



Contribuição para a Determinação da Separação Geóide e Quase Geóide (SGQG) no Território Brasileiro

Contribution for the Determination of Geoid-Quasigeoid Separation (GQS) in Brazilian Territory

Franck Rosa da Silva ¹, Sergio Florêncio de Souza ², Roosevelt de Lara Santos Jr ³ e Rodrigo da Silva Ferraz ⁴

¹ Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto, Porto Alegre, Brasil. francksilva81@gmail.com.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4456-6212>

² Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto, Porto Alegre, Brasil. sergio.florencio@ufrgs.br.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4720-6714>

³ Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Departamento de Geodésia, Porto Alegre, Brasil. rooseveltdelara@ufrgs.br.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4390-8636>

⁴ Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto, Porto Alegre, Brasil. rferraz1980@gmail.com.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1989-1424>

Recebido: 05.2021 | Aceito: 10.2021

Resumo: A separação entre o geóide e o quase geóide, entendida como a diferença entre as altitudes normal e ortométrica, pode ser da ordem de centímetros, chegando a metros em áreas de grande variação altimétrica, relacionando-se com a densidade das massas topográficas litológicas e a resolução do modelo topográfico utilizado. Neste contexto, o objetivo principal desta pesquisa consistiu em avaliar a SGQG no Brasil, a partir de quatro metodologias distintas. A primeira calculou a SGQG pela diferença entre as altitudes normais e ortométricas. A segunda empregou a anomalia simplificada de Bouguer. A terceira introduziu a correção do terreno e na quarta foi adicionada a correção gravimétrica. O estudo foi desenvolvido utilizando-se dados altimétricos e gravimétricos disponibilizados pelo IBGE, dados altimétricos do SRTM com resolução 3" e do mapa de densidade variável derivado do mapa geológico do Brasil. A SGQG obtida pela primeira e segunda metodologias não apresentaram diferenças significativas entre si. A anomalia simplificada de Bouguer correspondeu, em média, a cerca de 92,5% do total da SGQG no Brasil. Introduzindo-se as correções do terreno e gravimétrica, verifica-se que a combinação destas correspondeu a 7,5% da SGQG, sendo a maior contribuição na região sul, confirmando que essas correções não devem ser negligenciadas, principalmente em regiões de maiores altitudes. O modelo de densidade variável diferiu cerca de 4,7% do modelo de densidade constante, sendo esta diferença maior na região centro-oeste. A principal contribuição desta pesquisa foi a viabilidade da incorporação do modelo de densidade variável e das correções topográfica e gravimétrica no cálculo da SGQG em âmbito nacional.

Palavras-chave: Separação geóide e quase geóide. Correção Topográfica. Correção Gravimétrica.

Abstract: The geoid and quasi-geoid separation, understood as the difference between normal and orthometric heights, can be in order of centimeters, reaching meters in great height variation areas, being related to the density of topographic lithological masses and resolution of the elevation model used. In this context, the main objective of this research was evaluate the GQS in Brazil, using four different methodologies. The first calculated GQS by the difference between normal and orthometric heights. The second employed the simplified Bouguer anomaly. The third introduced the terrain correction and the fourth added the gravimetric correction. The study was developed using height and gravimetric data provided by IBGE, height data from SRTM with 3" resolution and the variable density map derived from the geological map of Brazil. The GQS obtained through the first and second methodologies did not present significant differences. The simplified Bouguer anomaly corresponded, on average, about 92.5% of the total GQS in Brazil. By introducing the terrain and gravimetric corrections, appears that the combination of these corresponded to 7.5% of the GQS, being the largest contribution in the southern region, confirming that these corrections should not be neglected, especially in regions with higher variation heights. The variable density model differed about 4.7% from the constant density model, with this difference being greater in the Midwest region. The main contribution of this research, was the feasibility of incorporating the variable density model and topographic and gravimetric corrections in the calculation of GQS nationwide.

Keywords: Geoid and quasigeoid separation. Topographic Correction. Gravimetric Correction.

1 INTRODUÇÃO

Os sistemas altimétricos podem ser definidos como um sistema métrico no qual se quantifica a separação de duas superfícies de referência, segundo uma determinada direção específica (SEVERO et al, 2013). Atualmente, discute-se a modernização dos sistemas de altitudes dos países onde os mesmos sejam capazes de auxiliar os usuários a determinarem altitudes elipsoidais, ortométricas ou normais em qualquer ponto (FREIRE, 2016). De acordo com Ferreira, Freitas e Heck (2011), o primeiro tipo de altitude não é relacionada com o campo da gravidade terrestre, ou seja, pontos com a mesma altitude elipsoidal não descrevem uma superfície equipotencial. Em contrapartida, as altitudes normais e as ortométricas preservam o significado físico, pois ambas se relacionam com o número do geopotencial.

De acordo com Flury e Rummel (2009), a separação entre as altitudes ortométricas e normais é normalmente da ordem de alguns centímetros, mas pode chegar a metros em áreas com grande variação altimétrica. A maior parte deste efeito é devido às variações das densidades das massas topográficas e da resolução e exatidão do Modelo Topográfico utilizado. A modelagem adequada destas altitudes pode proporcionar uma conversão de alta confiabilidade entre as mesmas, permitindo a interconexão com sistemas altimétricos adotados por países vizinhos.

Em meados de 2018, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) tornou oficial o emprego da altitude normal ao sistema vertical brasileiro, incorporando-a ao Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), que é a referência para o posicionamento de alta precisão no Brasil (IBGE, 2018). Desta forma, o Brasil passa a seguir as recomendações internacionais para o estabelecimento de um Sistema de Referência Internacional de Altitudes (*International Height Reference System - IHRS*) e a respectiva realização (materialização) global (*International Height Reference Frame - IHRF*).

De acordo com IBGE (2018), o Brasil possui uma malha gravimétrica irregularmente distribuída, apresentando vários trechos de descontinuidade nos circuitos gravimétricos, principalmente nas regiões norte e sul do país, comprometendo a informação gravimétrica dos desníveis nivelados e criando a necessidade da mesma ser obtida por interpolação de valores da gravidade ou a partir de modelos globais do geopotencial (MGG). Nesse contexto, a determinação acurada da separação entre o geoide e o quase geoide (SGQG), traduzida como a diferença entre as altitudes ortométrica e normal, é imprescindível para a modernização do sistema altimétrico de países com grandes extensões territoriais como o Brasil.

A recomendação oficial do SIRGAS sobre as altitudes físicas é de utilizar a altitude normal, adotada atualmente no Brasil. Entretanto, na realização do sistema, cada país poderá introduzir o tipo de altitude física que prefira, junto com a superfície de referência correspondente: geoide para as altitudes ortométricas ou quase geoide para altitudes normais. Desta forma, os valores dos números geopotenciais disponibilizados pelo IBGE, provenientes do reajustamento da Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP), também podem ser utilizados para determinar altitudes ortométricas, que são associadas ao geoide local. A preferência por um ou outro sistema requer a adoção de modelos geoidais ou quase-geoidais que forneçam respectivamente, altura geoidal (N) e anomalia de altitude (ζ) com precisão de poucos centímetros.

Assim, conceitos de altitude ortométrica ou normal devem ser aplicados às referências de nível (RRNN) e estações gravimétricas (EEGG) da Rede Altimétrica Fundamental do Brasil (RAFB), de forma a definir um padrão unificado para as altitudes. Diante deste cenário, a introdução da variação da densidade das massas topográficas, juntamente com os valores das correções topográfica e gravimétrica na determinação da SGQG, pode se revestir de grande importância na determinação de altitudes físicas em território brasileiro. Pesquisas considerando estes efeitos devem ser realizadas, possibilitando a determinação da altitude ortométrica e da SGQG de maneira mais realista.

Alguns estudos abordando a SGQG foram elaborados ao longo dos anos como por exemplo Tenzer et al (2005) que adotaram um modelo de densidade constante utilizando como área de estudo as montanhas rochosas do Canadá. Flury e Rummel (2009), nos alpes suíços e austríacos, Muhammad, Zulfiqar e Muhammad (2010), no Paquistão e Filmer, Featherstone e Kuhn (2010), nos alpes australianos, utilizaram a mesma metodologia. Outros estudos seguiram a mesma linha como Godah, Szelachowska e Krynski (2014) na Polônia, Li, Shen e Zhou (2015) na China e Hejrati e Najafi-Alamdari (2017) nas montanhas rochosas dos EUA. Por outro lado, trabalhos como os de Tenzer e Vanícek (2003), Tenzer e Vanícek (2006) e Vanícek,

Kingdon e Santos (2012) no Canadá, Foroughi e Tenzer (2017) no Himalaia e Tenzer et al (2021) de forma global, utilizaram um modelo de densidades lateral em contraponto ao modelo de densidade constante.

Dentro do contexto brasileiro alguns trabalhos abordaram a questão da SGQG regionalmente como Ferreira, Freitas e Heck (2011) no estado do Paraná, Severo et al (2013), no estado do Rio Grande do Sul e Albarici et al (2019) no estado de São Paulo. Marotta, Almeida e Chuerubim (2019) verificaram a influência da densidade lateral na determinação de um geoide local no Distrito Federal. Os resultados destes estudos evidenciam a necessidade da adoção de uma modelagem da densidade das massas topográficas com o intuito de obter-se um melhor refinamento na obtenção de altitudes físicas em comparação com as altitudes obtidas através do modelo de densidade constante.

Desta forma, abre-se a perspectiva de uma modelagem apropriada para a transformação entre altitudes ortométricas e normais, onde a principal contribuição da presente pesquisa em relação aos estudos mencionados reside na adoção de um modelo de densidade variável, combinado com a introdução das correções do terreno e gravimétrica no cálculo da SGQG em âmbito nacional. Sendo assim, para alcançar o objetivo proposto, fez-se uso dos dados altimétricos e gravimétricos de estações gravimétricas (EEGG) disponíveis no Banco de Dados Geodésicos (BDG) do IBGE, do mapa de variação da densidade das massas topográficas derivadas a partir do mapa geológico do Brasil, do mapa de densidade variável global proposto por Sheng et al (2019) e de dados altimétricos do *Shuttle Radar Topography Mission* (SRTM) com resolução de 90 m.

2 CONCEITUAÇÃO TEÓRICA

A seleção do tipo de altitude a ser usada e a escolha da superfície de referência são primordiais em aplicações práticas da altimetria. Assim, distinguem-se dois tipos fundamentais de altitudes: não vinculadas ao campo da gravidade terrestre, conhecidas como altitudes geométricas (elipsoidais) e as ligadas ao conceito físico do campo de gravidade, podendo ou não ter também uma interpretação geométrica associada, chamadas altitudes físicas (dinâmicas, ortométricas, normais etc) (BLITZKOW; CAMPOS; FREITAS, 2004).

O significado físico destas altitudes está associado a gravimetria, o que possibilita a determinação das mesmas através de números geopotenciais. As altitudes niveladas, por sua vez, podem estar compreendidas entre os dois conceitos, geométrico e físico, dependendo do caso, uma vez que estas são obtidas empregando-se um nível ou uma estação total, de forma que o eixo vertical coincida com a direção do vetor da gravidade no ponto em questão e as visadas sejam tangentes às superfícies equipotenciais passantes pelo ponto.

De acordo com Vanícek, Kingdon e Santos (2012), a superfície de referência clássica, fisicamente significativa, o geoide, introduzido por Listing (1873), é a superfície natural para se referir as altitudes, podendo ser obtido com precisão de 1 a 2 cm, e de 2 a 3 cm em regiões mais complexas, tendo a distribuição da densidade das massas topográficas e a quantidade e distribuição de observações da gravidade como um dos elementos essenciais para sua determinação. Para Sjöberg (2018), o geoide é a superfície equipotencial que serve como referencial vertical à Geodésia e à Geofísica.

Em contrapartida, o quase geoide, proposto por Molodensky, Eremeev e Yurkina (1962), não possui uma superfície equipotencial de referência, e sim uma modelagem matemática associada juntamente ao significado de altitude física, sendo que sua determinação não depende do valor da densidade das massas topográficas no interior da crosta terrestre (DE LARA; SOUZA; REISS, 2020). Entretanto, para fins geológicos e ou geofísicos, as altitudes normais apresentam resultados similares às altitudes ortométricas na prática, evidenciando que o quase geoide apresenta significância física similar ao geoide, uma vez que ambas as superfícies de referência podem ser utilizadas para estes objetivos.

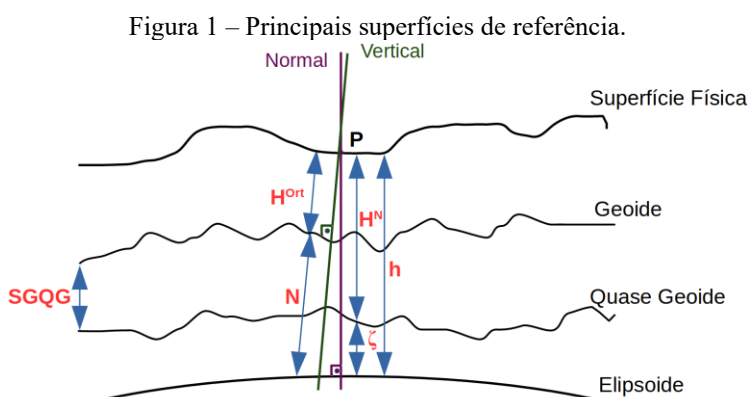
Para Flury e Rummel (2009) a separação do geoide e do quase geoide (SGQG), apresentada em Heiskanen e Moritz (1967), relaciona as teorias de Stokes e Helmert com a teoria de Molodensky, associando um referencial matemático a um referencial físico. Além de não estarem associadas à variação de densidade na crosta terrestre, a utilização das altitudes normais é recomendada pelo SIRGAS visando ao IHRF e ITRF. Entretanto, as altitudes ortométricas preservam a associação à gravimetria, sendo determinadas através de observações reais de valores da gravidade.

Desta forma, para que um sistema altimétrico robusto, que pode ser entendido como aquele em que as altitudes normais e ortométricas são determinadas através da técnica GPS/GNSS, seja devidamente realizado, torna-se imprescindível o conhecimento preciso da diferença entre estas altitudes, possibilitando a integração de dados com países que utilizem diferentes referenciais altimétricos. Além disso, a determinação acurada desta diferença permite modelar precisamente a conformação do campo gravitacional local, a partir do conhecimento da variação da densidade das massas topográficas litológicas relacionadas com este campo.

