

REPRESENTAÇÃO INTEGRADA DO
CAMPO DE GRAVIDADE NO BRASIL

Nelsi Côgo de Sá

IAG/USP - Departamento de Geofísica

Rua do Matão, 1226

05508-900 - SÃO PAULO - SP

SUMÁRIO

RESUMO

ABSTRACT

1. INTRODUÇÃO

2. DADOS UTILIZADOS

Modelo do geopotencial

Dados gravimétricos

Alturas geoidais Doppler

Componentes do desvio da vertical

3. MODELO MATEMÁTICO

Linearização de funcionais

4. CÁLCULO E REPRESENTAÇÃO DE COVARIÂNCIAS

Cálculo de covariâncias

Representação de covariâncias esféricas

5. METODOLOGIA

6. RESULTADOS E CONCLUSÕES

7. AGARDECIMENTOS

8. REFERÊNCIAS

RESUMO

As informações do campo de gravidade da Terra são usadas nos estudos da forma, da estrutura e dos processos dinâmicos que ocorrem no interior do planeta. A representação digital do campo constitui uma fase necessária para todas essas aplicações. Atualmente, a integração de dados heterogêneos através da colocação por mínimos quadrados é uma das técnicas mais utilizadas na representação do campo de gravidade tanto em escala global como regional. Neste trabalho, os dados geodésicos disponíveis no Brasil foram usados para a representação integrada do campo em termos de anomalias gravimétricas, alturas geoidais e componentes do desvio da vertical. O esferóide foi representado pelo modelo do potencial gravitacional OSU86F, truncado em grau e ordem 45. Constituíram os dados geodésicos cerca de 35.000 estações gravimétricas, 380 alturas geoidais Doppler e 630 componentes do desvio astro-geodésico da vertical. A função covariância foi modelada para as anomalias gravimétricas médias, reduzidas ao esferóide. A representação digital foi determinada sobre os pontos da distribuição geográfica regular com intervalo de $0,5^\circ$, para toda a extensão do Brasil. Esta resolução proporciona mapas em escala 1:5.000.000 para várias aplicações. Os mapas gravimétricos vêm sendo usados para caracterização das principais províncias tectônicas do Brasil. O geóide pode ser usado no nivelamento por satélite através do GPS em levantamentos geofísicos e geológicos.

ABSTRACT

The data of the Earth's gravity field are used in studying the shape, the structure, and the dynamic processes that occur in the interior of the planet. The digital representation is required for all these gravity applications. Today, the least squares collocation is one of the most used techniques in the combination of heterogeneous data for the gravity field representation in global and regional scales. In this work, all the geodetic data available in Brazil were used for the gravity field representation in terms of gravity anomalies, geoidal heights, and deflection of the vertical. The spheroid was computed from the gravitational potential model OSU86F up to degree and order 45. The geodetic data comprised 35,000 gravity observations, 380 Doppler-geoidal heights, and 630 components of the astro-geodetic deflection of the vertical. The covariance function was fitted to the covariances of the mean gravity anomalies reduced to the spheroid. The digital representation was computed for the points of the geographical gridding with $0,5^\circ$ interval all over the brazilian extent. This spatial resolution provides maps in 1:5,000,000 scale for many applications. The gravity maps are being used to characterize the major tectonic provinces, and the geoidal map can be used for the satellite levelling by GPS in geophysical and geological surveys.

1. INTRODUÇÃO

O campo de gravidade da Terra contém informações importantes para o conhecimento da forma, da estrutura e dos processos dinâmicos que ocorrem no interior do planeta.

Nos últimos anos, a coleta e a integração de dados geodésicos estão permitindo ampliar a resolução e a escala na representação do campo de gravidade, e suas aplicações vêm revelando novas interações da Geodésia com outras ciências (Vanícek & Krakiwsky, 1986; Lambeck, 1988).

