

---

# Ajustamento de uma Rede Gravimétrica pelo Método das Aproximações Sucessivas com Determinação Simultânea do Fator de Correção de Escola do Gravímetro

Iris P. Escobar  
Newton P. dos Santos

## Apresentação

Este trabalho apresenta um método de ajustamento de Rede Gravimétrica por aproximações sucessivas. São determinados os valores da gravidade em 27 (vinte e sete) pontos, envolvendo a compensação de 68 (sessenta e oito) intervalos de gravidade observados. Como referência foram utilizados os valores de gravidade em 23 (vinte e três) estações pertencentes à Rede Gravimétrica Fundamental (RGF) ou a International Gravity Standardization Net 1971 (IGSN-71) comuns à Rede a determinar.

Os resultados obtidos são comparados com os decorrentes da aplicação do método dos mínimos quadrados, apresentando-se coincidentes a menos do  $\mu$  Gal, na décima iteração. Simultaneamente com os valores de gravidade é estabelecida a convergência do fator de correção de escala, cuja discrepância final, em relação ao M.M.Q., é da ordem de  $10^{-6}$ . Os cálculos foram executados com o auxílio de uma calculadora do tipo HP-97.

## I — Introdução

A precisão é um fator de grande importância em qualquer trabalho. Para atingi-la em maior ou menor grau é indispensável um planejamento adequado. Nos levantamentos gravimétricos, a deriva instrumental é o acúmulo de erros no transporte dos valores de gravidade entre vários pontos tornando necessário um controle de qualidade, normalmente feito por intermédio de uma Rede Gravimé-

trica de referência de grau de precisão maior, à qual são vinculadas as observações. É, então, necessária a compensação destas observações, de modo a ajustá-las à Rede de referência, avaliando-se a sua consistência em função do erro médio quadrático dos valores mais prováveis obtidos.

Na maioria das vezes, é conveniente que os valores de gravidade nas estações da Rede de referência não sofram correções no ajustamento. Neste caso, é empregado o tradicional método dos mínimos quadrados aplicado às equações de observações, métodos dos parâmetros. Entretanto, embora seja o método mais exato, sua utilização conduz sempre a resolução de um sistema de equações lineares, cujas dimensões tendem a crescer com o número de pontos a ajustar, implicando na utilização de computadores de grande porte. Nem sempre a exatidão necessária exige a aplicação de tal método, podendo-se, então recorrer ao processo iterativo, que apesar de sua simplicidade, conduz aos mesmos resultados.

O objetivo deste trabalho pela apresentação de um método de ajustamento por aproximações sucessivas que, aplicado à Rede Gravimétrica do Observatório Nacional implantada segundo orientação do Dr. Lélío I. Gama, conseguiu ajustá-la à Rede Gravimétrica Fundamental (RGF) em fase de implantação (1,2). O método estabelece a convergência dos valores de gravidade nas estações da Rede, simultaneamente com fator de correção da diferença entre a escala da RGF e a do gravímetro utilizado.

## II — Apresentação do Método

A diferença entre a escala da Rede de referência e a do gravímetro utilizado nos levantamentos provoca uma incompatibilidade entre os dois sistemas, de tal forma, que pode gerar erros da ordem de 1:2500 entre os intervalos de gravidade. Por ser um erro sistemático, seu efeito deve ser corrigido de modo a não prejudicar a análise da qualidade das observações, feita a partir do erro médio quadrático dos valores mais prováveis, que é uma função definida pelos erros ocidentais. Esta correção pode ser feita antes do ajustamento, quando se conhece "a priori" o fator de correção de escala, ou simultaneamente com o ajustamento, onde o fator é inserido com incógnita. No primeiro caso, estão incluídos os métodos de ajustamento aplicados às equações de condição de fechamento dos circuitos da Rede. Classificam-se entre estes o método dos correlatos, segundo o princípio dos mínimos quadrados, e alguns métodos iterativos usuais. No segundo caso, pode-se citar o método dos parâmetros, segundo o princípio dos mínimos quadrados (3,4,5,6,7,8). O Método que será analisado neste trabalho é também paramétrico; todavia a sua resolução é feita por meio de sucessivas aproximações, onde convergem, simultaneamente, o fator de correção de escala e os valores de gravidade nas estações da Rede. Trata-se de um dispositivo simples e prático, onde vão sendo determinados os valores de nos pontos da Rede por médias simples, a partir das estações de referência.

