

---

# Redução de distâncias nos distanciômetros a infravermelho

Autor: Ing. René Sherrer

## 1. Introdução

Os diferentes métodos de medição eletroótica de distâncias (método do tempo de propagação, método de comparação de fases, método interferométrico), baseiam-se no fato de que a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas, no campo ótico, é finita e exigem o conhecimento exato desta velocidade de propagação.

Para a medição de distâncias, emite-se um sinal luminoso até um prisma retrodiretivo que devolve o sinal ao distanciômetro. Conhecendo o tempo necessário para percorrer a distância ou o deslocamento da fase do sinal emitido, periodicamente, pode-se calcular a distância.

A velocidade de propagação das ondas luminosas, na atmosfera, depende do índice de refração do ar. Porém, ele não é constante, pois, depende das condições atmosféricas e da longitude da onda portadora emitida.

A distância mostrada no aparelho DME (distanciômetro eletrônico) se baseia em um modelo matemático, chamado atmosfera padrão, isto é, tomam-se, como base, hipóteses do cálculo de distâncias que correspondam, o melhor possível, à realidade. Cada desvio deste modelo matemático torna necessário uma correção da distância indicada. Além disso, devem ser tomadas em conta as correções causadas pelo instrumento.

Para distâncias grandes, tem-se que reduzir as distâncias medidas para obter a sua projeção sobre a superfície do sistema usado.

## 2. Reduções da Distância

### 2.1 – Correções próprias do instrumento

Compõem-se de uma parte constante e uma dependente da distância.

A parte constante denomina-se constante de adição e a parte dependente da distância, é a correção de escala decorrente do desvio da frequência de medição.

A distância corrigida é determinada pela fórmula:

$$D_1 = D_g + c + \Delta D \quad (1)$$

$D_1$  = distância corrigida

$D_g$  = distância medida

$c$  = constante de adição

$\Delta D$  = correção em consequência do desvio da frequência

### 2.1.1 – Constante de adição

Quando o centro de medição da distância eletrônica não se encontra no eixo vertical do aparelho DME (ou se foi montado no teodolito fora do eixo da alidade do instrumento), deve ser considerada esta excentricidade. O mesmo acontece com os refletores. A soma destas correções denomina-se constante de adição "C".

A constante de adição é diferente para cada combinação instrumento-prisma. Normalmente, é zero para uma determinada combinação.

Quando a constante de adição de uma combinação qualquer (aparelho DME e refletor) não é conhecida, pode-se determinar pelo método descrito em (9).

### 2.1.2 – Desvio da frequência

A escala, na medição eletrônica de distâncias (DME), determina-se mediante a frequência de medição. Um erro na frequência de medição tem as mesmas consequências que um erro na unidade da medida, ou, em outras palavras, que um erro em escala.

$$\Delta D = -D_g \frac{\Delta f}{f} \quad (2)$$

$\Delta D$  = correção em consequência do desvio da frequência

$D_g$  = distância medida

$f$  = frequência de medição (da medição precisa)

$\Delta f$  =  $f_{\text{real}} - f_{\text{nominal}}$  (frequência da medição-frequência padrão nominal).

O desvio relativo da frequência:  $\Delta f/f$ , é importante para a "precisão da escala" de um aparelho – DME, e decisiva

para a parte do desvio padrão proporcional à distância, especificada pelo fabricante,  $Ex$ :

$$5\text{ppm (partes por milhão)} = 5\text{mm/Km} = 5 \times 10^{-6} D$$

## 2.2 – Correções atmosféricas

### 2.2.1 – Primeira correção da velocidade

A velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas, usadas na medição, depende do meio em que se propagam. A relação entre a velocidade de propagação de uma onda no vácuo e a velocidade em outro meio, se define como índice de refração  $N$  do meio correspondente:

$$N = \frac{c_0}{c} \quad (3)$$

$N$  = índice de refração

$c_0$  = velocidade da luz no vácuo

$c$  = velocidade da luz no meio ambiente

O índice de refração da atmosfera depende do comprimento da onda  $\lambda$  e da composição e condições da atmosfera. A maioria das vezes a composição da atmosfera pode ser considerada como constante, mas as condições dela variam com a temperatura, a pressão do ar e o conteúdo de umidade.