A representação do campo de gravidade em termos de anomalias e gradientes gravimétricos, alturas geoidais e componentes do desvio da vertical constitui o objetivo principal da medição gravimétrica. Em escala global, ela é necessária para solução de problemas que envolvem áreas extensas como determinação de órbitas de satélites artificiais (Eissfeller, 1985), redução de dados obtidos nos levantamentos inerciais (Schwarz, 1985) e nas missões de altimetria por satélites (Haines et al., 1989), delimitação de estruturas tectônicas (Kaula, 1972), determinação de modelos de convecção do manto (Runcorn, 1967; McKenzie, 1977; Fu, 1989) assim como de densidade e viscosidade do interior da Terra (Moritz, 1990; Ricard & Bai, 1991). Em escala local, ela é essencial para a implantação de redes geodésicas visando o apoio cartográfico no mapeamento, levantamentos geofísicos e estudos das deformações (Vanícek & Krakiwsky, 1986), caracterização de províncias tectônicas e fontes intracrustais (Ussami et al., 1993) e interpretação geofísica aplicada à prospecção mineral e de petróleo (Nettleton, 1976). Menos óbvia, mas igualmente importante é a monitoração do campo de gravidade para estudos

geodinâmicos das deformações tectônicas e dos movimentos crustais como soerguimentos da crosta originados na deglaciação, predição de erupções vulcânicas e atividades sísmicas (McNut, 1990)

A representação do campo de gravidade em regiões extensas, sobretudo com peculiaridades geográficas, requer a combinação de dados heterogêneos em tipo e precisão. Os estudos para a solução desse problema iniciaram com Kaula (1963) e Moritz (1963). Os fundamentos matemáticos para a representação integrada do campo de gravidade através da colocação por mínimos quadrados foram desenvolvidos por Krarup (1969). A teoria foi ampliada por Moritz (1980), Sansò (1986) e Tscherning (1986).

Esta técnica vem sendo usada tanto em escala regional (Tscherning, 1983); Sunkel, 1987) como em escala local (Forsberg, 1981; Arabelos, 1989). No Brasil, ela foi usada para a descrição do campo de gravidade na Região Sudeste (Sá, 1988) e para o mapeamento gravimétrico regional em todo país (Sá et al., 1993).

Este trabalho amplia a representação do campo de gravidade em termos de anomalias gravimétricas, alturas geoidais e componentes do desvio da vertical à toda extensão do Brasil através da metodologia usada no Sudeste.

2. DADOS UTILIZADOS

Os dados geodésicos relacionados com o campo de gravidade, que foram usados para a representação integrada do campo de gravidade no Brasil são os seguintes:

- modelo do geopotencial,
- dados gravimétricos,
- alturas geoidais Doppler, e
- componentes do desvio da vertical.

Modelo do geopotencial

Atualmente, os modelos geopotenciais passaram a integrar os Sistemas Geodésicos de Referência (Moritz, 1980; Smith, 1988) e vem sendo usados como esferóides de referência para a representação do campo de gravidade.

Neste trabalho, o modelo OSU86F (Rapp & Cruz, 1986), truncado em grau e ordem 45, foi usado para a representação da componente determinística de todos os funcionais envolvidos no processamento. O modelo OSU86F foi escolhido basicamente por duas razões:

- os coeficientes de baixo grau são os mesmos do modelo GEM-L2 (Lerch et al., 1985), que era o mais representativo na época, e
- os coeficientes de alto grau foram calculados a partir de um grande número de dados gravimétricos, incluindo os do Brasil.

