



## Avaliação da Superfície Equipotencial de Referência Local ( $W_{0SP}$ ) no Estado de São Paulo

### *Local Equipotential Reference Surface Evaluation ( $W_{0SP}$ ) in the São Paulo State*

Fabio Luiz Albarici <sup>1</sup>, Gabriel do Nascimento Guimarães <sup>2</sup>, Jorge Luiz Alves Trabanco <sup>3</sup> e Marcelo Santos <sup>4</sup>

1 Instituto Federal do Sul de Minas Gerais – Campus Inconfidentes, Setor de Agrimensura e Cartografia, Inconfidentes, Brasil. E-mail. [fabio.albarici@ifsuldeminas.edu.br](mailto:fabio.albarici@ifsuldeminas.edu.br)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4436-0561>

2 Universidade Federal de Uberlândia – Campus Monte Carmelo, Instituto de Geografia, Monte Carmelo, Brasil. E-mail. [gabriel@ufu.br](mailto:gabriel@ufu.br).

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4380-4650> s

3 Faculdade de Engenharia Civil/UNICAMP, Departamento de Transportes, Campinas, Brasil. E-mail. [trabanco@fec.unicamp.br](mailto:trabanco@fec.unicamp.br)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2558-2858>

4 University of New Brunswick, Department of Geodesy and Geomatics Engineering, New Brunswick, Canada. E-mail. [msantos@unb.ca](mailto:msantos@unb.ca)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6354-4601>

Recebido: 03.2020 | Aceito: 09.2020

**Resumo:** A compreensão, o estudo e a atualização da superfície equipotencial de referência local  $W_{0Local}$  tem importância fundamental no sistema de altitude de um país. Esta superfície pode ser integrada ao sistema global, conforme resolução da IAG onde consta que a realização do sistema de referência deve referir-se a um nível de referência global ( $W_0$ ) unificado. Neste artigo, propõe-se o cálculo desta superfície através da abordagem oceanográfica, utilizando-se de observações gravimétricas, medidas maregráficas do nível do mar e dados advindos do GNSS/nivelamento. Na determinação do  $W_{0Local}$  a SST (Topografia da Superfície do Mar) também foi calculada. Os testes numéricos, utilizando-se do valor do  $W_{0SP}$  para o estado de São Paulo, indicam que a discrepância do número geopotencial e altitude normal, quando analisados em relação aos valores disponibilizados pelo IBGE, tem desvio padrão de  $1,11 \text{ m}^2/\text{s}^2$  e  $\sim 11 \text{ cm}$ . Assim, pode-se dizer que os resultados são confiáveis e consistentes, mantendo-se próximo do SGB.

**Palavras-chave:** Superfície equipotencial local. Número Geopotencial. Topografia da superfície do mar.

**Abstract:** The understanding, study and updating of the local equipotential reference surface  $W_{0Local}$ , is of fundamental importance in the height system of a country. This surface may be integrated into the overall system, as per the resolution of the IAG, where the realization of the reference system shall refer to a unified global reference level ( $W_0$ ). This paper proposes the calculation of this surface through the oceanographic approach, using gravimetric observations, sea level measurements and GNSS/leveling data. In determining  $W_{0Local}$  the SST (Sea Surface Topography) was also calculated. Numerical tests, using the  $W_{0SP}$  value for the São Paulo state, indicate that the discrepancy of the geopotential number and normal height, when analyzed in relation to the values provided by the IBGE, has a standard deviation of  $1,11 \text{ m}^2/\text{s}^2$  and  $\sim 11 \text{ cm}$ . Thus, we can say that the results are reliable and consistent, keeping close to the BGS.

**Keywords:** Local equipotential surface. Geopotential Number. Sea surface topography.

## 1 INTRODUÇÃO

A IAG (Associação Internacional de Geodésia), lançou em julho de 2015 a resolução n° 1 para a definição e a realização de um Sistema Internacional de Referência para as Altitudes (IHRS - *International Height Reference System*). De acordo com esta resolução, as coordenadas verticais ( $C$ ) IHRS são diferenças de potenciais referentes à superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra, realizada pelo valor convencional  $W_0 = 62636853,4 \text{ m}^2/\text{s}^2$  e o valor do potencial de gravidade no ponto de interesse ( $W_p$ ) (IAG,

2015). O principal objetivo da realização do IHRS é a integração dos sistemas de altitudes existentes no globo; isso significa que as coordenadas verticais existentes deverão referir-se à mesma superfície realizada pelo  $W_0$  convencional (SÁNCHEZ; SIDERIS, 2017).

O conhecimento da altitude é uma questão amplamente discutida em Geodésia, uma vez que a utilização de uma componente altimétrica concisa e bem determinada é de suma importância nos trabalhos do dia a dia, principalmente quando se realiza trabalhos que envolvem fluxo de líquidos. Segundo Blitzkow et al. (2007), a altitude necessita ser pensada pelo ponto de vista físico, pois está relacionada com o Problema de Valor de Contorno da Geodésia Física (PVCG).

Segundo o documento do SIRGAS (2020), o novo sistema de referência vertical do SIRGAS (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas), estabelecido pelo Grupo de Trabalho III - *Datum* Vertical baseia-se em duas componentes: uma geométrica e outra física. A componente geométrica corresponde a superfície de referência da altitude geodésica referida ao sistema SIRGAS, enquanto a componente física é dada em quantidades de potencial ( $W_0$  como um nível de referência e números ou alturas geopotenciais como principais coordenadas verticais). A realização deste sistema de referência deve:

- a) referir-se à mesma superfície global ( $W_0$ ) unificado;
- b) basear-se em altitudes físicas (isto é, derivadas de nivelamento geométrico em combinação com a redução de efeitos de campo de gravidade);
- c) associar-se com uma referência de tempo específica, ou seja, considerar a mudança das altitudes e seu nível de referência em relação ao tempo. Por consequência, a superfície de referência correspondente (superfície geoidal para as alturas ortométricas ou superfície quase-geoide para as alturas normais) deverá ser determinada de forma unificada ao longo do continente.

O melhor ajuste do nível médio do mar para a região não significa que a superfície geoidal coincida com o nível médio do mar ao longo da costa, mas sim minimiza a separação entre a superfície geoidal e o nível médio do mar costeiro em torno da massa continental. As superfícies equipotenciais, que incluem o geoide, são superfícies de nível, enquanto o nível médio do mar não. (VÉRONNEAU; HUANG, 2016).

Segundo Hayden et al. (2012), o valor do  $W_0$  foi calculado em muitas regiões do globo, utilizando-se de informações de altimetria por radar a bordo de satélites (exclui-se as regiões polares, ver Burša et al. (1998); Sánchez (2009); Sánchez e Sideris (2017)). Outros pesquisadores como Grafarend e Ardalán (1997) e Ardalán et al. (2002) determinaram o  $W_0$  local, utilizando-se de observações em marégrafos.

Na determinação do valor do  $W_{0Local}$  pode-se utilizar a Topografia da Superfície do Mar (*SST – Sea Surface Topography*) que é referenciada a uma superfície equipotencial com um potencial de gravidade conhecido. A *SST* pode ser obtida por três métodos: 1) combinando observações de maré e um modelo geoidal, 2) combinando dados de altura da superfície do mar, obtidos pela altimetria por satélites, e um modelo geoidal e 3) modelos oceânicos (HAYDEN et al., 2012).

