



O Papel das Covariâncias na Análise de Deformação Aplicada ao Monitoramento Geodésico de Estruturas

The Role of Covariances in the Deformation Analysis Applied to Geodetic Monitoring of Structures

Ana Luiza Bandeira¹, Ivandro Klein² e Luis Augusto Koenig Veiga³

¹ Universidade Federal do Paraná, Departamento de Geomática, Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, Brasil. analuiza.bandeira@gmail.com.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7385-0183>

² Instituto Federal de Santa Catarina, Departamento Acadêmico de Construção Civil, Florianópolis, Brasil/ Universidade Federal do Paraná, Departamento de Geomática, Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, Brasil. ivandroklein@gmail.com.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4296-592X>

³ Universidade Federal do Paraná, Departamento de Geomática, Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, Brasil. kngveiga@gmail.com.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4026-5372>

Recebido: 10.2020 | Aceito: 03.2021

Resumo: Nos últimos anos, houve acidentes de grandes proporções devido ao rompimento de barragens no Brasil, o que motivou o aumento das pesquisas relacionadas à análise de deformações aplicadas ao monitoramento geodésico de estruturas. Na análise dos resultados obtidos, são consideradas as coordenadas isoladas dos pontos monitorados ou ainda resultantes posicionais para a verificação de possíveis deslocamentos, porém, devem ser consideradas também as covariâncias entre essas coordenadas. Entretanto, a negligência no uso das covariâncias das coordenadas dos pontos monitorados pode resultar tanto em falsos positivos quanto em falsos negativos em relação ao cenário real, isto é, multivariado. Desta forma, este trabalho apresenta exemplos simulados e com dados reais que demonstram a importância das covariâncias na análise de deformação aplicada ao monitoramento geodésico de estruturas. Os diversos exemplos analisados demonstraram a ocorrência tanto de falsos positivos quanto de falsos negativos do teste de congruência univariado em relação ao teste de congruência multivariado. Desta forma, visando a tomada de decisões, recomenda-se a aplicação da análise de deformação em um contexto multivariado.

Palavras-chave: Análise de deformação. Monitoramento geodésico. Testes de congruência. Covariâncias.

Abstract: In recent years, there were huge scale accidents due to dam failure in Brazil, which has motivated the increase in researches related to deformation analysis applied to geodetic monitoring. In displacements analysis, it's considered isolated coordinates of the object points or the positional resultants of the points, but the covariance between the coordinates should be taken in account. However, don't employ the coordinate's covariances can result in both false positives and false negatives in relation to the more realistic scenario, that is, the multivariate case. In this way, this study presents simulated and real data examples that demonstrate the importance of covariances in the deformation analysis applied to geodetic monitoring. The examples analyzed demonstrate the occurrence of both false positives and false negatives of the univariate congruence test in relation to the multivariate congruence test. Thus, in order to make decisions in a more realistic scenario, it is recommended to apply deformation analysis in a multivariate context.

Keywords: Deformation analysis. Geodetic monitoring. Congruence tests. Covariances.

1 INTRODUÇÃO

A análise de deformação consiste na detecção de deslocamentos sobre a superfície topográfica ou em estruturas artificiais, por meio da análise de posições em duas ou mais épocas de observação. Uma das aplicações da análise de deformação é o monitoramento de estruturas, servindo como um dos elementos necessários para a prevenção de acidentes, como os recentes casos de rompimentos de barragens no Brasil

(NEGRÃO et al., 2017).

Uma das alternativas para a análise de deformação de estruturas naturais ou artificiais é por meio do monitoramento geodésico, utilizando, por exemplo, sistemas GNSS (*Global Navigation Satellite System*) (GULAL, 2013; TIWARI et al., 2018; DURDAG et al., 2018); estação-total (URBANČIĆ et al., 2020; ZAMINPARDAZ et al., 2020) ou laser scanner terrestre (ANTOVA et al., 2015; HOLST; KUHLMANN, 2016; JAAFAR et al., 2017). Neste contexto, têm-se diversos estudos recentes a nível nacional sobre o tema (MIRANDA; VEIGA, 2016; FERREIRA; CHAVES, 2017; SAMPAIO et al., 2019; GONÇALVES; VEIGA, 2019; MEDEIROS et al., 2020; ALVES et al., 2020).

Na análise dos resultados obtidos, diversas estratégias são aplicadas. Por exemplo, alguns estudos realizam a análise das coordenadas individuais dos pontos monitorados (GRANEMMAN et al. 2008; SUCI; FAGGION, 2012; SIGUEL et al. 2013; MIRANDA; VEIGA, 2016). Outros trabalhos analisam resultantes posicionais (horizontais ou tridimensionais), porém, desconsiderando as covariâncias entre as coordenadas dos pontos monitorados (LENARTOVICZ et al., 2014; ZONTA et al., 2014; FERREIRA; CHAVES, 2017; GONÇALVES; VEIGA, 2019; SAMPAIO et al., 2019; MEDEIROS et al., 2020; ALVES et al., 2020). Por fim, outros estudos realizam a análise do deslocamento resultante, considerando ainda as covariâncias entre as coordenadas dos pontos monitorados (AGUIRRE; GEMAEL, 2001; QUINTANILHA et al., 2013; CALDAS; CHAVES, 2014; CHAVES; SEGANTINE, 2014).

Em âmbito internacional, também têm-se estudos que apresentam análises de coordenadas individuais ou resultantes posicionais desconsiderando as covariâncias entre as coordenadas (por exemplo, HOREMUZ; ANDERSSON, 2011; YAO et al., 2017; DURDAG et al., 2018; ŚWIĘTON; OLENIACZ, 2020); bem como, estudos que consideram as covariâncias entre as coordenadas na análise do deslocamento (por exemplo, SACERDOTE et al., 2010; VELSINK, 2015; NOWEL, 2016; AYDIN, 2017).

Neste contexto, o objetivo deste trabalho é apresentar uma revisão sobre a análise de deformação aplicada ao monitoramento geodésico de estruturas, enfatizando a importância das covariâncias das coordenadas dos pontos monitorados na análise dos resultados obtidos. Assim, este trabalho está estruturado da seguinte forma: a seção 2 apresenta uma revisão teórica sobre a análise de deformação e os testes de congruência; algumas considerações a respeito da influência das covariâncias em testes de deslocamentos univariado e multivariado são apresentadas na seção 3 por meio de exemplos simulados; a seção 4 descreve os experimentos em um estudo de caso real, relativo ao monitoramento geodésico da Usina Hidrelétrica Governador Jayme Canet Junior, localizada no estado do Paraná; a seção 5 apresenta os elipsoides de erros dos pontos monitorados na estrutura e o menor deslocamento detectável destes pelos testes univariado e multivariado em alguns cenários simulados, e finalmente, a seção 6 apresenta as conclusões deste artigo de revisão e as recomendações para trabalhos futuros.

2 ANÁLISE DE DEFORMAÇÃO

A possível ocorrência de deslocamentos de coordenadas tridimensionais (3D) obtidas em duas épocas distintas é analisada por meio de um teste estatístico multivariado, denominado teste de congruência (AYDIN, 2012; SUCI; FAGGION, 2012). Para um ponto monitorado, o vetor de deslocamento “ \vec{d} ” corresponde as diferenças de coordenadas entre duas épocas i e j :

$$\vec{d} = \begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde “ X_i, Y_i e Z_i ” são as coordenadas tridimensionais do ponto de interesse em uma época i e “ X_j, Y_j e Z_j ” são as coordenadas tridimensionais do ponto de interesse em uma época j .