No processo, o valor de  $g$  para cada ponto é obtido em função de todos os que a ele se ligam, passando em seguida à condição de determinante destes. A compensação estará terminada quando em duas aproximações sucessivas as médias forem confirmadas. O número de iterações dependerá do grau de precisão dos intervalos de gravidade.

As equações de observação são do tipo:

$$g_j^0 = g_i + k\Delta g_{ij}$$

onde,  $g_j^0$  é o valor da gravidade preliminar no ponto a determinar;  $g_i$  é o valor da gravidade no ponto determinante;  $k$  é o fator de correção de escala (inicialmente considerado igual a 1);  $\Delta g_{ij}$  é a diferença de  $g$  observada entre os pontos determinantes e a determinar.

O valor da gravidade no ponto a determinar ( $g_j$ ) é obtido pela média aritmética dos  $g_j^0$ . Assim,

$$\bar{g}_j = \frac{\sum g_j^0}{m}$$

onde  $m$  representa o número de pontos determinantes.

Substituindo em (1)  $g_j^0$  por  $g_j$  e  $k$  pelo fator de escala individual para o intervalo ( $k_{ij}$ ), temos:

$$k_{ij} = \frac{\bar{g}_j - g_i}{\Delta g_{ij}}$$

Portanto, todas as vezes que um ponto for tomado como determinante dará origem a um  $k_{ij}$ . Ao final da iteração o conjunto dos  $k_{ij}$ , por sua vez, gerará um novo valor de  $k$  que será utilizado na iteração seguinte. Isto é feito pela equação

$$k = \frac{\sum k_{ij} |\Delta g_{ij}|}{\sum |\Delta g_{ij}|}$$

onde  $k$  é a média aritmética ponderada dos  $k_{ij}$ , tomando como pesos os valores absolutos dos intervalos de gravidade, visto que espera-se que  $k$  seja melhor determinado quanto maior for o  $\Delta g_{ij}$ .

Quando o intervalo de gravidade considerado estiver entre duas estações incógnitas, dará origem a um  $k_{ij}$  e outro  $k_{ij}$ , devido à permutação na condição de ponto determinante e determinado. A diferença entre estes fatores de escala recíprocos diminuirá, na proporção do número de iterações, até se tornar desprezível. Portanto a quantidade ( $q$ ) de  $k_{ij}$  será igual ao número total de intervalos, acrescido do número de intervalos entre estações incógnitas.

O desvio padrão do fator de escala ( $k$ ) em relação à unidade de peso é dado pela fórmula:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (k_{ij} - k)^2 |\Delta g_{ij}|}{q - 1}}$$

ou, substituindo  $k$  pela sua expressão (4).

$$s^2 = \frac{\sum k_{ij}^2 |\Delta g_{ij}| - \frac{(\sum k_{ij} |\Delta g_{ij}|)^2}{\sum |\Delta g_{ij}|}}{q - 1}$$

que é uma equação mais apropriada para o cálculo em pequenas calculadoras.