Segundo Sjöberg (2010), além do conhecimento da distribuição da densidade das massas topográficas e das anomalias gravimétricas de Bouguer, outros fatores como as correções topográfica (ou do terreno) e gravimétrica podem contribuir com valores da ordem do centímetro para a SGQG, exceto nas superfícies oceânicas, onde o geóide e o quase geóide são coincidentes. A primeira correção leva em consideração o efeito das massas externas ao geóide sobre a estação gravimétrica, ao passo que a segunda está atrelada ao distúrbio médio da gravidade ao longo da linha de prumo entre a estação e o geóide.

A determinação destes valores relaciona-se com a resolução do Problema de Contorno da Geodésia Física (PCGF), que é a determinação da função potencial do campo de gravidade que envolve a distribuição de massa e o efeito rotacional da Terra e que permite deduzir a sua forma (GUIMARÃES E BLITZKOW, 2011). Entretanto, para a determinação precisa destas variáveis torna-se imprescindível ter a disposição um arcabouço confiável de dados altimétricos e gravimétricos que proporcione uma melhor modelagem da componente vertical do sistema geodésico de um país de dimensões continentais como o Brasil.

Face ao exposto, e com a finalidade de permitir a visualização dos principais elementos abordados, a Figura 1 representa de forma simplificada as principais superfícies de referência envolvidas no presente estudo: o elipsoide, representado através de uma modelagem geométrica da Terra; o geóide, que representa a superfície referencial para o campo gravitacional verdadeiro; a altura geoidal (N), que pode ser entendida como sendo a separação geóide-elipsoide; a vertical que é a linha de força do campo gravífico real passando pelo ponto na superfície terrestre, sendo ortogonal ao geóide; a normal que é a linha de força do campo gravífico teórico passando pelo ponto na superfície terrestre e ortogonal ao elipsoide; a altitude ortométrica (H^{ort}), que é medida sobre a vertical entre o geóide e o ponto na superfície terrestre; a altitude elipsoidal (h) que é contada sobre a normal entre o elipsoide e o ponto na superfície terrestre; a anomalia de altitude (ζ) que é a distância sobre a normal entre o elipsoide e o quase geóide e a altitude normal (H^N) que é a distância sobre a normal entre o quase geóide e o ponto localizado na superfície terrestre.



Fonte: Os autores (2022).

Neste estudo adotou-se os modelos matemáticos aplicados por Heiskanen e Moritz (1967), Flury e Rummel (2009) e Sjöberg (2010). Sendo assim, analisando a Figura 1, as seguintes aproximações podem ser realizadas partindo-se do pressuposto da condição de não paralelismo das superfícies de referência:

$$h \cong H^{ort} + N \tag{1}$$

$$h \cong H^N + \zeta \tag{2}$$

Subtraindo-se a Eq. (1) da Eq. (2) obtém-se como resultado a SGQG pela simples diferença entre as altitudes normal e ortométrica, representada pela Eq. (3):

$$SGQG = N - \zeta = H^N - H^{ort} \tag{3}$$

Os valores das altitudes ortométrica e normal também podem ser expressos em função dos valores médios das gravidades medidas (\bar{g}) e normais ($\bar{\gamma}$) e pelo número geopotencial (C), conforme Eq. (4) e (5):

$$H^{ort} = \frac{C}{\bar{g}} \tag{4}$$

$$H^N = \frac{C}{\bar{\gamma}} \tag{5}$$

$$C = H^N \bar{\gamma} = H^{ort} \bar{g} \tag{6}$$

Combinando-se a Eq. (3) com a Eq. (6) e efetuando-se as devidas simplificações, obtém-se a seguinte igualdade:

$$SGQG = N - \zeta = H^N - H^{ort} = \left(\frac{\bar{g}-\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}}\right) H^{ort} \tag{7}$$

De acordo com Flury e Rummel (2009), a Eq. (8), ou redução de Poincaré-Prey, relaciona as gravidades média e a medida em um ponto, ao gradiente vertical (relacionado à redução do ar livre) e a equação de Poisson, a qual realiza a inclusão do valor da densidade das massas topográficas e o valor da constante gravitacional (G) em função da altitude ortométrica do ponto (H^{ort}):

$$\bar{g} = g + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} - 2\pi G \rho\right) H^{ort} \tag{8}$$

Combinando-se as Eq. (4) e (8), chega-se à expressão que calcula a altitude ortométrica rigorosa de Helmert em função da densidade das massas topográficas:

$$H^{ort} = \frac{C}{g + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} - 2\pi G \rho\right) H^{ort}} \tag{9}$$

Utilizando-se o valor de densidade constante $\rho_0 = 2670 \text{ kg/m}^3$ e a aproximação do gradiente vertical da gravidade como sendo $\frac{\partial \gamma}{\partial h} \cong 0,3086 \text{ mGal/m}$, a Eq. (9) pode ser simplificada para:

$$H^{ort} = \frac{C}{g + 0,0424 H^{ort}} \tag{10}$$

Da mesma forma, de acordo com Ferreira, Freitas e Hack (2011), a Eq. (11) apresenta o valor da gravidade normal média em relação à gravidade normal calculada para um ponto e o gradiente da normal:

$$\bar{\gamma} \cong \gamma - \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} H^{ort} \tag{11}$$

A gravidade normal referenciada ao elipsoide pode ser calculada através da fórmula de Somigliana, conforme Gemael (2012), e representada pela Eq. (12):

$$\gamma = \frac{a\gamma_e \cos^2 \varphi + b\gamma_p \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}} \tag{12}$$

onde γ é a gravidade normal, a é o semi-eixo maior, b é o semi-eixo menor, γ_e é a gravidade normal no equador, γ_p é a gravidade normal no pólo e φ é a latitude geodésica do ponto.

A anomalia gravimétrica simplificada de Bouguer, conforme Heiskanen e Moritz (1967), é dada por:

$$\Delta g_B \cong \Delta g + \Delta g^F - B \tag{13}$$

onde $\Delta g = g - \gamma$ é a anomalia da gravidade, $\Delta g^F = 0,3086H^{ort}$ é a anomalia de ar-livre ou *free-air* e $B = 2\pi G\rho H^{ort}$ é a correção devida ao platô de Bouguer.

Subtraindo-se a Eq. (8) da Eq. (11) e efetuando-se as devidas simplificações, resulta na aproximação dada pela Eq. (14) a seguir:

$$\bar{g} - \bar{\gamma} \cong \Delta g_B \tag{14}$$

Sendo assim, conforme Sjöberg (2010), o cálculo da SGQG empregando a anomalia gravimétrica simplificada de Bouguer (Δg_B) é realizado através da combinação das Eq. (7) e (14) resultando:

$$SGQG = N - \zeta \cong \left(\frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}}\right) H^{ort} \tag{15}$$

A anomalia representada pela Eq. (13) não leva em consideração a correção de terreno devido às massas topográficas remanescentes externas ao geóide. Sendo assim, a Eq. (16), apresenta a forma completa para cálculo do valor da anomalia gravimétrica de Bouguer (Δg_{BO}):

$$\Delta g_{BO} \cong \Delta g + \Delta g^F - B + g^{CT} \tag{16}$$

De acordo com Matos (2005), o Platô de Bouguer possui espessura constante equivalente à altitude da EG, podendo ocorrer massas no entorno deste ponto que não são consideradas ou removidas sem que existam. Assim, torna-se necessária a adição de uma componente devido às massas topográficas acima da EG e uma componente para corrigir a massa considerada abaixo dessa estação. Essa correção, conforme Heiskanen e Moritz (1967), é calculada pela integral de Newton, conforme Eq. (17):

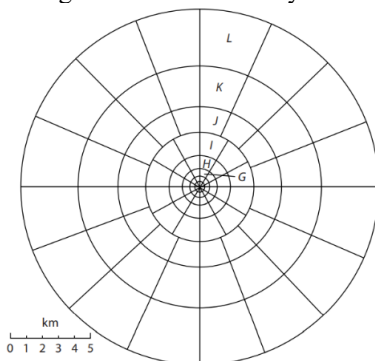
$$g^{CT} = \frac{G\rho R^2}{2} \iint \frac{[H(x,y,z) - H_P(x_P,y_P,z_P)]^2}{l^3(x_P-x,y_P-y,z_P-z)} dx dy \tag{17}$$

onde R é o raio de uma esfera aproximada ao geóide global, sendo considerado neste estudo como sendo o raio médio do elipsoide GRS-80, (x_P,y_P,z_P) é a coordenada do ponto de cálculo, (x,y,z) são as coordenadas do ponto de MDT, l é a distância tridimensional e $1/l^3(x_P-x,y_P-y,z_P-z)$ é o Kernel entre os pontos (x_P,y_P,z_P) e (x,y,z) .

Para Hinze, Von Frese e Saad (2013), outra forma de calcular a Correção do Terreno, produzindo praticamente os mesmos resultados da utilização da Eq. (17), é através da utilização das chamadas “Zonas de Hayford”. Este método envolve a compartimentalização da área por meio de círculos concêntricos com raios cuja origem é a EG situada no ponto de estudo, conforme Figura 2. A Correção do Terreno aproximada dentro de cada segmento é calculada conforme a Eq. (18):

$$g_{Seg}^{CT} = 2\pi G\rho R_c(1 - \cos\theta) \tag{18}$$

Figura 2 – Zonas de Hayford.



Fonte: Hinze, Von Frese e Saad (2013).

Entretanto, a Eq. (18) fornece o valor da correção do terreno para o segmento inteiro de uma determinada zona. De acordo com Kane (1962), cada segmento pode ser fracionado em 8 partes iguais

denominadas “octantes”, sendo o valor total da correção do terreno o somatório da contribuição de cada “octante circular”.

$$g_{Comp}^{CT} = \frac{\pi}{4} G \rho R_c (1 - \cos\theta) \tag{19}$$

$$g^{CT} = \sum_{i=1}^n g_{Comp}^{CT} \tag{20}$$

onde θ é o ângulo vertical entre o centro da zona e a elevação máxima do octante circular de cada compartimento, $R_c = l \cos\theta$ é o raio com centro na zona até o ponto de MDT situado dentro do compartimento e n é o número de compartimentos.

Para Flury e Rummel (2009) e Sjöberg (2010), a Eq. (15) não é devidamente apropriada para o cálculo da SGQG em regiões montanhosas, devendo serem introduzidas, ainda, as correções topográfica e gravimétrica, conforme Eq. (21) a seguir:

$$SGQ = N - \zeta \cong \left(\frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}}\right) H^{ort} + \frac{V_g^T - V_P^T}{\bar{\gamma}} + \frac{\delta g^{-BO} - \delta g_P^{BO}}{\bar{\gamma}} H^{ort} \tag{21}$$

onde δg_P^{BO} é o distúrbio da gravidade no ponto P, V_g^T e V_P^T são os potenciais topográficos no geóide e na superfície, respectivamente, e δg^{-BO} é o valor médio do distúrbio da gravidade entre o nível médio dos mares e o ponto na superfície topográfica.

De acordo com Flury e Rummel (2009), para o cálculo do segundo termo da Eq. (21), correspondente à correção topográfica (CT), utiliza-se a expressão que calcula a redução gravimétrica completa de Poincaré-Prey:

$$\bar{g} = g + \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} H^{ort} - 2\pi\rho G H^{ort} + \frac{1}{H^{ort}} (V_g^T - V_P^T) + g^{CT} \tag{22}$$

Procedendo à devida simplificação dos termos da Eq. (22) e dividindo ambos os membros pela gravidade normal, chega-se à expressão que determina o valor da CT:

$$CT = \frac{V_g^T - V_P^T}{\bar{\gamma}} \cong \left(\frac{g^{CT}}{\bar{\gamma}}\right) H^{ort} \tag{23}$$

Para o cálculo do terceiro termo da Eq. (21), correspondente à correção gravimétrica (CG), utilizou-se a aproximação proposta por Sjöberg (2010):

$$CG = -\frac{H^{ort2}}{2\bar{\gamma}} \frac{\partial \Delta g_P^F}{\partial H^{ort}} \tag{24}$$

sendo $\frac{\partial \Delta g_P^F}{\partial H^{ort}}$ o gradiente vertical da anomalia de ar livre calculado através da Eq. (25) a seguir (HEISKANEN E MORITZ, 1967; MUHAMMAD, ZULFIQAR e MUHAMMAD, 2010; HEJRATI e NAJAFI-ALAMDARI, 2017):

$$\frac{\partial \Delta g_P^F}{\partial H^{ort}} = \frac{R^2}{2\pi} \iint \frac{\Delta g^F - \Delta g_P^F}{l^3(x_P - x, y_P - y, z_P - z)} dx dy - \frac{2}{R} \Delta g_P^F \tag{25}$$

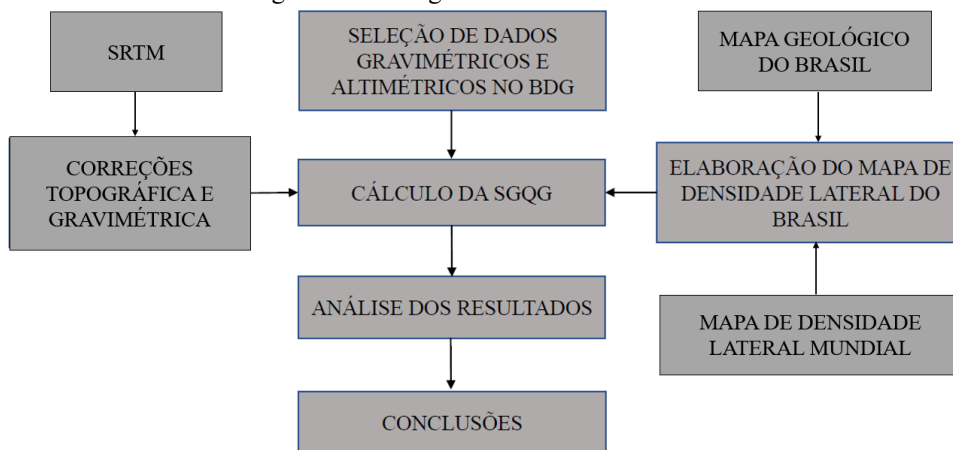
onde Δg^F é a anomalia de ar livre do ponto de MDT disposto em uma malha regular de pontos em torno do ponto de cálculo e Δg_P^F é anomalia de ar-livre no ponto.