Na hipótese nula de teste (H_0), assume-se que o módulo do deslocamento é estatisticamente nulo (insignificante); enquanto na hipótese alternativa (H_A), assume-se que o módulo do deslocamento é estatisticamente significativo, ou seja:

$$H_0: |\vec{d}| = 0 \quad (2)$$

$$H_A: |\vec{d}| > 0 \tag{3}$$

O critério de teste é dado por: não rejeitar H_0 se $\vec{d}^T \Sigma_{\vec{d}}^{-1} \vec{d} \leq K_{(\alpha, d=3)}$, onde “ $\Sigma_{\vec{d}}$ ” é a matriz de covariância de \vec{d} e “ $K_{(\alpha, d=3)}$ ” é o valor crítico na distribuição qui-quadrado, sendo “ α ” o nível de significância do teste e “ $d = 3$ ” a dimensão espacial do vetor de deslocamento \vec{d} (AYDIN, 2012). Pela propagação de covariâncias, a matriz de covariância dos elementos do vetor de deslocamento $\Sigma_{\vec{d}}$ é dada por:

$$\Sigma_{\vec{d}} = \Sigma_{(i)} + \Sigma_{(j)} = \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta X}^2 & \sigma_{\Delta X, \Delta Y} & \sigma_{\Delta X, \Delta Z} \\ \sigma_{\Delta Y, \Delta X} & \sigma_{\Delta Y}^2 & \sigma_{\Delta Y, \Delta Z} \\ \sigma_{\Delta Z, \Delta X} & \sigma_{\Delta Z, \Delta Y} & \sigma_{\Delta Z}^2 \end{bmatrix} \tag{4}$$

onde “ $\Sigma_{(i)}$ ” é a matriz de covariância do ponto monitorado na época i e “ $\Sigma_{(j)}$ ” é a matriz de covariância do ponto monitorado na época j . A matriz de covariância dos elementos do vetor de deslocamento é simétrica, isto é, a covariância entre os elementos i e j é igual a covariância entre os elementos j e i (GEMAEL et al., 2015). Se um ponto “ p ” é medido com a mesma metodologia em ambas as épocas do monitoramento, pode-se

considerar que: $\Sigma_{(i)} = \Sigma_{(j)} = \Sigma_p$ e, portanto: $\Sigma_{\vec{d}} = 2 \cdot \Sigma_p$, com $\Sigma_p = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{X,Y} & \sigma_{X,Z} \\ \sigma_{Y,X} & \sigma_Y^2 & \sigma_{Y,Z} \\ \sigma_{Z,X} & \sigma_{Z,Y} & \sigma_Z^2 \end{bmatrix}$.

Se apenas a coordenada x , y ou z do ponto é testada individualmente, o teste de congruência se torna univariado (1D), resultando em (para $i = X, Y$ ou Z):

$$H_0: |\Delta i| = 0 \tag{5}$$

$$H_A: |\Delta i| > 0 \tag{6}$$

Neste caso univariado, o critério de teste é dado por: Não rejeitar H_0 se $\frac{\Delta i^2}{\sigma_{\Delta i}^2} \leq K_{(\alpha, d=1)}$, onde “ $\sigma_{\Delta i}^2$ ” corresponde a variância do deslocamento na respectiva coordenada. Quanto aos valores críticos de teste, estes podem ser obtidos consultando valores pré-tabelados na distribuição “qui-quadrado” (“ χ^2 ”). Por exemplo, se $\alpha = 0,05$ (5%): $K_{(\alpha=0,05, d=3)} = 7,81$ e $K_{(\alpha=0,05, d=1)} = 3,84$.

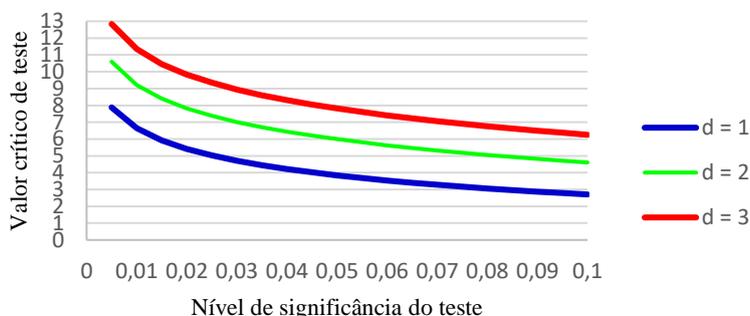
3 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANÁLISE DE DEFORMAÇÃO

Se as covariâncias entre as coordenadas são nulas, têm-se $\vec{d}^T \Sigma_{\vec{d}}^{-1} \vec{d} = \frac{\Delta X^2}{\sigma_{\Delta X}^2} + \frac{\Delta Y^2}{\sigma_{\Delta Y}^2} + \frac{\Delta Z^2}{\sigma_{\Delta Z}^2}$. Isso implica em duas considerações: se o deslocamento é apenas em uma coordenada isolada (eixo x , y ou z) i : $\vec{d}^T \Sigma_{\vec{d}}^{-1} \vec{d} = \frac{\Delta i^2}{\sigma_{\Delta i}^2}$, mas, o valor crítico para a estatística do teste multivariado ($\vec{d}^T \Sigma_{\vec{d}}^{-1} \vec{d}$) é maior do que o valor crítico para a estatística do teste univariado ($\frac{\Delta i^2}{\sigma_{\Delta i}^2}$), para um mesmo nível de significância α . Portanto, neste caso, é mais difícil detectar o deslocamento no teste multivariado em relação ao teste univariado. Entretanto, se o deslocamento ocorre em duas ou mais coordenadas, o mesmo pode ser detectado pelo teste multivariado, mas pode não ser detectado pelos testes univariados individuais, pois, em geral: $K_{(\alpha, d=3)} < 3 \cdot K_{(\alpha, d=1)}$ e $K_{(\alpha, d=2)} < 2 \cdot K_{(\alpha, d=1)}$ (Figura 1).

Naturalmente, quanto maiores as covariâncias (e, portanto, as correlações) entre as coordenadas do ponto monitorado, maiores serão as diferenças entre os testes multivariado e univariado. Neste caso, considerando a natureza dos erros aleatórios das coordenadas em uma distribuição multivariada, o teste univariado pode apresentar tanto falsos positivos quanto falsos negativos em relação ao teste multivariado.

Por exemplo, considere que as variâncias das coordenadas de um ponto em uma época de observação são dadas por $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma_Z^2 = 1$ e os coeficientes de correlação entre estas são dados por $\gamma_{X,Y} = \gamma_{X,Z} = \gamma_{Y,Z} = 0,8$, resultando nas seguintes covariâncias: $\sigma_{X,Y} = \sigma_{X,Z} = \sigma_{Y,Z} = 0,8$ (note que neste exemplo genérico, não importa a unidade de medida). Se houver diferença nas coordenadas entre duas épocas, por exemplo: $\Delta X = \Delta Y = \Delta Z = 3$, resulta em $\vec{d}^T \Sigma_{\vec{d}}^{-1} \vec{d} = 5,19 < 7,84$ e $\frac{\Delta X^2}{\sigma_{\Delta X}^2} = \frac{\Delta Y^2}{\sigma_{\Delta Y}^2} = \frac{\Delta Z^2}{\sigma_{\Delta Z}^2} = 4,5 > 3,84$.

Figura 1 - Valor crítico na distribuição χ^2 em função do nível de significância e graus de liberdade (d) do teste.



