

Detecção de Erros Grosseiros em Pontos de Controle Planialtimétricos para Aerotriangulação

Eng.º Cart. Edson Ap. Mitishita

I. Introdução

O método dos mínimos quadrados ($\Sigma p_{vv} = \text{mín}$), utilizado na grande maioria dos programas de ajustamento para a estimativa de parâmetros através de medidas (observações), quando em presença de dados com erros grosseiros apresenta a indesejável distribuição dos erros sobre todo o conjunto. A análise dos resíduos para a detecção e localização dos erros grosseiros é difícil, pois nem sempre os resíduos servem de indicador seguro de que a observação a que está associado deve ser eliminada do ajustamento.

As dificuldades no M. M. Q. para a detecção e localização de observações erradas dentro do conjunto de dados eivados de erros grosseiros, fazem com que numerosas pesquisas sejam realizadas nesta área, no sentido de minimizar as falhas existentes ("DATA SNOOPING" — Tese Estatístico baseado na teoria de Sheffé e Barda — 1968, ESTIMADOR ROBUSTO "DANISH METHOD" — Introduzido por Kendal 1948 e Krauro 1967 e SOMA MÍNIMA — Edgeworth 1887).

A detecção e localização de erros em pontos de controle para as aerotriangulações, se constitui num dos principais problemas da Fotogrametria, que vêm exigindo dos pesquisadores, grandes esforços para preencher as lacunas existentes nesta área (JACOBSEN, K. 1984), (EL-HAKIM, S.F. 1984) e (LUGNANI, J.B., MITISHITA E.A.). O problema torna-se mais crítico neste caso, pois a grande maioria dos programas de aerotriangulação existentes, consideram que as coordenadas de terreno dos pontos de controle devem estar isentas de erros grosseiros e os erros existentes, seriam somente erros de Fotogrametria (erros de identificação).

Com isto, os programas de ajustamento de faixa ou de bloco de fotografias, na grande maioria das vezes, utilizando o método dos mínimos quadrados, tornam-se ainda menos eficiente no processo de detecção e localização de pontos de controle que possuem erros grosseiros.

Com o propósito de investigar estes problemas foi elaborado pelo prof. João Bosco Lugnani, no curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas um projeto de pesquisa de Detecção de Erros Grosseiros nas Aerotriangulações. A presente investigação é subproduto de trabalho de Tese do Autor que, sob orientação do Prof. João Bosco Lugnani, desenvolve sua tese de mestrado num dos itens do projeto.

II. ESTIMATIVA ROBUSTA — "DANISH METHOD" (Extensão do princípio do Estimador Robusto)

Devido as dificuldades apresentadas pelo método dos mínimos quadrados na detecção e localização de pontos errados desenvolveu-se o método de Estimativa Robusta, que vem apresentando ótimos resultados no tratamento de dados que apresentam erros grosseiros (KRARUP, JUHL, KUBIK 1980).

O método foi desenvolvido especialmente para a eliminação dos erros grosseiros sobre o conjunto de dados (K. KUBIK — 1981).

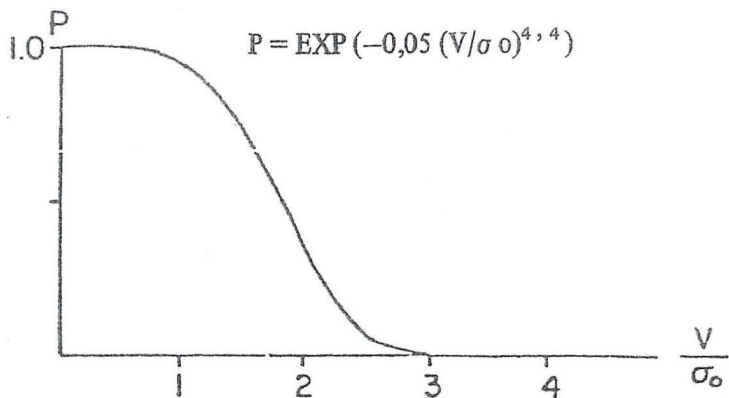
O processo de ajustamento é similar ao convencional mínimos quadrados, com a diferença que, através dos resíduos fornecidos na primeira iteração, proporciona o cálculo de novos pesos, que serão introduzidos no ajustamento da iteração seguinte.