A introdução da CT e da CG pode contribuir com alguns ou vários centímetros aos valores da SGQG, dependendo da conformação topográfica da área de estudo, proporcionando um melhor refinamento dos dados obtidos, tanto para o modelo de densidade constante como para o modelo de densidade variável. Para maiores informações sobre a contribuição destas correções aos valores da SGQG, consultar Flury e Rummel (2009), Sjöberg (2010), Muhammad, Zulfiqar e Muhammad (2010) e Hejrati e Najafi-Alamdari (2017).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

A metodologia desenvolvida no presente estudo tem por objetivo calcular o valor da SGQG e sua variação em função do valor da densidade das massas topográficas e das correções topográfica e gravimétrica no Brasil, baseando-se na teoria desenvolvida no capítulo anterior visando sua aplicação com a utilização de dados altimétricos e gravimétricos de alta confiabilidade. Sendo assim, três grupos de dados são fundamentais para a consecução do objetivo proposto: dados altimétricos (altitudes ortométricas, altitudes normais do Banco de Dados Geodésicos – BDG – do IBGE e altitudes de MDT do SRTM com resolução de 3”), dados gravimétricos provenientes do BDG e o mapa de densidade das massas topográficas do Brasil, obtido através da compilação de dados empíricos provenientes do esboço geológico do Brasil fornecido pelo IBGE e do mapa de densidade lateral mundial disponibilizado por Sheng et al (2019). O fluxograma representado pela Figura 3 procura apresentar, de forma resumida, as atividades desenvolvidas neste estudo, descrevendo as suas principais etapas.

Figura 3 – Fluxograma das fases envolvidas.



Fonte: Os autores (2022).

De acordo com IBGE (2020a), o BDG engloba o conjunto de informações sobre as estações de referência que constituem o Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), implantadas desde 1939, sendo este sistema constituído pelas Redes Altimétrica, Planialtimétrica e Gravimétrica. A primeira é determinada através de estações do tipo referência de nível (RN). A segunda é constituída por estações de satélite – SAT (podendo ser classificadas em GPS ou DOPPLER), estações de poligonal (EP) e vértices de triangulação (VT). O terceiro tipo de rede é formado pelas estações do tipo Gravimétrica (EG). As coordenadas, altitudes e/ou gravidades destas estações são determinadas por meio da aplicação de procedimentos e modelos geodésicos de alta precisão, compatíveis com as finalidades a que se destinam, e estão disponíveis através do Relatório de Estação Geodésica (REG) gerado pela aplicação.

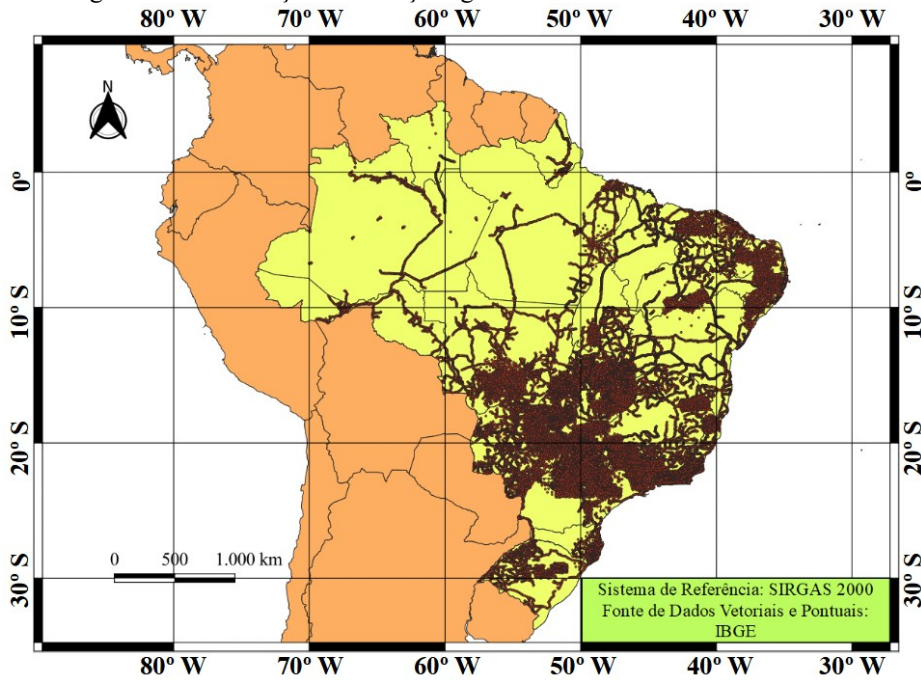
Tendo em vista a disponibilidade gratuita dos dados altimétricos e gravimétricos no BDG do IBGE para a comunidade acadêmico-científica, foram selecionadas 55.215 estações gravimétricas distribuídas em circuitos nas cinco regiões geográficas do Brasil. Os principais dados utilizados no presente estudo foram os valores de gravidades superficiais, altitudes ortométricas, números do geopotencial e altitudes normais, sendo estes dois últimos disponibilizados pelo IBGE a partir de julho de 2018, após o reajustamento da RAAP brasileira. O posicionamento destas estações pelo território nacional está discriminado conforme a Tabela 1 e Figura 4 a seguir.

Tabela 1 – Distribuição das estações gravimétricas pelo Brasil e regiões geográficas.

Região	Total Região	Total
Norte	5.316	55.215
Nordeste	12.888	
Centro-Oeste	15.909	
Sudeste	16.380	
Sul	4.722	

Fonte: Os autores (2022).

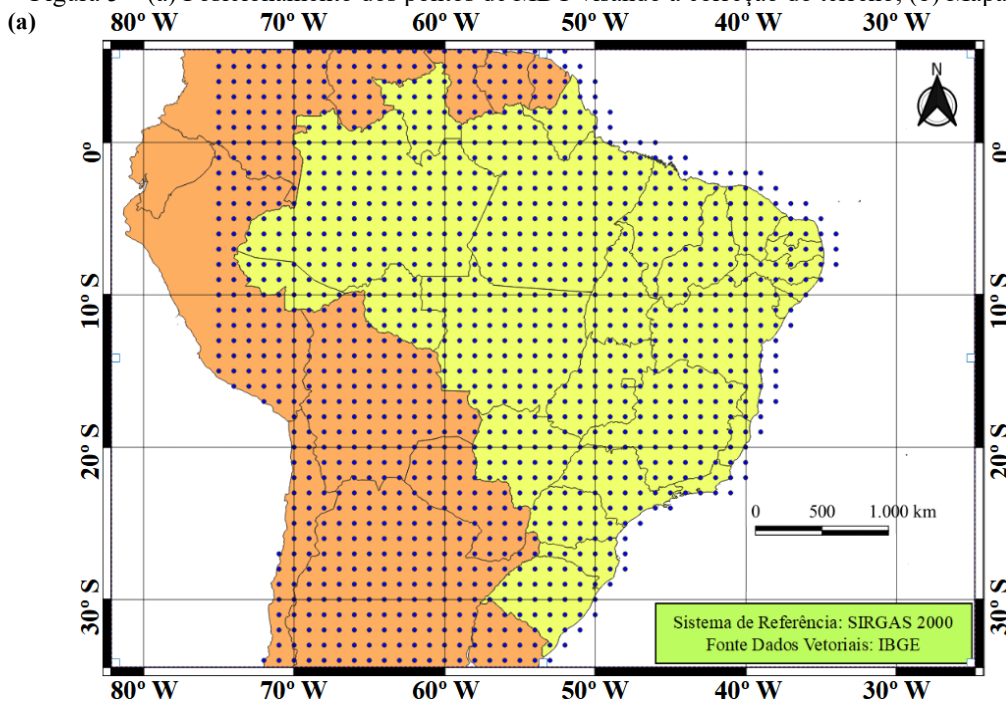
Figura 4 – Distribuição das estações gravimétricas em território brasileiro.

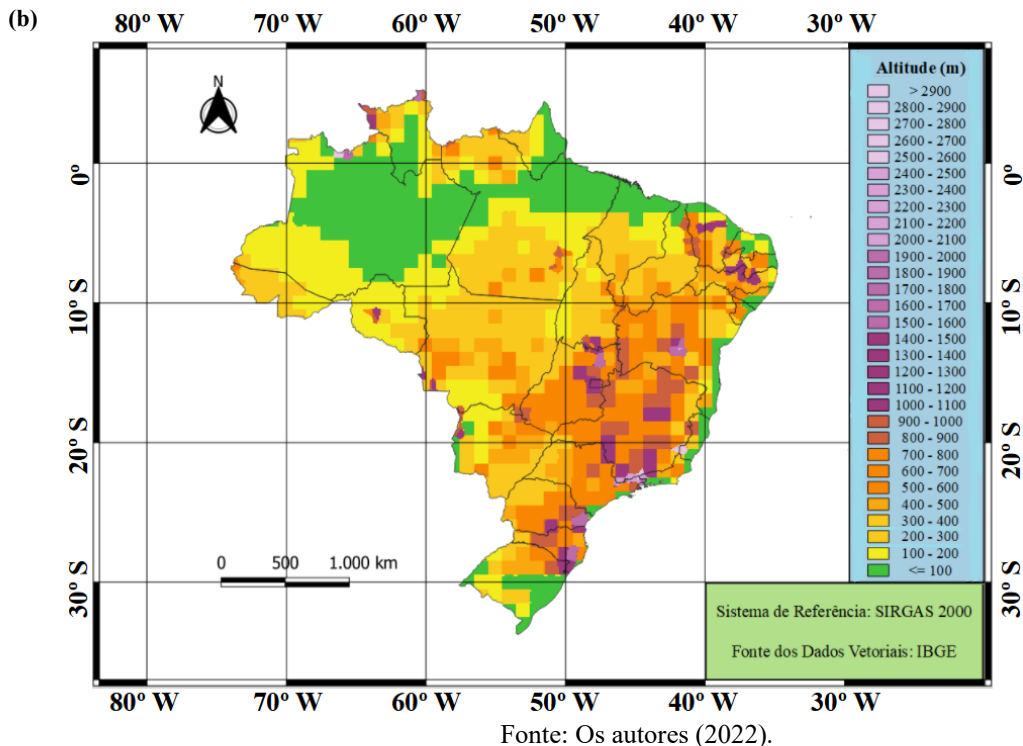


Fonte: Os autores (2022).

Para o cálculo das correções do terreno e gravimétrica, utilizou-se uma grade regular de pontos provenientes do SRTM com resolução de 90 m cobrindo o território brasileiro. De acordo com Hirt et al (2019), a utilização do SRTM com resolução de 3'' proporcionou a geração de um modelo global de correção do terreno com uma acurácia de 0,2 mGal. Sendo assim, a introdução de dados deste modelo digital pode fornecer um mapa detalhado desta anomalia gravimétrica na área de estudo. Os dados de elevação utilizados neste estudo podem ser encontrados para download no endereço <https://www.cnpm.embrapa.br/projetos/relevobr/download/index.htm> ou podem ser obtidos pontualmente através do endereço eletrônico <https://www.gpsvisualizer.com/elevation>. Tomou-se como posicionamento destes pontos o enquadramento da América do Sul entre as latitudes 6° N e 36° S e as longitudes 33° W e 75° W, com espaçamento entre pontos de 1° x 1°, totalizando 1.315 pontos de MDT, conforme Figura 5-a. A utilização de dados do SRTM possibilitou a geração de um mapa altimétrico com a conformação aproximada das altitudes do Brasil (Figura 5-b).

Figura 5 – (a) Posicionamento dos pontos de MDT visando a correção do terreno; (b) Mapa altimétrico do Brasil.

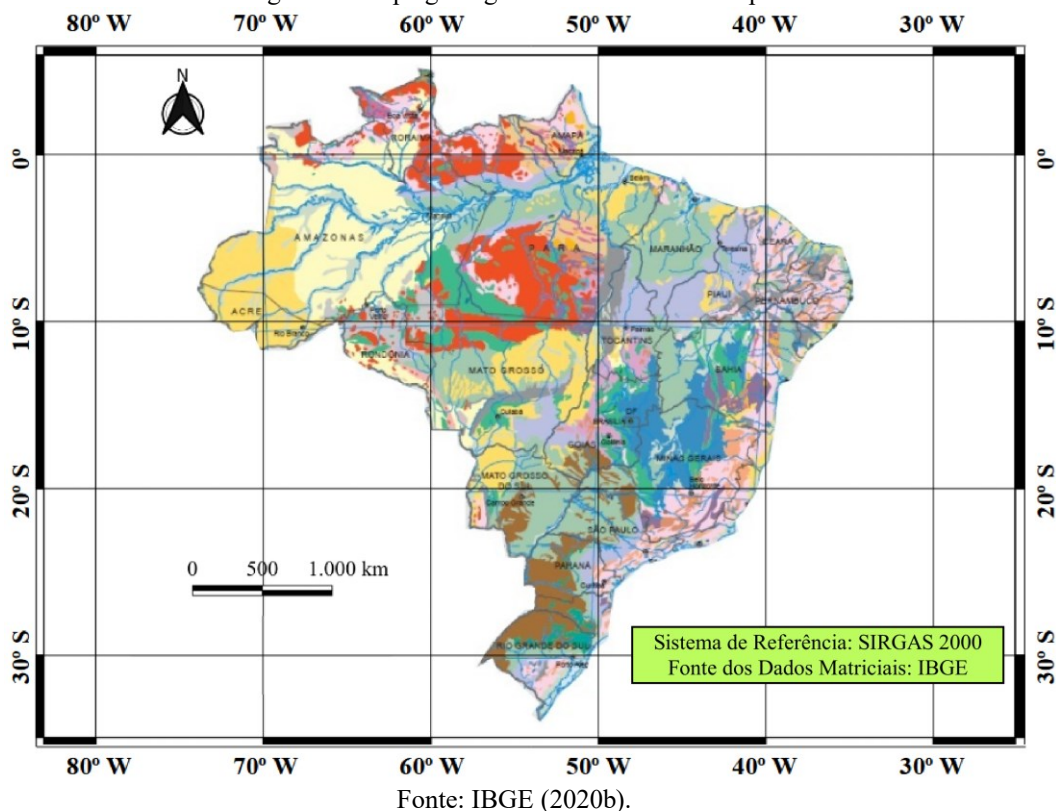




3.1 Mapa de Densidade das Massas Topográficas no Brasil

De acordo com Marotta, Almeida e Chuerubim (2019), valores de densidades podem ser associados entre as rochas que pertencem ao mesmo grupo ou outro grupo cujas composições químicas e/ou mineralógicas sejam semelhantes, obtendo-se um valor médio estimado para cada classe litológica existente em território nacional. Sendo assim, o mapa de densidades das massas topográficas do Brasil, utilizado neste estudo, foi compilado a partir do mapa geológico do Brasil (Figura 6), que constitui uma síntese simplificada da geologia do país, na escala 1: 24.000.000. Esse apresenta 24 classes litológicas (Quadro 1) classificadas com base nos principais tipos de sedimentos, rochas sedimentares, metamórficas e ígneas.