Fonte: Os autores (2021).

Portanto, o teste multivariado não considera o deslocamento do ponto entre as duas épocas estatisticamente significativo, ao nível de significância de 0,05 (5%); mas o teste univariado considera o deslocamento de cada coordenada isolada (x , y ou z) estatisticamente significativo, ao mesmo nível de significância. Nesse contexto, houveram “falsos positivos” nos testes univariados em relação ao teste multivariado, devido a negligência das covariâncias das coordenadas.

Considere agora que as diferenças nas coordenadas entre duas épocas são $\Delta X = \Delta Z = 1,5$ e $\Delta Y = -1,5$ (ou seja, iguais em magnitude, porém o sinal de ΔY é negativo). Note que essas diferenças são duas vezes menores do que no caso anterior, onde $\Delta X = \Delta Y = \Delta Z = 3$. Aplicando novamente o teste de congruência, resulta em $\vec{d}^T \Sigma_{\vec{d}}^{-1} \vec{d} = 15,14 > 7,84$ e $\frac{\Delta X^2}{\sigma_{\Delta X}^2} = \frac{\Delta Y^2}{\sigma_{\Delta Y}^2} = \frac{\Delta Z^2}{\sigma_{\Delta Z}^2} = 1,13 < 3,84$.

Portanto, o teste multivariado considera o deslocamento do ponto entre as duas épocas estatisticamente significativo, ao nível de significância de 0,05 (5%); enquanto o teste univariado não considera o deslocamento de cada coordenada individual estatisticamente significativo, ao mesmo nível de significância. Isso ocorreu por causa das covariâncias positivas entre as coordenadas X, Y, Z , enquanto as diferenças entre as duas épocas foram positivas em X e Z , mas negativa em Y .

Desta forma, enquanto o teste univariado considera apenas a magnitude das diferenças, o teste multivariado considera ainda o sentido dessas diferenças, detectando, nesse exemplo, deslocamentos apenas 1,5 vezes maiores do que os respectivos desvios-padrões das coordenadas.

A Figura 2 ilustra de forma gráfica essas relações para um exemplo genérico de deslocamentos bidimensionais. Note que neste caso, devido a correlação existente entre as coordenadas X e Y , a região de aceitação da hipótese nula no teste multivariado será uma elipse; enquanto para o teste univariado, a região de aceitação será limitada por barras verticais em X e por barras horizontais em Y .

Analisando a Figura 2, para o caso situado no primeiro quadrante (ΔX e ΔY positivos), o deslocamento não é detectado no teste multivariado, pois está dentro da elipse de aceitação da hipótese nula, e também não é detectado em ambos os testes univariados, pois está dentro das linhas de aceitação para ΔX (em verde) e para ΔY (em vermelho). De forma similar, para o caso situado no segundo quadrante (ΔX positivo e ΔY negativo), o deslocamento é detectado no teste multivariado, pois está fora da elipse de aceitação, e também é detectado em ambos os testes univariados, pois está fora das linhas de aceitação para ΔX (em verde) e para ΔY (em vermelho).

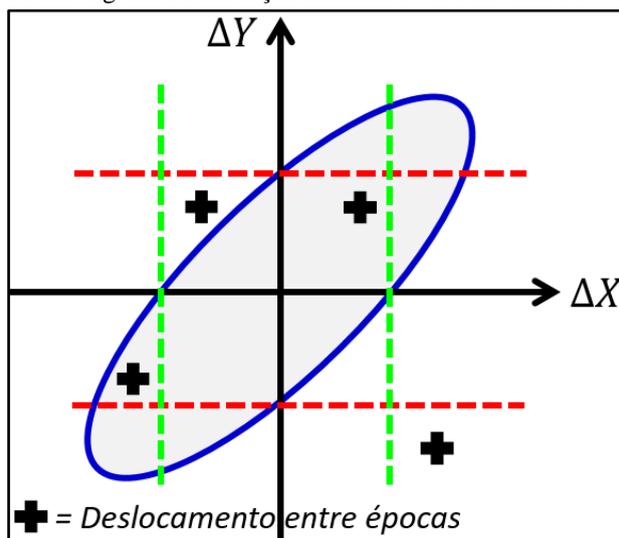
Entretanto, para o caso situado no terceiro quadrante (ΔX e ΔY negativos), o deslocamento não é detectado no teste multivariado e no teste univariado para ΔY , porém, é detectado no teste univariado para ΔX . Por fim, para o caso situado no quarto quadrante (ΔX negativo e ΔY positivo), o deslocamento é detectado no

teste multivariado, mas não é detectado em ambos os testes univariados.

Note ainda que a magnitude resultante dos deslocamentos situados no primeiro e no terceiro quadrante são praticamente as mesmas, entretanto, o caso situado no primeiro quadrante está dentro da região de aceitação da hipótese nula do teste multivariado; enquanto o caso situado no terceiro quadrante seria considerado um deslocamento estatisticamente significativo. Portanto, esse exemplo simulado também mostra a importância de se analisar tanto a magnitude quanto o sentido (sinal) dos deslocamentos, ao invés de se analisar somente a resultante posicional em módulo, que neste caso é praticamente igual em ambos os casos.

Desta forma, considerando a natureza aleatória dos erros posicionais dos pontos monitorados em um contexto mais realista, recomenda-se a aplicação do teste de congruência multivariado ao invés de análises que consideram cada coordenada isoladamente ou ainda resultantes posicionais em módulo.

Figura 2 – Exemplo genérico das regiões de aceitação dos testes multivariado e univariado em duas dimensões.



Fonte: Os autores (2021).

4 EXPERIMENTOS COM DADOS REAIS

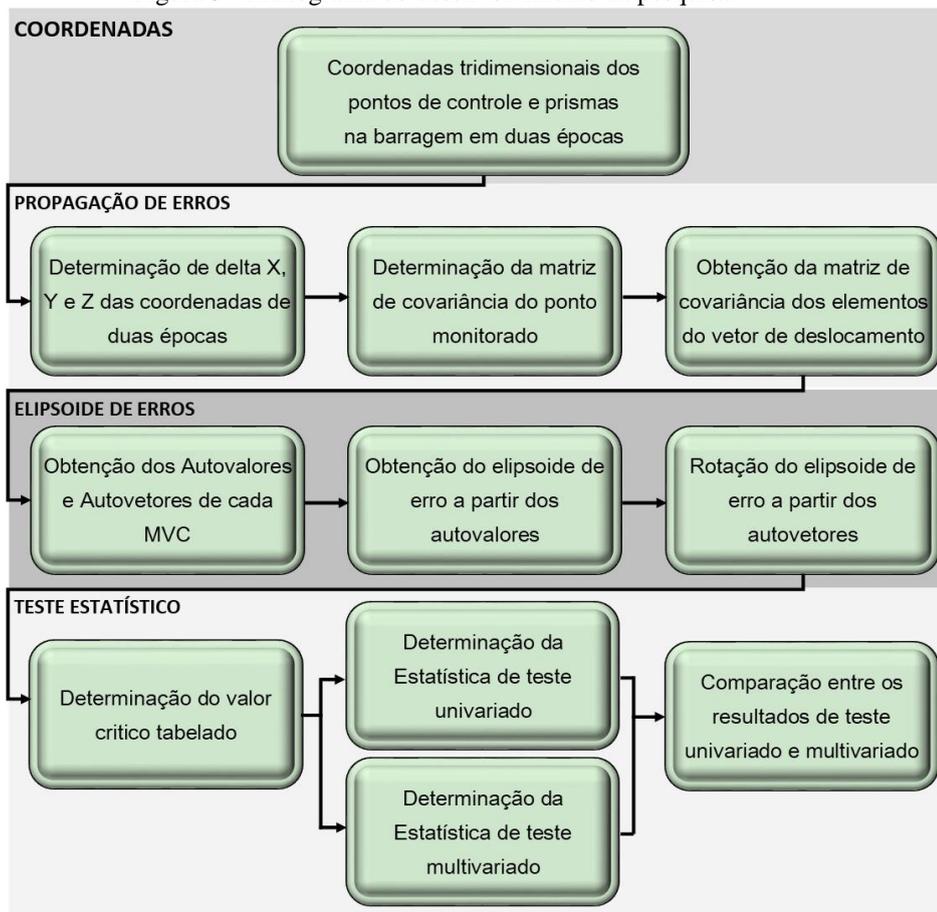
Para demonstrar a aplicação prática dos conceitos apresentados, um exemplo com dados reais será analisado. As coordenadas dos pontos de controle (ponto de estação e vértice de ré) e dos pontos monitorados foram obtidas em Jerke (2019). A análise foi desenvolvida de acordo com o processo representado na Figura 3. Sobre a etapa de propagação de erros, o formulário aplicado considerou o caso da irradiação tridimensional, podendo ser obtido, por exemplo, em Sampaio et al. (2019).