O cálculo do desvio padrão para um determinado  $k_{ij}$  é então obtido pela equação

$$\sigma_{k_{ij}} = \frac{s}{\sqrt{|\Delta g_{ij}|}}$$

E o desvio padrão de k é calculado pela fórmula

$$\sigma_k = \frac{s}{\sqrt{\sum |\Delta g_{ij}|}} \quad (\text{consultar } | 6 |)$$

Pelo emprego das equações de observação (1) pode-se determinar, em função dos valores ajustados de g e k, o resíduo para cada intervalo de gravidade medido. Assim,

$$v_{ij} = \bar{g}_j - g_i - k\Delta g_{ij}$$

o erro médio quadrático E, dos valores mais prováveis de g é, então, expresso por

$$E = \sqrt{\frac{\sum v_{ij}^2}{n - r}}$$

onde r é o número de estações a determinar e n o número de intervalos de gravidade.

O estabelecimento do limite dentro do qual os valores ajustados de duas iterações seguidas serão considerados coincidentes, deve ser feito levando-se em conta a precisão necessária no cálculo. Assim, se os valores de g devem ser conhe-

cidos com precisão na segunda casa decimal, por exemplo, é conveniente que a coincidência ocorra na terceira casa decimal, a fim de se evitar erros de arredondamento.

O limite de convergência pode, também, ser estabelecido em função do fator de correção de escala (k); neste caso, será fixada a casa decimal onde a coincidência deverá ser obtida. A equação (11) possibilita este cálculo.

$$N = \log \Delta g + d + 1$$

onde N é a casa decimal de coincidência do fator de escala (deve ser considerada apenas a parte inteira de N);  $\Delta g$  é o maior intervalo de gravidade que compõem a Rede e d é a casa decimal onde se deseja a coincidência dos valores de g.

### III — Aplicação do Método

Apresenta-se, a seguir, a aplicação do método no ajustamento de parte da Rede Gravimétrica do Observatório Nacional à Rede Gravimétrica Fundamental, tendo como datum a IGSN-71. O esquema da Rede é mostrado na figura 1.

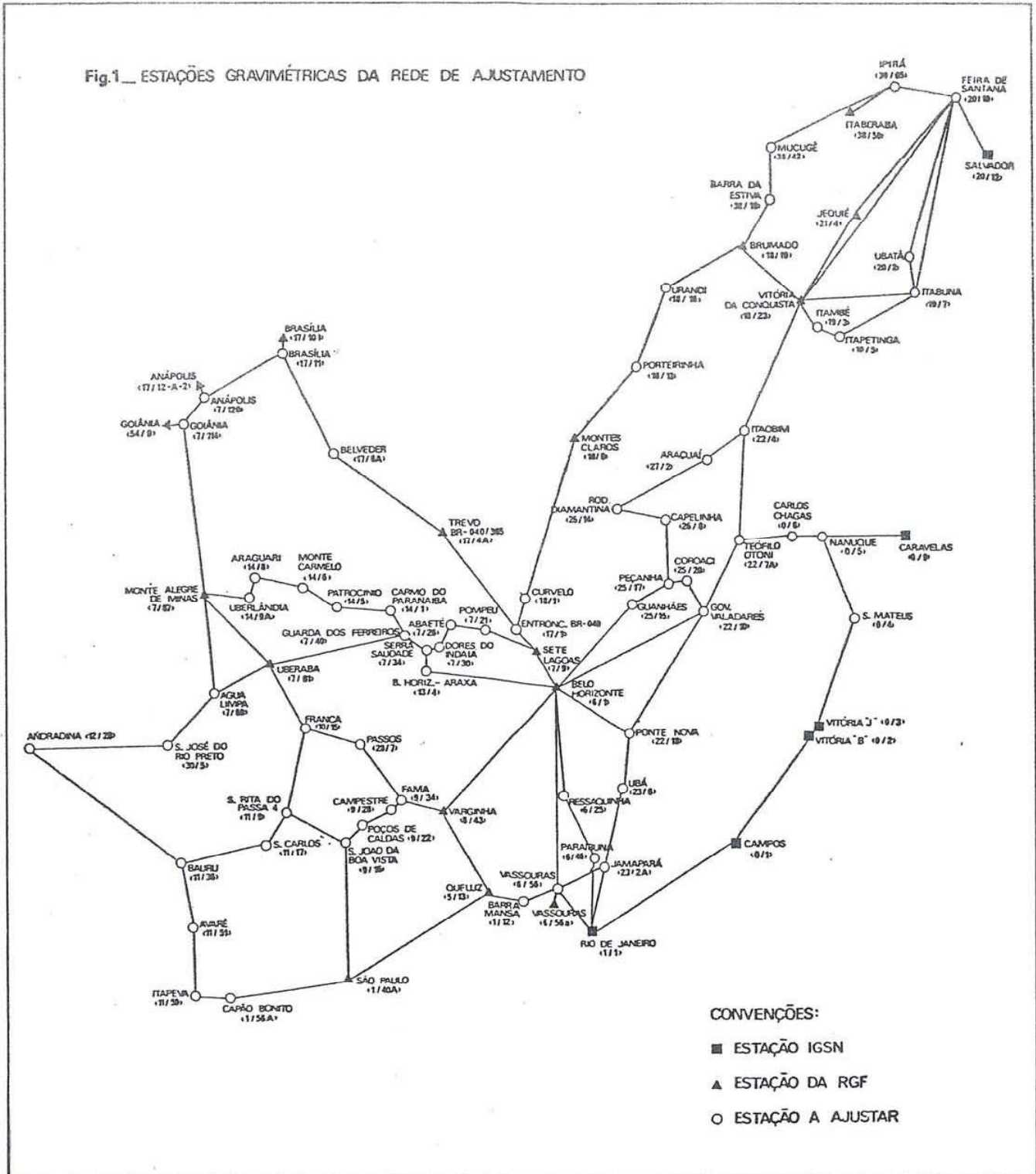
A tabela 1 mostra as estações determinantes de cada estação incógnita com os respectivos intervalos de gravidade extraídos de (9,10,11) ou (1).