Assim o processo de cálculo de pesos, em função de resíduos e novo ajustamento, é repetido várias vezes, até que os pesos das observações erradas são reduzidos a valores próxi-

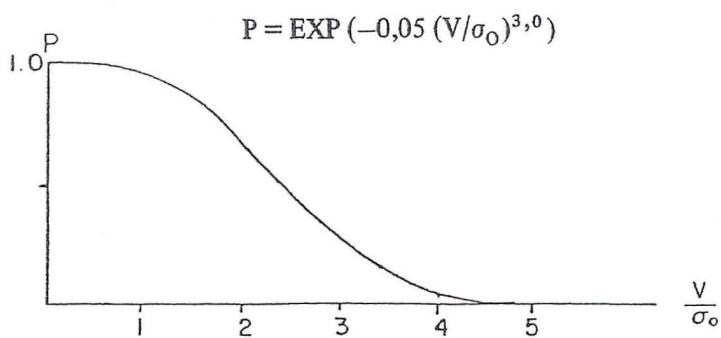
mos de 0 e os pesos das observações boas ficam próximos de 1. Desta maneira os resíduos das observações erradas se aproximam dos erros existentes.

As funções de pesos apresentadas por KRARUP, JUHL e KUBIK 1980 e JACOBSEN K. 1984 são:

- a) Na primeira iteração $P = 1, 0$
- b) Na segunda e terceira iterações



- c) Nas seguintes iterações



Este método já bastante utilizado pelos fotogrametristas e geodestas (HERMANN KLEIN AND WOLFGANG FORSTNER — 1984, HANS WERNER — 1984, JENS JUHL — 1984), apresenta bons resultados e grande eficiência na detecção e localização de erros no ajustamento.

VANTAGENS DO USO DO ESTIMADOR ROBUSTO

- Possibilidade de aproveitamento dos programas de ajustamento existentes por M.M.Q.
- Facilidades de programação e introdução das funções de peso.
- Tempo de computação pequeno no cálculo dos pesos, sem a necessidade de inversão de grandes matrizes.
- Mais do que um erro pode ser encontrado com facilidade.

DESVANTAGENS DO USO DO ESTIMADOR ROBUSTO

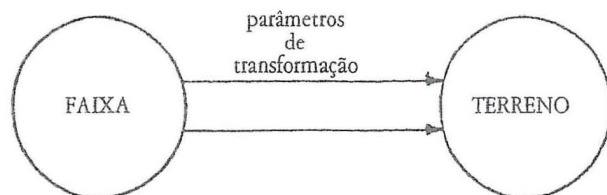
- Pontos eliminados do ajustamento, sem uma análise mais profunda (posição, geometria, importância).

— Pequenos erros apresentam dificuldades na detecção e localização.

III. Modelo Matemático utilizado na Detecção de Erros nas Coordenadas dos Pontos de Controle

O algoritmo matemático utilizado na verificação dos pontos de controle, se constitui na transformação de HELMERT, no espaço tridimensional — (LUGNANI 1981).

Parâmetros de rotação, translação e escala são calculados para a transformação de coordenadas de faixa formada analiticamente para o sistema de terreno.



$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \lambda R(\omega, \phi, \chi) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$[X Y Z]$ — Coordenadas dos pontos de controle no sistema de terreno.

$[x y z]$ — Coordenadas dos pontos de controle no sistema da faixa.

$(\lambda, \omega, \phi, \chi, X_0, Y_0, Z_0)$ — Parâmetros a serem determinados.

Tratando-se como observações as coordenadas dos pontos no sistema de terreno e sistema de faixa, podemos ter erros tanto num sistema como no outro. Assim:

$$F(L_a, X_a) = 0 \quad .2$$

que se constitui no modelo implícito de ajustamento, no qual os parâmetros ajustados e os valores observados ajustados, estão ligados por uma função não explícita (Gemael — 1984), e onde:

$$V = L_a - L_b \quad (3.3)$$

$$X = X_a - X_b \quad (3.4)$$

- V = Resíduos dos valores observados
- L_b = Valores observados
- L_a = Valores observados e ajustados
- X = Correção aos parâmetros
- X_a = Parâmetros ajustados
- X_0 = Parâmetros (valores aproximados)

$$A = \frac{\partial F}{\partial X_a | X_0} \quad B = \frac{\partial F}{\partial L_a | L_b}$$

$$W = F(L_b, X_0)$$

A: Matriz das derivadas parciais em relação aos parâmetros.

B: Matriz das derivadas parciais em relação às observações.

W: Erro de fechamento (função dos valores observados e valores aproximados dos parâmetros).

$$AX + BV + W = 0 \quad (3.5)$$

Tendo n observações, u parâmetros, ligados por r equações de condições, temos:

$$r A_u u X + r B_n n V + r W = 0$$

Neste caso temos $(r - u) = s$ (graus de liberdade).