4.1 Área de estudo

A Usina Hidrelétrica Governador Jayme Canet Junior (UHE GJC), anteriormente denominada Usina Hidrelétrica Mauá, construída no rio Tibagi, encontra-se entre os municípios de Telêmaco Borba e Ortigueira (Figura 4). A UHE GJC é de responsabilidade do Consórcio Energético Cruzeiro do Sul, tem potência instalada de 363 MW e iniciou sua operação comercial em novembro de 2012. Sua energia é capaz de suprir o consumo de aproximadamente 1 milhão de pessoas (CONSÓRCIO ENERGÉTICO CRUZEIRO DO SUL, 2019).

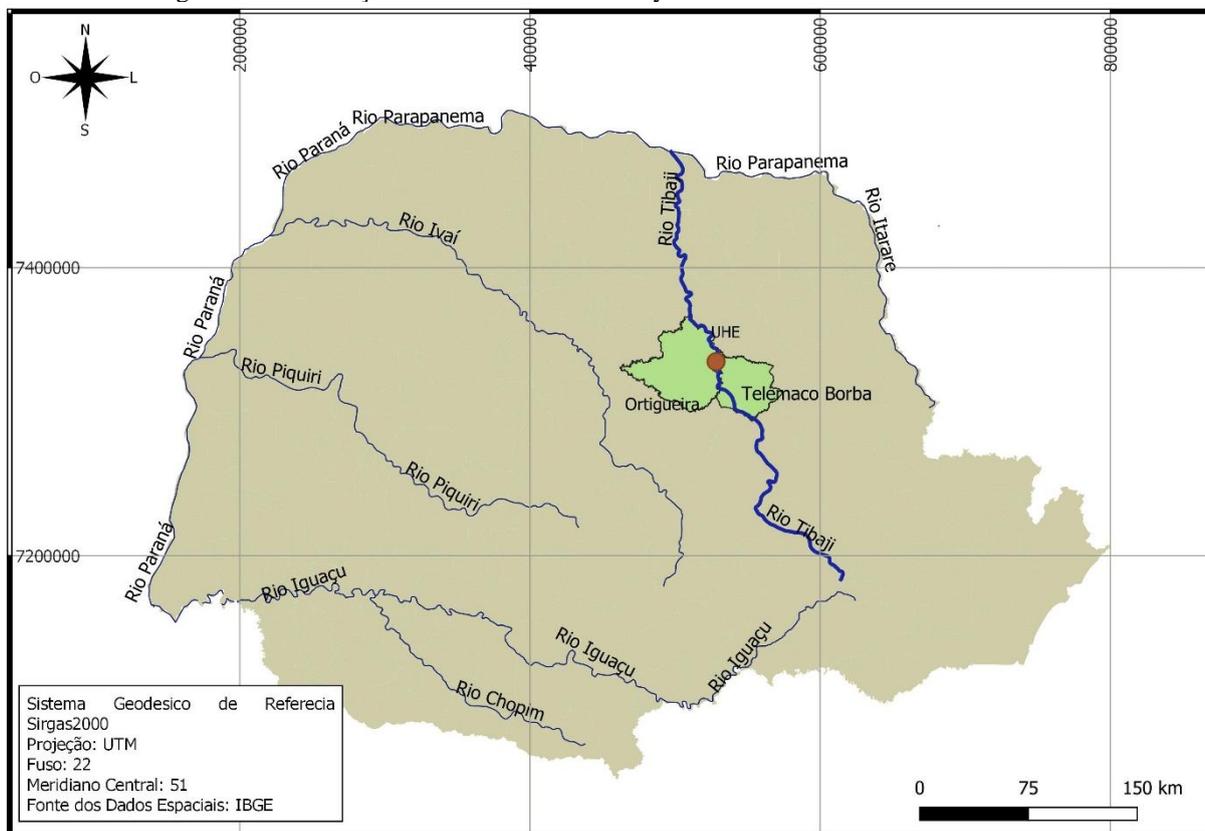
Para o monitoramento geodésico, foi estabelecido um referencial cartesiano local, como mostra a Figura 5, para facilitar a interpretação das coordenadas dos pontos monitorados, com um eixo no sentido longitudinal da estrutura com orientação positiva na direção da margem direita (eixo X), o eixo perpendicular a este e orientação positiva no sentido do fluxo do rio (montante para jusante, eixo Y) e o eixo Z completando o terno do sistema dextrogiro. (CRUZ, 2015). Mais detalhes sobre o sistema de barragem e as transformações envolvidas podem ser obtidos em Cruz (2015) ou Jerke (2019).

Figura 3 - Fluxograma do desenvolvimento da pesquisa.



Fonte: Os autores (2021).

Figura 4 - Localização da UHE Governador Jayme Canet Junior no Estado do Paraná.



Fonte: Os autores (2021).

Figura 5 - Sistema de coordenadas local da barragem.

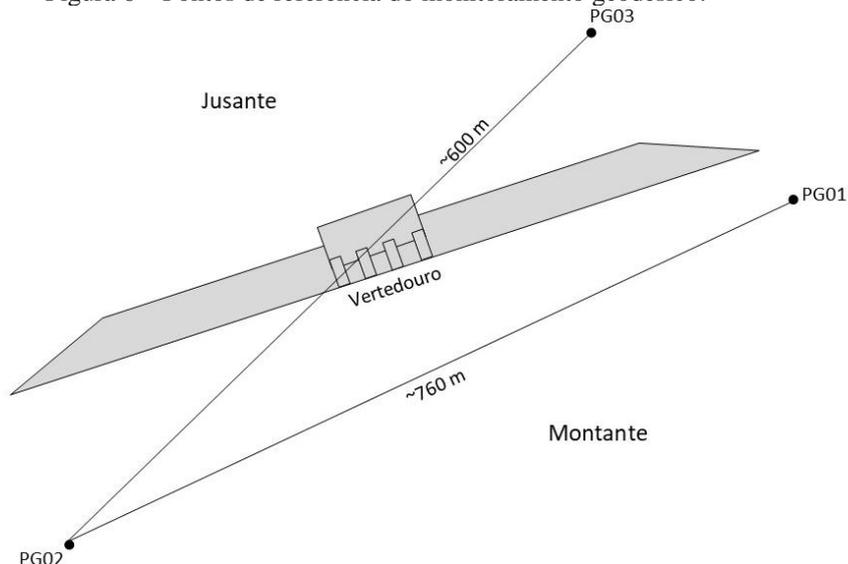


Fonte: Adaptada de Cruz (2015).

