BENTEL, K.; SCHMIDT, M.; GERLACH, C. Different radial basis functions and their applicability for regional gravity field representation on the sphere. **GEM - International Journal on Geomatics**, v. 4, n. 1, p. 67–96, 2013.

- BLITZKOW, D.; MATOS, A. C. O. C. DE; GUIMARÃES, G. DO N.; COSTA, S. M. A. O Conceito Atual dos Referenciais Usados em Geodésia. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 63, n. 5, p. 633–648, 2011. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/revistabrasileiracartografia/article/view/43758/23022> Acesso em: 17 jan 2022.
- BLITZKOW, D.; MATOS, A. C. O. C.; MACHADO, W. C.; et al. MAPGEO2015: o Novo Modelo de Ondulação Geoidal do Brasi. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 16, n. 10, p. 1873–1884, 2016. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/revistabrasileiracartografia/article/view/44289> Acesso em: 17 jan 2022.
- DALAZOANA, R.; DE FREITAS, S. R. C. Sistemas Geodésicos de Referência: Rumo ao GGRS/GGRF. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 72, p. 962–982, 2020. DOI: 10.14393/rbcv72nespecial50anos-56601
- DICK, W. R.; ALTAMIMI, Z. (EDS.). **Description and evaluation of DTRF2014, JTRF2014 and ITRF2014**. IERS Technical Note No. 40. Frankfurt am Main, 2020.
- DREWES, H.; KUGLITSCH, F.; ADÁM, J.; RÓZSA, S. The Geodesist's Handbook 2016. **Journal of Geodesy**, v. 90, n. 10, p. 907–1205, 2016. DOI: 10.1007/s00190-016-0948-z
- FORSBERG, R.; TSCHERNING, C. C. The use of height data in gravity field approximation by collocation. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 86, n. B9, p. 7843–7854, 1981. DOI: 10.1029/JB086iB09p07843
- FÖRSTE, C.; BRUINSMA, S. L.; ABRYKOSOV, O.; LEMOINE, J.-M.; MARTY, J. C.; FLECHTNER, F.; BALMINO, G.; BARTHELMES, F.; BIANCALE, R. **EIGEN-6C4 The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse**. GFZ Data Services. 2014. DOI:10.5880/icgem.2015.1
- GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Física**. 1ª ed. Curitiba: UFPR, 2012.
- GILARDONI, M.; REGUZZONI, M.; SAMPIETRO, D. GECO: a global gravity model by locally combining GOCE data and EGM2008. **Studia Geophysica et Geodaetica**, v. 60, n. 2, p. 228–247, 2016. DOI:10.1007/s11200-015-1114-4
- GRUBER, T.; WILLBERG, M. Signal and error assessment of GOCE-based high resolution gravity field models. **Journal of Geodetic Science**, v. 9, n. 1, p. 71–86, 2019. DOI: 10.1515/jogs-2019-0008
- GUIMARÃES, G. N.; BLITZKOW, D. Problema de valor de contorno da Geodésia: uma abordagem conceitual. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 17, n. 4, p. 607–624, 2011. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bcg/a/3ZGFxwTmMTsTXNW7WG4zFRp/?lang=pt&format=pdf> Acesso em: 22 jan 2022.
- GUIMARÃES, G. N.; MATOS, A. C. O. C.; BLITZKOW, D. An evaluation of recent GOCE geopotential models in Brazil. **Journal of Geodetic Science**, v. 2, n. 2, p. 144–155, 2012. DOI: 10.2478/v10156-011-0033-8
- GUIMARÃES, G. N.; BLITZKOW, D.; BARZAGHI, R.; DE MATOS, A. C. O. C. The computation of the geoid model in the state of São Paulo using two methodologies and GOCE models. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 20, n. 1, 2014. DOI: 10.1590/s1982-21702014000100012
- GUIMARÃES, G.; MATOS, A. C. O. C.; BLITZKOW, D.; SILVA, V. C. New gravimetric infrastructure in Brazil Southeast: from absolute gravity network to a geoid model. **Journal of Surveying Engineering**, 2022. DOI: 10.2478/v10156-011-0033-8
- HECK, B. A contribution to the scalar free boundary value problem of physical geodesy. **Manuscripta Geodaetica**, n. 14, p. 87–99, 1989.
- HOFMANN-WELLENHOF, B.; MORITZ, H. **Physical Geodesy**. 2nd ed. Wien: Springer, 2006.
- IAG. Geodesy for Sustainable Development. Nineteenth United Nations Regional Cartographic Conference for Asia and the Pacific. **Anais...**, 2012. Bangkok. Disponível em: https://unstats.un.org/unsd/geoinfo/rcc/docs/rccap19/ip/E_Conf.102_IP19_IAG_19th_UNRCC-

AP_Session3.pdf Acesso em 21 jan 2022.