A resolução do sistema de equações, para o cálculo dos parâmetros:

$$X = -(A^T M^{-1} A)^{-1} A^T M^{-1} W \quad (3.6)$$

$$M = B P^{-1} B^T \quad (3.7)$$

P = Matriz dos pesos

$$K = -M^{-1} (AX + W) \quad (3.8)$$

$$V = P^{-1} B^T K \quad (3.9)$$

$$X_a = X_0 + X \quad (3.10)$$

$$L_a = L_b + V \quad (3.11)$$

$$V^T P V = K^T W \quad (3.12)$$

$$\sigma_0^2 = \frac{V^T P V}{s} \quad (3.13)$$

σ_0^2 = Variância da observação de peso unitário (a posterior)

$$\Sigma X_a = \sigma_0^2 (A^T M^{-1} A)^{-1} \quad (3.14)$$

ΣX_a = Matriz variância covariância dos parâmetros

Em se tratando de um modelo matemático não linear, considerando ainda que os valores aproximados X_0 e L_b são aproximações para os valores ajustados X_a e L_a , e que pela eliminação de termos de segunda ordem na linearização pela fórmula de TAYLOR (GEMAEL — 1984); torna-se necessário iteração para se chegar aos valores mais prováveis das incógnitas.

Conforme (LUGNANI 1984)

$$F(X_a, L_a) = \frac{\partial F}{\partial X_a | X_i} X + \frac{\partial F}{\partial L_a | X_i} (L_a - L_a) +$$

$$F(X_i, L_i) = 0 \quad (3.15)$$

Podemos escrever que:

$$L_a - L_i = L_a - L_b + L_b - L_i \quad (3.16)$$

$$L_a - L_b = V \quad (3.17)$$

Assim

$$L_a - L_i = V + L_b - L_i \quad (3.18)$$

Da equação (3.15) e da equação (3.18); temos:

$$A_i X + B_i V + B_i (L_b - L_i) + F(X_i, L_i) = 0 \quad (3.19)$$

Passo n° 1 (resolução inicial)

Temos X_0 e L_b

$$AX + BV + W = 0$$

$$A = \frac{\partial F}{\partial X_a | X_0} \quad B = \frac{\partial F}{\partial L_a | X_0} \quad W = F(X_0, L_0)$$

Passo n° 2 (1ª iteração)

$$X_1 = X_0 + X$$

$$L_1 = L_b + V$$

X e V Calculados no passo anterior

$$AX + BV + W = 0$$

$$A = \frac{\partial F}{\partial X_a | X_1} \quad B = \frac{\partial F}{\partial L_a | X_1}$$

$$W = B(L_b - L_1) + F(X_1, L_1)$$

Passo n° 3 (2ª iteração)

$$X_2 = X_1 + X$$

$$L_2 = L_1 + V$$

X e V calculados no passo anterior

$$AX + BV + W$$

$$A = \frac{\partial F}{\partial X_2 | X_2} \quad B = \frac{\partial F}{\partial L_2 | X_2} \quad W = B(L_b - L_2) + F(X_2, L_2)$$

Procede-se as iterações até conseguir convergência. É importante observar que o valor de X tende para zero, enquanto o valor de V tende a se estabilizar.

Através do ajustamento proposto para a determinação dos parâmetros de transformação do sistema de faixa para o sistema de terreno, e tratando-se como observações tanto as coordenadas no sistema de faixa como as do sistema de terreno, temos, do ajustamento, resíduos nas coordenadas de terreno, bem como nas coordenadas de faixa

Os resíduos nas coordenadas dos pontos, provenientes do ajustamento, em ambos os sistemas, nos possibilitarão a verificação da qualidade dos pontos de controle utilizados, para a determinação dos parâmetros.

IV. Introdução da Estimativa Robusta — “DANISH METHOD” — na Detecção e Localização de Erros nos Pontos de Controle

O modelo matemático proposto (determinação dos parâmetros da transformação isogonal) para a verificação da qualidade dos pontos de controle, através da análise dos resíduos das coordenadas, em ambos os sistemas, utilizando o método do ajustamento dos mínimos quadrados, nem sempre nos assegura a exata eliminação dos pontos errados (exemplo nº 6).

Devido à distribuição dos erros sobre todo o conjunto de dados, o trabalho para a detecção e localização de observações incorretas se constitui numa tarefa difícil e de poucas chances de sucesso. A fim de eliminar esta deficiência no método proposto para a detecção e localização de pontos errados, através da análise de resíduos, se fez a introdução da Estimativa Robusta no Ajustamento.

1. No início do ajustamento, as duas primeiras iterações são realizadas com pesos dados da seguinte maneira:

a) Pesos para as coordenadas de terreno

$$(P_{Xi} = P_{Yi} = P_{Zi} = 1,0) \quad i = 1, n$$

b) Pesos para as coordenadas da faixa

$$(P_{xi} = P_{yi} = P_{zi} = 100,00) \quad i = 1, n$$

n = nº de pontos de controle.