4.2 Descrição do monitoramento geodésico

Entre os pontos de referência ou controle para o monitoramento da UHE GJC, têm-se dois pilares geodésicos a montante, denominados de PG01 e PG02 e um pilar à jusante, denominado PG03 (Figura 6). Suas posições são materializadas por meio de pilares de concreto com dispositivo de centragem forçada e suas coordenadas determinadas por meio de levantamento GNSS e ajustamento realizado aplicando-se o método paramétrico (CRUZ, 2015). Somente o ponto PG03 tem visibilidade a todos os prismas a jusante da barragem.

Figura 6 – Pontos de referência do monitoramento geodésico.



Fonte: Adaptada de Jerke (2019).

Os principais equipamentos utilizados na determinação das coordenadas tridimensionais em Jerke (2019) foram 2 receptores GNSS GS15 Leica de dupla frequência com precisão horizontal de $\pm(3 \text{ mm} + 0,1 \text{ ppm})$ e precisão vertical de $\pm(3,5 \text{ mm} + 0,4 \text{ ppm})$; 1 estação-total robotizada TS15 Leica com precisão nominal angular de $\pm 1''$ e precisão nominal linear de $\pm(1 \text{ mm} + 1,5 \text{ ppm})$; 62 prismas circulares GPR112; bases

nivelantes e adaptadores para os equipamentos de medição.

Segundo Jerke (2019), com os receptores GNSS foi possível determinar os pontos de referência PG01, PG02 e PG03 em um sistema cartesiano geocêntrico (em SIRGAS2000) e posteriormente obter as suas coordenadas no sistema de coordenadas local da barragem. Os demais equipamentos foram utilizados na determinação das coordenadas dos prismas no corpo a jusante da barragem. O ponto 13 não foi possível determinar por conter obstáculos na direção de visada entre o prisma e a estação-total, portanto, serão considerados um total de 61 pontos na estrutura. A Figura 7 mostra a localização dos prismas no corpo da barragem a jusante.



Fonte: Cruz (2014).

5 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

A seguir será apresentada a análise dos resultados de acordo com a matriz de covariância de cada ponto monitorado, considerando a simples irradiação dos pontos a jusante (estação em PG03 com ré no PG02) e uma série de leituras conjugadas na posição direta e inversa do instrumento. Em sua pesquisa, Jerke (2019) executou oito séries de leituras em cada ponto.

Em função da precisão nominal da estação-total e das coordenadas do ponto de estação e dos pontos monitorados, determinadas em Jerke (2019), se obtém a matriz de covariância das observações (Σ) e a matriz das derivadas parciais das equações da irradiação tridimensional em relação as observações (A). Em função dessas matrizes, a matriz de covariância das coordenadas de cada ponto monitorado em uma época de observação é dada por: $\Sigma_p = A \Sigma A^T$. Para mais detalhes sobre o monitoramento geodésico pela irradiação tridimensional com estação-total, sugere-se Sampaio et al. (2019). Para mais detalhes sobre a propagação de covariâncias, sugere-se Gemael et al. (2015).

5.1 Elipsoides de erros

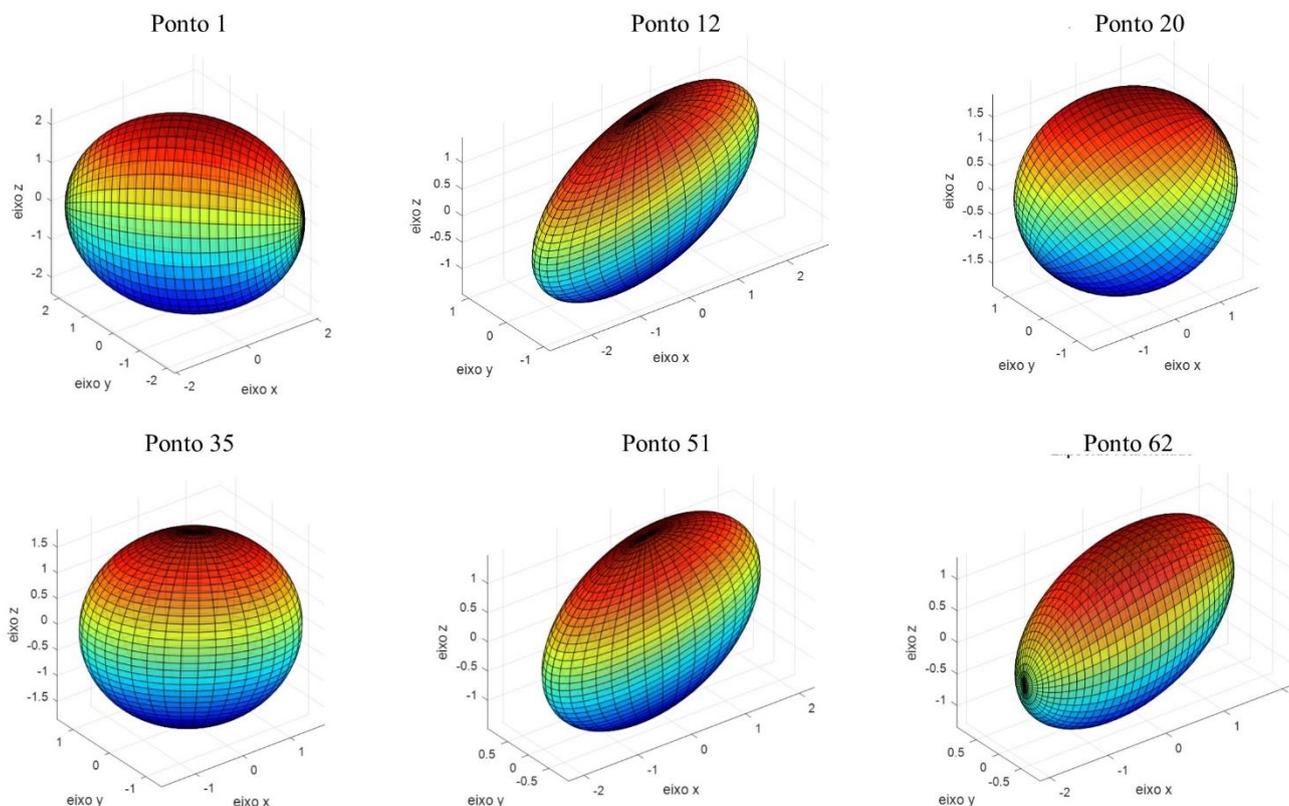
Os elipsoides de erros de cada ponto monitorado foram obtidos por meio das componentes principais da respectiva matriz de covariância (Σ_p), conforme descrito em Gemael et al. (2015). A Figura 8 apresenta a configuração dos elipsoides de erros de um conjunto de pontos a jusante (1, 12, 20, 35, 51 e 62), espacialmente distribuídos ao longo da estrutura da barragem.