- IAG. Description of the Global Geodetic Reference Frame. Position paper adopted by the IAG Executive Committee. 2016.
- IBGE. **Reajustamento da Rede Altimétrica com Números Geopotenciais**. 2nd ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2019.
- IHDE, J.; SÁNCHEZ, L.; BARZAGHI, R.; et al. Definition and Proposed Realization of the International Height Reference System (IHRF). **Surveys in Geophysics**, v. 38, n. 3, p. 549–570, 2017. DOI: 10.1007/s10712-017-9409-3
- IŞIK, M. S.; EROL, B.; EROL, S.; SAKIL, F. F. High-resolution geoid modeling using least squares modification of Stokes and Hotine formulas in Colorado. **Journal of Geodesy**, v. 95, n. 5, p. 49, 2021. DOI: 10.1007/s00190-021-01501-z
- LIANG, W.; LI, J.; XU, X.; ZHANG, S.; ZHAO, Y. A High-Resolution Earth's Gravity Field Model SGG-UGM-2 from GOCE, GRACE, Satellite Altimetry, and EGM2008. **Engineering**, v. 6, n. 8, p. 860–878, 2020. DOI: 10.1016/j.eng.2020.05.008
- LIEB, V.; BOUMAN, J.; DETTMERING, D.; FUCHS, M.; SCHMIDT, M. Combination of GOCE Gravity Gradients in Regional Gravity Field Modelling Using Radial Basis Functions. In: Sneeuw N., Novák P., Crespi M., Sansò F. (eds) VIII Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy. International Association of Geodesy Symposia, vol 142. Springer, Cham. 2015. DOI: 10.1007/1345_2015_71
- MARTI, U.; RICHARD, P.; GERMAK, A.; VITUSHKIN, L.; PÁLINKÁŠ, V. **CCM-IAG Strategy for Metrology in Absolute Gravimetry**. pp; 1-8. 2014. Disponível em: <https://www.bipm.org/documents/20126/41442296/CCM+-+IAG+Strategy+for+Metrology+in+Absolute+Gravimetry/7f9bc651-a2b6-08cc-7bba-f63b0a7e9765> Acesso em 21 jan 2022.
- MATOS, A. C. O. C. **Implementação de modelos digitais de terreno para aplicações na área de geodésia e geofísica na América do Sul**. 2005. 355 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Transportes) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005. DOI:10.11606/T.3.2005.tde-10102005-104155.
- MATOS, A.C.O.C; BLITZKOW, D.; GUIMARÃES, G.N.; SILVA, V.C. **Geoid and quasi-geoid model for South America**, Simposio SIRGAS 2021 de 29 de novembro a 01 de dezembro de 2021, organizado pelo Instituto Geográfico Nacional do Peru e o Comitê Executivo do SIRGAS, Lima, Perú.
- MEYSSIGNAC, B.; CAZENAVE, A. Sea level: A review of present-day and recent-past changes and variability. **Journal of Geodynamics**, v. 58, p. 96–109, 2012.
- MORAD, A. H. GPS Talking For Blind People. **Journal of Emerging Technologies in Web Intelligence**, v. 2, n. 3, 2010.
- NICACIO, E.; DALAZOANA, R.; FREITAS, S. R. C. DE. Evaluation of recent combined global geopotential models in Brazil. **Journal of Geodetic Science**, v. 8, n. 1, p. 72–82, 2018.
- ONU. A global geodetic reference frame for sustainable development. **Resolution adopted by the General Assembly on 26 February 2015**, 2015.
- ONU. Strengthening institutional arrangements on geospatial information management. **Resolution adopted by the Economic and Social Council on 27 July 2016**, 2016.
- PAVLIS, N. K.; HOLMES, S. A.; KENYON, S. C.; FACTOR, J. K. The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 117, n. B4, 2012. Doi:10.1029/2011JB008916.
- PLAG, H.-P.; PEARLMAN, M. (EDS.). **Global Geodetic Observing System**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- RIBEIRO, L. C.; GUIMARAES, G. N.; CAMARGO, P. O. Contribution to the Establishment of the IHRF in the State of São Paulo. **IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters**, v. 19, p. 1–5, 2022. DOI: 10.1109/LGRS.2021.3071254