Figura 6 - Mapa geológico do Brasil fornecido pelo IBGE.



Quadro 1 – Classes litológicas que compõem o mapa geológico do Brasil.

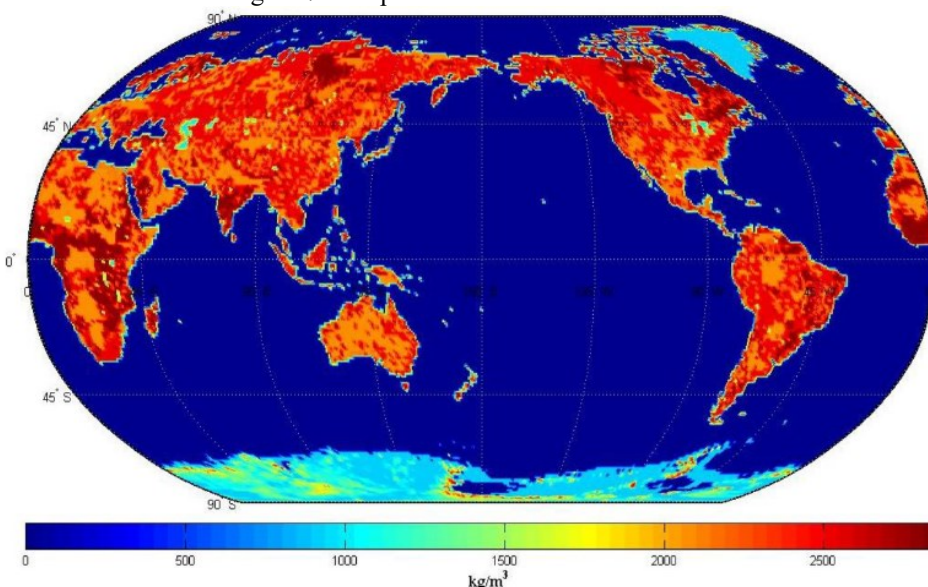
Legenda	Classificação
1	Sedimentos relativos a aluviões atuais e terraços mais antigos do Holoceno
2	Sedimentos arenosos do Pleistoceno
3	Sedimentos argilosos e arenosos podendo incluir níveis carbonosos do Terciário
4	Rochas sedimentares: argilitos, arenitos e conglomerados
5	Rochas sedimentares: arenitos, argilitos e conglomerados
6	Rochas sedimentares de granulometria grossa podendo incluir rochas vulcânicas
7	Rochas de metamorfismo incipiente a baixo em sedimentos arenosos e argilocarbonáticos
8	Rochas de metamorfismo baixo a médio em sedimentos arenosos a argilocarbonáticos
9	Rochas sedimentares arenosos e folhelhos metamorfizados e retrabalhados no paleoproterozoico
10	Rochas areníticas e folhelhos metamorfizados
11	Rochas sedimentares e vulcanossedimentares de grau metamórfico baixo a médio
12	Rochas metamórficas de origem sedimentar de baixo a médio grau metamórfico
13	Rochas de textura gnáissica de médio a alto grau metamórfico, origem magmática ou sedimentar
14	Rochas de textura gnáissica de origem magmática e/ou sedimentar de médio grau metamórfico e rochas graníticas desenvolvidas durante o tectonismo
15	Rochas de textura gnáissica de origem magmática e/ou sedimentar de médio a alto grau metamórfico e rochas graníticas desenvolvidas durante o tectonismo
16	Rochas máfica-ultramáficas metamorfizadas
17	Rochas verdes (greenstone belt)
18	Rochas graníticas e rochas verdes (greenstone belt)
19	Rochas vulcânicas félsicas
20	Rochas intrusivas, principalmente diques de composição cálcio-alcálicas e corpos circulares de composição alcalina e kimberlítica
21	Rochas magmáticas
22	Rochas magmáticas de origem extrusiva e intrusiva de composição félsica e máfica (posicionadas no final ou após o tectonismo)
23	Rochas magmáticas de composição félsica e máfica
24	Rochas vulcânicas máficas

Fonte: Adaptado de IBGE (2020b).

Para a criação do mapa de variação de densidades topográficas laterais, seguiu-se a metodologia proposta por Pagiatakis e Armenakis (1999). Nesse trabalho estão descritos os procedimentos necessários para a geração do mapa de variação das densidades das massas topográficas a partir de um mapa geológico digitalizado, com o auxílio de um Sistema de Informações Geográficas (SIG). As informações sobre a densidades das rochas existentes nas áreas mapeadas, foram baseadas nos estudos realizados por Seigel, Brcic e Mistry (1995), Sharma (1997) e Tenzer et al (2011). Desta forma, para a compilação deste mapa, seguiu-se os valores tabelados de densidades para cada tipo de rocha na literatura. Com a finalidade de obter os valores médios de densidade para cada tipo de rocha, criou-se um projeto utilizando o *software Quantum Gis* (QGIS) 3.14, tomando-se uma amostra aproximada de 10% dos pontos escolhidos no BDG do IBGE, distribuídos pelo território nacional de acordo com a conformação da malha gravimétrica disponibilizada.

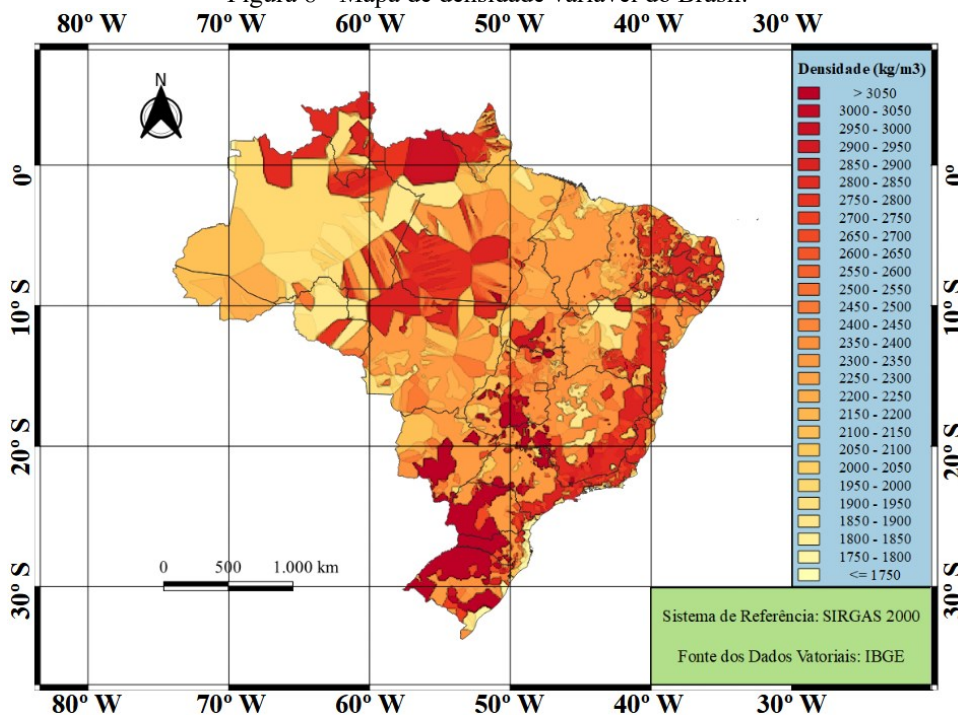
O arquivo com as coordenadas pontuais destas estações selecionadas foi importado juntamente com os arquivos matriciais do mapa geológico disponibilizado pelo IBGE e do recorte do mapa de densidade lateral mundial (Figura 7) referente à América do Sul elaborado por Sheng et al (2019), disponibilizado no endereço <https://www.unb.ca/fredericton/engineering/depts/gge/resources.html> com resoluções de 1°, 5' e 30". Após a importação para o QGIS, os dados utilizados na elaboração do mapa de densidade variável do Brasil foram todos georreferenciados em relação ao SIRGAS 2000. Os valores de densidade foram comparados ponto a ponto em ambos os mapas, obtendo-se um valor médio de densidade para cada classe litológica. Os resultados indicaram que as densidades variaram de 1.770 kg/m³ para a classe litológica menos densa até 3.100 kg/m³ para a classe mais densa. De posse destes valores de densidade, utilizou-se o interpolador IDW do QGIS para a geração do mapa de densidade lateral estimado do Brasil (Figura 8). As densidades das demais EEGG foram obtidas por interpolação utilizando-se a ferramenta *Point Sampling Tool*, também disponível no QGIS 3.14.

Figura 7 – Mapa de densidade lateral mundial.



Fonte: Sheng et al (2019).

Figura 8 - Mapa de densidade variável do Brasil.



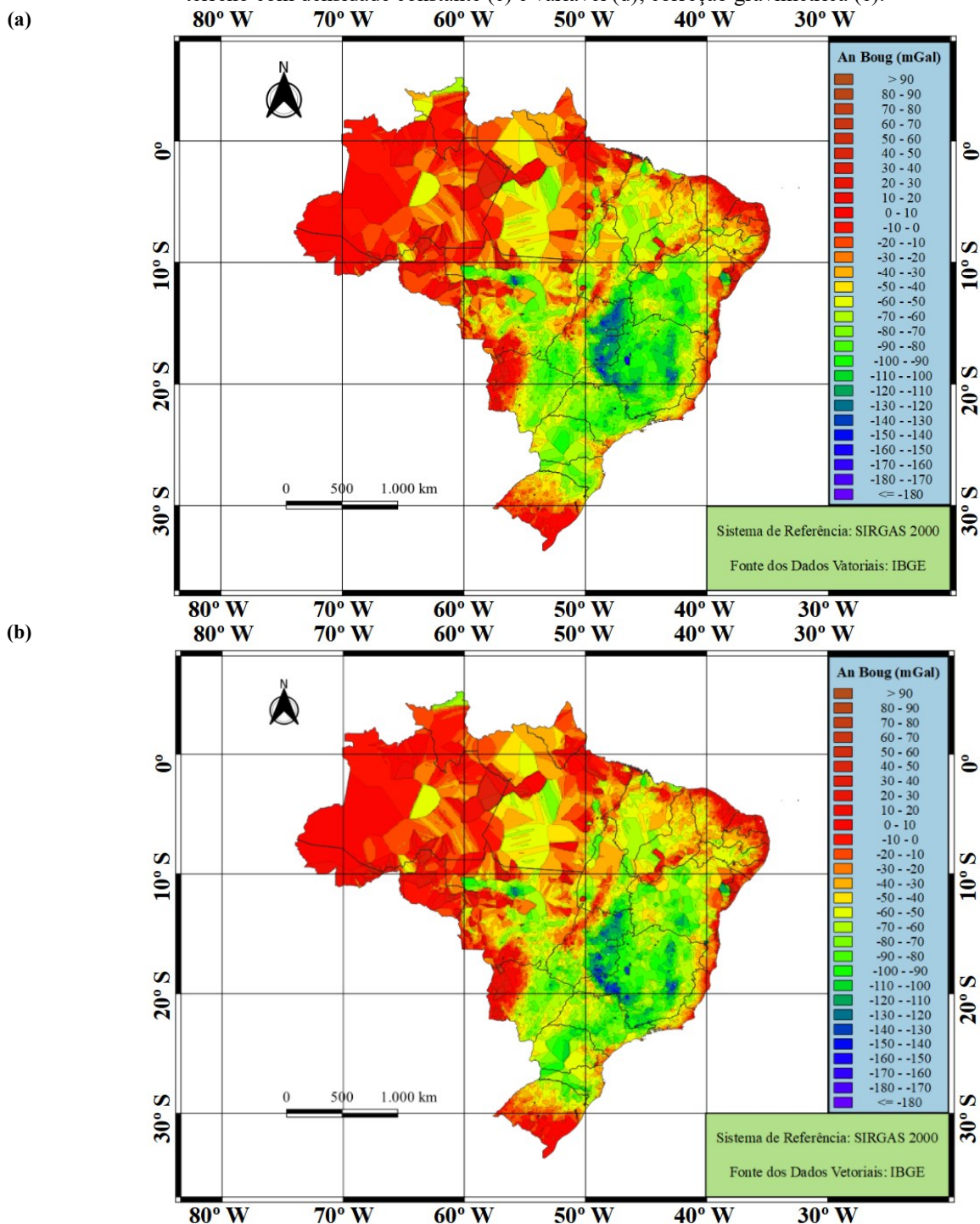
Fonte: Os autores (2022).

Observa-se, com base na Figura 8, que as densidades do mapa interpolado não seguiram exatamente o delineamento dos contornos das classes litológicas representadas no mapa original. Esta constatação advém do fato dos arquivos vetoriais que deram origem ao mesmo não estarem disponíveis para manipulação geoespacial, apenas o arquivo matricial. Entretanto, os resultados obtidos com a interpolação dos valores amostrais mostraram-se plenamente adequados à pesquisa, não representando dificuldades à consecução dos objetivos do presente estudo. A inserção destes valores nas formulações matemáticas, que permitiram calcular as anomalias gravimétricas e a SGQG, mostraram-se consistentes e em consonância com a literatura que aborda a questão da variação da densidade das massas topográficas laterais, conforme pode ser consultado nos capítulos 4, 5 e 6 deste manuscrito. Verifica-se, ainda, que o mapa de variação de densidades final apresenta similaridade visual e numérica com o mapa mundial elaborado por Sheng et al (2019) e disponibilizado pela Universidade de *New Brunswick*.