Analisando a Figura 8, nota-se que tanto a forma (achatamento) quanto a orientação dos elipsoides varia consideravelmente ao longo da estrutura, em função da posição de cada ponto monitorado em relação ao ponto de estação (PG03). Como os elipsoides de erros são obtidos em função da matriz de covariância de cada ponto, a Figura 8 ilustra de forma gráfica o efeito que as covariâncias entre as coordenadas 3D de um ponto exercem sobre a sua precisão posicional.

Por exemplo, o ponto 35 apresenta um elipsoide relativamente próximo de uma esfera (menores covariâncias); enquanto os pontos 1 e 62 apresentam elipsoides achatados e rotacionados em relação aos eixos do sistema da barragem (maiores covariâncias). A matriz de covariância das observações (Σ) é obtida em função da precisão nominal do instrumento e da metodologia de levantamento (nesse caso, irradiação tridimensional). Para obter os elementos da matriz A , são necessárias apenas as coordenadas iniciais (ou

coordenadas de referência) dos pontos de controle e da estrutura. Desta forma, este tipo de análise dos elipsoides de erros pode ser utilizada, por exemplo, na etapa de pré-análise ou planejamento do monitoramento geodésico (KLEIN et al., 2019). Entretanto, para a verificação do deslocamento, naturalmente, se faz necessária a coleta dos dados em duas ou mais épocas de observação.

Figura 8 – Elipsoides de erro dos pontos 1, 12, 20, 35, 51 e 62.



Fonte: Os autores (2021).

5.2 Menor deslocamento detectável

Visando verificar a influência das covariâncias entre as coordenadas de cada ponto monitorado, a Tabela 1 apresenta o menor deslocamento detectável na direção perpendicular a estrutura (relativa ao eixo Y), para o teste de congruência multivariado (3D) e para o teste de congruência univariado (1D), ao nível de significância de 5% em ambos os casos. Estes valores foram obtidos considerando a matriz de covariância do vetor deslocamento em cada ponto a ser observado em duas épocas ($\Sigma_{\vec{d}} = 2 \cdot \Sigma_p$) e o respectivo valor crítico para cada teste: $K_{(\alpha=0,05,d=3)} = 7,81$ e $K_{(\alpha=0,05,d=1)} = 3,84$.

Desta forma, foram obtidos os menores deslocamentos detectáveis para cada teste ao nível do décimo do milímetro, ou seja, os valores de deslocamento na direção Y que resultam em uma estatística de teste maior do que o valor crítico correspondente. Para o teste multivariado, os deslocamentos simulados foram nulos em X e Z .

Analisando a Tabela 1 e as Figuras 5 e 7, nota-se que somente para os pontos mais afastados do ponto de estação (PG03), o deslocamento detectável é maior para o teste univariado em relação ao teste multivariado (pontos 1, 2, 4, 5 e 6). Para todos os demais pontos, o deslocamento detectável é menor no teste univariado, o que pode resultar em falsos positivos em relação ao teste multivariado, em função da negligência das covariâncias das coordenadas destes pontos no teste 1D. Analisando a Tabela 1 e a Figura 8, nota-se ainda que a diferença entre o menor deslocamento detectável pelos testes multivariado e univariado é menor para o ponto 35 (menores covariâncias) e maior para os pontos 1 e 62 (maiores covariâncias), conforme descrito anteriormente.

Tabela 1 - Menor deslocamento detectável de cada ponto monitorado na direção perpendicular a estrutura.

Ponto	Menor deslocamento detectável (mm)		Ponto	Menor deslocamento detectável (mm)	
	Teste 3D	Teste 1D		Teste 3D	Teste 1D
1	6,9	8,1	32	5,1	4,9
2	5,5	5,6	33	5,1	4,9
3	4,8	4,4	34	5,1	4,9
4	6,5	7,4	35	5,1	4,9
5	6,5	7,4	36	3,5	2,5
6	5,8	6,3	37	3,4	2,5
7	5,2	5,1	38	3,5	2,5
8	3,7	2,9	39	3,4	2,5
9	3,5	2,6	40	3,4	2,5
10	3,4	2,5	41	3,4	2,4
11	3,3	2,5	42	3,4	2,4
12	3,3	2,7	43	3,4	2,4
13	<i>Sem visibilidade</i>		44	3,0	3,4
14	3,2	2,9	45	3,3	2,4
15	3,2	3,2	46	3,3	2,4
16	3,2	2,5	47	3,3	2,4
17	3,3	2,4	48	3,3	2,4
18	5,1	4,9	49	3,3	2,3
19	5,1	4,9	50	3,4	2,4
20	5,1	4,9	51	3,3	2,4
21	5,1	4,9	52	3,3	2,4
22	5,0	4,9	53	3,3	2,4
23	5,1	4,9	54	3,3	2,4
24	5,1	4,9	55	3,2	2,3
25	5,1	4,9	56	3,3	2,3
26	5,1	4,9	57	3,2	2,3
27	5,1	4,9	58	3,2	2,3
28	5,1	4,9	59	3,2	2,3
29	5,1	4,9	60	3,2	2,3
30	5,1	4,9	61	3,1	2,2
31	5,1	4,9	62	3,1	2,2

Fonte: Os autores (2021).

Por fim, visando apresentar as diferenças entre o teste multivariado e o teste univariado em um cenário onde o deslocamento ocorre em múltiplas direções, a Tabela 2 apresenta o menor deslocamento detectável para o teste de congruência multivariado (3D) e para o teste de congruência univariado (1D), ao nível de significância de 5% em ambos os casos.

Para o teste multivariado, considerou-se um deslocamento positivo na direção *Y* e um deslocamento de mesma magnitude, porém com sinal negativo, na direção *Z*, ou seja, foi simulado um movimento de avanço da estrutura no sentido do fluxo do rio e recalque da estrutura na direção vertical da mesma. Neste caso, o deslocamento simulado foi nulo na direção do eixo *X*.

Para o teste univariado, se considerou novamente um deslocamento somente na direção perpendicular da estrutura, isto é, foi analisado o teste univariado somente para a direção *Y*.

Analisando a Tabela 2 e as Figuras 5 e 7, nota-se que para os pontos mais afastados do ponto de estação (PG03), o deslocamento detectável é maior para o teste univariado em relação ao teste multivariado (pontos 1 ao 7 e 18 ao 35), bem como para dois dos pontos mais próximos ao ponto de estação (pontos 14 e 15). Nestes casos, pode ocorrer falsos negativos do teste univariado em relação ao teste multivariado, uma vez que o deslocamento detectável é maior no teste univariado. Para todos os demais pontos, o deslocamento detectável é menor no teste univariado, o que pode resultar em falsos positivos em relação ao teste multivariado, em função da negligência das covariâncias das coordenadas destes pontos no teste 1D.

Desta forma, estes exemplos em um cenário real demonstram novamente a importância das covariâncias na análise de deformação, em função da possível ocorrência de falsos positivos ou de falsos negativos do teste univariado em relação ao teste multivariado. Ressalta-se que ambos os testes podem apresentar tanto falsos positivos quanto falsos negativos, entretanto, o teste multivariado em geral conduz a resultados mais realistas, uma vez que considera a matriz de covariância completa de cada ponto monitorado.

Tabela 2 – Menor deslocamento detectável simulando o caso de deslocamentos em duas direções (y e z).