Cada aparelho DME usa seu próprio índice de refração  $N_0$ . Este índice se baseia no comprimento da onda portadora utilizada para a medição de distâncias em uma atmosfera de referência. A distância indicada, portanto, somente é correta quando, durante a medição, as condições atmosféricas correspondem às condições atmosféricas de referência.

Desvios destas condições, produzem erros na distância, os quais devem ser corrigidos. Esta correção, se calcula com a seguinte fórmula e se define como primeira correção da velocidade:

$$K_1 = D_g (N_0 - N) \quad (4)$$

$K_1$  = primeira correção de velocidade

$D_g$  = distância medida

$N_0$  = índice de refração de referência do instrumento

$N$  = índice de refração da atmosfera atual

Distância corrigida:

$$D_1 = D_I + K_1 \quad (5)$$

O índice de refração, aqui mencionado, é o chamado índice de refração por grupos de onda que, para abreviar, chamaremos, simplesmente, de índice de refração.

O índice de refração  $N_{sa}$  para uma atmosfera padrão seca, com 0,03% de anidrido carbônico a 0°C e 1013,25 mb, calcula-se pela fórmula de B.Edlen -

$$(N_{sa}-1) \cdot 10^8 = 28756,9 + \frac{3 \times 162,06}{\lambda^2} + 5 \times \frac{1,39}{\lambda^4} \quad (6)$$

$\lambda$  = comprimento da onda portadora, em microns ( $\mu m$ )  
 $N_{sa}$  = índice de refração para a atmosfera padrão

A fórmula determinada, experimentalmente, por Barrel e Sears, tem o mesmo valor que a fórmula apresentada, anteriormente, dentro da ordem de magnitude de  $1,2 \times 10^{-7}$ , para uma margem de comprimento de onda de 0,3  $\mu m$  até 0,9  $\mu m$ :

$$(N_{sa}-1) \cdot 10^8 = 28760,4 + 3 \cdot \frac{162,88}{\lambda^2} + 5 \cdot \frac{1,36}{\lambda^4} \quad (37)$$

A fórmula (6) mostra a dependência do índice de refração para com o comprimento de onda. Esta dependência se denomina dispersão. A fig. 1 mostra a curva de dispersão para uma atmosfera padrão seca de 0°C e 1013,25 mb

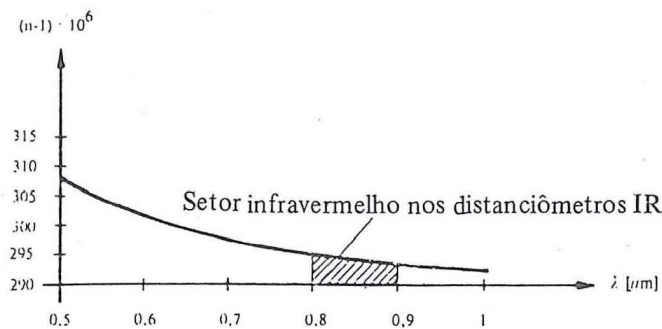


Fig. 1: Curva de dispersão para atmosfera padrão seca a 0°C e 1013,25 mb.

A influência do erro sobre a medição de uma distância, como conseqüência da dispersão, é menor que 1ppm para o setor infravermelho acima indicado, com uma variação de comprimento de onda de até 0,05  $\mu m$ . No caso do diodo de galio-arsênio, que é a fonte de radiação mais utilizada nos distanciômetros eletroóticos, uma variação de temperatura de 1°C produz uma variação, no comprimento da onda portadora, de 0,0003  $\mu m$ . O que indica que as influências do erro devido à dispersão são insignificantes.

O cálculo do índice de refração para a atmosfera padrão, a partir da atmosfera atual, realiza-se de acordo com a fórmula de Barrel e Sears:

$$(N-1) = (N_{sa}-1) \frac{273,16}{T} \cdot \frac{p}{1013,25} - \frac{11,27 \times 10^{-6}}{T} \cdot e \quad (7)$$

$N$  = índice de refração da atmosfera atual  
 $N_{sa}$  = índice de refração para a atmosfera padrão  
 $p$  = pressão do ar em mb  
 $T$  = temperatura em graus Kelvin ( $T = 273,16 + t$ )  
 $t$  = temperatura em graus Celsius  
 $e$  = pressão parcial do vapor da água em mb

A margem de validade desta fórmula se reduz, de acordo com (5), a uma temperatura entre -40°C e +50°C e uma pressão entre 533 mb e 1066 mb. O erro cometido no índice de refração, neste caso, é menor que  $2 \times 10^{-7}$ .