2. Na terceira e quarta iteração, os pesos são calculados, através da função de pesos.

a) Pesos para as coordenadas de terreno

$$P_{Xi} = \text{EXP}(-0,05 (K V_{Xi}/\sigma_0)^{4,4}) \quad i = 1, n$$

$$P_{Yi} = \text{EXP}(-0,05 (K V_{Yi}/\sigma_0)^{4,4}) \quad i = 1, n$$

$$P_{Zi} = \text{EXP}(-0,05 (K V_{Zi}/\sigma_0)^{4,4}) \quad i = 1, n$$

b) Pesos para as coordenadas de faixa

$$P_{xi} = \text{EXP}(-0,05 (V_{xi}/\sigma_0)^{4,4}) \quad i = 1, n$$

$$P_{yi} = \text{EXP}(-0,05 (V_{yi}/\sigma_0)^{4,4}) \quad i = 1, n$$

$$P_{zi} = \text{EXP}(-0,05 (V_{zi}/\sigma_0)^{4,4}) \quad i = 1, n$$

σ_0^2 = Variância da observação de peso unitário

K = 4,7 (Fator de multiplicação para os resíduos nas coordenadas de terreno)

V_{Xi}, V_{Yi}, V_{Zi} — São os resíduos nas coordenadas de terreno

V_{xi}, V_{yi}, V_{zi} — São os resíduos nas coordenadas de faixa

n = Número de pontos de controle

3. Na quinta e sexta iteração, os pesos introduzidos no ajustamento, serão calculados por outra função de pesos.

a) Pesos para as coordenadas de terreno

$$P_{Xi} = \text{EXP}(-0,05 (K V_{Xi} / \sigma_0)^{3,0}) \quad i = 1, n$$

$$P_{Yi} = \text{EXP}(-0,05 (K V_{Yi} / \sigma_0)^{3,0}) \quad i = 1, n$$

$$P_{Zi} = \text{EXP}(-0,05 (K V_{Zi} / \sigma_0)^{3,0}) \quad i = 1, n$$

b) Pesos para as coordenadas da faixa

$$P_{xi} = \text{EXP}(-0,05 (V_{xi} / \sigma_0)^{3,0}) \quad i = 1, n$$

$$P_{yi} = \text{EXP}(-0,05 (V_{yi} / \sigma_0)^{3,0}) \quad i = 1, n$$

$$P_{zi} = \text{EXP}(-0,05 (V_{zi} / \sigma_0)^{3,0}) \quad i = 1, n$$

σ_0^2 = Variância da observação de peso unitário

K = 4,7 (Fator de multiplicação para os resíduos, nas coordenadas de terreno)

V_{Xi}, V_{Yi}, V_{Zi} — São os resíduos nas coordenadas de terreno

Vx_i, Vy_i, Vz_i — São os resíduos nas coordenadas de faixa

n — Número de pontos de controle

O valor de K (fator de multiplicação para os resíduos nas coordenadas de terreno) geralmente é apresentado como igual à unidade. Em seguidos experimentos realizados nesta pesquisa, chegou-se à conclusão que o melhor valor encontrado para K , foi em torno de 4,7.

V. Resultados

A fim de verificar o método proposto, foram testadas duas faixas de fotografias (um conjunto de dados fictícios e outro real). Erros foram introduzidos nos conjuntos de dados, possibilitando a verificação da capacidade do método em detectá-los e localizá-los.

V.1 DADOS FICTÍCIOS

A faixa de fotografias é composta de cinco modelos na escala de 1:10.000. As fotos foram geradas pela equação de colinearidade, e a partir destas, a faixa foi montada por um processo analítico através da equação da colinearidade. Foram utilizados seis pontos de controle, aos quais foram associados erros, tanto nas coordenadas de terreno, como também nas coordenadas da faixa.

V.2 DADOS REAIS

Os dados reais foram obtidos de uma faixa de fotografias, com sete modelos na escala de 1:15.000. Os modelos foram lidos num instrumento analógico e a faixa foi formada analiticamente pela conexão dos modelos com a equação isogonal. Possui a faixa cinco pontos de controle, nos quais foram introduzidos erros, tanto nas coordenadas de terreno, como também nas coordenadas de faixa.

Os resultados com os dados fictícios e reais são mostrados nas tabelas anexas.

VI. Conclusões

Em todos os experimentos realizados com faixas pequenas (até 10 modelos) ou faixas montadas com métodos analíticos, o processo de detecção utilizando o Estimador Robusto mostrou-se muito mais eficaz do que o método convencional de análise de erros. A análise dos resíduos, com o emprego da Estimativa Robusta, mostrou-se melhor, no que se refere a detecção e localização de pontos errados.

Com a utilização do fator $K = 4,7$ e a adoção de pesos maiores para as coordenadas dos pontos da faixa nas duas primeiras iterações, fez com que os erros existentes nas coordenadas dos pontos no sistema de terreno, bem como os erros existentes nas coordenadas dos pontos no sistema de faixa fossem mais bem evidenciados.