O objetivo desta pesquisa é o cálculo da superfície equipotencial de referência local ( $W_{0Local}$ ) para o estado de São Paulo através das contribuições das observações de maré, nível médio do mar local, observações gravimétricas terrestre e um modelo geoidal local. Calculou-se três valores de  $W_{0Local}$ , dois exatamente nos marégrafos, e um valor médio para o estado de São Paulo, os resultados foram avaliados com o valor da origem do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), o marégrafo de Imbituba (SC) e validados com a análise dos números geopotenciais e altitudes normais calculados e os disponibilizados pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística).

## 2 REVISÃO TEÓRICA

### 2.1 Número Geopotencial

Uma quantidade importante, no contexto que envolve o cálculo de altitudes com caráter físico, vinculadas à uma superfície equipotencial de referência, é o número geopotencial. Os sistemas altimétricos requerem o estabelecimento de uma definição unívoca e com significado físico. Nesse âmbito, os sistemas de

altitudes físicas devem ser baseados em números geopotenciais ( $C$ ). Este valor físico é calculado pela diferença de potencial entre a superfície de referência da Terra real, o geoide ( $W_0$ ), e um ponto de interesse ( $W_p$ ), em função da aceleração da gravidade ( $g$ ) entre a superfície geoidal e a superfície topográfica (KINGDON et al., 2005; SÁNCHEZ, 2013; SEVERO et al., 2013):

$$C = W_0 - W_p \cong \sum_{i=0}^P g_i^m \cdot dh_i \quad (1)$$

Nessa expressão,  $g_i^m$  é média dos valores de aceleração da gravidade entre os pontos e  $dh_i$  os desníveis entre eles. A partir das diferenças de potencial, obtidas pela Eq. (1), calcula-se o número geopotencial, que possui significado físico, porém seus valores são de difícil interpretação e entendimento. Dessa forma, deve-se transformar os valores de  $C$  em unidades de medidas de altitudes. Isso requer que os números geopotenciais sejam divididos por valores de aceleração da gravidade específicos, o que definirá o tipo de altitude física a ser utilizada.

## 2.2 Topografia da Superfície do Mar ou *Sea Surface Topography (SST)*

Os sistemas de altitudes existentes (*data* verticais) foram realizados utilizando-se de medições referidas ao nível médio do mar, obtido através de observações maregráficas, resultando na vinculação da rede vertical ao marégrafo. Como o valor do potencial de gravidade no marégrafo não é conhecido, convencionalmente assume-se que o valor do potencial seja  $W_p = W_0$ . Dessa forma, as superfícies equipotenciais que passam pelos diferentes marégrafos determinam diferentes geoides que podem ser considerados paralelos à superfície do mar, mas não coincidentes com o geoide global (IHDE et al., 2017).

Segundo Sansò e Sideris (2013), a referência vertical global pode ser definida como uma superfície de referência altimétrica para toda a Terra. O conceito de uma referência vertical global tem sido um tema de grandes pesquisas e debates. O estabelecimento de um sistema vertical global preciso, consistente e bem definido, tem muitas implicações positivas incluindo o fornecimento de um método para conectar *data* verticais nacionais e/ou regionais, bem como a remoção de inconsistências em anomalias da gravidade e altitudes resultantes do uso de diferentes pontos de referência (referindo-se medições a uma mesma superfície equipotencial). Porém, outra estratégia oferecida para resolver o problema de referência vertical global inclui uma abordagem puramente oceanográfica: o uso de altimetria por radar abordo de satélite combinada com nivelamento geométrico e de posicionamento por satélite (GNSS), combinada com a gravimetria (SANSÒ; SIDERIS, 2013; SÁNCHEZ; SIDERIS, 2017).

As principais observações necessárias para o cálculo de uma superfície equipotencial de referência local são: as observações do nível médio do mar por meio dos marégrafos, o modelo geoidal da região e as observações de GNSS/nivelamento; observações estas obtidas em cada um dos locais de estudo.

A topografia da superfície do mar (ou *SST*) representa a separação entre a superfície média do mar e a superfície equipotencial, isto é, a superfície de referência que representa o geoide (FOREMAN et al., 2008; HAYDEN et al., 2012; SÁNCHEZ, 2013; SÁNCHEZ et al., 2015). A *SST* pode ser expressa pela Eq. (2) adaptada de Kotsakis et al. (2012):

$$SST = \frac{W_0 - W_p}{\gamma_p} \quad (2)$$

onde  $W_0$  é o potencial da superfície de referência global,  $W_p$  é o potencial em um ponto (na superfície média do mar) e  $\gamma_p$  gravidade normal.

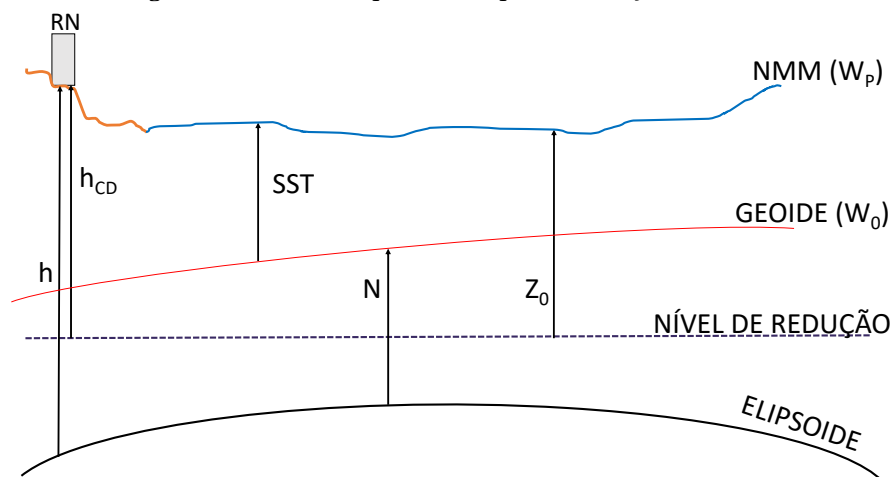
Com base na Figura 1, pode-se reavaliar geometricamente a Eq. (2) (HAYDEN et al., 2012; KOTSAKIS et al., 2012), resultando em:

$$SST = h - N - h_{CD} + Z_0 \quad (3)$$

onde  $h$  é a altitude elipsoidal da RN,  $N$  a altura geoidal,  $h_{CD}$  é a altura entre o Nível de Redução e o ponto referido (RN),  $Z_0$  é a altura entre o Nível de Redução e o nível médio do mar local.

Na Eq. (3), o elemento denominado de  $h_{CD}$  é disponibilizado pela Diretoria de Hidrografia e Navegação (DHN). Já o  $Z_0$  pode ser obtido pela diferença entre o NMM e o Nível de Redução, onde o nível de redução corresponde ao nível médio das baixa-mares de sizígia, atendendo à finalidade de segurança da navegação (IBGE, 2020).

Figura 1 – Modelo esquemático para obtenção da SST.



Fonte: Modificado de Hayden et al. (2012).