A Fig. 2 mostra a influência da umidade relativa do ar

$$\left( \frac{\text{pressão parcial do vapor da água}}{\text{pressão do vapor saturado}} \right)$$

sobre a distância medida em ppm, dependendo da temperatura.

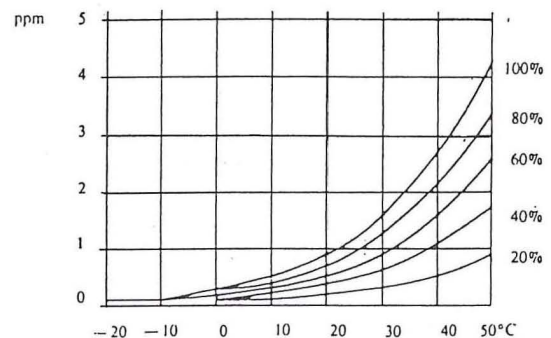


Fig. 2: Correção como conseqüência da pressão parcial, do vapor de água (ex: correção igual a +1 ppm, com 60% de umidade relativa e 31°C).

A influência da pressão parcial do vapor d'água e/ou da umidade relativa do ar nas distâncias medidas eletroótica-mente é pequena, o que não acontece com as distâncias medidas com aparelhos de microondas cuja influência é 100 vezes maior; na prática, essa influência não se leva em consideração, na maioria dos casos, e depende da parte proporcional à distância do desvio padrão do aparelho DME utilizado. Dependendo desta especificação, das condições atmosféricas e da precisão desejada, pode-se optar por considerar, ou não, esta correção.

Calculando a diferencial de (7), pode-se apreciar a influência dos parâmetros atmosféricos sobre o índice de

refração e, com isto, sobre a distância, mediante a seguinte fórmula:

$$dN \cdot 10^6 \cong -1,0 dt + 0,29 dp - 0,04 \cdot de \quad (8)$$

$dN$  = variação do índice de refração

$dt$  = variação da temperatura

$dp$  = variação da pressão (em mb)

$de$  = variação da pressão parcial do vapor d'água (em mb)

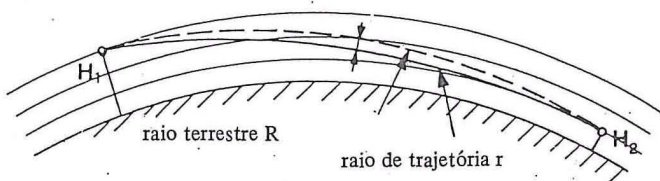
o que significa que uma correção de 1 ppm é originada por:

- uma variação de temperatura de 1°C ou
- uma variação da pressão do ar de 3,4 mb ou
- uma variação da pressão parcial do vapor d'água de 26,6 mb

Os parâmetros atmosféricos se determinam de acordo com a exigência de precisão na estação de observação ou, adicionalmente, sobre pontos intermediários e sobre o ponto visado, tirando-se a média dos índices de refração observados na linha.

### 2.2.2 - Segunda correção de velocidade

Supõem-se que o índice de refração varia, linearmente, com a altitude das capas inferiores da atmosfera; o índice de refração médio proporciona o valor verdadeiro para um arco com o raio terrestre  $R$  como raio de curvatura (fig. 3) e não para o arco inferior da trajetória real dos raios - com o raio de curvatura  $r$ .



A correção  $N$ , resultante, aplicada no índice médio de refração

$$N = (K - K^2) \cdot \frac{D_1^2}{12R^2} \quad (9)$$

não conduz ao próprio índice de refração e sim a uma correção  $K_2$ , independente:

$$K_2 = -(K - K^2) \cdot \frac{D_1^3}{12R^2} \quad (10)$$

$K_2$  = segunda correção de velocidade

$K$  = coeficiente de refração, relação dos raios de curvatura  $\frac{R}{r}$

$R$  = Raio terrestre (ou mais exatamente, raio de curvatura no azimute da distância medida)

A distância corrigida será:

$$D_2 = D_1 + K_2 \quad (11)$$

Para  $K$  toma-se, normalmente, o valor empírico de 0,13. Porém este valor é certo somente em determinadas condições.