Em outros experimentos realizados com faixas longas (20 modelos), onde os modelos foram lidos por processos analó-

gicos e a faixa montada com o método semi-analítico (equação isogonal no espaço), devido às deformações na concatenação dos modelos, o método não apresentou bons resultados. Este problema pode ser resolvido com os métodos analíticos da Fotogrametria, que apresentam menores deformações na formação das faixas, pois minimizam os erros na orientação relativa e possibilitam as correções dos erros sistemáticos da imagem.

Dependendo da posição e do número de pontos de controle errados existentes na faixa (geometria), o algoritmo para a detecção não se mostrou totalmente eficaz, isto é, em alguns experimentos, nem todos os erros simulados, foram detectados.

Os erros grosseiros nos pontos de controle, causadores de divergência no ajustamento, foram claramente identificados com o emprego do Estimador Robusto. Na maioria dos testes realizados, com menos de seis iterações, foi possível evidenciar os erros nos pontos de controle.

VII. Referências Bibliográficas

- EL-HAKIM, S.F.: ZIEMANN, H. A. Step — Bv — Step Strategy For Gross-Error Detection, ISPRS Com. III Helsinki 1982.
- EL-HAKIM, S.F. A Practical Study of Gross Error Detection in bundle Adjustment. The Canadian Surveyor, Vol. 35, No. 4, December 1981.
- JUHL, J. The "Danish Method" of Weight Reduction for Gross Errors Detection, ISPRS Com. III Rio de Janeiro 1984.
- GEMAEL, C. Introdução ao Ajustamento de Observações: Aplicações Geodésicas Curitiba, Universidade Federal do Paraná, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1984.
- K. JACOBSEN Experience in Blunder Detection for Aerial Triangulation, ISPRS Com. III, Rio de Janeiro 1984.
- KRARUP, JUHL, KUBIK Götterdämmerung Over Least Squares Adjustment. ISPRS Com. III Hamburg 1980.
- KUBIK, K. An Error Theory for the Danish Method, ISPRS Com. III Helsinki 1982.
- KLEIN, H, FÖRSTNER, W. Realization of Automatic Error Detection in the Block Adjustment Program Pat-M43 Using Robust Estimators, ISPRS Com. III Rio de Janeiro 1984.
- KUBIK, K. WENG, W. Ah, Robust Estimation! ISPRS Com. III Rio de Janeiro 1984.
- LUGNANI, J.B. Introdução ao Ajustamento Curitiba, Universidade Federal do Paraná, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas 1984.
- Transformações Geométricas (Manuscrito), Universidade Federal do Paraná, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas 1981.
- LUGNANI, J.B., MITISHITA, E.A. Improvements in Gross Errors Detection in Aerial Triangulation, ISPRS Com. III, Rio de Janeiro 1984.
- WERNER, H. Automatic Gross Error Detection by Robust Estimators, ISPRS Com. III, Rio de Janeiro 1984.
- Programa base do Prof. José E. Juliá da Universidade Nacional de Tucuman — Argentina (COBLO 7R — Set/84).
Modificação de Luis A. Naveda — Eng.º da Aerofoto Cruzeiro S.A. (Versão 02/Abril/85).

EXEMPLO Nº 1: Erros grosseiros nas coordenadas de terreno em dois pontos de controle (erros de 5 a 7 metros, conforme a tabela)

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS				COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS			
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z
771	2355,000	5,000	850,000	771	1,897	85,719	-101,657
711	2350,000	6,000	850,000	711	-0,290	92,995	-158,587
775	2057,000	7,000	1057,000	775	227,249	85,437	-110,455
714	2052,000	8,000	1100,000	714	225,242	87,925	-111,682
772	2157,000	9,000	890,000	772	22,037	88,141	-157,272
612	2052,000	9,000	945,000	612	91,584	-96,021	-158,367
610				610			

RESÍDUOS RESULTANTES COM A ESTIMATIVA MÍNIMOS QUADRADOS

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS				COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS			
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z
771	-1,327	-1,327	-0,215	771	0,129	0,178	-0,002
711	0,012	0,292	-0,247	711	-0,021	-0,177	0,004
775	-1,252	-0,126	-1,103	775	0,123	0,011	0,105
714	1,058	-1,110	1,178	714	-0,107	0,110	-0,115
772	1,105	1,352	0,455	772	0,110	-0,131	-0,145
612	0,292	0,215	-0,195	612	0,028	-0,020	0,018
610				610			

RESÍDUOS RESULTANTES COM A APLICAÇÃO DO ESTIMADOR ROBUSTO

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS				COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS			
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z
771	-1,256	-0,010	0,001	771	0,000	0,000	-0,013
711	-0,000	-0,000	-0,000	711	0,000	-0,010	0,000
775	-1,249	-0,000	-2,435	775	0,000	0,000	0,000
714	0,000	0,000	0,131	714	-0,000	0,000	-0,000
772	0,105	0,152	-0,000	772	0,000	0,000	0,011
612	-0,000	0,000	0,000	612	0,000	0,000	-0,004
610				610			