O campo de gravidade do modelo OSU86F foi expresso através do potencial anômalo

$$T(r,\phi,\lambda) = W(r,\phi,\lambda) - U(r,\phi,\lambda) \quad (2.1)$$

onde W representa o geopotencial e V o esferopotencial. Como o potencial centrífugo é igual tanto para a Terra real como para a terra teórica, ele desaparece no potencial anômalo. O potencial gravitacional da Terra real, desenvolvido em harmônicos esféricos, tem a expressão (Heiskanen &

Moritz, 1967)

$$V_w(r, \phi, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n \left(C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda \right) P_{nm}(\sin \phi) \right] \quad (2.2)$$

onde r , ϕ e λ são as coordenadas geocêntricas do ponto considerado, GM é a constante gravitacional geocêntrica, a é o raio equatorial médio, C_{nm} e S_{nm} são coeficientes totalmente normalizados do potencial da Terra real e $P_{nm}(\sin \phi)$ é o polinômio de Legendre associado de grau n e ordem m .

Analogamente, o potencial gravitacional da terra normal é expresso por

$$V_U(r, \phi) = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^{2n} J_{2n} P_{2n}(\sin \phi) \right] \quad (2.3)$$

onde J_{2n} são os coeficientes do potencial que integram o sistema geodésico de referência e $P_{2n}(\sin \phi)$ é o polinômio de Legendre de grau $2n$.

Como o potencial anômalo é o elemento fundamental na representação do campo de gravidade, a expressão (2.1) proporciona a componente determinística para todos os funcionais do campo a partir dos coeficientes de modelos geopotenciais. Assim, pode-se expressar a altura geoidal

$$N = L_N(T) = \frac{T}{\gamma} \quad (2.4)$$

a anomalia ar-livre

$$\Delta g = L_{\Delta g}(T) = - \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{r} T \quad (2.5)$$

e o desvio da vertical através das componentes meridiana e primeiro vertical

$$\xi = L_{\xi}(T) = - \frac{1}{r\gamma} \frac{\partial T}{\partial \phi} \quad (2.6)$$

e

$$\eta = L_{\eta}(T) = - \frac{1}{r\gamma \cos \phi} \frac{\partial T}{\partial \lambda} \quad (2.7)$$

onde γ é a gravidade teórica.

Dados gravimétricos

Os dados gravimétricos usados neste trabalho (Fig. 2.1) resultaram de levantamentos realizados por várias instituições (Sá et al., 1992) visando aplicações diversas. As estações gravimétricas são definidas por um conjunto de parâmetros que representam:

- a posição geográfica,
- a altitude ortométrica,
- a aceleração de gravidade, e
- os indicadores dos erros observacionais.

No Brasil, a Rede Gravimétrica Woollard (RGW) serviu de base para os levantamentos gravimétricos realizados até a adoção oficial da International Gravity Standardization Net 1971 (IGSN71). A mudança do sistema originou dois conjuntos de dados incompatíveis: um vinculado à

RGW (Woollard et al., 1967) e outro à IGSN71 (IAG, 1974). As medidas gravimétricas que tiveram como base a RGW foram reduzidas à IGSN71 através da Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira (RGFB), implantada a partir de 1975 (ON, 1987). A correção subtrativa de 15,0 mGal, adotada na transformação, foi calculada a partir das estações vinculadas simultaneamente à RGW e à IGSN71 através da RGFB (Sá & Blitzkow, 1986). As coordenadas e as altitudes das estações estão referidas ao Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) através das cartas topográficas editadas no Brasil e da rede de nivelamento do IBGE.

As anomalias gravimétricas ar-livre $\left(\Delta g_a\right)$ e Bouguer $\left(\Delta g_b\right)$ são expressas por (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$\Delta g_a = g - \frac{\partial \gamma}{\partial H} H - \gamma \quad (2.8)$$

$$\Delta g_b = \Delta g_a - 2\pi G\rho H - B + C \quad (2.9)$$

onde g é a gravidade observada, γ é a gravidade teórica calculada com a fórmula do Geodetic Reference System 1967 (GRS67), H é a altitude ortométrica, G é a constante universal da gravitação, ρ é a densidade média da crosta, B é a correção da curvatura terrestre e C é a correção topográfica. Os valores numéricos adotados para as constantes são:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \gamma}{\partial H} &= - 0,3086 \text{ mGal m}^{-1} \\ G &= 6,672 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-2} \\ \rho &= 2,67 \text{ g cm}^{-3} \end{aligned} \quad (2.10)$$