Na prática, em medições de distâncias com ondas luminosas ou infravermelhas, a segunda correção de velocidade pode ser ignorada, como mostra a fig. 4. Mas, é de grande importância em medições com aparelhos Laser ou de microondas para distâncias maiores de 50 Km:

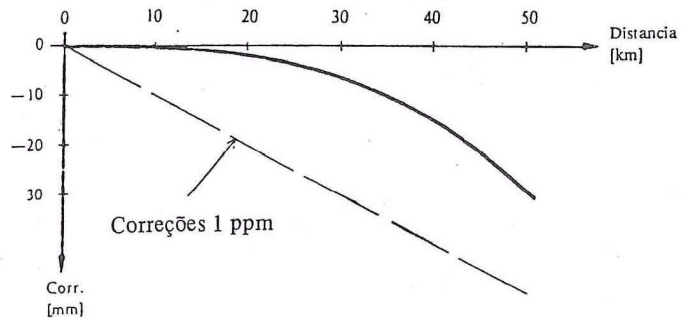


Fig. 4: Influência da segunda correção de velocidade ( $K = 0,13$ ) (exemplo = correção de -1mm para 16 km)

### 2.2.3 - Curvatura dos raios

Desde que o percurso das ondas luminosas entre dois pontos não é uma linha reta, mas sim uma trajetória curva em consequência da refração, tem-se que reduzir o arco à corda (fig. 5)

$$\text{Correção: } K_3 = -K^2 \frac{D_2^3}{24R^2} \quad (12)$$

$$\text{Distância corrigida: } D_3 = D_2 + K_3 \quad (13)$$

$K_3$  = correção por curva dos raios

$K$  = coeficiente de refração ( $K = \frac{R}{r}$ )

$R$  = Raio terrestre

$D_3$  = corda no espaço

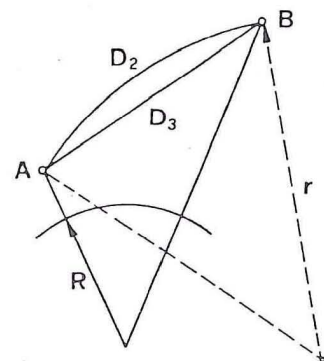


Fig. 5: Correção por curvatura dos raios

A Fig. 6 mostra que a curvatura dos raios tem-se que levar em consideração somente em distâncias grandes (maiores de 50 km).

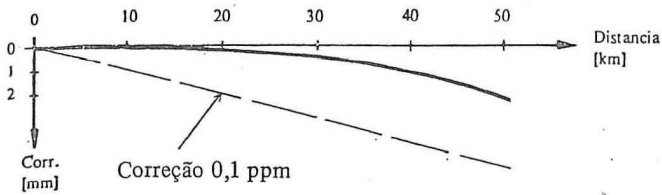


Fig. 6: Influência da curvatura dos raios ( $k = 0,13$ ) (exemplo: correção de  $-1\text{mm}$  para 38 KM)

## 2.3 – Reduções geométricas

### 2.3.1 – Corda ao nível do mar

A redução da corda ao nível do mar pode realizar-se de duas maneiras:

– redução com as altitudes dos pontos, quando se conhecem as altitudes confiáveis dos extremos da linha (fig. 7 e 8);

– redução com ângulo vertical. Este método somente é apropriado para distâncias curtas, devido à incerteza na medição do ângulo pela influência da refração (fig. 9).

#### 2.3.1.1 – Redução com pontos de altitudes conhecidas

a) Diretamente ao nível do mar, a distância reduzida será:

$$D_0 = \sqrt{\frac{D_3^2 - (\Delta H)^2}{\left(1 + \frac{H_A}{R}\right) \left(1 + \frac{H_B}{R}\right)}} \quad (14)$$