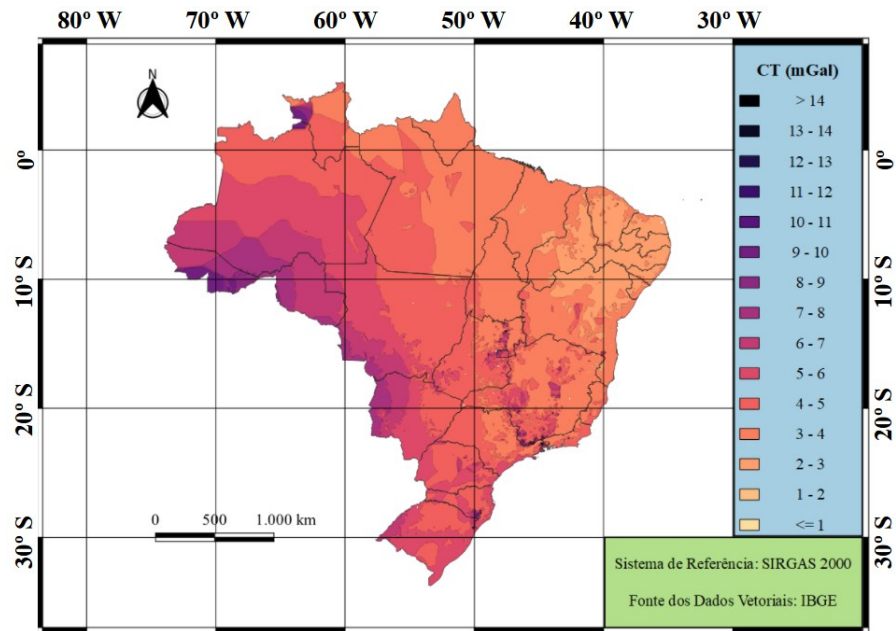
4 TESTES NUMÉRICOS

Os dados descritos nos itens 3 e 3.1 foram utilizados para calcular a SGQG a partir da simples diferença entre as altitudes normal e ortométrica e do método proposto por Sjöberg (2010) que, além da anomalia simplificada de Bouguer, leva em consideração as correções do terreno e gravimétrica. As altitudes ortométricas de Helmert foram calculadas pelas Eq. (9) e (10), adotando, além da densidade padrão de 2670 kg/m³, o modelo de densidade variável. As altitudes normais foram obtidas a partir do BDG e também foram calculadas utilizando-se a Eq. (5). A anomalia simplificada de Bouguer e a correção do terreno também foram calculadas utilizando-se os dois modelos de densidade. A correção gravimétrica foi calculada em função das Eq. (24) e (25). A Tabela 2 fornece as estatísticas básicas das altitudes ortométricas, altitudes normais, anomalias simplificadas de Bouguer, correção do terreno e correção gravimétrica, com suas representações gráficas ilustradas na Figura 9.

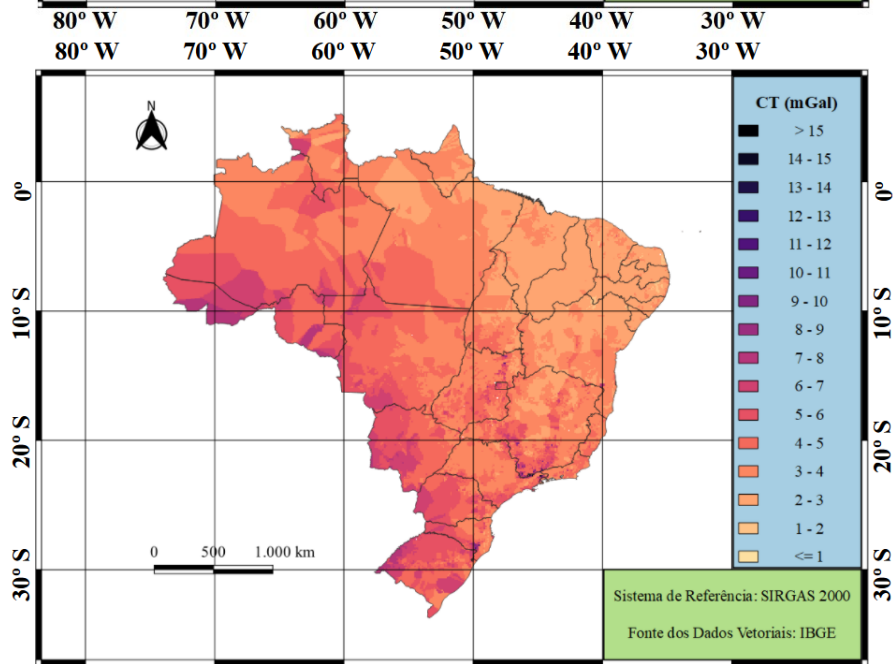
Figura 9 – Anomalias gravimétricas simplificadas de Bouguer com densidade constante (a) e variável (b); correção do terreno com densidade constante (c) e variável (d); correção gravimétrica (e).



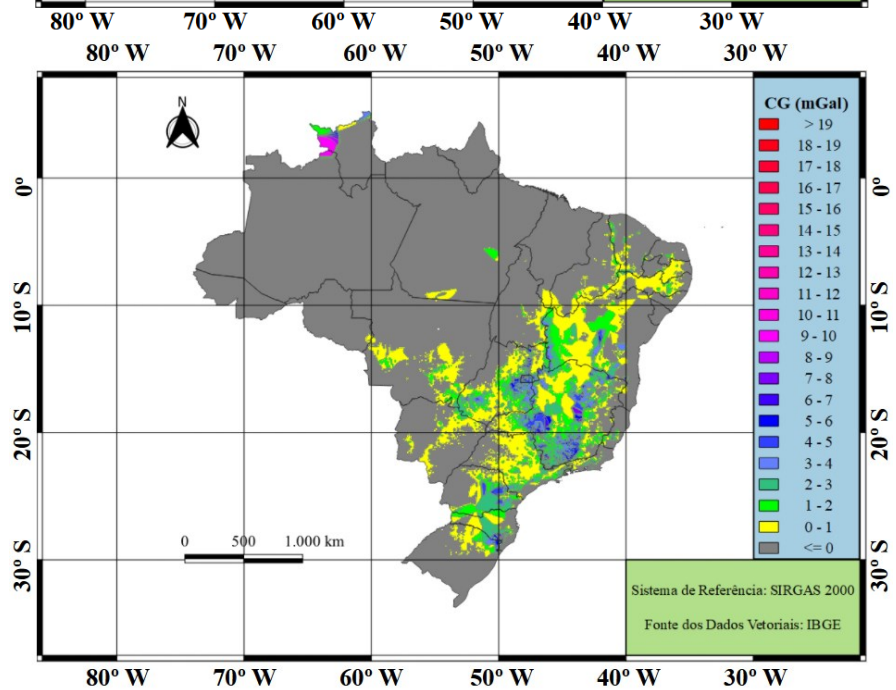
(c)



(d)



(e)



Fonte: Os autores (2022).

Tabela 2 – Estatísticas provenientes do cálculo das altitudes ortométricas de Helmert, altitudes normais e anomalias gravimétricas das EEGG do IBGE no Brasil.

Dado	Fonte de Dados	Modelo de Densidade	Densidade Média	Mínimo	Máximo	Média
H^N	IBGE	-	-	0,510 m	1864,198 m	422,250 m
H^{ort}	IBGE	Constante	2670 kg/m ³	0,510 m	1864,394 m	422,283 m
		Variável	2452 kg/m ³	0,510 m	1864,421 m	422,281 m
Δg_B	IBGE	Constante	2670 kg/m ³	-186,866 mGal	98,823 mGal	-54,856 mGal
		Variável	2452 kg/m ³	-188,569 mGal	98,786 mGal	-51,858 mGal
CT	IBGE / SRTM	Constante	2670 kg/m ³	2,307 mGal	14,988 mGal	4,225 mGal
		Variável	2452 kg/m ³	1,727 mGal	15,989 mGal	3,867 mGal
CG	IBGE / SRMT	Constante	2670 kg/m ³	-0,784 mGal	19,938 mGal	0,559 mGal
		Variável	2452 kg/m ³	-0,784 mGal	19,939 mGal	0,559 mGal

Fonte: Os autores (2022).

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÕES

Esta seção apresenta os resultados da SGQG no Brasil e suas regiões geográficas, empregando quatro metodologias distintas de cálculo. Constata-se, com base nos resultados obtidos, que a utilização do modelo de densidade variável diferiu percentualmente do modelo de densidade constante, no território nacional, em média 4,7% para o RMS nas quatro metodologias de cálculo utilizadas, concordando com o valor previsto por Foroughi e Tenzer (2017) que calcularam esta variação em cerca de 5%. Observando-se os resultados obtidos, verificou-se que a amplitude de variação da densidade das massas topográficas em relação ao valor médio $\rho_0 = 2670 \text{ kg/m}^3$, no Brasil, foi de 1770 kg/m^3 a 3100 kg/m^3 (33,7% e 16,1%, respectivamente). O valor médio das densidades das 55215 EEGG foi de 2452 kg/m^3 , variando 8,2% em relação ao valor médio adotado como densidade padrão. O cálculo da SGQG utilizando o primeiro termo da Eq. (21), pela anomalia gravimétrica simplificada de Bouguer, produziu resultados praticamente coincidentes com a utilização da Eq. (3), que calcula esta mesma separação pela diferença entre as altitudes ortométrica e normal, sendo o RMS (*Root Mean Square*) calculado igual a 0,046 m e 0,044 m para os modelos de densidade constante e variável, respectivamente. A Tabela 3 apresenta as estatísticas básicas da SGQG nas regiões geográficas do país.

Tabela 3 – Estatísticas básicas da SGQG nas regiões geográficas do Brasil, em valores absolutos.

Dado		Região Geográfica									
		Norte		Nordeste		Centro-oeste		Sudeste		Sul	
		Dens Cte	Dens Var	Dens Cte	Dens Var	Dens Cte	Dens Var	Dens Cte	Dens Var	Dens Cte	Dens Var
Dens Média (kg/m ³)		2670	2337	2670	2450	2670	2404	2670	2523	2670	2508
$N - \zeta$ Mín (m)	$H^N - H^{ort}$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Δg_B	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	$\Delta g_B + CT$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
$N - \zeta$ Máx (m)	$H^N - H^{ort}$	0,148	0,160	0,148	0,160	0,211	0,191	0,204	0,223	0,177	0,153
	Δg_B	0,148	0,160	0,148	0,160	0,211	0,191	0,204	0,223	0,177	0,153
	$\Delta g_B + CT$	0,157	0,169	0,157	0,169	0,230	0,208	0,224	0,253	0,203	0,170
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,166	0,178	0,166	0,178	0,252	0,231	0,262	0,291	0,234	0,187
$N - \zeta$ Méd (m)	$H^N - H^{ort}$	0,014	0,013	0,014	0,013	0,043	0,039	0,048	0,047	0,024	0,023
	Δg_B	0,014	0,013	0,014	0,013	0,043	0,039	0,048	0,047	0,024	0,023
	$\Delta g_B + CT$	0,015	0,014	0,015	0,014	0,045	0,041	0,050	0,049	0,026	0,025
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,015	0,014	0,015	0,014	0,046	0,042	0,051	0,050	0,026	0,026
$N - \zeta$ D.P. (m)	$H^N - H^{ort}$	0,018	0,017	0,018	0,017	0,036	0,032	0,033	0,034	0,027	0,025
	Δg_B	0,018	0,017	0,018	0,017	0,036	0,032	0,033	0,034	0,027	0,025
	$\Delta g_B + CT$	0,019	0,018	0,019	0,018	0,037	0,034	0,035	0,035	0,029	0,027
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,020	0,018	0,020	0,018	0,039	0,035	0,036	0,037	0,030	0,029
$N - \zeta$ RMS (m)	$H^N - H^{ort}$	0,023	0,021	0,023	0,021	0,056	0,051	0,058	0,058	0,036	0,034
	Δg_B	0,023	0,021	0,023	0,021	0,056	0,051	0,058	0,058	0,036	0,034
	$\Delta g_B + CT$	0,024	0,022	0,024	0,022	0,059	0,053	0,061	0,060	0,039	0,037
	$\Delta g_B + CT + CG$	0,025	0,023	0,025	0,023	0,060	0,055	0,063	0,062	0,040	0,038

Fonte: Os autores (2022).