T A B E L A 1

EST.	ESTAÇÕES DETERMINANTES INTERVALOS DE GRAVIDADE ( $\Delta g$ )					
	6/56	1/1 -149.537	5/13 34.646	6/1 271.648	23/2A - 22.585	6/56a 2.354
23/2A	6/56 22.585	22/18 188.932	1/1 -126.952			
22/18	23/2A -188.932	6/1 105.299	22/10 16.240			
22/10	22/18 - 16.240	6/1 89.059	25/17 143.973	22/7A 65.422		
25/17	22/10 -143.973	6/1 - 54.916	22/4 - 9.338			
22/4	25/17 9.338	22/7A - 69.208	18/23 211.988			
22/7A	22/4 69.208	22/10 - 65.422	0/5 - 72.133			
0/5	22/7A 72.133	0/9 - 47.107	0/3 -173.837			

EST.	ESTAÇÕES DETERMINANTES INTERVALOS DE GRAVIDADE ( $\Delta g$ )					
6/46	1/1 -153.567	6/25 232.597				
6/25	6/46 -232.597	6/1 35.019				
9/34	8/43 19.202	9/16 - 24.016	10/15 98.683			
9/16	9/34 24.016	1/40A -119.913	11/9 20.296			
10/15	9/34 - 98.683	11/9 -102.403	7/61 37.676			
11/9	10/15 102.403	9/16 - 20.296	11/36 -100.666			
11/36	11/9 100.666	1/40A - 39.546	7/69 122.598			
7/69	11/36 -122.598	7/87 175.893	7/61 118.146			
7/34	7/40 96.676	7/9 - 4.896	6/1 - 10.417			
7/40	7/34 - 96.676	7/61 - 94.782	7/87 - 37.034			
7/114	7/87 - 86.334	54/9 - 6.642	7/120 56.054			
7/120	7/114 - 56.054	17/12-A2 16.722	17/11 59.877			
17/11	7/120 - 59.877	17/10-I 5.790	17/4A -168.617			
17/1	17/4A 84.010	18/8 117.263	7/9 - 14.171			
18/13	18/8 - 39.841	18/16 36.441				
18/16	18/13 - 36.441	18/9 - 9.935				
38/65	18/19 8.071	38/50 12.501	20/10 - 24.683			
20/10	38/65 24.683	21/4 - 55.107	18/23 87.017	19/7 -164.603	19/7 -164.603	20/12 -131.359
19/7	20/10 164.603	20/10 164.603	18/23 251.620	18/23 251.620		