$D_0$  = corda ao nível do mar

$D_3$  = corda no espaço

$H_A, H_B$  = altitudes dos pontos

$\Delta H$  = diferença de altitudes:  $H_B - H_A$

$R$  = raio terrestre

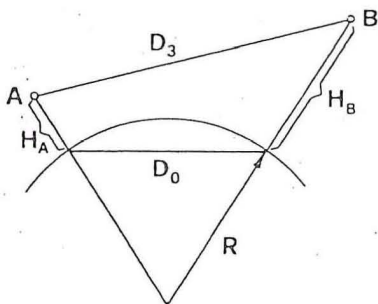


Fig. 7: Redução direta ao nível do mar

b) Reduzindo, primeiro, ao nível da altitude média para chegar ao nível do mar:

$$D_m = D_3 - \left( \frac{\Delta H^2}{2D_2} - \frac{\Delta H^4}{8D_3^3} \right) \quad (15)$$

$$D_0 = D_m \left( 1 - \frac{H_m}{R + H_m} \right) \quad (16)$$

$D_3$  = corda no espaço

$D_0$  = corda ao nível do mar

$D_m$  = corda ao nível da altitude média

$H_m$  = altitude média de A e B:  $\frac{H_A + H_B}{2}$

$\Delta H$  = diferença de altitudes:  $H_B - H_A$

$R$  = raio terrestre

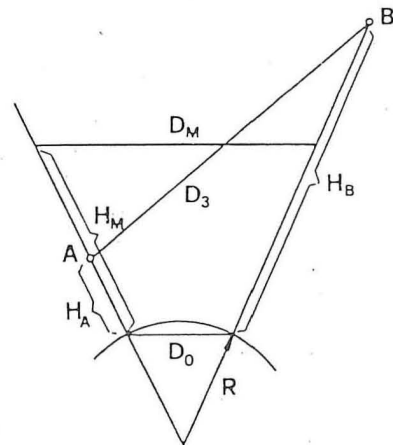


Fig. 8: Redução à altitude média e depois ao nível do mar.

#### 2.3.1.2 – Redução pelo ângulo vertical medido Redução ao nível da altitude média

$$D_m = D_3 \cos \beta_s \quad (17)$$

Onde  $\beta_s$  significa o ângulo vertical corrigido em relação à metade do ângulo central  $\gamma/2$  e do ângulo de refração  $\delta$

$$\beta_s = \beta_g + \gamma/2 - \delta \cong \beta_g + 4,34 \uparrow [\text{mgon}] D_3 [\text{Km}] \cos \beta_g \quad (18)$$

$\beta_g$  = ângulo vertical medido

$\beta_s$  = ângulo vertical corrigido (=  $100 \text{ gon} - \xi$ ;  $\xi$  = distância zenital, gon = grados)

$\gamma$  = ângulo central sobre AB

$\delta$  = ângulo de refração

A redução ao nível do mar se realiza de acordo com a fórmula (16).

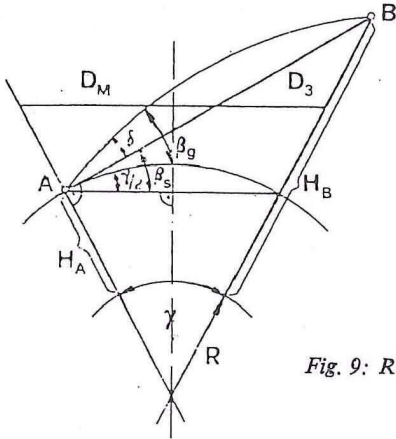


Fig. 9: Redução pelo ângulo vertical.

2.3.2 – Curvatura terrestre

Por ser a terra uma superfície curva, tem-se que reduzir a corda  $D_o$  (ao nível do mar) à superfície curva (fig. 10).

$$D_e = D_o \left( 1 + \frac{D_o^2}{24R^2} \right) \quad (19)$$

$D_e$  = distância sobre a superfície terrestre  
 $D_o$  = corda ao nível do mar  
 $R$  = Raio terrestre

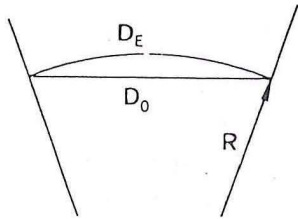


Fig. 10: Curvatura terrestre

A fig. 11 nos mostra que a correção de curvatura da Terra deve ser realizada em distâncias maiores de 10 km.