No cálculo da anomalia Bouguer não foi considerada a curvatura da Terra ($B=0$) nem a correção topográfica ($C=0$). As variâncias das anomalias são obtidas a partir das variâncias das observações

$$\sigma_{\Delta g_a}^2 = \sigma_g^2 + \left(C_a \sigma_H \right)^2 \quad (2.11)$$

e

$$\sigma_{\Delta g_b}^2 = \sigma_g^2 + \left(C_b \sigma_H \right)^2 \quad (2.12)$$

onde

$$C_a = \left| \frac{\partial \gamma}{\partial H} \right| \quad (2.13)$$

e

$$C_b = C_a - 2\pi G\rho = 0,1967 \text{ mGal m}^{-1} \quad (2.14)$$

A anomalia média ($\bar{\Delta g}$), representativa de uma quadrícula de área A , é expressa por (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$\bar{\Delta g} = \frac{1}{A} \int \Delta g \, dA \quad (2.15)$$

Na prática, esta integral é substituída pela soma

$$\bar{\Delta g} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta g_i \quad (2.16)$$

onde Δg_i representa anomalia observada ou anomalia média representativa.

de uma célula.

A variância da média expressa em (2.16) foi obtida pela propagação das variâncias da representação $\left(\sigma_r^2\right)$ e da observação $\left(\sigma_o^2\right)$ (Sá, 1988)

$$\sigma_{\Delta_g}^2 = \sigma_r^2 + \sigma_o^2 \quad (2.17)$$

Para evitar o inconveniente das concentrações isoladas de dados, o cálculo das anomalias médias para o Brasil foi efetuado em duas etapas. Na primeira, foram geradas por (2.16) e (2.17) as médias e as respectivas variâncias para todas as células de 10'x10' contendo pelo menos 3 estações gravimétricas. Na segunda, foram obtidas também por (2.16) e (2.17) as médias e as variâncias para as quadrículas de 1°x1° contendo pelo menos 3 células com médias calculadas na primeira etapa. Assim, foi gerado um arquivo contendo cerca de 550 anomalias médias para as regiões brasileiras com disponibilidade de dados gravimétricos. Para as regiões internas ainda vazias e para as regiões externas próximas da borda, foram usadas as anomalias médias determinadas por Rapp (1983).

Alturas geoidais Doppler

O posicionamento através do rastreamento de satélites artificiais, explorando o efeito Doppler, constituiu a técnica mais utilizada na implantação do apoio geodésico para fins cartográficos nas últimas décadas. No Brasil, ela foi usada com sucesso pela Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), no apoio geodésico para o mapeamento topográfico sistemático. A Região Amazônica, devido às peculiaridades florestais e topográficas, que dificultam o uso de

técnicas convencionais de posicionamento, constituiu a área de maior atuação do IBGE. O número de pontos posicionados sobre a rede de nivelamento (Fig. 2.1) é de aproximadamente 380 (IBGE, 1988a). O sistema de referência adotado no rastreamento de satélites e no posicionamento de pontos da superfície terrestre (X_s, Y_s, Z_s) é definido através das estações rastreadoras permanentes, de um modelo geopotencial e de parâmetros adicionais (Hoar, 1982). Teoricamente, com o uso do modelo geopotencial, a origem do sistema deveria coincidir com o geocentro. Mas, na prática, essa coincidência não ocorre e são necessários os parâmetros de translação

$$\begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,106 \text{ m} \\ -0,697 \text{ m} \\ -4,901 \text{ m} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

escala

$$\Delta = -0,604 \times 10^{-6} \quad (2.19)$$

e rotação

$$\begin{bmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,001'' \\ 0,005'' \\ -0,814'' \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

que foram calculadas com o ajustamento das observações obtidas no período

$$\sigma_{X,Y,Z} = \pm 1,5 \text{ para } p > 35$$

$$\sigma_{X,Y,Z} = \pm 2,0 \text{ para } 35 > p > 20$$

$$\sigma_{X,Y,Z} = \pm 2,5 \text{ para } 20 > p > 12$$

onde p representa o número de passagens úteis do satélite rastreado.