Fig.1\_ ESTAÇÕES GRAVIMÉTRICAS DA REDE DE AJUSTAMENTO



Alguns intervalos de gravidade da Rede foram medidos entre estações cujos valores de  $g$  são conhecidos, por integrarem a RGF ou a IGSN-71; como esses valores não sofrerão correções no decorrer de ajustamento, pode-se determinar ante-

cipadamente os fatores de escala individuais para tais intervalos e, ao final de cada iteração, inserirlos no conjunto dos  $k_{ij}$  para obtenção de  $k$ , pela equação (4).

A tabela 2 relaciona estes casos.

TABELA 2

INTERVALO	$\Delta g$	$\Delta g(obs)$	$k = \Delta g / \Delta g(obs)$
1/1- 0/1	- 68.730	- 68.710	1.0002 1078
0/1- 0/2	- 79.340	- 79.253	1.001097750
5/13- 1/40A	30.970	30.977	0.999774026
5/13- 8/43	-132.207	-132.155	1.000393477
6/1 - 8/43	104.852	104.846	1.000057227
7/61- 7/87	- 57.795	- 57.746	1.000848544
18/23-18/19	54.249	54.264	0.999723574
18/23-21/4	142.204	142.123	1.000569929

ESTAÇÃO	0/1	0/2	0/3	0/5	0/9
g INICIAL	721.170	641.830	638.260		511.470
1ª ITERAÇÃO				464.357	
2ª				349	
3ª	I	I	I	346	I
4ª				344	
5ª	G	G	G	343	G
6ª				342	
7ª	S	S	S	342	S
8ª				342	
9ª	N	N	N	342	N
10ª				464.341	
MMQ				341	
DIF.				0.000	

A seqüência adotada para os cálculos foi a mesma da tabela 1.

O limite de convergência foi estabelecido para o valor de k, considerando-se a necessidade da coincidência dos valores de g na terceira casa decimal (d = 3).

Desta forma, considerando o maior intervalo de gravidade da Rede,  $\Delta g = 251,62$  mGal, pela equação (11) temos,

$$N = 2 + 3 + 1 \quad \therefore N = 6$$

Portanto buscou-se a coincidência de k na 6ª casa decimal, o que ocorreu após a 10ª iteração.

A tabela 3 apresenta os valores de gravidade obtidos após cada iteração. São indicados, também, os valores iniciais que, correspondem aos valores de g nas estações da RGF e da IGSN-71, os quais foram considerados constantes para todas as iterações. É, ainda, apresentada uma comparação com os resultados obtidos pelo método dos mínimos quadrados (M.M.Q.). Os fatores de correção de escala obtidos após cada iteração são apresentados no final da tabela.

O desvio padrão de k após a décima iteração, calculado pela equação (8), foi de

$$\sigma_k = \pm 0.000038$$

O erro médio quadrático dos valores de g após a décima iteração, calculado pela equação (10), foi de

$$\epsilon = \pm 0.03 \text{ mGal}$$

A tabela 4 apresenta os valores de  $\sigma_{kij}$  e  $v_{ij}$  para cada intervalo da Rede.