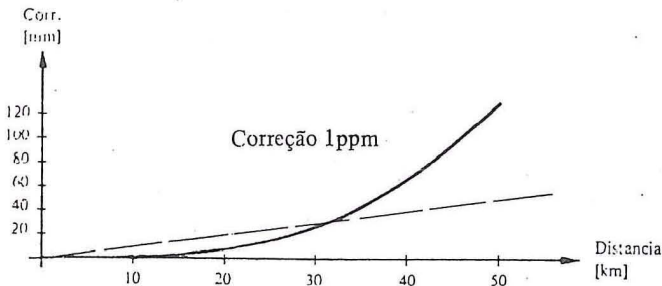


Fig. 11: Correção da curvatura da Terra (ex: igual a 1 mm para 10 km de distância)

2.3.3 – Distorção da Projeção

De acordo com o sistema de projeção adotado no país, as distâncias reduzidas à superfície terrestre têm que se multiplicar por um fator de escala que depende do lugar.

$$K = \left( 1 + \frac{A^2}{2R^2} \right) K_o \quad (20)$$

$K$  = fator de escala do lugar  
 $K_o$  = fator de escala ao longo da “Linha de tangência” entre a esfera e a superfície de projeção

$A$  = distância retangular do lugar até a “Linha de tangência”  
 $R$  = Raio terrestre  
 $D_p = K \cdot D_e$   
 $D_p$  = distância de projeção  
 $D_e$  = distância na superfície terrestre

(21)

A fórmula (20) pode utilizar-se, com a definição acima dada, tanto para projeções cilíndricas como para cônicas de qualquer orientação. (fig. 12, 13)

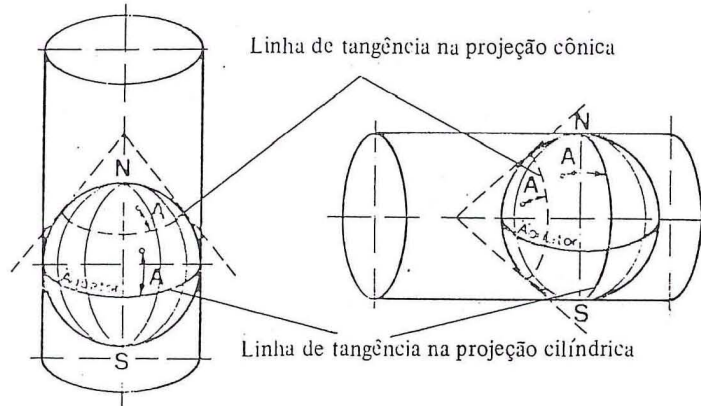


Fig. 12: Projeção cilíndrica e cônica Fig. 13: Projeção transversal (cilíndrica e cônica)

A fórmula (20) corresponde somente à primeira expressão do desenvolvimento de uma série e, por isso, dá um valor aproximado, que na maioria dos casos é suficiente.

A fig. 14 mostra a distorção de projeção para a projeção GAUSS-KRUGER com  $K_o = 1$ , bem como, para a projeção UTM (Universal Transverse Mercator) com  $K_o = 0,9996$ , em função da distância  $A$ .