Seguindo as recomendações da Resolução N° 1 da IAG (IAG, 2015), na qual as quantidades calculadas devem estar no sistema médio de maré, os elementos ( $H^N$ ,  $h$  e  $N$ ) que compõem as equações 3 e 5, foram levados para o sistema de maré zero de acordo com os parâmetros de transformação fornecidos por Heikkinen (1978), Ekman (1989), Rapp (1989). Deste modo, o SST foi calculado no sistema de maré zero (para maiores detalhes ver Carrión (2017)). Por fim, o valor SST foi transformado para o sistema de maré médio por meio da Eq. (4) (CARRIÓN, 2017):

$$SST = 0,9722 - 2,8841 \sin^2\varphi - 0,0195\sin^4\varphi \tag{4}$$

onde  $\varphi$  é a latitude do ponto de cálculo.

Segundo Hayden et al. (2012), pode-se converter a SST em diferença de potencial que é subtraída do potencial da superfície equipotencial ( $W_0$ ), assim o potencial do ponto ( $W_{0Local}$ ), pode ser calculado com a manipulação das Eq. (2) e (3).

$$W_{0Local} = W_0 - \gamma_p(h - N - h_{CD} + Z_0) \tag{5}$$

O IBGE (2019) em seu relatório de ajustamento da rede altimétrica, descreve o cálculo da gravidade normal média, ao longo da vertical, ou seja, da gravidade teórica dada pelo modelo Terra normal, como sendo:

$$\gamma_p = \gamma_0 \left[ 1 - \frac{H^N}{a} (1 + \alpha + m - 2\alpha \sin^2\varphi) + \left( \frac{H^N}{a} \right)^2 \right] \tag{6}$$

onde  $\gamma_0$  é a gravidade de Somigliana,  $\varphi$  é a latitude geodésica do ponto de interesse,  $a$  é o valor do semieixo maior,  $\alpha$  é o achatamento,  $H^N$  é a altitude normal e  $m = \omega^2 a^2 b / GM$ , sendo  $GM$  a constante gravitacional geocêntrica,  $\omega$  é a velocidade angular e  $b$  é o semieixo menor.

Segundo Kutterer et al. (2012), a referência vertical global deve corresponder a uma superfície de nível do campo de gravidade da Terra com um determinado valor do potencial ( $W_0 = \text{constante}$ ) e,

consequentemente, há uma recomendação formal sobre o valor de  $W_0$  a ser adotado. Dessa forma, utilizou-se do valor convencional apresentado pelo IAG (2015).

Quando o  $W_{0Local}$  é avaliado a partir da SST, o potencial médio é obtido por uma média ponderada como mostrado na Eq. (7) (adaptada de HAYDEN et al., 2012).

$$W_{0SP} = \frac{\sum W_{0Local(i)} (\cos \varphi_i)}{\sum (\cos \varphi_i)} \quad (7)$$

Nessa expressão  $W_{0Local(i)}$  são os valores calculados para cada estação maregráfica e  $\varphi_i$  é a latitude do marégrafo.

Para verificação da qualidade do resultado da superfície equipotencial de referência local para o estado de São Paulo, pode-se aplicar o desvio padrão da média ( $\hat{\sigma}$ ), através da Eq. (8) (GEMAEL, 1994):

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n(n-1)}} \quad (8)$$

onde  $v_i$  é a discrepância entre o valor da referência e o valor obtido,  $n$  número de observações.

Com o valor da superfície equipotencial local para o estado de São Paulo determinada e utilizando a geometria entre a altitude elipsoidal ( $h$ ), a altura geoidal ( $N$ ) e do valor da gravidade normal em uma referência de nível qualquer pertencente ao IBGE, geometricamente obtém-se a Eq. (9). Podendo assim, aplicar a Eq. (9) nas referências de nível, tendo assim os valores de  $W_{p_i}$  nas RN espalhadas no estado de São Paulo:

$$W_{p_i} = W_{0SP} - \gamma_i(h - N) \quad (9)$$

### 3 METODOLOGIA

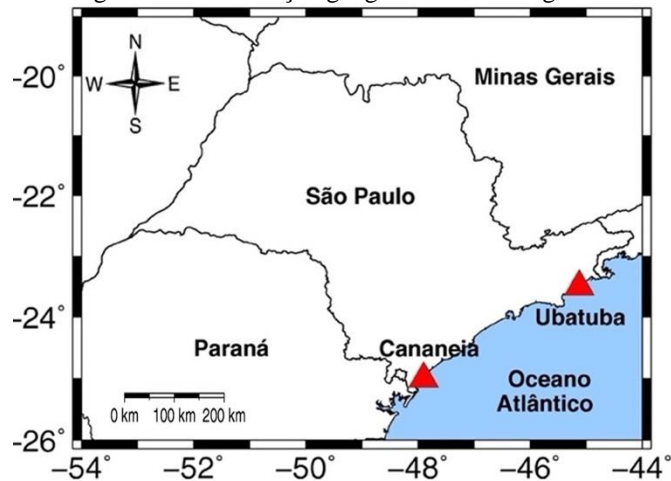
Conforme descrito na seção 2.2, Sansò e Sideris (2013) propõem uma abordagem puramente oceanográfica e Hayden et al. (2012) dizem, resumidamente, que o procedimento básico para calcular o valor de  $W_{0Local}$  através dos marégrafos é: (1) Seleção de marégrafos que possuam ponto GNSS próximo; (2) Seleção de um modelo de geóide; (3) Cálculo do potencial de gravidade  $W_{0Local}$  através do NMM no marégrafo; (4) Cálculo de  $W_{0Local}$  como o valor médio de  $W_{0Local(i)}$  utilizando-se de todos os marégrafos disponíveis.

#### 3.1 Seleção dos marégrafos para a área de estudo

As estações maregráficas do estado de São Paulo, utilizadas neste estudo, encontram-se em dois locais distintos: um ao norte e outro ao sul do litoral do estado (os símbolos em vermelho na Figura 2 indicam os locais). O IBGE mantém uma rede permanente de observação, chamada de Rede Maregráfica Permanente para Geodésia (RMPG), com cinco estações ativas (Imbituba/SC, Salvador/BA, Fortaleza/CE Arraial do Cabo/RJ e Santana/AP), uma programadas para entrar em funcionamento (Belém/PA) e uma desativada (Macaé/RJ) (IBGE, 2020).

Os marégrafos de Cananeia e Ubatuba não pertencem a RMPG, porém integram a rede do GLOSS (*Global Sea Level Observing System*), onde suas observações podem ser obtidas. Os dois marégrafos utilizados nesta pesquisa estão sob supervisão do Instituto Oceanográfico da USP (IO-USP) e nestas estações maregráficas, existem alguns equipamentos instalados para observações da variação oceânica (exemplo: marégrafo Kalesto) e de estudos voltados as marés terrestre e oceânica (exemplo: estação passiva para gravimetria). A Figura 2 ilustra os locais de estudo.

Figura 2 – Distribuição geográfica dos marégrafos.



Fonte: Os autores (2021).

### 3.2 Seleção de um modelo geoidal (Altura Geoidal)

Na Eq. (5), há a necessidade de se conhecer o valor para as ondulações geoidais ( $N$ ). Estes podem ser obtidos através dos modelos globais ou nacionais/regionais.

Nesta pesquisa, o MAPGEO 2015 será utilizado como modelo para a obtenção dos valores de  $N$ , pois é o modelo oficial de geóide para o Brasil desenvolvido pelo IBGE em cooperação com a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP), onde este modelo tem precisão de  $\approx 17$  cm para o Brasil e 6 cm para o estado de São Paulo (MATOS et al., 2016). Mostrando que o modelo tem boa precisão local.