EXEMPLO Nº 2: Erros grosseiros nas coordenadas de terreno em quatro pontos de controle (erros de 1 a 4 metros, conforme a tabela)

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS				COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS			
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z
771	2357,000	6,250,000	957,000	771	1,897	85,719	-101,657
711	2350,000	5,950,000	950,000	711	-0,290	92,995	-158,587
775	2057,000	6,800,000	1057,000	775	227,249	85,437	-110,455
714	2052,000	5,750,000	1100,000	714	225,242	87,925	-111,682
772	2157,000	6,500,000	890,000	772	22,037	88,141	-157,272
612	2052,000	5,950,000	945,000	612	91,584	-96,021	-158,367
610	2050,000	6,000,000	930,000	610	276,400	-96,721	-158,271

RESÍDUOS RESULTANTES COM A ESTIMATIVA MÍNIMOS QUADRADOS

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS				COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS			
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z
771	0,050	0,024	-1,093	771	-0,005	-0,002	0,107
711	0,039	-0,076	0,166	711	-0,007	0,007	-0,005
775	-2,031	0,075	0,814	775	0,002	-0,007	-0,000
714	-0,032	-0,033	-1,037	714	0,003	0,003	0,000
772	-0,000	0,102	0,325	772	0,001	-0,017	-0,011
612	0,000	-0,050	0,151	612	0,007	0,004	-0,001
610	-0,037	-0,011	-0,019	610	0,007	0,007	0,000

RESÍDUOS RESULTANTES COM A APLICAÇÃO DO ESTIMADOR ROBUSTO

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS				COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS			
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z
771	0,000	0,000	-0,000	771	-0,001	0,000	0,000
711	-0,000	-0,000	-0,000	711	0,001	0,000	0,000
775	0,000	0,000	1,459	775	-0,005	-0,004	-0,000
714	-0,000	0,000	-0,000	714	0,009	-0,000	0,000
772	0,000	0,000	0,000	772	0,001	0,000	0,000
612	0,000	0,000	0,000	612	0,007	0,001	0,000
610	0,000	-0,000	-0,000	610	-0,007	0,007	0,000

EXEMPLO Nº 3: Erros grosseiros nas coordenadas de terreno em dois pontos de controle (erros de 45 a 100 metros, conforme a tabela)

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS					COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS				
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z		
771	2352,000	6550,000	950,000	771	1,892	58,719	-101,820		
711	2352,000	6550,000	950,000	711	-0,290	-0,995	-158,587		
775	5050,000	6550,000	1050,000	775	277,449	65,607	-158,158		
714	5050,000	6550,000	1100,000	714	275,257	-0,896	-151,691		
772	2352,000	6550,000	950,000	772	22,037	65,151	-158,375		
612	2352,000	6550,000	950,000	612	91,584	-0,071	-158,552		
610	5050,000	6550,000	950,000	610	276,400	-6,321	-158,620		

RESÍDUOS RESULTANTES COM A ESTIMATIVA MÍNIMOS QUADRADOS

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS				COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS			
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z
771	21,216	-8,091	3,407	771	-2,009	0,809	-0,325
711	-74,731	-70,917	-77,819	711	2,358	1,951	2,187
775	1,195	2,667	-2,926	775	-0,117	-0,193	0,222
714	8,105	15,397	-3,173	714	-0,807	-1,454	0,111
772	20,471	-5,771	2,620	772	-1,843	0,584	-0,260
612	-21,077	8,657	25,126	612	2,949	-0,861	-0,268
610	4,420	8,662	-2,164	610	-0,477	-0,816	0,206

RESÍDUOS RESULTANTES COM A APLICAÇÃO DO ESTIMADOR ROBUSTO

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS				COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS			
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z
771	0,494	-0,001	0,001	771	0,000	0,016	-0,017
711	-0,581	-0,295	-0,262	711	0,036	0,001	0,001
775	0,001	-0,000	-0,000	775	-0,013	0,005	0,002
714	0,000	0,000	-0,000	714	-0,000	-0,016	0,005
772	0,332	0,000	-0,001	772	-0,000	-0,002	0,017
612	-0,662	0,001	0,876	612	0,009	-0,012	-0,073
610	0,000	-0,000	0,001	610	-0,031	0,004	-0,011

EXEMPLO Nº 4: Erros grosseiros nas coordenadas de terreno em dois pontos de controle (erros de 1 a 2 metros, conforme a tabela)