Ponto	Menor deslocamento detectável (mm)		Ponto	Menor deslocamento detectável (mm)	
	Teste 3D	Teste 1D		Teste 3D	Teste 1D
1	5,6	8,1	32	4,6	4,9
2	4,6	5,7	33	4,6	4,9
3	4,0	4,4	34	4,6	4,9
4	5,4	7,4	35	4,6	4,9
5	5,4	7,4	36	3,0	2,5
6	4,9	6,3	37	3,0	2,5
7	4,4	5,1	38	3,0	2,5
8	3,2	2,9	39	3,0	2,5
9	3,0	2,5	40	3,0	2,5
10	2,9	2,5	41	3,0	2,4
11	2,9	2,5	42	3,0	2,4
12	2,8	2,7	43	3,0	2,4
13	<i>Sem visibilidade</i>		44	3,0	2,4
14	2,8	2,9	45	3,0	2,4
15	2,8	3,2	46	3,0	2,4
16	2,8	2,5	47	3,0	2,4
17	2,9	2,4	48	3,0	2,4
18	4,2	4,9	49	2,9	2,3
19	4,3	4,9	50	2,9	2,4
20	4,3	4,9	51	2,9	2,4
21	4,4	4,9	52	2,9	2,4
22	4,3	4,9	53	2,9	2,4
23	4,3	4,9	54	2,9	2,4
24	4,4	4,9	55	2,9	2,3
25	4,4	4,9	56	2,9	2,3
26	4,4	4,9	57	2,9	2,3
27	4,4	4,9	58	2,9	2,3
28	4,5	4,9	59	2,9	2,3
29	4,5	4,9	60	2,9	2,3
30	4,5	4,9	61	2,9	2,2
31	4,5	4,9	62	2,9	2,2

Fonte: Os autores (2021).

Por fim, sobre o número de séries de leituras conjugadas, ressalta-se que o aumento de séries de leituras reduz o volume (tamanho) dos elipsoides de erros, entretanto, não altera a sua forma (achatamento) nem orientação, pois toda a matriz de covariância das observações é multiplicada por um mesmo escalar, preservando assim as covariâncias das coordenadas dos pontos monitorados. Desta forma, um maior número de observações repetidas reduz o menor deslocamento detectável, mas não altera as conclusões obtidas para as comparações relativas entre os testes univariado e multivariado. Para alterar as covariâncias, seria necessário, por exemplo, um segundo ponto de estação, resultando em uma nova configuração para a matriz de covariância dos pontos monitorados. Esse tipo de discussão realça ainda mais o papel da análise de covariância no monitoramento geodésico, bem como, a sua aplicação na etapa de planejamento ou pré-análise do mesmo.

6 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou, por meio de exemplos simulados e com dados reais, a importância das covariâncias das coordenadas de pontos monitorados na análise de deformação (deslocamento). Com base nos resultados obtidos, conclui-se que o teste de congruência univariado, isto é, negligenciando as covariâncias entre as coordenadas de cada ponto, pode apresentar tanto falsos positivos quanto falsos negativos em relação ao teste de congruência multivariado, isto é, considerando as covariâncias entre as coordenadas de cada ponto.

Ressalta-se que ambos os testes estatísticos, por possuírem níveis de probabilidade associados, podem apresentar tanto falsos positivos quanto falsos negativos. Entretanto, o teste de congruência multivariado em geral conduz a resultados mais realistas, pois considera as covariâncias existentes entre as coordenadas de cada ponto monitorado. Portanto, a principal recomendação é que o monitoramento geodésico de estruturas seja analisado em um contexto multivariado, ao invés de se analisar deslocamentos em coordenadas isoladas ou resultantes posicionais em módulo.

Além disso, a configuração dos elipsoides de erros pode ser analisada na etapa de pré-análise ou planejamento do monitoramento geodésico, visando a otimização do mesmo. Por exemplo, um aumento da série de leituras reduz o volume dos elipsoides de erros e conseqüentemente o menor deslocamento detectável, mas não altera a forma (achatamento) nem a orientação dos elipsoides de erros. Para isto, seria necessário, por exemplo, mais pontos de estação, alterando assim a configuração geométrica do monitoramento geodésico, e, conseqüentemente, a estrutura da matriz de covariância dos pontos monitorados, sendo este um tema de pesquisa para trabalhos futuros.

Além disso, sugere-se investigar as correlações entre as coordenadas de diferentes pontos monitorados, isto é, um teste de congruência para múltiplos pontos de forma conjunta, bem como, os resultados obtidos para diferentes níveis de significância além do valor adotado neste trabalho ($\alpha = 0,05$ ou 5%). Por fim, recomenda-se analisar o efeito de mais de uma série de leituras nos menores deslocamentos detectáveis.

Agradecimentos

A autora agradece à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), pelo fomento de bolsa (número do processo: 88882.382272/2019-01).

Contribuição dos Autores

Ana Luiza Bandeira executou o projeto, escreveu o manuscrito e foi responsável pela contextualização e revisão da literatura. Ivandro Klein e Luis Augusto Koenig Veiga orientaram o desenvolvimento do projeto e revisaram o manuscrito.

Conflitos de Interesse

Os autores declaram que não há conflito de interesse.

Referências

- AGUIRRE, P. A.; GEMAEL, C. Análise de deslocamento em uma mina a céu aberto. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 53, n. 1, p. 92-96, 2001.
- ALVES, S. DE S. O.; RODRÍGUEZ, F. A. C.; SAMPAIO, L. F.; MEDEIROS, L. I. B.; VEIGA, L. A. K.; KLEIN, I. Avaliação Laboratorial da Parametrização de Dados LST em Superfícies Planas. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 72, n. 3, p. 384-398, 2020. DOI: 10.14393/rbcv72n3-51444
- ANTOVA, G. Terrestrial Laser Scanning for Dam Deformation monitoring-Case Study. In: FIG WORKING WEEK, 2015, Sofia. **Proceedings...** Sofia: National Palace of Culture. Congress Centre Sofia, 2015. p. 25-29.
- AYDIN, C. Effects of displaced reference points on deformation analysis. **Journal of surveying engineering**, v. 143, n. 3, p. 04017001, 2017. DOI. 10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000216.
- AYDIN, C. Power of Global Test in Deformation Analysis. **Journal of Surveying Engineering**, v. 138, p. 51-56, 2012. DOI. 10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000064.
- CALDAS, F. L.; CHAVES, J. C. Determinação do modelo de deformação da rede GNSS/SP com base na teoria da elasticidade. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 67, n. 1, p. 71-82, 2014.
- CHAVES, J. C.; SEGANTINE, P. C. L. Determinação de parâmetros de deformação com GPS. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 66, n. 6, p. 1305-1314, 2014.
- CONSÓRCIO ENERGÉTICO CRUZEIRO DO SUL. **Usina Hidrelétrica Mauá**. Disponível em: <<http://www.consorciocruzeirosul.com.br/a-usina>>. Acesso em: 23 dez. 2019.
- CRUZ, W. **Integração de dados de monitoramento de estruturas antrópicas. Estudo de caso: UHE Mauá**. 2015. 145 f. Tese (Doutorado Ciências Geodésicas). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