### 3.3 Tratamento do dados

A principal componente de um sistema de referência vertical para as altitudes físicas é uma superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra (KOTSAKIS et al., 2012). O caso geral para a realização e futura unificação dos sistemas de referências para altitude consiste em uma combinação de GNSS/nivelamento com modelos geoidais. Em geral, a determinação dos valores de potencial ou diferenças de potencial do campo de gravidade da Terra é possível com a combinação de nivelamento geométrico e redução gravimétrica ou resolvendo o PVCG para estimar o potencial anômalo. A maioria dos sistemas de referência altimétricos existentes está vinculado através de nivelamento geométrico e do nível médio do mar em marégrafos locais (IHDE et al., 2017).

Neste trabalho os dados utilizados foram: observações GNSS/nivelamento, observações maregráficas, valores de nível de redução e altura geoidal. A altitude geométrica ( $h$ ) foi obtida a partir de rastreios GNSS e a altitude nivelada foi obtida realizando o nivelamento geométrico.

Em 2011, foram instalados novos marégrafos de leitura do nível do mar por radar nas estações de Cananeia e Ubatuba. A instalação desse novo marégrafo ocorreu devido à necessidade de modernização nas medições, e no caso da estação maregráfica de Cananeia, também pelo deslocamento da estrutura onde o marégrafo antigo estava instalado. Com este novo marégrafo, pode-se realizar as observações no nível do mar com maior acurácia e assim melhorar os modelos de maré oceânica.

Com base nestas informações, selecionou-se as observações maregráficas de quatro anos (02/2012 a 08/2015) no cálculo do nível médio do mar (NMM). Cabe ressaltar que não é uma unanimidade entre os pesquisadores utilizar observações de um marégrafo que esteja situado em um estuário. Cananeia é uma estação maregráfica de boa qualidade, embora algumas considerações devam ser feitas devido à sua localização estuarina, podendo ser influenciada pelo regime dos rios (DALAZOANA, 2005). Entretanto, apesar de sua localização, a estação recebe os sinais oceânicos com frequências que vão desde ondas de maré até variações de longo período (DALAZOANA, 2005).

As marés são efeitos dinâmicos causados por movimentos relativos de corpos celestes como a Lua, o Sol e a Terra. Dois importantes componentes das marés são: o ciclo nodal lunar que tem duração de 18,61 anos

e o perigeu lunar que dura 8,85 anos. Para eliminar estes dois movimentos periódicos são necessários 19 anos de observações maregráficas ou múltiplos deste ciclo (HAYDEN et al., 2012). No entanto, neste trabalho, teve-se acesso a apenas quatro anos de observações. Com isso, sabe-se que estes dois componentes periódicos não foram totalmente eliminados.

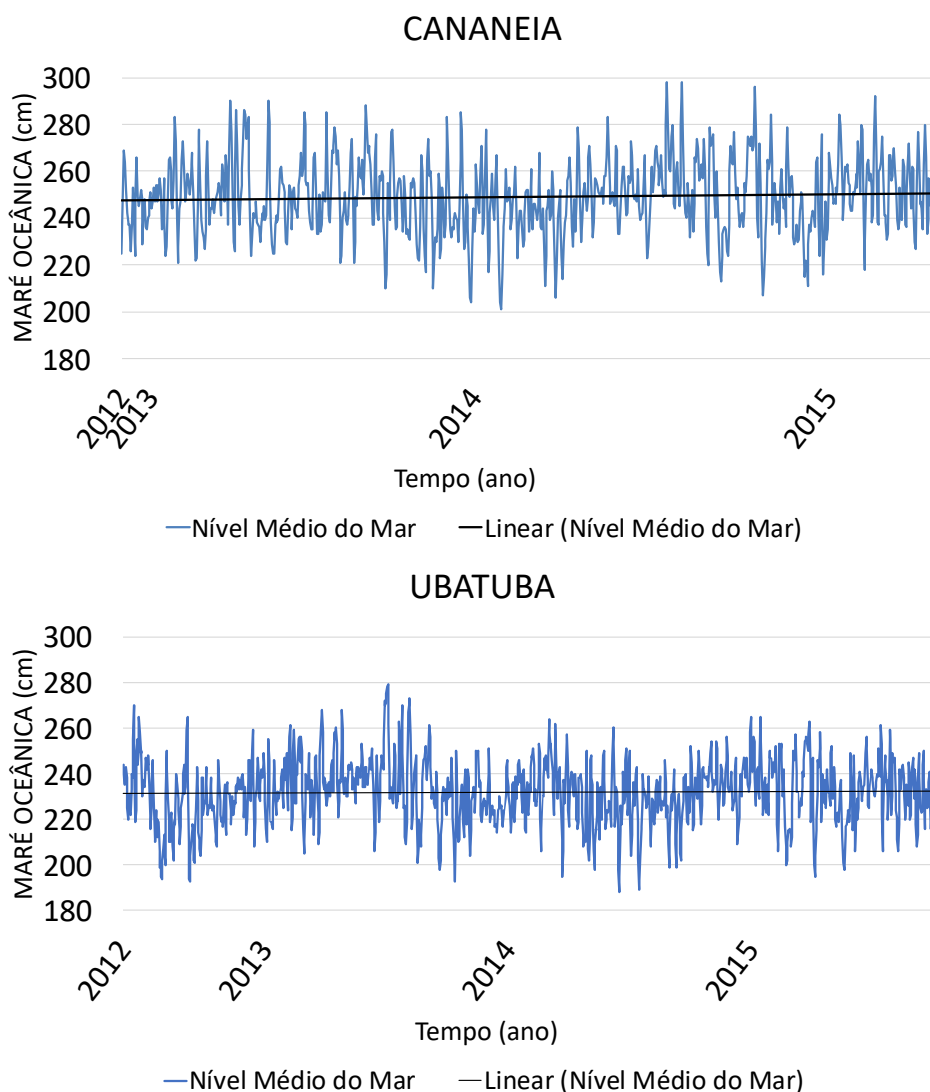
As leituras do nível do mar foram processadas e utilizaram-se de um filtro passa baixa baseado em médias móveis disponíveis no *software* PACMARÉ (FRANCO, 1982) e disponibilizado pelo Instituto Oceanográfico da USP (HARARI et al., 2004). Em se tratando de séries temporais, essa propriedade da média móvel, é utilizada para eliminar flutuações indesejáveis, sendo denominado alisamento das séries temporais.

Neste estudo, o  $W_{0SP}$  do estado de São Paulo foi calculado a partir da média ponderada do  $W_{0Local}(i)$  (Eq. (7)) entre as estações maregráficas de Cananeia e Ubatuba, onde os efeitos periódicos das marés foram obtidos. Apenas utilizando da abordagem geométrica apresentada na Figura 1 e os respectivos valores para cada uma das variáveis da Eq. (5) é possível obter os valores dos  $W_{0Local}$ .

#### 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O nível médio do mar calculado possui valores de 249,11 cm e 231,83 cm para Cananeia e Ubatuba, respectivamente. Estes valores têm sua origem no zero do marégrafo. Os valores do NMM mantêm-se os mesmos quando comparados com trabalhos anteriores de Trabanco et al. (2003); Trabanco et al. (2005). A Figura 3 ilustra o nível médio do mar para Cananeia e Ubatuba.