ESTAÇÃO	1/1	1/40A	5/13	6/1	6/25
g INICIAL	789.900	636.559	605.589	368.530	
1ª ITERAÇÃO					403.643
2ª					594
3ª	I	R	R	R	577
4ª					570
5ª	G	G	G	G	567
6ª					566
7ª	S	F	F	F	565
8ª					565
9ª	N				564
10ª					403.564
MMQ					564
DIF.					0.000

ESTAÇÃO	6/46	6/56	6/56a	7/9	7/34
g INICIAL			637.909	363.013	
1ª ITERAÇÃO	636.333	640.260			358.115
2ª	299	279			123
3ª	277	279	R	R	117
4ª	270	279			116
5ª	267	279	G	G	116
6ª	266	280			116
7ª	265	280	F	F	115
8ª	265	280			115
9ª	265	280			115
10ª	636.265	640.280			358.115
MMQ	265	280			115
DIF.	0.000	0.000			0.000

ESTAÇÃO	7/40	7/61	7/69	7/87	7/114
1ª INICIAL		556.242		298.447	
1ª ITERAÇÃO	261.437		474.376		212.112
2ª	416		398		107
3ª	410	R	405	R	102
4ª	406		409		098
5ª	405	G	411	G	096
6ª	404		412		095
7ª	404	F	413	F	095
8ª	404		413		095
9ª	403		413		095
10ª	261.403		474.413		212.095
MMQ	403		414		095
DIF.	0.000		-0.001		0.000

ESTAÇÃO	18/19	18/23	19/7	20/10	20/12
1ª INICIAL	165.083	110.854			329.450
1ª ITERAÇÃO			362.492	197.928	
2ª			544	899	
3ª	R	R	562	910	I
4ª			571	914	
5ª	G	G	576	917	G
6ª			578	918	
7ª	F	F	580	918	S
8ª			580	919	
9ª			581	919	N
10ª			362.581	197.919	
MMQ			582	919	
DIF.			-0.001	0.000	

ESTAÇÃO	7/120	8/43	9/16	9/34	10/15
1ª INICIAL		473.382			
1ª ITERAÇÃO	156.055		516.623	492.584	393.910
2ª	042		619	604	901
3ª	031	R	617	602	897
4ª	027		616	601	895
5ª	026	G	616	601	895
6ª	025		616	601	895
7ª	024	F	617	601	895
8ª	024		617	602	895
9ª	024		617	602	896
10ª	156.024		516.617	492.602	393.896
MMQ	024		617	602	895
DIF.	0.000		0.000	0.000	0.001

ESTAÇÃO	21/4	22/4	22/7A	22/10	22/18
1ª INICIAL	253.038				
1ª ITERAÇÃO		322.896	392.152	457.623	473.897
2ª		913	175	623	876
3ª	R	923	173	621	873
4ª		925	173	623	871
5ª	G	926	172	624	872
6ª		926	172	625	872
7ª	F	926	172	625	872
8ª		926	172	625	872
9ª		926	172	625	872
10ª		322.926	392.172	457.625	473.872
MMQ		927	172	626	873
DIF.		-0.001	0.000	-0.001	-0.001

ESTAÇÃO	11/9	11/36	17/1	17/4A	17/101
1ª INICIAL				264.777	090.282
1ª ITERAÇÃO	496.320	596.999	348.788		
2ª	318	597.010	808		
3ª	319	021	811	R	R
4ª	322	027	814		
5ª	323	029	815	G	G
6ª	325	031	815		
7ª	325	032	816	F	F
8ª	326	032	816		
9ª	326	033	816		
10ª	496.326	597.033	348.816		
MMQ	326	033	816		
DIF.	0.000	0.000	0.000		

ESTAÇÃO	23/2A	25/17	38/50	38/65	54/9
1ª INICIAL			160.656		218.752
1ª ITERAÇÃO	662.896	313.632		173.156	
2ª	889	585		185	
3ª	884	586	R	175	R
4ª	884	588		179	
5ª	884	588	G	180	G
6ª	884	588		181	
7ª	885	587	F	181	F
8ª	885	587		181	
9ª	885	587		182	
10ª	662.885	313.587		173.182	
MMQ	885	587		182	
DIF.	0.000	0.000		0.000	