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS					COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS				
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z		
771	2352,000	6550,000	950,000	771	1,892	58,719	-101,820		
711	2352,000	6550,000	950,000	711	-0,290	-0,995	-158,587		
775	5050,000	6550,000	1050,000	775	277,449	65,607	-158,158		
714	5050,000	6550,000	1100,000	714	275,257	-0,896	-151,691		
772	2352,000	6550,000	950,000	772	22,037	65,151	-158,375		
612	2352,000	6550,000	950,000	612	91,584	-0,071	-158,552		
610	5050,000	6550,000	950,000	610	276,400	-6,321	-158,620		

RESÍDUOS RESULTANTES COM A ESTIMATIVA MÍNIMOS QUADRADOS

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS				COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS			
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z
771	-0,511	-0,536	-0,225	771	0,050	2,051	0,022
711	0,137	0,471	0,131	711	-2,011	-0,126	-0,022
775	0,221	-0,658	0,165	775	-0,021	0,026	-0,026
714	-0,020	-0,070	-0,238	714	0,002	0,009	0,023
772	-0,117	0,011	0,033	772	0,011	-0,001	-0,022
612	0,073	0,311	0,075	612	-2,097	-2,030	-0,022
610	0,132	-0,105	0,067	610	-0,010	0,010	-0,022

RESÍDUOS RESULTANTES COM A APLICAÇÃO DO ESTIMADOR ROBUSTO

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS				COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS			
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z
771	-1,204	-1,500	-0,001	771	-0,000	0,000	0,000
711	0,000	0,000	0,000	711	-0,012	-0,000	0,000
775	0,000	-0,001	0,000	775	-0,002	0,000	-0,001
714	-0,001	0,000	-0,002	714	0,011	-0,002	0,000
772	-0,001	-0,001	0,000	772	0,011	-0,001	-0,001
612	0,000	0,000	0,001	612	-0,001	-0,001	-0,001
610	0,000	-0,000	0,000	610	-0,002	0,002	-0,001

EXEMPLO Nº 5: Erros grosseiros nas coordenadas de terreno em dois pontos de controle (erros de 2 a 5 metros, conforme a tabela)

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS						COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS					
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	ERRO (m)	ERRO (mm)	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	ERRO (mm)	ERRO (mm)
10019	287710,07	2,00	7337370,34	2,00	927,14	10019	306,970	848,130	465,960		
10017	283860,46		7387783,82		947,52	10017	322,320	529,460	459,610		
10010	287857,49		7389151,90		1040,45	10010	722,190	684,268	468,352		
10013	282533,88	5,00	7390245,27		1033,96	10013	937,046	470,901	476,741		
10011	283247,90		7391151,52		1042,57	10011	1183,585	456,045	479,931		

RESÍDUOS RESULTANTES COM A ESTIMATIVA MÍNIMOS QUADRADOS

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS				COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS			
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z
10019	-0,865	-0,844	-0,024	10019	0,023	-0,042	-0,700
10017	-0,005	1,407	0,062	10017	-0,053	0,014	-0,001
10010	-0,322	0,102	-0,052	10010	-0,007	-0,011	0,001
10013	2,941	0,013	0,022	10013	0,029	0,112	0,003
10011	-1,728	-0,679	-0,007	10011	0,008	-0,072	-0,002

RESÍDUOS RESULTANTES COM A APLICAÇÃO DO ESTIMADOR ROBUSTO

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS				COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS			
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z
10019	-1,998	-1,995	-0,000	10019	0,000	-0,000	0,000
10017	0,000	0,000	-0,000	10017	-0,000	0,000	0,000
10010	-0,000	0,000	0,000	10010	-0,000	0,000	-0,000
10013	4,997	-0,000	0,000	10013	0,000	-0,000	-0,000
10011	-0,000	0,000	-0,000	10011	-0,000	-0,000	0,000

EXEMPLO Nº 6: Erro grosseiro nas coordenadas de terreno de um ponto de controle (erro de 2 metros, conforme a tabela)

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS						COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS							
PONTO Nº	COORDENADA X	ERRO (m)	COORDENADA Y	ERRO (m)	COORDENADA Z	ERRO (m)	PONTO Nº	COORDENADA X	ERRO (mm)	COORDENADA Y	ERRO (mm)	COORDENADA Z	ERRO (mm)
10019	287710,07	2,00	7397398,34	2,00	927,14	2,00	10019	306,970		848,130		465,960	
10017	283860,46		7387783,82		947,52		10017	322,320		529,460		459,610	
10010	287857,49		7389151,90		1040,45		10010	722,190		684,268		468,352	
10013	282533,88		7390245,27		1033,96		10013	937,046		470,901		476,741	
10011	283247,90		7391151,52		1042,57		10011	1183,585		456,045		479,931	

RESÍDUOS RESULTANTES COM A ESTIMATIVA MÍNIMOS QUADRADOS

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS				COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS			
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z
10019	-0,865	-0,844	-0,024	10019	0,023	-0,042	0,017
10017	0,355	0,563	0,211	10017	-0,033	0,023	-0,002
10010	0,526	0,274	0,661	10010	-0,005	0,023	-0,024
10013	0,007	0,018	-0,228	10013	-0,000	0,000	0,020
10011	-0,022	-0,391	-0,145	10011	0,014	-0,005	0,004