Figura 3 – Nível Médio do Mar em Cananeia/SP e Ubatuba /SP.

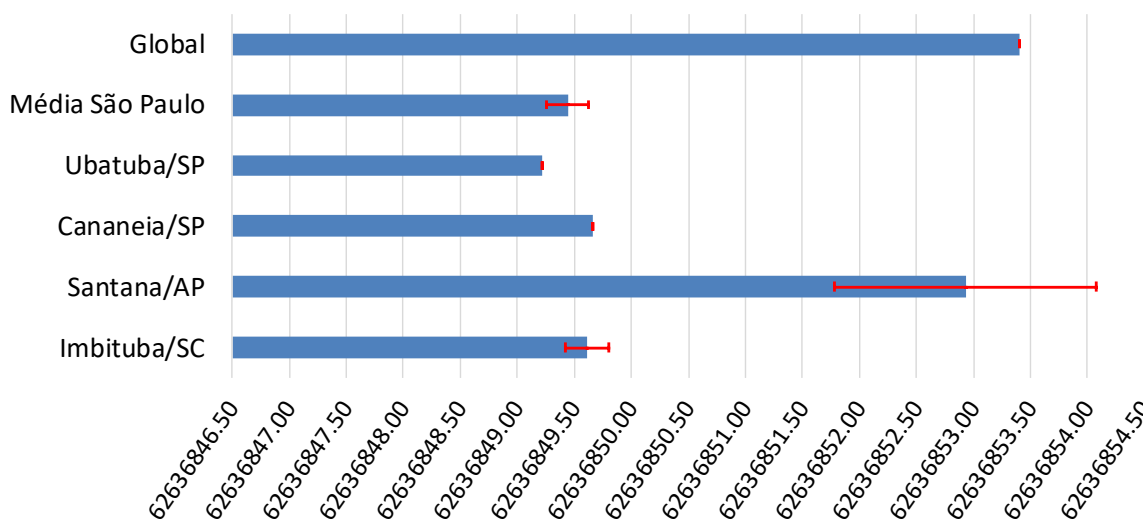


Fonte: Os autores (2021).

Baseado no objetivo do trabalho que é estimar o  $W_{0SP}$  para o estado de São Paulo por meio de observações maregráficas, calculou-se os valores de  $W_0$  para os marégrafos de Cananeia ( $W_{0Cana}$ ) e Ubatuba ( $W_{0Uba}$ ) (Eq. (5)), além da média para o estado de São Paulo ( $W_{0SP}$ ) (Eq. (7)). Os seguintes valores foram obtidos:  $W_{0Cana} = 62.636.849,670 \text{ m}^2/\text{s}^2$  e  $W_{0Uba} = 62.636.849,220 \text{ m}^2/\text{s}^2$  tendo como valor médio para o estado de São Paulo  $W_{0SP} = 62.636.849,440 \text{ m}^2/\text{s}^2$ , com desvio-padrão de  $\pm 0,14 \text{ m}^2/\text{s}^2$  (Eq. (8)).

Para constatar e validar os cálculos obtidos, analisou-se os valores encontrados, para Imbituba/SC e Santana/AP (origens do SGB), sendo estas pertencentes à RMPG (IBGE, 2016). Os valores encontrados por Sánchez e Sideris (2017) são:  $W_{0Imbituba} = 62.636.849,610 \pm 0,18 \text{ m}^2/\text{s}^2$  e  $W_{0Santana} = 62.636.852,930 \pm 1,51 \text{ m}^2/\text{s}^2$ . Os valores comparativos são apresentados na Figura 4 (linha em vermelho é o valor do desvio-padrão) e a Tabela 1 mostra os valores para o  $W_{0Local}$  (Eq. (5)).

Figura 4 – Valores obtidos para o datum vertical local ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ ) com referência ao datum vertical global.



Fonte: Os autores (2021).

Tabela 1 – Valores da SST para cada um dos marégrafos.

Marégrafo	$W_{0Local} (\text{m}^2/\text{s}^2)$	$W_0 - W_{0Local} (\text{m}^2/\text{s}^2)$	SST (m)
Cananeia	62.636.849,670	3,734	0,381
Ubatuba	62.636.849,220	4,181	0,427
Média (São Paulo)	62.636.849,440± 0,14	3,95 ± 0,14	0,404± 0,014
Imbituba/SC	62.636.849,610± 0,18	3,79 ± 0,18	0,387± 0,018
Santana/AP	62.636.852,930± 1,51	0,47 ± 1,51	0,048± 0,151

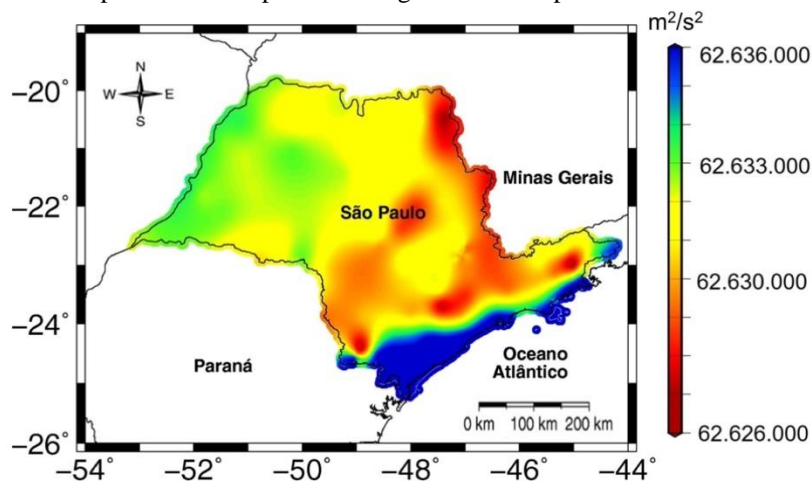
Fonte: Adaptada de Sánchez e Sideris (2017).

Os valores do  $W_0$  obtidos para Imbituba e o valor médio para o estado de São Paulo são congruentes. Ou seja, o valor calculado para o estado de São Paulo está em concordância com o valor de referência do SGB calculado por Sánchez e Sideris (2017). Pode-se dizer o mesmo dos valores dos desvios padrão, tendo uma diferença de 0,4 cm. Dessa forma, podemos afirmar que o valor calculado para o estado de São Paulo é coerente e possui desvio padrão baixo.

Através da Eq. (9) calculou-se o valor do geopotencial ( $W_{pi}$ ) em 200 RNs distribuídas ao longo do estado, para verificar o comportamento do potencial em todo o estado de São Paulo. Com o valor do geopotencial obtido de cada RN, calculou-se na sequência o número geopotencial através da Eq. (1) e posteriormente dividiu-se pelo valor da gravidade da Eq. (6), obtendo-se a altitude normal de cada RN. A Figura 5 ilustra o comportamento do potencial da gravidade no estado de São Paulo.



Figura 5 – Comportamento do potencial da gravidade nos pontos do estado de São Paulo.