Ao introduzir a correção do terreno na 3ª metodologia de cálculo, o RMS passou para 0,049 m, no modelo de densidade constante, e para 0,046 m, no modelo de densidade variável, correspondendo, em média, a 4,7% da SGQG no Brasil. A 4ª metodologia, que introduz a correção gravimétrica, resultou em incrementos

de valores de ordem milimétrica para a SGQG, nos dois modelos de densidade adotados, sendo este incremento médio da ordem de 2,7% da SGQG em todo país, concordando com o resultado obtido por Muhammad, Zulfiqar e Muhammad (2010), que calcularam a influência dessa correção na SGQG em cerca de 3%. A combinação das duas correções correspondeu, em média, a 7,5% da SGQG em todo o país. O efeito das correções pode ser verificado através da Figura 9, que representa a variação quantitativa da SGQG nacionalmente, considerando os dois modelos de densidade, através de gráficos do tipo “boxplot”. A Figura 10 mostra o resultado da SGQG no Brasil, calculada pelo desenvolvimento completo da Eq. (21), nos dois modelos de densidade utilizados e

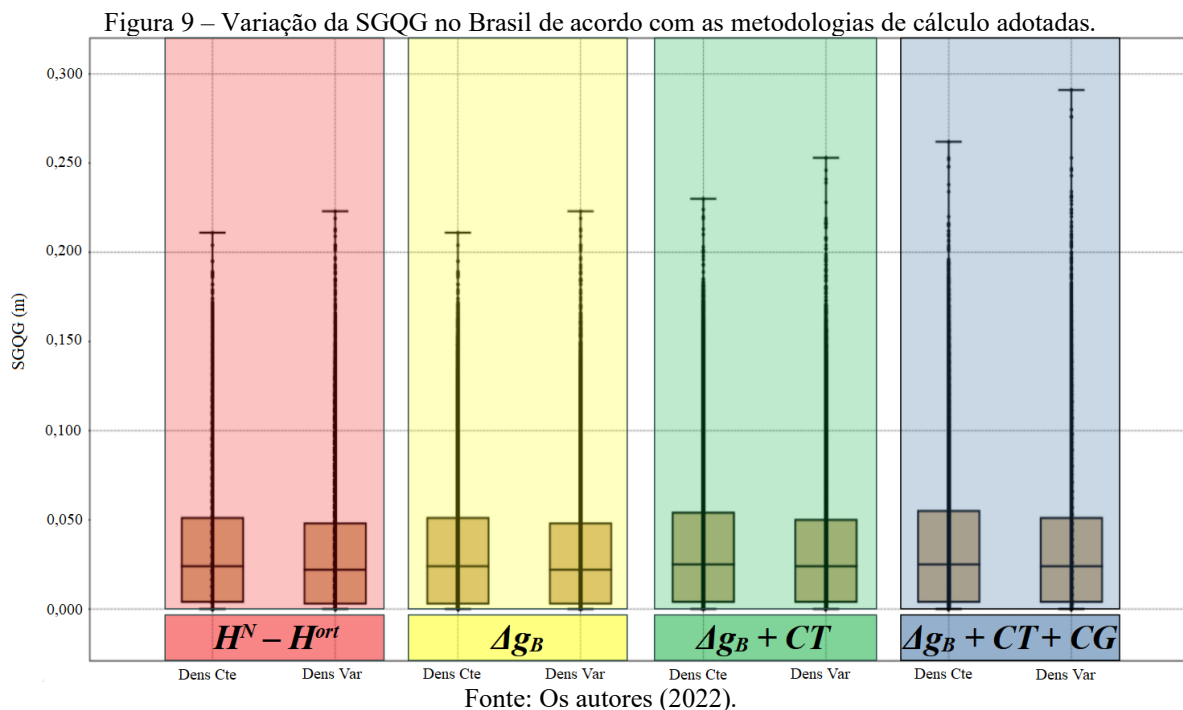
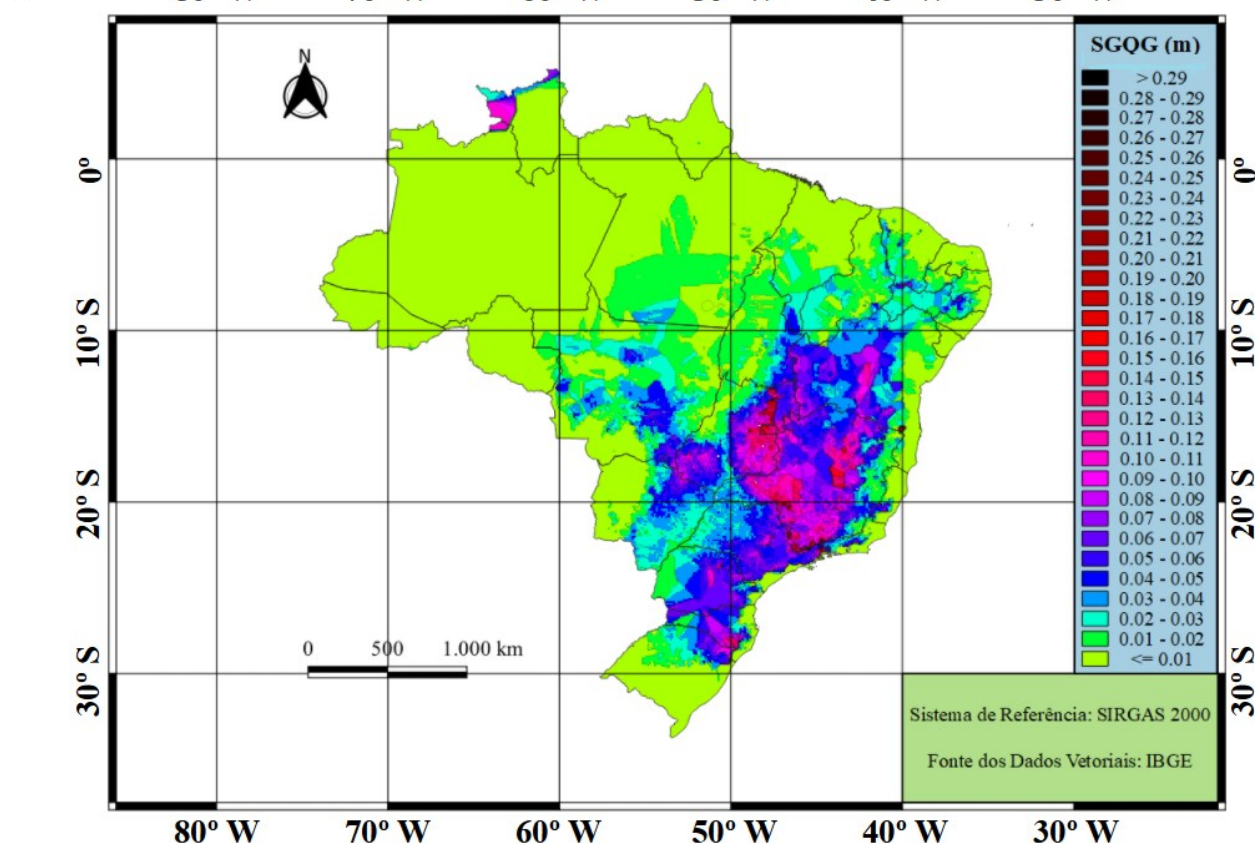
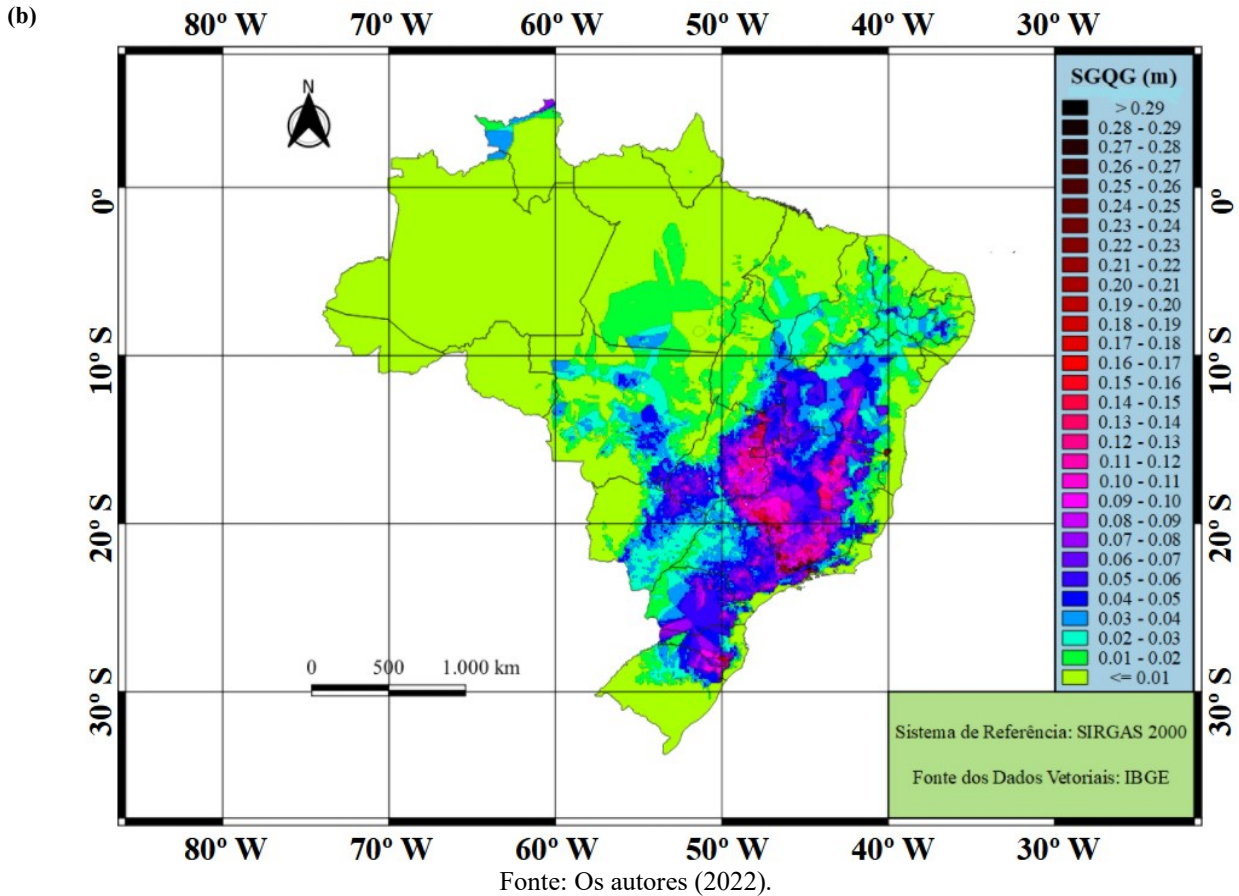


Figura 10 – SGQG no Brasil obtida pela Eq. (21) completa com densidade constante (a) e variável (b).

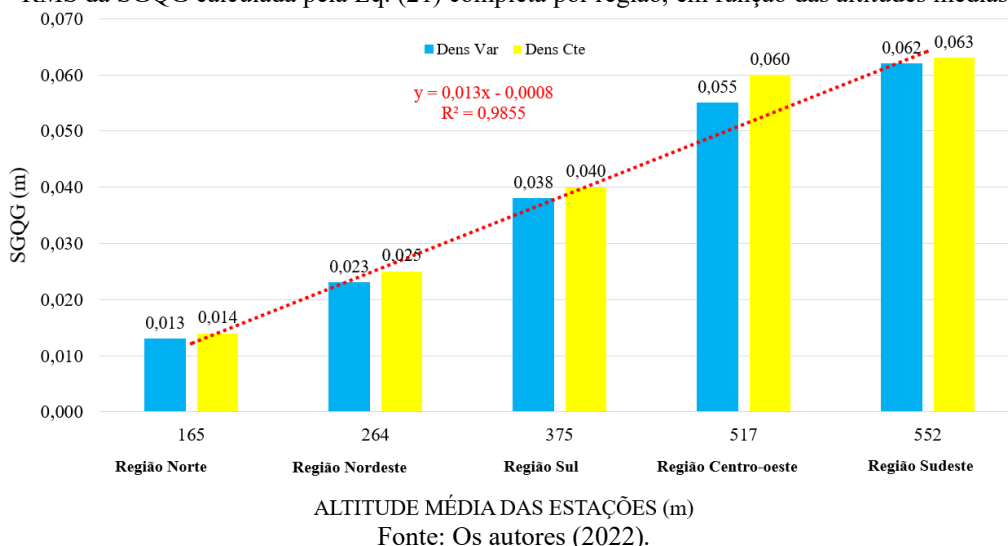




Regionalmente, assim como no resto do país, o cálculo da SGQG utilizando o primeiro termo da Eq. (21) produziu praticamente os mesmos resultados quando comparado com a utilização da Eq. (3), em todas as regiões geográficas do país. As regiões centro-oeste e sudeste, que possuem as maiores altitudes médias, apresentaram os maiores RMS para a SGQG nos dois modelos de densidade adotados e em todas as metodologias empregadas. Em contrapartida, as regiões norte e nordeste foram as que apresentaram as menores separações, possuindo as menores altitudes médias.

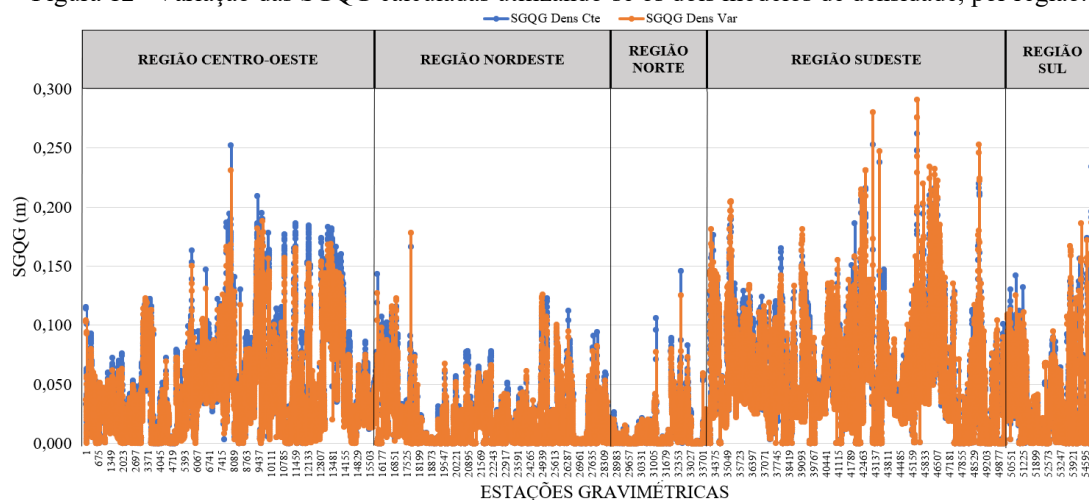
Os resultados obtidos para as regiões sul e sudeste estão condizentes com os valores encontrados por Ferreira, Freitas e Heck (2011) no Paraná, Severo et al (2013) no Rio Grande do Sul e Albarici et al (2019) em São Paulo, onde a SGQG atingiu valores da ordem de 20 cm, 10 cm e 30 cm, respectivamente. A Figura 11 representa a relação existente entre o valor de RMS da SGQG, por região, em função da altitude média das estações, com os maiores valores de SGQG ocorrendo em regiões com maiores altitudes, indicando a existência de uma relação linear entre estas variáveis, nas quatro metodologias adotadas.

Figura 11 – RMS da SGQG calculada pela Eq. (21) completa por região, em função das altitudes médias das EEGG.