ESTAÇÃO	17/11	17/12A2	18/8	18/13	18/16
1ª INICIAL		139.330	231.472		
1ª ITERAÇÃO	096.137			191.631	155.169
2ª	109			620	156
3ª	101	R	R	613	152
4ª	097			611	149
5ª	095	G	G	610	149
6ª	094			610	148
7ª	094	F	F	609	148
8ª	093			609	148
9ª	093			609	148
10ª	096.093			191.609	155.148
MMQ	093			609	147
DIF.	0.000			0.000	0.001

ITERAÇÃO	VALOR DE k
INICIAL	1.000000
1ª	1.000517
2ª	1.000576
3ª	1.000411
4ª	1.000429
5ª	1.000438
6ª	1.000442
7ª	1.000445
8ª	1.000446
9ª	1.000447
10ª	1.000447
MMQ	1.000452
DIF.	0.000005

TABELA 4

INTERVALO	$\sigma_{k_{ij}}$	$v_{ij}$ ( $\mu\text{Gal}$ )
1/1 - 6/56	0.000273	- 16
5/13 - 6/56	0.000567	20
6/1 - 6/56	0.000203	- 19
23/2A - 6/56	0.000703	- 10
6/56a - 6/56	0.002179	16
22/18 - 23/2A	0.000243	- 3
1/1 - 23/2A	0.000297	- 6
6/1 - 22/18	0.000326	- 4
22/10 - 22/18	0.000830	0
6/1 - 22/10	0.000354	- 4
25/17 - 22/10	0.000279	1
22/7A - 22/10	0.000413	2
6/1 - 25/17	0.000451	- 2
22/4 - 25/17	0.001094	3
22/7A - 22/4	0.000402	- 7
18/23 - 22/4	0.000230	9
0/5 - 22/7A	0.000394	- 4
0/9 - 0/5	0.000487	- 1
0/3 - 0/5	0.000254	- 4
1/1 - 6/46	0.000270	1
6/25 - 6/46	0.000219	0
6/1 - 6/25	0.000565	- 1
8/43 - 9/34	0.000763	9
9/16 - 9/34	0.000682	12
10/15 - 9/34	0.000337	- 21
1/40A - 9/16	0.000305	25
11/9 - 9/16	0.000742	- 14
11/9 - 10/15	0.000330	19
7/61 - 10/15	0.000545	- 39
11/36 - 11/9	0.000333	4
1/40A - 11/36	0.000532	38

7/69 - 11/36	0.000302	- 33
7/87 - 7/69	0.000252	- 6
7/61 - 7/69	0.000308	- 28
7/40 - 7/34	0.000340	- 7
7/9 - 7/34	0.001511	0
6/1 - 7/34	0.001036	7
7/61 - 7/40	0.000343	- 15
7/87 - 7/40	0.000549	7
7/87 - 7/114	0.000360	21
54/9 - 7/114	0.001297	- 12
7/120 - 7/114	0.000447	- 8
17/12-A2- 7/120	0.000818	- 35
17/11 - 7/120	0.000432	27
17/10-I - 17/11	0.001389	18
17/4A - 17/11	0.000257	8
17/4A - 17/1	0.000365	- 9
18/8 - 17/1	0.000309	29
7/9 - 17/1	0.000888	- 20
18/8 - 18/13	0.000530	- 4
18/16 - 18/13	0.000554	4
18/19 - 18/16	0.001061	4
18/19 - 38/65	0.001177	24
38/50 - 38/65	0.000946	19
20/10 - 38/65	0.000673	- 43
21/4 - 20/10	0.000450	13
18/23 - 20/10	0.000358	29
19/7 - 20/10	0.000261	15
20/12 - 20/10	0.000291	-113
18/23 - 19/7	0.000211	15
1/1 - 0/1	0.000403	11
0/1 - 0/2	0.000376	- 52
5/13 - 1/40A	0.000601	- 21
5/13 - 8/43	0.000290	7
6/1 - 8/43	0.000326	- 41