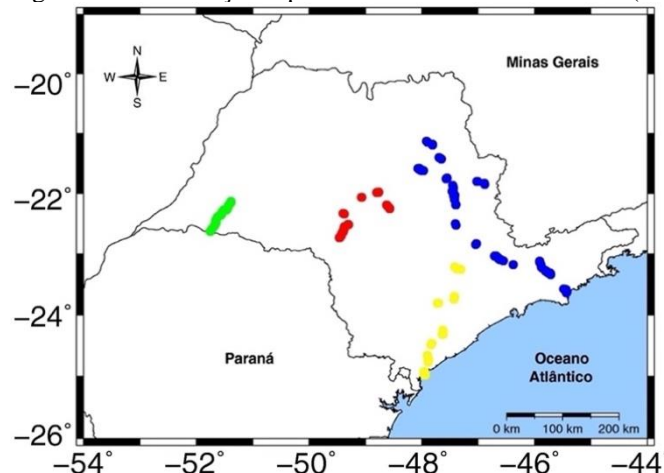
Fonte: Os autores (2021).

No Relatório Reajustamento da Rede Altimétrica com Números Geopotenciais (REALT-2019 segunda edição), a avaliação da qualidade dos resultados pode ser realizada baseando-se nos desvios-padrões dos números geopotenciais. No mesmo, os valores se encontram entre 6 a 10 cm (IBGE, 2019).

Para validar a metodologia proposta, fez-se a métrica das discrepâncias entre os valores dos números geopotenciais disponibilizados pelo IBGE, em seu banco de dados, e os calculados neste trabalho pela Eq. (1). Já para a métrica das altitudes normais, calculou-se as altitudes normais para cada referência de nível e avaliou-se com as altitudes disponibilizadas pelo IBGE.

Realizou-se um teste numérico em quatro linhas de nivelamento (Figura 6), com um total de 140 pontos. A linha amarela parte do marégrafo de Cananeia e a linha azul da cidade de Caraguatatuba (litoral sul e norte, respectivamente), já as linhas vermelha e verde encontram-se no centro e oeste do estado de São Paulo, respectivamente. A escolha destas linhas de nivelamento é por ter uma boa amostra da variação do terreno e do modelo de densidade lateral (maiores detalhes ver Albarici et al. 2019).

Figura 6 – Distribuição espacial das Referências de Nível (RN).



Fonte: Os autores (2021).

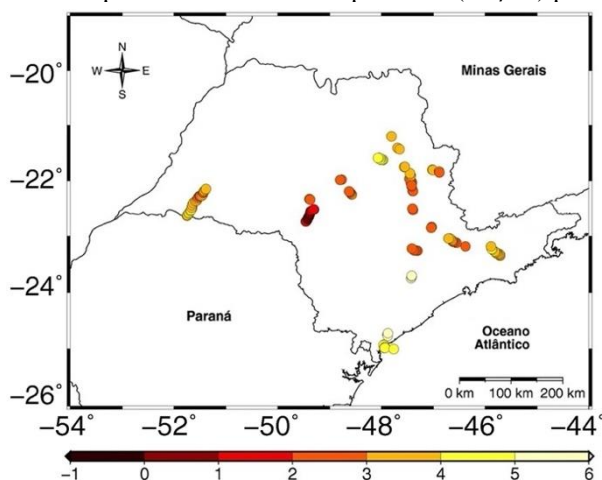
Ao analisar-se os valores dos desvios-padrão na Tabela 2, nota-se que os desvios-padrões calculados tem valor de 11,42 cm, tendo uma diferença de 1,42 cm para o valor máximo apresentado pelo IBGE no REALT-2019. O que podemos dizer que os valores calculados estão próximos do limite máximo apresentado pelo IBGE, indicando que o valor obtido para o  $W_{OSP}$  é plausível. A Tabela 2 também apresenta os valores da discrepância do número geopotencial com valor de 1,11  $m^2/s^2$  de desvio-padrão. A Figura 7 mostra os valores das discrepâncias em termos de número geopotencial ponto a ponto.

Tabela 2 – Discrepância dos números geopotenciais calculados e obtidos no site do IBGE.

	Mínimo	Máximo	Média	Desvio padrão
Discrepância (C) (cm)	-1,40	52,15	15,69	11,42
Discrepância (C) (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	-0,137	5,10	1,53	1,11

Fonte: Os autores (2021).

Figura 7 – Discrepância do Número Geopotencial (m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>) para cada RN.



Fonte: Os autores (2021).

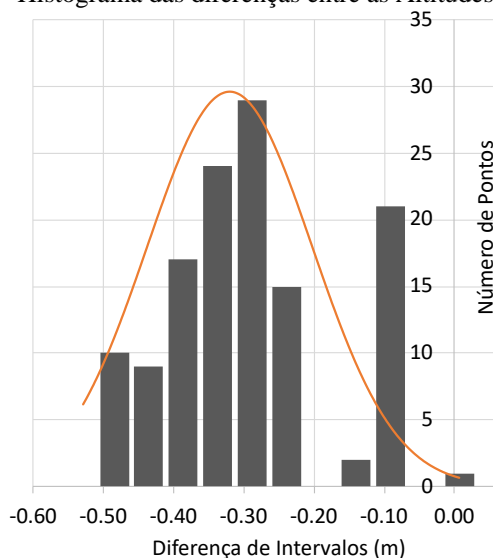
Quando analisamos as discrepâncias entre as altitudes normais, vê-se que elas apresentam desvio padrão de ~ 12,2 cm. Do total de 140 pontos utilizados neste teste numérico teve-se 7% dos pontos decorrentes da depuração de inconsistências, 24% dos pontos tem valores máximos de 10 cm, 8% tem diferenças entre 15 e 25 cm, 7% dos pontos tem discrepância entre 26 e 30 cm, entre 31 e 35 cm com 20% e 15% dos pontos estão entre 36 e 40 cm, 10% estão entre 41 e 45 cm e finalmente 9% entre 46 e 50 cm (Tabela 3). A Figura 8 apresenta o histograma desta análise e a curva em vermelho representa a distribuição normal.

Tabela 3 – Estatísticas das discrepâncias das altitudes normal.

Inconsistências	< 10 cm	15 e 25 cm	26 e 30 cm	31 e 35 cm	36 e 40 cm	41 e 45 cm	46 e 50 cm
7%	24%	8%	7%	20%	15%	10%	9%

Fonte: Os autores (2021).

Figura 8 – Histograma das diferenças entre as Altitudes Normais.

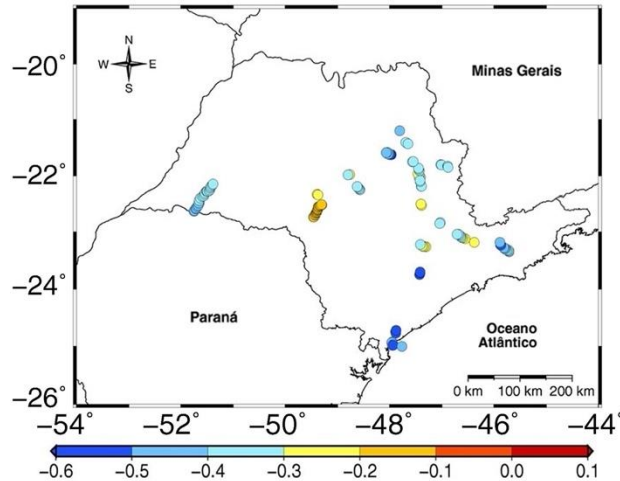


Fonte: Os autores (2021).