- RICHEY, A. S.; THOMAS, B. F.; LO, M.; et al. Quantifying renewable groundwater stress with GRACE. **Water Resources Research**, v. 51, n. 7, p. 5217–5238, 2015. DOI:10.1002/2015WR017349
- SACERDOTE, F.; SANSÒ, F. The scalar boundary value problem of physical geodesy. **Manuscripta Geodaetica**, v. 11, p. 15–28, 1986.
- SÁNCHEZ, L.; ÅGREN, J.; HUANG, J.; et al. Strategy for the realisation of the International Height Reference System (IHRs). **Journal of Geodesy**, v. 95, n. 3, p. 33, 2021. DOI: 10.1007/s00190-021-01481-0
- SÁNCHEZ, L.; IHDE, J.; PAIL, R.; et al. Towards a first realization of the International Height Reference System (IHRs). EGU General Assembly Conference Abstracts. **Anais...**, 19th EGU General Assembly, EGU2017, proceedings from the conference held 23-28 April, 2017 in Vienna, Austria., p.17104, 2017.
- SÁNCHEZ, L.; SIDERIS, M. G. Vertical datum unification for the International Height Reference System (IHRs). **Geophysical Journal International**, Volume 209, Issue 2, May 2017, Pages 570–586, DOI:10.1093/gji/ggx025
- SCHWARZ, K. P.; SIDERIS, M. G.; FORSBERG, R. The use of FFT techniques in physical geodesy. **Geophysical Journal International**, v. 100, n. 3, p. 485–514, 1990. DOI:10.1111/j.1365-246X.1990.tb00701.x
- TORGE, W.; MÜLLER, Geodesy, 4th edn. De Gruyter. 2012. DOI: 10.1515/9783110250008
- TSCHERNING, C. C. Local Approximation of the Gravity Potential by Least Squares Collocation. In: K. P. Schwarz (Ed.); International Summer School on Local Gravity Field Approximation. **Anais...** . Conference: the Int. Summer School on local gravity field determination, Beijing, China, At: Univ. of Calgary, Calgary Canada v. 60003 p.277–362, 1985.
- UN-GGIM. Global Geodesy Forum the Power of Where – The Value of Geodesy to Society. , 2021. Disponível em: https://ggim.un.org/meetings/2021/Global_Geodesy_Forum/documents/Global_Geodesy_Forum-Presentation.pdf Acesso em: 17 jan 2022.
- VELÁZQUEZ, R.; PISSALOUX, E.; RODRIGO, P.; CARRASCO, M.; GIANNOCCARO, N. I.; LAY-EKUAKILLE, A. An Outdoor Navigation System for Blind Pedestrians Using GPS and Tactile-Foot Feedback **Applied Sciences** 8, no. 4: 578. 2018. DOI:10.3390/app8040578
- WANG, Y. M.; SÁNCHEZ, L.; ÅGREN, J.; et al. Colorado geoid computation experiment: overview and summary. **Journal of Geodesy**, v. 95, n. 12, p. 127, 2021. DOI: 10.1007/s00190-021-01567-9
- WZIONTEK, H.; BONVALOT, S.; FALK, R.; et al. Status of the International Gravity Reference System and Frame. **Journal of Geodesy**, v. 95, n. 1, p. 7, 2021. DOI: 10.1007/s00190-020-01438-9
- ZINGERLE, P.; PAIL, R.; GRUBER, T.; OIKONOMIDOU, X. **The experimental gravity field model XGM2019e**. GFZ Data Services. 2019. DOI:10.5880/ICGEM.2019.007

Biografia do autor principal



Gabriel do Nascimento Guimarães, Franca, 1984. Engenheiro Cartógrafo formado em 2007, pela Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista, *Campus* Presidente Prudente. Mestre em Engenharia de Transportes pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (em 2010). Doutor também pela EPUSP e pelo Politecnico di Milano, Itália, em 2013. Atualmente, é docente na Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia. Atua nas áreas de sistemas de altitudes, modelagem geoidal e gravimetria.



Esta obra está licenciado com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) – CC BY. Esta licença permite que outros distribuam, remixem, adaptem e criem a partir do seu trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que lhe atribuam o devido crédito pela criação original.