Em relação à variação regional dos valores de densidade, verificou-se que a região norte apresentou a maior diferença em relação ao valor médio de 2670 kg/m³, sendo a média das densidades das estações gravimétricas igual a 2337 kg/m³, variando 12,5%. A região sudeste apresentou a menor variação, com o valor de 5,5%, sendo a densidade média das estações igual a 2523 kg/m³. Os valores de densidade das estações localizadas nas regiões nordeste, centro-oeste e sul variaram, respectivamente, 8,2%, 10,0% e 6,1%. A Figura 12 ilustra a variação da SGQG por região utilizando-se a Eq. (21) completa e a Tabela 4 mostra as diferenças percentuais do RMS da SGQG entre os dois modelos de densidade adotados no Brasil.

Figura 12 –Variação das SGQG calculadas utilizando-se os dois modelos de densidade, por região.



Fonte: Os autores (2022).

Tabela 4 – Variação percentual do RMS da SGQG utilizando o modelo de densidade lateral em relação ao modelo de densidade constante nas diferentes regiões geográficas do Brasil.

SGQG	Norte	Nordeste	Centro-oeste	Sudeste	Sul
$H^N - H^{ort}$	7,7%	8,7%	8,9%	0,0%	5,6%
Δg_B	7,7%	8,7%	8,9%	0,0%	5,6%
$\Delta g_B + CT$	7,1%	8,3%	10,2%	1,6%	5,1%
$\Delta g_B + CT + CG$	7,1%	8,0%	8,3%	1,6%	5,0%
Varição Média	7,4%	8,4%	9,1%	0,8%	5,3%

Fonte: Os autores (2022).

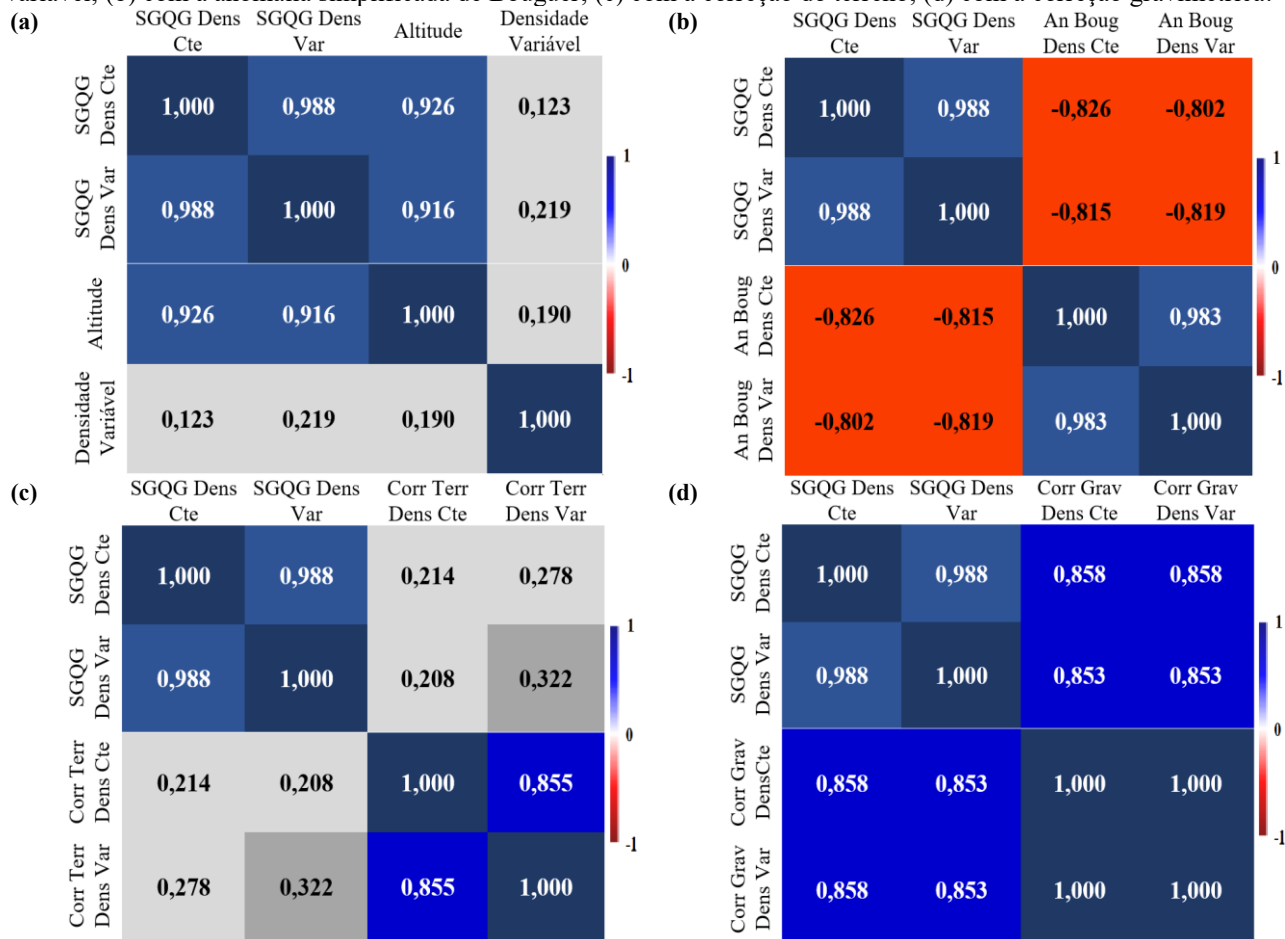
Observa-se que a influência da densidade lateral foi maior na região centro-oeste e menor na região sudeste, sendo que estas duas regiões possuem as maiores altitudes médias dentro do território nacional, indicando não haver, necessariamente, uma relação de linearidade entre estas variáveis. A Figura 13-a mostra a relação entre a SGQG, no Brasil, tomada sobre as EEGG disponibilizadas pelo BDG do IBGE e as principais variáveis envolvidas no estudo. A partir dessa figura, constata-se a não existência de linearidade entre os valores da SGQG e as densidades das estações, ou seja, a SGQG é correlacionada com a altitude, independentemente do modelo de densidade adotado e em todas as metodologias de cálculo empregadas, apresentando correlação linear muito forte com a mesma. Numericamente, a maior diferença entre as SGQG calculadas entre os dois modelos foi observada na região norte, de 0,066 m. Entretanto, a Eq. (21), proposta por Sjöberg (2010), considera a influência das anomalias gravimétricas simplificadas de Bouguer, correção do terreno e correção gravimétrica no relacionamento entre o geóide e o quase geóide. Desta forma, uma análise de correlação também foi realizada para verificar a existência de linearidade entre estas anomalias e a SGQG, em território brasileiro, conforme Figuras 13-b, 13-c e 13-d. Com base nestes resultados foi possível estabelecer uma classificação, baseada em Mukaka (2012), entre as correlações das principais variáveis envolvidas no estudo e a SGQG no Brasil de acordo com o Quadro 2.

Quadro 2 – Classificação da correlação linear entre a SGQG e as principais grandezas envolvidas.

SGQG	Altitude	Anomalia Simplificada de Bouguer		Correção do Terreno		Correção Gravimétrica		Densidade Variável
		Dens Cte	Dens Var	Dens Cte	Dens Var	Dens Cte	Dens Var	
Dens Cte	Muito Forte	Forte	Forte	Muito Fraca	Muito Fraca	Forte	Forte	Muito Fraca
Dens Var	Muito Forte	Forte	Forte	Muito Fraca	Fraca	Forte	Forte	Muito Fraca

Fonte: Os autores (2022).

Figura 13 – Correlação linear entre a SGQG no Brasil determinada através da Eq. (21): (a) com a altitude e densidade variável; (b) com a anomalia simplificada de Bouguer; (c) com a correção do terreno; (d) com a correção gravimétrica.



Fonte: Os autores (2022).

De acordo com os dados obtidos, verifica-se que, embora sua contribuição seja menor que a da correção do terreno para a SGQG no Brasil, a correção gravimétrica apresenta forte correlação linear com a mesma ao aumentar as altitudes das EEGG, sendo este fato observado diretamente na Figuras 9-e, ficando demonstrado que sua influência ocorre em regiões extremamente montanhosas, conforme Sjöberg (2010). A contribuição desta correção, percentualmente, foi menos sentida em todas as regiões, sendo maior na região sul com 3,9% do total e menor na região norte com 0,4%, em média.

A contribuição numérica máxima foi de 0,038 m, em ambos os modelos de densidade adotados, na região sudeste do país, onde se localiza a EG de maior altitude. A anomalia simplificada de Bouguer foi responsável pela quase totalidade dos valores da separação entre o geóide e o quase geóide no Brasil, sendo maior na região norte, com 94,3% do valor total, e apresentando menor percentual na região sul, com 89,2%, em média. A Tabela 5 resume os percentuais de cada parcela da Eq. (21) no cálculo da SGQG nas diferentes regiões, estando representadas graficamente na Figura 14.

Em relação à correção do terreno, os resultados da análise de correlação realizada demonstraram que a relação de linearidade entre esta e a SGQG pode ser fraca ou muito fraca dependendo do modelo de densidade adotado. De acordo com Jamur (2012), o fato da correlação linear entre a CT e a SGQG ser pequena advém dos efeitos de todas as massas topográficas externas na razão inversa da distância ao centro de cada elemento de massa considerado no entorno do ponto de cálculo.

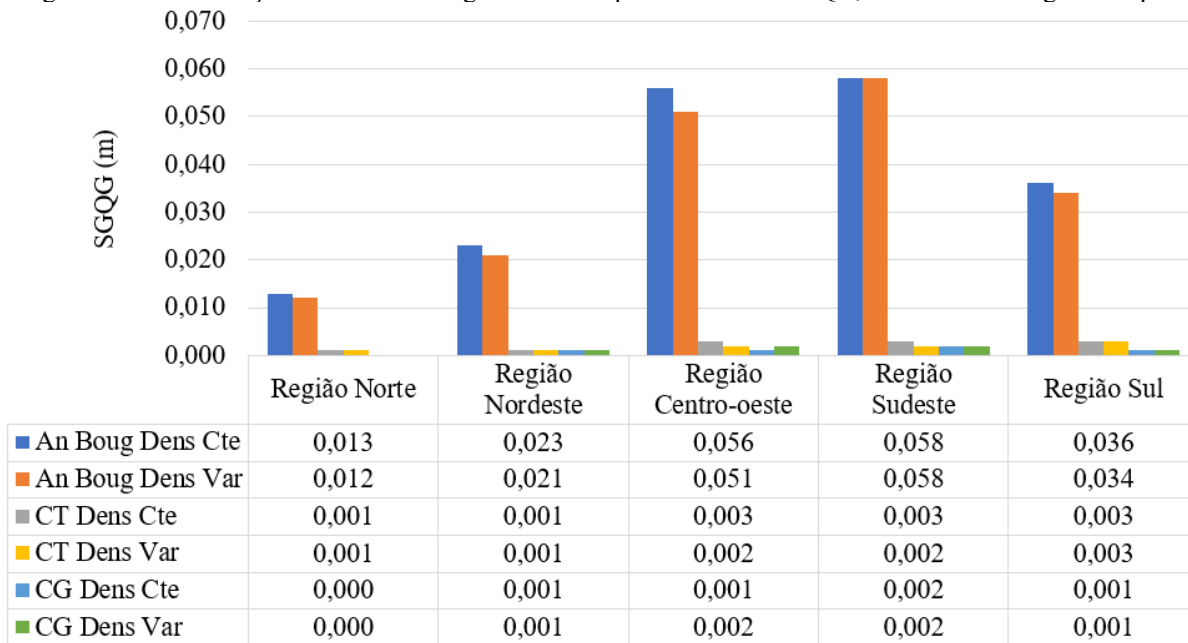
Assim, verificou-se que a CT impactou os valores da separação em diferentes magnitudes, conforme a região geográfica, sendo mais pronunciada, percentualmente, na região sul, contribuindo em média com 6,9% para o total, e menos percebida na região nordeste, aumentando a separação em 4,5%. Quantitativamente, esta correção apresentou um aumento máximo para a SGQG de 0,029 m e de 0,030 m, respectivamente, no modelo de densidade constante e variável, na região sudeste.

Tabela 5 – Contribuições das anomalias gravimétricas para o cálculo da SGQG nas diferentes regiões do Brasil.

Dado	Norte		Nordeste		Centro-oeste		Sudeste		Sul	
	Dens Cte	Dens Var	Dens Cte	Dens Var	Dens Cte	Dens Var	Dens Cte	Dens Var	Dens Cte	Dens Var
<i>AgB</i>	94,1%	94,5%	93,7%	93,7%	92,9%	92,9%	92,5%	92,4%	89,1%	89,2%
	94,3%		93,7%		92,9%		92,5%		89,2%	
<i>CT</i>	5,4%	5,1%	4,5%	4,5%	4,7%	4,6%	4,6%	4,6%	6,9%	6,9%
	5,3%		4,5%		4,7%		4,6%		6,9%	
<i>CG</i>	0,5%	0,4%	1,7%	1,8%	2,4%	2,5%	2,9%	3,0%	4,0%	3,9%
	0,4%		1,8%		2,4%		2,9%		3,9%	

Fonte: Os autores (2022).

Figura 14 – Contribuições das anomalias gravimétricas para o RMS da SGQG, nas diferentes regiões do país



Fonte: Os autores (2022).

6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Dentro do contexto do presente estudo, verificou-se que o cálculo da SGQG pelo 1º termo da equação proposta por Sjöberg (2010), que faz uso da anomalia simplificada de Bouguer, comparado à simples diferença entre as altitudes ortométricas e normais apresentaram valores similares. A parcela da SGQG correspondente à anomalia simplificada de Bouguer, no Brasil, correspondeu, em média, a 92,5% do total nos dois modelos de densidade adotados. Ao introduzir os valores das correções do terreno e gravimétrica, verifica-se uma diferença entre os valores calculados. A primeira correção foi mais sentida, percentualmente, na região sul, correspondendo a 6,9% da SGQG, sendo que contribuição numérica desta foi de ordem centimétrica em regiões de maiores altitudes, como é o caso das regiões sudeste e centro-oeste, onde a SGQG ultrapassa os 25 cm. A segunda correção adicionou valores de ordem milimétrica (abaixo de 1 cm) à SGQG em 54.919 das 55.215 EG utilizadas, ou seja, 99,5% das EEGG, sendo mais representativa, também, na região sul do Brasil. A combinação das duas correções nesta região representou 10,8% do total da SGQG, baseado nos dados utilizados, levando à conclusão de que estas não devem ser negligenciadas, independentemente do modelo de distribuição de densidade das massas topográficas adotado, concordando com as previsões de Flury e Rummel (2009) e Sjöberg (2010), sendo que a 4ª metodologia é a mais recomendada por introduzir variáveis que levam à valores mais realistas da SGQG.