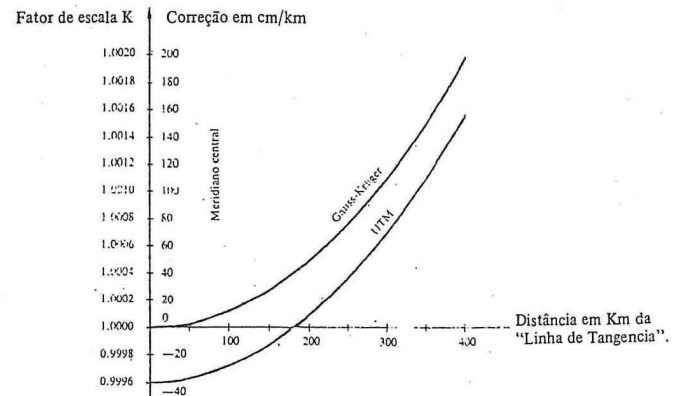


Fig. 14: Distorção da projeção para GAUSS-KRUGER e UTM

## 2.4 – Resumo das Correções e Reduções, com exemplos

Cálculo	Fórmula	Redução
Medição	$D_g$	Distância Medida
Correções próprias do instrumento: - Constante de adição c - Desvio da frequência $\Delta D = -D_g \frac{\Delta f}{f}$	(2) $D_I = D_g + c + \Delta D$ (1)	
Correções causadas pela atmosfera: - 1ª correção de velocidade	$(nSA - 1) 10^8 = 28756,9 + 3 \cdot \frac{162,06}{\lambda^2} + 5 \cdot \frac{1,39}{\lambda^4}$ (6) $(n-1) = (nSA-1) \cdot \frac{273,16}{T} \cdot \frac{P}{1013,25} - \frac{11,27 \cdot 10^{-6}}{T} e$ (7) $K_1 = D_g (n_o - n)$ (4) $D_1 = D_I + K_1$ (5)	
- 2ª correção de velocidade $K_2 = - (k - k^2) \frac{D_1^3}{12R^2}$	(10) $D_2 = D_1 + K_2$ (11)	
- Curvatura dos raios $K_3 = -k^2 \cdot \frac{D_2^3}{24R^2}$	(12) $D_3 = D_2 + K_3$ (13)	↓ Corda espacial
Reduções Geométricas: - Corda ao nível do mar	I.a) diretamente pela altitude dos pontos $D_o = \sqrt{\frac{D_3^4 - (\Delta H)^2}{\left(1 + \frac{H_A}{R}\right) \left(1 + \frac{H_B}{R}\right)}}$ *) (14) I.b) sobre a altitude média e depois sobre o nível do mar $D_M = D_3 - \frac{\Delta H^2}{2D_3} - \frac{\Delta H^4}{8D_3^3}$ (15) $D_o = D_M \left(1 - \frac{H_M}{R + H_M}\right)$ ** (16)	
II. pelo ângulo vertical	$\beta_s = \beta_g + 4,34 [\text{mgon}] \cdot D_3 [\text{km}] \cdot \cos \beta_g$ (18) $D_M = D_3 \cos \beta_s$ (17) $D_o = D_M \left(1 - \frac{H_M}{R + H_M}\right)$ (16)	
- curvatura da Terra	$D_E = D_o \left(1 + \frac{D_o^2}{24R^2}\right)$ (19)	Arco Elipsoidal
- distorções de projeção	$k = \left(1 + \frac{A^2}{2R^2}\right) \cdot k_o$ (20) $D_p = k \cdot D_E$ (21)	↓ Distância de Projeção
	* $\Delta H = H_B - H_A$ ** $H_M = \frac{H_A + H_B}{2}$	

## Resumo das Correções e Reduções, com exemplos (conclusão)

Exemplo 1	Condições e Medições	Exemplo 2
$D_g = 2512,347\text{m}$	$f_{\text{sol}} = 4495620\text{Hz}$	$D_g = 14731,294\text{m}$
$c = -,035\text{m}$	$f_{\text{ist}} = 4495611\text{Hz}$	$c = ,000\text{m}$
$\Delta D = ,005\text{m}$	$\Delta f = -9\text{Hz}$	$\Delta D = ,029\text{m}$
$D_I = 2512,317\text{m}$		$D_I = 14731,223\text{m}$
	$n_{\text{SA}} = 1,0002947$ ( $\mu = 0,835$ )	
	$n_o = 1,0002822$	
	$p = 900\text{ mb}$	
	$t = 30^\circ\text{C}$	
	$t^{\text{W}} = 23,5^\circ\text{C}$ $e = 25\text{mb}$	
	$n = 1,0002349$	
$K_1 = ,119\text{m}$	$k = 0,13$	$K_1 = ,697\text{m}$
$D_1 = 2512,436\text{m}$	$R = 6378\text{km}$	$D_1 = 14732,020\text{m}$
$K_2 = -,000\text{m}$		$K_2 = -,01\text{m}$
$D_2 = 2512,436\text{m}$		$D_2 = 14732,019\text{m}$
$K_3 = -,000\text{m}$		$K_3 = -,000\text{m}$
$D_3 = 2512,436\text{m}$		$D_3 = 14732,019\text{m}$
	$H_A = 1450,2\text{m}$ $H_B = 1561,7\text{m}$	$D_o = 14728,120\text{m}$ $D_M = 14731,597\text{m}$ $D_o = 14728,120\text{m}$
	$\beta_g = 3,1247\text{gon}$ $\beta_s = 3,1356\text{gon}$	
$D_M = 2509,389\text{m}$	$k_o = 0,9996$	$D_E = 14728,123\text{m}$
$D_o = 2509,192\text{m}$ $H_M = 500\text{m}$	$A = 120\text{km}$	$k = 0,999777$
$D_E = 2509,192\text{m}$ $k_o = 1$		$D_p = 14724,837\text{m}$
$k = 1,000031$ $A = 50\text{km}$		
$D_p = 2509,269\text{m}$		

OBS. gon = grados