RESÍDUOS RESULTANTES COM A APLICAÇÃO DO ESTIMADOR ROBUSTO

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS				COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS			
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z
10019	-2,024	-2,016	-0,002	10019	-0,000	-0,000	-0,005
10017	-0,003	0,020	0,005	10017	0,001	0,000	-0,001
10010	0,024	-0,000	-1,235	10010	0,003	0,000	0,001
10013	0,020	0,001	-0,012	10013	-0,001	0,002	-0,002
10011	-0,003	-0,000	0,008	10011	-0,000	-0,000	-0,003

EXEMPLO Nº 7: Erros grosseiros nas coordenadas de faixa de dois pontos de controle (erros de 1 a 2 milímetros conforme a tabela)

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS					COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS				
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	ERRO (m)	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	ERRO (mm)
10019	257652,02	7337396,34	922,14		10019	306,920	848,130	464,930	
10017	252853,46	7357783,82	947,52		10017	322,320	529,460	459,610	
10010	257852,49	7359151,90	1040,45		10010	722,190	684,288	489,352	
10013	255438,83	7390242,27	1033,96		10013	937,046	420,901	476,741	
10011	258279,90	7391151,52	1042,57		10011	1185,585	456,045	479,931	

RESÍDUOS RESULTANTES COM A ESTIMATIVA MÍNIMOS QUADRADOS

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS				COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS			
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z
10019	0,535	0,938	-0,858	10019	-0,030	0,028	0,075
10017	-0,866	0,104	0,354	10017	-0,012	-0,031	-0,015
10010	0,293	-1,200	-1,200	10010	0,054	0,023	-0,050
10013	0,243	-2,741	-1,292	10013	0,107	-0,019	0,019
10011	-0,796	2,898	-0,281	10011	-0,118	-0,030	0,011

RESÍDUOS RESULTANTES COM A APLICAÇÃO DO ESTIMADOR ROBUSTO

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS				COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS			
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z
10019	0,000	1,165	-4,045	10019	-0,000	0,000	0,000
10017	-1,526	0,000	0,000	10017	-0,000	-0,000	-0,000
10010	0,480	-1,291	-0,139	10010	0,000	0,000	0,000
10013	0,000	-3,131	-0,000	10013	0,000	-0,000	0,000
10011	-1,086	3,515	0,000	10011	-0,000	0,000	-0,000

EXEMPLO Nº 8: Erros grosseiros nas coordenadas de terreno de três pontos de controle (erros de 2 a 3 metros conforme a tabela)

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS					COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS								
PONTO Nº	COORDENADA X	ERRO (m)	COORDENADA Y	ERRO (m)	COORDENADA Z	ERRO (m)	PONTO Nº	COORDENADA X	ERRO (mm)	COORDENADA Y	ERRO (mm)	COORDENADA Z	ERRO (mm)
10019	257652,02		7337396,34		922,14		10019	306,920		848,130		464,930	
10017	252853,46	3,00	7357783,82		947,52		10017	322,320		529,460		459,610	
10010	257852,49		7359151,90		1040,45		10010	722,190		684,288		489,352	
10013	255438,83		7390242,27	3,00	1033,96		10013	937,046		420,901		476,741	
10011	258279,90	2,00	7391151,52		1042,57		10011	1185,585		456,045		479,931	

RESÍDUOS RESULTANTES COM A ESTIMATIVA MÍNIMOS QUADRADOS

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS				COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS			
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z
10019	1,179	-0,636	-0,020	10019	0,036	0,038	0,032
10017	-0,757	-0,039	0,008	10017	-0,016	-0,007	-0,002
10010	0,213	-0,732	-0,012	10010	0,030	0,000	0,000
10013	-0,461	2,154	0,015	10013	-0,087	0,001	-0,000
10011	0,826	-0,745	0,010	10011	0,037	0,023	0,000

RESÍDUOS RESULTANTES COM A APLICAÇÃO DO ESTIMADOR ROBUSTO

COORDENADAS DE TERRENO EM METROS				COORDENADAS DA FAIXA EM MILÍMETROS			
PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z	PONTO Nº	COORDENADA X	COORDENADA Y	COORDENADA Z
10019	0,000	0,000	-0,000	10019	-0,000	0,000	0,000
10017	-2,948	-0,000	-0,000	10017	0,000	-0,000	0,000
10010	-0,179	-0,000	0,000	10010	0,000	-0,000	-0,000
10013	-0,000	2,954	0,000	10013	-0,000	-0,000	-0,000
10011	1,599	0,000	-0,000	10011	-0,000	0,000	0,000