A introdução do modelo de densidade variável no cálculo da SGQG, nacionalmente, produziu resultados próximos às altitudes normais e ao modelo de densidade constante, estando dentro das perspectivas do IBGE com a implantação do sistema de altitudes normais no Brasil. A maior diferença observada entre os RMS das SGQG calculadas foi da ordem de 9,1% na região centro-oeste. O modelo de densidade variável diferiu quantitativamente, em média, cerca de 0,004 m do modelo de densidade constante, com uma diferença máxima de 0,066 m, estando condizente com os resultados obtidos por Tenzer et al (2021), que calcularam o

valor da SGQG globalmente, com uma diferença média estimada de 0,020 m entre os dois modelos, com um desvio padrão variando de 0,050 a 0,100 m dentro do território brasileiro. Os maiores valores de SGQG foram observados nas regiões centro-oeste e sudeste devido às maiores elevações destas regiões, nos dois modelos adotados. Estes resultados condizem com a análise de correlação realizada, onde constata-se que a SGQG apresenta correlação muito forte com a altitude e muito fraca com a densidade.

Como recomendação para futuros trabalhos, é desejável a aplicação da metodologia proposta em regiões, dentro do território nacional, de maiores altitudes, uma vez que as EEGG disponíveis, selecionadas e utilizadas não dispõem de tal característica, ficando abaixo dos 2.000 m de altitude. Sugere-se realizar o mesmo experimento introduzindo as estações SAT-GPS e referência de nível (RN) disponíveis no BDG do IBGE com altitudes maiores do que as disponibilizadas pelas EEGG, associando um dado gravimétrico às mesmas. Sugere-se, ainda, o teste de outras metodologias para o cálculo da CT e CG, bem como a utilização de modelos digitais com resoluções menores do que o utilizado no presente estudo, com a finalidade de ratificar ou retificar a metodologia ora empregada, introduzindo uma análise estatística para identificação e eliminação de *outliers* para identificar valores superestimados e discrepantes. Por fim, recomenda-se a compilação de um mapa de densidades das massas topográficas de abrangência nacional em escala maior e mais detalhado de forma a fornecer valores de densidades mais confiáveis ao cálculo da SGQG.

Agradecimentos

Os autores agradecem o incentivo da UFRGS (Universidade Federal do Rio Grande do Sul), em especial ao PPGSR (Programa de Pós Graduação em Sensoriamento Remoto), na realização e materialização deste trabalho, através do Programa de Fomento à Pesquisa com o projeto nº 40.953 para o 1º e o 2º autor.

Contribuição dos Autores

Ao 1º autor (Franck Rosa da Silva) coube a responsabilidade das etapas de pesquisa bibliográfica, conceituação teórica, coleta e curadoria dos dados, elaboração da metodologia, análise dos resultados, redação e revisão do texto, sob a supervisão e orientação do 2º autor (Sérgio Florêncio de Souza). O 3º autor (Roosevelt De Lara Santos Júnior) e o 4º autor (Rodrigo da Silva Ferraz) revisaram todas as etapas, contribuindo com a conceituação teórica e o desenvolvimento da metodologia.

Conflitos de Interesse

Os autores declaram que não há nenhum conflito de interesse.

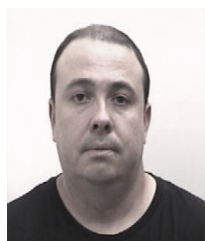
Referências

- ALBARICI, F. L.; FOROUGH, I.; GUIMARÃES, G. N.; SANTOS, M.; TRABANCO, J. A New Perspective for Physical Heights in Brazil. **Boletim de Ciências Geodésicas**, 25(1). 2019. DOI. 10.1590/s1982-21702019000100001.
- BLITZKOW, D.; CAMPOS, I. de O.; FREITAS, S. R. C. de. Altitude: O que interessa e como equacionar. **Anais do I Simpósio de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação**. Recife, 2004. Disponível em: <<http://sites.poli.usp.br/ptr/lgt/FTP/altitude.pdf>>. Acesso em 15 dez. 2020.
- DE LARA, R., SOUZA, S. F. de, REISS, M. L. L. Separação Geoide-Quasegeoide e sua variação em função da densidade lateral no município de Porto Alegre-RS. **Revista Sodebras**. Vol. 16, nº 180, Dez 2020. ISSN 1809-3957. DOI. 10.29367/issn.1809-3957.15.2020.180.88.
- FERREIRA, V. G., FREITAS, S. R. C. de, HECK, B.. A separação entre o geoide e o quase geoide: uma análise no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Cartografia**, n.63 Edição Especial 40 anos, p.39-50. 2011.

- FILMER, M. S.; FEATHERSTONE, W. E.; KUHN, M.. The effect of EGM2008-based normal, normal-orthometric and Helmert orthometric height systems on the Australian levelling network. **Journal of Geodesy**, v. 84, n. 8, p. 501-513. 2010. DOI. 10.1007/s00190-010-0388-0.
- FLURY, J., RUMMEL, R. On the geoid-quasigeoid separation in mountain areas. **Springer: Journal of Geodesy**, v.83, p.829-847, 2009. DOI. 10.1007/s00190-009-0302-9
- FOROUGH, I., TENZER, R. Comparasion of different methods for estimating the geoid-to-quasi-geoid separation. **Geophysical Journal International**, v.210, p.1001-1020, 2017. DOI. 10.1093/gji/ggx221.
- FREIRE, A. A. R. Análise da aderência da rede altimétrica fundamental do Brasil às altitudes físicas empregando-se modelos globais do geopotencial. Dissertação de Mestrado. **Instituto Militar de Engenharia**. 2016.
- GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Física**. Ed. da UFPR. Curitiba, 2012.
- GODAH, W.; SZELACHOWSKA, M.; KRYNSKI, J. Accuracy assessment of GOCE-based geopotential models and their use for modelling the gravimetric quasigeoid-A case study for Poland. **Geodesy and cartography**, v. 63, n. 1. 2014. DOI. 10.2478/geocart-2014-0001.
- GUIMARÃES, G. D. N.; BLITZKOW, D. Problema de valor de contorno da Geodésia: uma abordagem conceitual. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 17, n. 4, p. 607-624, 2011. DOI. 10.1590/S1982-21702011000400007.
- HEISKANEN, W. A., MORITZ, H. **Physical Geodesy**. W.H. Freeman, San Francisco. 364p. 1967.
- HEJRATI, S.; NAJAFI-ALAMDARI, M. On The Computation Of a Precise Geoid-to-Quasigeoid Separation. **International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing & Spatial Information Sciences**, v. 42, 2017. DOI. 10.5194/isprs-archives-XLII-4-W4-489-2017.
- HINZE, W. J.; VON FRESE, R. R. B.; SAAD, A. H. **Gravity and magnetic exploration: Principles, practices, and applications**. Cambridge University Press. 2013.
- HIRT, C., YANG, M., KUHN, M., BUCHA, B., KURZMANN, A., PAIL, R. SRTM2gravity: an ultrahigh resolution global model of gravimetric terrain corrections. **Geophysical Research Letters**, 46(9), 4618-4627. 2019. DOI. 10.1029/2019GL082521.
- IBGE. **Reajustamento da rede altimétrica com números geopotenciais 2018**. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/geociencias/downloads-geociencias.html>>. 2018. Acesso em 20 jun. 2020.
- IBGE. **Banco de Dados Geodésicos**. Disponível em: < <https://www.ibge.gov.br/geociencias/informacoes-sobre-posicionamento-geodesico/rede-geodesica/16327-banco-de-dados-geodesicos.html?=&t=o-que-e>>. 2020a. Acesso em 05 ago. 2020.
- IBGE. **Esboço Geológico**. Disponível em: <https://atlascolar.ibge.gov.br/mapas-atlas/mapas-do-brasil/diversidade-ambiental.html>. 2020b. Acesso em: 07 ago. 2020.
- JAMUR, K. P. Análise de alternativas para a determinação dos efeitos gravitacionais de massas anômalas na Região do DVB. Tese de Doutorado. **Universidade Federal do Paraná**. 2012.
- KANE, M. F. A comprehensive system of terrain corrections using a digital computer. **Geophysics**. 455-462. 1962. DOI. 10.1190/1.1439044.
- LI, J.; SHEN, W.; ZHOU, X. Direct regional quasi-geoid determination using EGM2008 and DEM: A case study for Mainland China and its vicinity areas. **Geodesy and Geodynamics**, v. 6, n. 6, p. 437-443. 2015. DOI. 10.1016/j.geog.2015.12.002.
- LISTING, J. B. Üeber Unsere Jetzige Kenntniss der Gestalt und Grösse der Erde. **Königliche Gesellschaft der Wissenschaften**, 33–98. 1873.
- MAROTTA, G.; ALMEIDA, Y.; CHUERUBIM, M. L.. Análise da Influência do Valor de Densidade na Estimativa do Modelo Geoidal Local para o Distrito Federal, Brasil. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 71, n. 4, p. 1089-1113. 2019. DOI. 10.14393/rbcv71n4-49274.
- MATOS, A. C. O. C. Implementação de modelos digitais de terreno para aplicações na área de geodésia e geofísica na América do Sul. Tese de Doutorado. **Universidade de São Paulo**. 2005.
- MOLODENSKY, M. S., EREMEEV V. F., YURKINA M. I. **Methods for study of the external gravitational field and figure of the Earth**. Translated from Russian. Israel program for scientific translations. Jerusalem 1962. 248 pp.

- MUKAKA, M. M. A guide to appropriate use of correlation coefficient in medical research. **Malawi medical journal**, v. 24, n. 3, p. 69-71. 2012.
- MUHAMMAD, S.; ZULFIQAR, A.; MUHAMMAD, A.. Vertical gravity anomaly gradient effect of innermost zone on geoid-quasigeoid separation and an optimal integration radius in planar approximation. **Applied Geomatics**, v. 2, n. 1, p. 9-19, 2010. DOI. 10.1007/s12518-010-0015-z.
- PAGIATAKIS, S. D.; ARMENAKIS, C.. Gravimetric geoid modelling with GIS. **International Geoid Service Bulletin**, v. 8, p. 105-112. 1999.
- SEIGEL, H. O.; BRCIC, I.; MISTRY, P. **A guide to high precision land gravimeter surveys**. Scintrex Limited, v. 222, n. 1, p. 1-122. 1995.
- SEVERO, T. C., SOUZA, S. F. D., MATSUOKA, M. T., GEHLEN, A. K. Estudo das correções gravimétricas para altitudes físicas aplicadas aos desníveis da RAAP. **Boletim de Ciências Geodésicas**, 19(3), 472-497. 2013. DOI. 10.1590/S1982-21702013000300008.
- SHARMA, P. V. **Environmental And Engineering Geophysics**. Cambridge University Press. 475p. 1997.
- SHENG, M. B., SHAW, C., VANICEK, P., KINGDON, R. W., SANTOS, M., FOROUGH, I. Formulation and validation of a global laterally varying topographical density model. **Tectonophysics**, 762, 45-60. 2019. DOI. 10.1016/j.tecto.2019.04.005.
- SJÖBERG, L. E. A strict formula for geoid-to-quasigeoid separation. **Springer-Verlag: Journal of Geodesy**. v.84, p.699-702, 2010. DOI. 10.1007/s00190-010-0407-1.
- SJÖBERG, L. E. On the geoid and orthometric height vs. quasigeoid and normal height. **Journal of Geodetic Science**, v.8-1, p.115–120, 2018. DOI. 10.1515/jogs-2018-0011.
- TENZER, R.; VANÍČEK, P. Correction to Helmert's orthometric height due to actual lateral variation of topographical density. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 55, n. 2. 2003.
- TENZER, R., VANÍČEK, P., SANTOS, M., FEATHERSTONE, W. E., KUHN, M. The rigorous determination of orthometric heights. **Journal of Geodesy**, 79(1), 82-92. 2005. DOI. 10.1007/s00190-005-0445-2.
- TENZER, R.; VANÍČEK, P. Geoid-Quasigeoid Correction in Formulation of the Fundamental Formula Of Physical Geodesy. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 55, n. 1, 20 fev. 2006.
- TENZER, R., SIRGUEY, P., RATTENBURY, M., NICOLSON, J.. A digital rock density map of New Zealand. **Computers & Geosciences**, 37(8), 1181-1191. 2011. DOI. 10.1016/j.cageo.2010.07.010.
- TENZER, R., CHEN, W., RATHNAYAKE, S., PITOŇÁK, M. The effect of anomalous global lateral topographic density on the geoid-to-quasigeoid separation. **Journal of Geodesy**, 95(1), 1-20. 2021. DOI. 10.1007/s00190-020-01457-6.
- VANÍČEK, P., KINGDON, R., SANTOS, M. Geoid versus quasigeoid: a case of physics versus geometry. **Contributions to Geophysics and Geodesy**, 42(1), 101-118. 2012. DOI. 10.2478/v10126-012-0004.

Biografia do autor principal



Franck Rosa da Silva, nascido em 11 de fevereiro de 1981 na cidade do Rio de Janeiro-RJ, é Engenheiro Cartógrafo formado pelo Instituto Militar de Engenharia (IME) em 2006 e Mestre em Sensoriamento Remoto pela UFRGS em 2021. Possui Pós-Graduação em Ciências Militares pela Escola de Aperfeiçoamento de Oficiais do Exército (EsAO) e em Geoprocessamento pela Universidade Cândido Mendes (UCAM). Trabalhou em diversos projetos da Diretoria de Serviço Geográfico do Exército (DSG) destacando-se o Projeto Radiografia da Amazônia, Projeto de Mapeamento do Estado do Amapá e o Projeto de Mapeamento do Estado da Bahia. Atualmente serve no 1º Centro de Geoinformação (1º CGEO), na cidade de Porto Alegre-RS.



Esta obra está licenciada com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) – CC BY. Esta licença permite que outros distribuam, remixem, adaptem e criem a partir do seu trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que lhe atribuam o devido crédito pela criação original.