Ao analisarmos cada uma das linhas de nivelamento separadamente, verifica-se que a linha amarela

foi a que mais contribuiu para a depuração, tendo os maiores valores de discrepância. O mesmo acontece com a linha azul, onde na subida da Serra constatou-se o mesmo problema. Essa diferença nas altitudes normais está concentrada no litoral sul do estado de São Paulo (subida da Serra do Mar), isso se deve a variação da gravidade, impactando na altitude normal. Segundo o IBGE (2019) o mesmo acontece na região Sul do Brasil, onde a grande variação da gravidade tem impacto direto na correção normal. A Figura 9 mostra o comportamento pontual das discrepâncias da altitude normal no estado de São Paulo.

Figura 9 – Discrepância das Altitudes Normais (metros).



Fonte: Os autores (2021).

## 5 CONCLUSÃO

A realização de um *datum* vertical, na maioria das vezes, baseia-se em marégrafos, utilizando-se de observações maregráficas e nivelamento geométrico acompanhado de gravidade. A determinação da superfície equipotencial local, é um passo importante para a melhoria do sistema de altitude de um país, e posteriormente ser unificado ao sistema global de altitudes. Este tipo de pesquisa tem grande relevância para a Geodésia e áreas correlatas que utilizam de informações altimétricas em seus trabalhos.

Com a abordagem utilizada (Eq. (5)) para o cálculo da superfície equipotencial de referência local, verifica-se que o valor obtido para o estado de São Paulo, através da média entre os marégrafos de Cananea e Ubatuba, tem pouca variação em relação ao resultado obtido para o marégrafo de Imbituba o qual é o *datum* do SGB.

Os valores dos números geopotenciais apresentados na Tabela 2, indicam que a metodologia aplicada tem boa aproximação dos números geopotenciais apresentados pelo IBGE. E quando se utiliza destes números geopotenciais para obter as altitudes normais, tem-se problemas com as altitudes normais quando comparadas com as altitudes disponibilizadas pelo IBGE, onde se tem a maior variação de altitude em trechos montanhosos (subida da Serra). Isso se deve a variação da gravidade, que impacta diretamente na altitude normal.

Com a modernização do sistema altimétrico brasileiro para a altitude normal, e com vários estudos pelo mundo para definição e realização do IHRS, os valores calculados neste teste numérico contribui para a melhoria do sistema altimétrico brasileiro.

Especificamente com relação a esses dois marégrafos, por não fazerem parte da RMPG, existem poucas pesquisas sobre o tema. No entanto, este estudo apresenta-se confiável, com os valores consistentes para o  $W_{0SP}$ , mantendo-se próximo ao do SGB.

## Agradecimentos

Os autores agradecem à FEC/Unicamp, à UFU – Campus Monte Carmelo e à *Geodesy and Geomatic Engineering – University of New Brunswick* pelo apoio durante o período do *Sandwich Course*. E ao IFSULDEMINAS pela licença do primeiro autor para desenvolver o doutorado. O presente trabalho foi

realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) - Código de Financiamento 001 (processo PDSE nº 88881.132305/2016-01).

## Contribuição dos Autores

Fabio Luiz Albarici, Jorge Luiz Alves Trabanco e Gabriel do Nascimento Guimarães, contribuíram em todas as etapas, de Conceptualização à Redação – revisão e edição. Marcelo Santos iniciou sua contribuição a partir da etapa de Investigação até Redação – revisão e edição.

## Conflitos de Interesse

Os autores declaram que não há nenhum conflito de interesse.

## Referências

- ALBARICI, F.L.; FOROUGH, I.; GUIMARÃES, G. N.; SANTOS, M.; TRABANCO, J.A. New Perspective for Physical Heights in Brazil. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 25, n. 1, p. 1 – 20, 2019. DOI. 10.1590/s1982-21702019000100001.
- ARDALAN, A.; GRAFAREND, E.; KAKKURI, J. National height datum, the Gauss-Listing geoid level value  $W_0$  and its time variation 0 (Baltic Sea Level Project: epochs 1990.8, 1993.8, 1997.4). **Journal of Geodesy**, v.76, n. 1, p. 1 – 28, 2002. DOI. 10.1007/s001900100211.
- BURŠA, M.; KOUBA, J.; RADEJ, K.; TRUE, S. S.; VATR, V.; VOJTŠKOVA, M. Mean Earth's equipotential surface from TOPEX/ POSSEIDON altimetry. **Studia Geophysica et Geodaetica**, Vol. 42, 1998. pp. 459-466. DOI. 10.1023/A:1023356803773
- BLITZKOW, D.; CAMPOS. I.O.; DE FREITAS., S.R.C. **Altitude: O que interessa e como equacionar?** São Paulo, Universidade de São Paulo. 153 p, 2007.
- CARRIÓN, J. L. S. Vínculo do Datum Vertical Equatoriano ao International Height Reference System. 2017. 268 f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal Do Paraná, Curitiba, 2017.
- DALAZOANA, R. **Estudos dirigidos à análise temporal do Datum vertical brasileiro**. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas). Universidade Federal do Paraná, Programa de Pós-graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, 183p, 2005.
- EKMAN, M. “Impacts of Geodynamic Phenomena”. **Bulletin Géodésique**, v. 63, n. 1, p. 281–296, 1989. DOI. <https://doi.org/10.1007/BF02520477>.
- FRANCO, A.S. Au sujet de la méthode de vérification des hauteurs horaires de marée de Karunaratne. **Révue Hydrographique Internationale**. v. 59, n 1, p. 151-155, 1982.
- FOREMAN, M.G.G.; CRAWFORD., W.R.; CHERNIAWSKY, J.Y.; GALBRAITH., J. Dynamic ocean topography for the northeast Pacific and its continental margins. **American Geophysical Union**, v. 35, n. 22, p. 1 – 17, 2008. DOI. 10.1029/2008GL035152.
- GEMAEL, C. **Introdução ao Ajustamento de Observações: Aplicações Geodésicas**. Curitiba, Editora da UFPR, 319 p, 1994.
- GRAFAREND, E.W.; ARDALAN, A.A.  $W_0$ : an estimate in the Finnish Height Datum N60, epoch 1993.4, from twenty-five GPS points of the Baltic Sea Level Project. **Journal of Geodesy**, v. 71, n. 11, p. 673 – 679, 1997. DOI. 10.1007/s001900050134.
- HARARI, J.; FRANÇA, C.A.S.; CAMARGO, R. Variabilidade de longo termo de componentes de marés e do nível médio do mar na costa brasileira. **Afro-America Gloss News**. v. 8, n. 1, p. 1 – 12, 2004.
- HAYDEN, T.; RANGELOVA, E.; SIDERIS, M.; VÉRONNEAU, M. Evaluation of  $W_0$  in Canada using tide gauges and GOCE gravity field models. **Journal of Geodetic Science**, v. 2, n. 4, p. 290 – 301, 2012. DOI.

10.2478/v10156-012-0003-9.