A relação entre as coordenadas cartesianas (X,Y,Z) e as geodésicas (φ,λ,h) é expressa por (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$X = (v + h)\cos\varphi\cos\lambda$$

$$Y = (v + h)\cos\varphi\sin\lambda$$

$$Z = \left[\frac{b^2}{a^2} v + h \right] \sin\varphi$$

(2.22)

onde v é a grande normal, a e b são os semi-eixos do elipsóide de referência e h é a altitude elipsoidal. As coordenadas geodésicas são calculadas pelo método iterativo. Com a latitude aproximada (φ_0) , expressa por

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{Z}{d} (1 - e^2)^{-1}$$

(2.23)

obtém-se a altitude elipsoidal aproximada (h_0)

$$h_0 = \frac{d}{\cos\varphi_0} - v_0$$

(2.24)

onde

$$\sigma_{X,Y,Z} = \pm 1,5 \text{ para } p > 35$$

$$\sigma_{X,Y,Z} = \pm 2,0 \text{ para } 35 > p > 20$$

$$\sigma_{X,Y,Z} = \pm 2,5 \text{ para } 20 > p > 12$$

onde p representa o número de passagens úteis do satélite rastreado.

A relação entre as coordenadas cartesianas (X,Y,Z) e as geodésicas (φ,λ,h) é expressa por (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$X = (v + h)\cos\varphi\cos\lambda$$

$$Y = (v + h)\cos\varphi\sin\lambda$$

$$Z = \left(\frac{b^2}{a^2} v + h \right) \sin\varphi$$

(2.22)

onde v é a grande normal, a e b são os semi-eixos do elipsóide de referência e h é a altitude elipsoidal. As coordenadas geodésicas são calculadas pelo método iterativo. Com a latitude aproximada (φ_0) , expressa por

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{Z}{d} (1 - e^2)^{-1}$$

(2.23)

obtém-se a altitude elipsoidal aproximada (h_0)

$$h_0 = \frac{d}{\cos\varphi_0} - v_0$$

(2.24)

onde

$$d = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (2.25)$$

Na segunda iteração, resulta

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{Z}{d} \left(1 - \frac{v_0}{v_0 + h_0} \right) \quad (2.26)$$

e

$$h_1 = \frac{d}{\cos\varphi_0} - v_0 \quad (2.27)$$

Repetindo este procedimento até que a diferença entre duas iterações consecutivas torne-se desprezível, obtém-se φ e h . Substituindo estas em (2.22), determina-se λ .

Conhecendo as altitudes elipsoidal e ortométrica de cada ponto, calcula-se facilmente a altura geoidal (N)

$$N = h - H \quad (2.28)$$

onde H é a altitude ortométrica, obtida através do nivelamento geométrico ou eventualmente trigonométrico

Componentes do desvio da vertical

As coordenadas astronômicas existentes no Brasil foram determinadas para o apoio geodésico no mapeamento. O IBGE e o Inter American Geodetic Survey (IAGS) determinaram as coordenadas geográficas em cerca de 400