- DURDAG, U. M.; HEKIMOGLU, S.; ERDOGAN, B. Reliability of Models in Kinematic Deformation Analysis. **Journal of Surveying Engineering**, v. 144, n. 3, p. 04018004, 2018. DOI. 10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000254.
- FERREIRA, N. R. A.; CHAVES, J. C. Análise da acurácia de observações com uma estação total robótica em ensaio controlado de deslocamento. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 69, n. 7, p. 1277-1286, 2017.
- GEMAEL, C.; MACHADO, A. M. L.; WANDRESSEN, R. **Introdução ao Ajustamento de Observações: Aplicações Geodésicas**. 2º ed. Curitiba: Ed. UFPR, 2015.
- GONÇALVES, E. M.; VEIGA, L. A. K. Planejamento de Rede de Monitoramento de Estruturas Empregando-se LST (Laser Scanner Terrestre). **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 71, n. 3, p. 906-933, 2019. DOI. 10.14393/rbcv71n3-48308.
- GRANEMMAN, D. C.; FAGGION, P. L.; NADAL, C. A.; VEIGA, L. A. K.; FREITAS, S. R. C. Estabelecimento de uma rede geodésica para o monitoramento de estruturas: estudo de caso na usina Hidrelétrica Salto Caxias. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 14, n. 2, p. 200-220, 2008.
- GULAL, E. Structural deformations analysis by means of Kalman-filtering. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 19, n. 1, p. 98-113, 2013. DOI. 10.1590/S1982-21702013000100007.
- HOLST, C.; KUHLMANN, H. Challenges and Present Fields of Action at Laser Scanner Based Deformation Analyses. **Journal of Applied Geodesy**, v. 10, n. 1, p. 1-9, 1 2016. DOI. 10.1515/jag-2015-0025.
- HOREMUZ, M.; ANDERSON, J. V. Analysis of the precision in free station establishment by RTK GPS. **Survey Review**, vol. 43, n. 323, p. 679-686, 2011. DOI. 10.1179/003962611X13117748892515.
- JAAFAR, H. A.; MENG, X.; SOWTER, A. Terrestrial laser scanner error quantification for the purpose of monitoring. **Survey Review**, v. 50, n. 360, p. 232-248, 2017. DOI. 10.1080/00396265.2016.1259721.
- JERKE, A. **Análise do Monitoramento Geodésico da Barragem da Usina Hidrelétrica Mauá com Equipamentos de Diferentes Precisões e Diferentes Softwares de Processamento**. 2019. 110 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2019.
- KLEIN, I.; MATSUOKA, M. T.; GUZZATTO, M. P.; NIEVINSKI, F. G.; VERONEZ, M. R.; ROFATTO, V. F. A New Relationship Between the Quality Criteria for Geodetic Networks. **Journal of Geodesy**, v. 93, n. 4, p. 529-544, 2019. DOI. 10.1007/s00190-018-1181-8.
- LENARTOVICZ, I. R.; VEIGA, L. A. K.; FAGGION, C. A.; NADAL, C. A.; SOARES, M. A. Potential evaluation of the terrestrial laser scanner in structural monitoring: case study Maua HPP. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 66, n. 7, p. 1506-1515, 2014.
- MEDEIROS, L. I. B.; FAGGION, P. L.; ALVES, S. S. O. Análise do Desempenho de ETR no Monitoramento Dinâmico de Estrutura Metálica por Leitura Contínua de Direções. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 72, n. 2, p. 280-293, 2020. DOI. 10.14393/rbcv72n2-52637.
- MIRANDA, F. D. A.; VEIGA, L. A. K. Sistema semiautomatizado para monitoramento topográfico. **Revista Brasileira de Geomática**, v. 4, n. 1, p.15-21, 2016. DOI. 10.3895/rbgeo.v4n1.5466.
- NEGRÃO, P. et al. Detecção de deslocamentos na superfície da barragem de Germano, em Mariana-MG, com série temporal de interferometria diferencial SAR. In: XXVII CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 27, 2017, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: Escola Naval, 2017. p. 1-5.
- NOWEL, K. Application of Monte Carlo method to statistical testing in deformation analysis based on robust M-estimation. **Survey Review**, v. 48, n. 348, p. 212-223, 2016. DOI. 10.1179/1752270615Y.0000000026.
- QUINTANILHA, J. A.; HO, L. L.; MACHADO, C. S. Use of control charts for multi-temporal analysis of geodetic auscultation data from dams. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 19, n. 4, p. 653-666, 2013. DOI. 10.1590/S1982-21702013000400009.
- SACERDOTE, F.; CAZZANIGA, N. E.; TORNATORE, V. Some considerations on significance analysis for deformation detection via frequentist and Bayesian tests. **Journal of Geodesy**, v. 84, n. 4, p. 233-242, 2010. DOI. 10.1007/s00190-009-0360-z.
- SAMPAIO, L. F.; DALAZOANA, R.; VEIGA, L. A. K. Seleção de pontos-objeto visando o monitoramento de estruturas a partir da propagação de erros por simulação. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 71, n.

2, p. 570-597, 2019. DOI. 10.14393/rbcv71n2-47891.

SIGUEL, A. R.; FAGGION, P. L.; VEIGA, L. A. K.; NADAL, C. A.; MATTOS, M. S.; SOARES, M. A. Aplicação do método de irradiação tridimensional no monitoramento de barragens. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 19, n. 3, p. 391-406, 2013. DOI. 10.1590/S1982-21702013000300003.

SUCI, F. M.; FAGGION, P. L. Análise da estabilidade da rede geodésica de monitoramento da UHE Salto Caxias a partir de dados GPS. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 18, n. 4, p. 564-582, 2012.

ŚWIĘTON, T.; OLENIACZ, G. Accuracy of Steel Flange Measurements in Renovation and Construction Work for Offshore Industry. **Journal of Surveying Engineering**, v. 146, n. 2, p. 04020006, 2020. DOI. doi.org/10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000310.

TIWARI, A.; NARAYAN, A. B.; DWIVEDI, R.; SWADESHI, A.; PASSARI, S.; DIKSHIT, O. Geodetic Investigation Of Landslides and Land Subsidence: Case Study of the Bhurkunda Coal Mines and the Sirobagarh Landslide. **Survey Review**, v. 52, n. 371, p. 134-149, 2018. DOI. 10.1080/00396265.2018.1531654.

URBANČIČ, T.; STERLE, O.; KREGAR, K. An Improved Approach for the Control Measurements of a Ski-Flying Hill Inrun: A Case Study of Planica. **Sensors**, v. 20, n. 9, p. 2680, 2020. DOI. 10.3390/s20092680.

VELSINK, H. On the deformation analysis of point fields. **Journal of Geodesy**, v. 89, n. 11, p. 1071-1087, 2015. DOI. 10.1007/s00190-015-0835-z.

YAO, L.; SUN, H.; WANG, X.; ZHOU, Y. Detection of Track Static Regularities Based on a Laser Tracker. **Journal of Surveying Engineering**, v. 143, n. 2, p. 04016026, 2017. DOI. 10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000209.

ZAMINPARDAZ, S.; TEUNISSEN, P. J. G.; TIBERIUS, C. C. J. M. A risk evaluation method for deformation monitoring systems. **Journal of Geodesy**, v. 94, n. 3, p. 1-15, 2020. DOI. 10.1007/s00190-020-01356-w.

ZONTA, C.; NADAL, C. A.; PRATA, J. G. Monitoramento geodésico tridimensional em ensaios estruturais de madeira. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 20, n. 1, p. 84-99, 2014. DOI.: 10.1590/S1982-21702014000100006.

Biografia do autor principal



Ana Luiza Bandeira, Brasileira, nascida em Curitiba-PR. Engenheira Cartógrafa e Agrimensora formada pela Universidade Federal do Paraná (UFPR) e cursando mestrado em Ciências Geodésicas pelo Programa Pós-Graduação em Ciências Geodésicas pela mesma universidade.



Esta obra está licenciada com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) – CC BY. Esta licença permite que outros distribuam, remixem, adaptem e criem a partir do seu trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que lhe atribuam o devido crédito pela criação original.