INTERVALO	$\sigma_{k_{ij}}$	$v_{ij}$ ( $\mu\text{Gal}$ )
7/61 - 7/87	0.000440	- 23
18/23 - 18/19	0.000454	- 39
18/23 - 21/4	0.000280	17

#### IV — Conclusões

Os resultados obtidos atestam a eficácia do método. As diferenças encontradas na comparação com o método dos mínimos quadrados são completamente desprezíveis. O erro médio quadrático dos valores mais prováveis da gravidade é coincidente com aquele obtido pela aplicação do M.M.Q.

Três intervalos de gravidade, que foram considerados no ajustamentos pelo M.M.Q., não foram incluídos neste ajustamento por serem muito pequenos, o que certamente acarretaria uma perda de precisão na determinação do fator de escala. Esta eliminação, provavelmente é a causa principal das pequenas diferenças nos resultados (ainda que insignificantes).

Dos intervalos de gravidade considerados apenas aquele entre as estações 20/12 e 20/10 seria eliminado caso fosse adotada uma tolerância de 99% para os resíduos  $v_{ij}$ . Nesse caso,

$$t = \pm 2.6 \sigma$$

$$t = \pm 2.6 \times 0.03 \text{ mGal}$$

$$t = \pm 78 \mu\text{Gal}$$

Entretanto, é provável que a discrepância encontrada seja decorrente da não inclusão da estação 20/10, que é pertencente a IGSN-71, no ajustamento da RGF, o que poderia ocasionar um afas-

tamento local entre os dois sistemas. Com o prosseguimento dos trabalhos da RGF certamente o resíduo diminuirá.

Aparentemente o método não oferece desvantagem prática em relação ao M.M.Q., desde que seja estabelecido adequadamente o limite dentro do qual os valores devem ser considerados coincidentes.

Se a coincidência dos valores de gravidade fosse desejada na segunda casa decimal (k coincidente na 5ª casa decimal), o cálculo estaria concluído na 6ª iteração.

#### BIBLIOGRAFIA

- 01 — ESCOBAR, I.P. e SANTOS, N.P., Ajustamento da Rede Gravimétrica do Observatório Nacional à IGSN-71, Observatório Nacional, Rio de Janeiro, 1980.
- 02 — ESCOBAR, I.P., Métodos de Levantamento e Ajustamento de Observações Gravimétricas Visando a Implantação da Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira, Observatório Nacional, Rio de Janeiro, 1980.
- 03 — MORELLI, C., The International Gravity Standardization Net 1971 (IGSN-71) Bureau Central de l'Association Internationale de Geodesie, publication speciale n° 4.
- 04 — GEMAEL, C., Aplicações do Cálculo Matricial em Geodésia, 2ª parte: Ajustamento de Observações, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da UFPr, 1974.
- 05 — UOTILLA, U.A., Introduction to Adjustment Computation with Matrices, The Ohio State University, 1967.
- 06 — HIRVONEN, R.A., Adjustment by Least Squares in Geodesy and Photogrammetry Frederick Ungar Publishing Co, New York, 1971.
- 07 — MIRONOV, V.S., Curso de Prospectión Gravimétrica, Editorial Reverté SA Barcelona, 1977.
- 08 — SAZHINA, N. GRUSHINSKY, N. Gravity Prospecting, Mir Publishers, Moscow 1971.
- 09 — GAMA, L.I., Valores de Gravidade no Nordeste e Região Centro-Leste do Brasil, Observatório Nacional, Rio de Janeiro, 1971.
- 10 — GAMA, L.I., Valores de Gravidade nas Regiões Centro e Sul do Brasil, Observatório Nacional, Rio de Janeiro, 1972.
- 11 — GAMA, L.I., Extensão da Rede do Nordeste, Observatório Nacional, Rio de Janeiro, 1973.