pontos que são vértices da triangulação, utilizando os métodos clássicos de Sterneck ou de Horrebaw-Talcott para a latitude e o das passagens meridianas para a longitude (IBGE, 1987). Foram aplicadas as seguintes correções no cálculo da latitude: ao movimento do polo, à curvatura da linha de prumo e à excentricidade. E no cálculo da longitude: ao movimento do polo e à excentricidade. O Instituto Geográfico e Geológico do Estado de São Paulo (IGG) determinou as coordenadas geográficas em cerca de 320 pontos, usando o método de Sterneck para a latitude e o de Zinger para a longitude (IGG, 1953). Entre estes, 40 pontos possuem coordenadas geodésicas extraídas de cartas em escala 1:25.000 (Taliberti & Gabrielli, 1966) e 190 de cartas mais recentes em escala 1:50.000. As coordenadas geodésicas dos 630 pontos (Fig. 2.1), originalmente vinculadas ao DATUM Córrego Alegre, foram transformadas para o atual DATUM do SGB através de fórmulas diferenciais (Heiskanen & Moritz, 1967). As diferenças entre as coordenadas do vértice CHUÁ referidas aos dois DATA são (IBGE, 1983)

$$\begin{aligned}
 \Delta\varphi &= \varphi_B - \varphi_C = 0,5723'' \\
 \Delta\lambda &= \lambda_B - \lambda_C = 0,1931'' \\
 \Delta h &= h_B - h_C = 0
 \end{aligned}
 \tag{2.29}$$

onde o índice B indica coordenadas no atual DATUM do SGB e c indica coordenadas no DATUM Córrego Alegre. As diferenças entre os parâmetros elipsoidais recomendados pelo IBGE (1983) são:

$$\Delta a = a_{1967} - a_{1924} = -228 \text{ m} \quad (2.30)$$

$$\Delta f = f_{1967} - f_{1924} = -0.141115 \times 10^{-4}$$

Para a determinação das coordenadas geocêntricas, referidas ao GRS80, foram usados os parâmetros de translação (IBGE, 1988b)

$$\begin{aligned} T_x &= -64,97 \text{ m} \\ T_y &= +3,25 \text{ m} \\ T_z &= -42,53 \text{ m} \end{aligned} \quad (2.31)$$

O desvio astro-geodésico da vertical no sistema geocêntrico é expresso pelas componentes meridiana e primeiro vertical

$$\xi = \Phi - \varphi \quad (2.32)$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda)\cos\varphi$$

onde Φ e Λ representam a latitude e a longitude astronômicas, φ e λ a latitude e a longitude geodésicas, respectivamente.

3. MODELO MATEMÁTICO

A medição geodésica envolve grandezas geométricas (distâncias e ângulos) e grandezas físicas (potencial e gravidade) no exterior das

massas terrestres. Isto significa que as medidas geodésicas dependem:

- da posição de pontos, e
- do campo de gravidade.

Esta dependência funcional pode ser expressa matematicamente por

$$\mathbf{m} = \mathbf{F}(\mathbf{Y}, \mathbf{W}) \quad (3.1)$$

onde \mathbf{m} é o vetor das medidas, \mathbf{Y} é o vetor dos parâmetros e \mathbf{W} é o geopotencial.

Na terminologia da análise funcional, \mathbf{F} representa um funcional não linear de \mathbf{Y} e \mathbf{W} . Para \mathbf{Y} , \mathbf{F} é uma função contínua e para \mathbf{W} é uma função com derivadas contínuas, que pode envolver também integração.

Linearização de funcionais

O resultado que se obtém na medição geodésica, sintetizado em (3.1), representa, um sistema de equações funcionais do tipo

$$\begin{aligned} m_1 &= F_1(\mathbf{Y}, \mathbf{W}) \\ m_2 &= F_2(\mathbf{Y}, \mathbf{W}) \\ m_3 &= F_3(\mathbf{Y}, \mathbf{W}) \\ &\vdots \\ m_q &= F_q(\mathbf{Y}, \mathbf{W}), \end{aligned} \quad (3.2)$$

onde o vetor dos parâmetros (\mathbf{Y}) e a função potencial (\mathbf{W}) são as incógnitas.

A resolução do sistema (3.2) torna-se mais simples quando o modelo

matemático é linearizado. Para isso, adotam-se os valores aproximados X_0 e U , tais que

$$Y = X_0 + X \quad (3.3)$$

$$W = U + T$$

e as diferenças

$$X = Y - X_0 \quad (3.4)$$

$$T = W - U$$

sejam suficientemente pequenas para assegurar a convergência rápida da aproximação.