- HEIKKINEN, M. “On the tide-generating forces”. **Publ. Finnish Geod. Inst.**, No. 85, 150 p. Suomen geodeettinen laitos, 1978.
- INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY (IAG. 2015). **International Height Reference System (IHR)**. Disponível em: <[https://iag.dgfi.tum.de/fileadmin/IAG-docs/IAG\\_Resolutions\\_2015.pdf](https://iag.dgfi.tum.de/fileadmin/IAG-docs/IAG_Resolutions_2015.pdf)>. Acesso em: 15 jan. 2019.
- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). 2016. **Análise do Nível Médio do Mar nas Estações da Rede Maregráfica Permanente para Geodésia - RMPG 2001/2015**. Disponível em: <[ftp://geoftp.ibge.gov.br/informacoes\\_sobre\\_posicionamento\\_geodesico/rmpg/relatorio/relatorio\\_RMPG\\_2001\\_2015\\_GRRV.pdf](ftp://geoftp.ibge.gov.br/informacoes_sobre_posicionamento_geodesico/rmpg/relatorio/relatorio_RMPG_2001_2015_GRRV.pdf)>. Acesso em: 25 set. 2020.
- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). 2019. **Relatório Reajustamento da Rede Altimétrica com Números Geopotenciais REALT-2019**. 2 ed. IBGE, Rio de Janeiro, 56 páginas. [on line] Disponível em: <<https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101666.pdf>> Acesso em: 06 nov. 2019.
- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). 2020. **RMPG - Rede Maregráfica Permanente para Geodésia**. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/geociencias/informacoes-sobre-posicionamento-geodesico/rede-geodesica/10842-rmpg-rede-maregrafica-permanente-para-geodesia.html?=&t=arquivos-de-dados-da-estacao>>. Acesso em: 23 mar. 2020.
- IHDE, J.; SÁNCHEZ, L.; BARZAGHI, R.; DREWES, H.; FOERSTE, C.; GRUBER, T.; LIEBSCH, G.; MARTI, U.; PAIL, R.; SIDERIS, M. Definition and Proposed Realization of the International Height Reference System (IHR). **Surveys in Geophysics**, v. 38, n. 3, p. 549-570, 2017. DOI. 10.1007/s10712-017-9409-3.
- KINGDON, R.; VANÍČEK, P.; SANTOS, M.; ELLMANN, A.; TENZER, R. Toward an improved orthometric height system for Canada. **Geomatica** 59(3):241–250, Vol 60 (1):101, 2005.
- KOTSAKIS, C.; KATSAMBALOS, K.; AMPATZIDIS, D. Estimation of the zero-height geopotential level W0LVD in a local vertical datum from inversion of co-located GPS, leveling and geoid heights: a case study in the Hellenic islands. **Journal of Geodesy**, v. 86, n. 6, p. 423 – 439, 2012. DOI. 10.1007/s00190-011-0530-7.
- KUTTERER, H.; NEILAN, R.; BIANCO, G. Global geodetic observing system (GGOS). In: Drewes H, Hornik H, Ádám J, Rózsa S (eds) The geodesist’s handbook 2012. **Journal of Geodesy**, v. 86, n. 1, p. 15 – 926, 2012. DOI. 10.1007/s00190-012-0584-1.
- MATOS, A. C. O. C. DE; BLITZKOW, D.; MACHADO, W. C.; NUNES, M. A.; LENGROBER, N. V.; XAVIER, E. M. L.; FORTES, L. P. S. MAPGEO2015: O NOVO MODELO DE ONDULAÇÃO GEOIDAL DO BRASIL. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 68, n. 10, 19 nov. 2016.
- RAPP, R. “The treatment of permanent tidal effects in the analysis of satellite altimetry data for sea surface topography”. **Manuscripta geodaetica**, v. 14, p. 368–372, 1989.
- SEVERO, T. C.; SOUZA, S. F.; MATSUOKA, M. T.; GEHLEN, A. K. Estudo das correções gravimétricas para altitudes físicas aplicadas aos desníveis da RAAP. **Bol. Ciênc. Geod.** vol.19, n.3. pp.472-497, 2013.
- SÁNCHEZ, L. **Strategy to Establish a Global Vertical Reference System**. In: DREWES H. (ed.). International Association of Geodesy Symposia. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. p. 273 – 278, 2009. DOI. 10.1007/978-642-3- 00860-3-42.
- SÁNCHEZ, L. Towards a vertical datum standardisation under the umbrella of Global Geodetic Observing System. **Journal of Geodetic Science**, v. 2, n. 4, p. 325 – 342, 2013. DOI: <http://dx.doi.org/10.2478/v10156-012-0002-x>.
- SÁNCHEZ, L.; DAYOUB, N.; CUNDERLÍK, R.; MINARECHOVÁ, Z.; MIKULA, K.; VATRT, V.; VOJTISKOVA, M.; SÍMA, Z. **Report of joint working group 0.1.1: vertical datum standardization (JWG 0.1.1)**. In: DREWES H, HORNIK H (ed.). Travaux de l’AIG 39. IAG Report, p. 2011 – 2015, 2015.

- SÁNCHEZ, L.; SIDERIS, M.G. Vertical datum unification for the International Height Reference System (IHRIS). **Geophysical Journal International**, v. 209, n. 2, p. 570 – 586, 2017. DOI. 10.1093/gji/ggx025.
- SANSÒ, F.; SIDERIS, M.G. **Geoid Determination: Theory and Methods**. Lecture Notes In Earth System Sciences. Berlin, Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 734 p, 2013.
- SISTEMA DE REFERÊNCIA GEOCÊNTRICO PARA AS AMÉRICAS (SIRGAS). **Sistema de Referência Geocêntrico**. Disponível em: <<http://www.sirgas.org/pt/sirgas-definition/>>. Acesso em: 01 jul. 2020.
- TRABANCO, J.L.A.; FREITAS, S.R.C.; BLIZKOW, D.; SCHUAB, S. Periodical local load effects and geocentric positioning of Cananea tide gauge, Brazil. In: **IUGG - GENERAL ASSEMBLY OF GEODESY AND GEOPHYSICAL SOCIETY**, 23., 2003, Sapporo. **Resumo Expandido**. Sapporo: International Union of Geodesy and Geophysics, 2003. p. 1 – 5.
- TRABANCO, J.L.A.; BLITZKOW, D.; FRANÇA, C.A.S.; MESQUITA, R.A. Analysis of the sea level from a 50 years tide gauge Record and GPS. In: **DYNAMIC PLANET IAG/IAPSO/IABO JOINT ASSEMBLY**. 2005, Cairns. **Resumo Expandido**. Cairns: Dynamic planet 2005: monitoring and understanding a dynamic planet with geodetic and oceanographic tools, 2005. p. 34 – 49.
- VÉRONNEAU, M.; HUANG, J. The Canadian Geodetic Vertical Datum of 2013 (CGVD2013). **Geomatica**, v. 70, n. 1, p. 9 – 19, 2016. DOI. 10.5623/cig2016-101.

### Biografia do autor principal



Fabio Luiz Albarici, brasileiro, natural de São Carlos/SP. Possui graduação em Engenharia Cartográfica pela UNESP - Presidente Prudente (2004), Mestrado em Informações Espaciais pela POLI/USP (2011), Complementação Pedagógica pelo IFSULDEMINAS (2012) e Doutorado em Engenharia Civil pela FEC/UNICAMP (2019). Atualmente é docente no Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais (IFSULDEMINAS) – Campus Inconfidentes.



Esta obra está licenciado com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) – CC BY. Esta licença permite que outros distribuam, remixem, adaptem e criem a partir do seu trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que lhe atribuam o devido crédito pela criação original.