Com isso, o modelo matemático (3.1) toma a forma

$$m = F(X_0 + X, U + T) \quad (3.5)$$

Introduzindo esta expressão na aproximação linear da fórmula de Taylor, encontra-se

$$m = F(X_0, U) + a^T X + LT \quad (3.6)$$

onde L é um funcional linear e

$$\mathbf{a}_k = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Y}_k} (\mathbf{X}_o, \mathbf{U}) \quad (3.7)$$

Para

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^T \\ \mathbf{a}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{a}_q^T \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 \\ \mathbf{L}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{L}_q \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

e

$$\mathbf{l} = \mathbf{F}(\mathbf{Y}, \mathbf{W}) - \mathbf{F}(\mathbf{X}_o, \mathbf{U}) \quad (3.10)$$

obtém-se o modelo linearizado

$$\mathbf{l} = \mathbf{AX} + \mathbf{BT} \quad (3.11)$$

Este modelo representa dados exatos. Mas, na prática, existem erros

observacionais ou ruídos (\mathbf{n}), que devem ser incluídos e, neste caso, resulta a forma geral

$$\mathbf{l} = \mathbf{AX} + \mathbf{BT} + \mathbf{n} \quad (3.12)$$

para a representação integrada do potencial anômalo.

Colocação por mínimos quadrados

O problema da representação do campo de gravidade, a partir de dados heterogêneos, expresso em (3.12), através da condição de unicidade

$$\alpha \langle \mathbf{T}, \mathbf{T} \rangle + \beta \mathbf{n}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{n} = \text{mínimo}, \quad (3.13)$$

tem solução expressa analiticamente por (Moritz, 1980)

$$\hat{\mathbf{X}} = \left[\mathbf{A}^T (\beta \mathbf{C} + \alpha \mathbf{D})^{-1} \mathbf{A} \right]^{-1} \mathbf{A}^T (\beta \mathbf{C} + \alpha \mathbf{D})^{-1} \mathbf{l} \quad (3.14)$$

e

$$\hat{\mathbf{T}} = (\beta \mathbf{BK})^T (\beta \mathbf{C} + \alpha \mathbf{D})^{-1} (\mathbf{l} - \mathbf{AX}) \quad (3.15)$$

onde α e β são parâmetros numéricos, \mathbf{K} é o núcleo do espaço de Hilbert, \mathbf{C} e \mathbf{D} são matrizes simétricas definidas positivas. Dependendo do que se adota para os parâmetros, o núcleo e as matrizes, a solução geral assume formas particulares e admite interpretações distintas.

A colocação por mínimos quadrados constitui o caso particular em que

T é considerado um processo estocástico. Isto proporciona interpretações estatísticas para as normas do potencial anômalo e do erro observacional.

A idéia da interpretação estatística dos elementos do campo anômalo iniciou com Graff-Hunter (1935). Mas, coube a Hirvonen (1956) iniciar a fase que se notabilizou pela análise estatística do campo anômalo (Kaula, 1959), pelas aplicações geodésicas dos processos estocásticos (Moritz, 1963; Kaula, 1963) e pela utilização de funcionais na determinação do potencial anômalo (Krarup, 1969), originando a colocação com núcleos genéricos na terminologia de Moritz (1980).

A colocação por mínimos quadrados é aquela que minimiza as variâncias dos parâmetros $\left(\sigma_x^2\right)$ e do potencial anômalo $\left(\sigma_T^2\right)$, isto é,

$$\sigma_x^2 = \text{mínimo} \quad (3.16)$$

$$\sigma_T^2 = \text{mínimo} \quad (3.17)$$

Estas condições de mínimo são satisfeitas por (3.14) e (3.15) através de (3.16) e (3.17) se (Moritz, 1980)

- os parâmetros forem unitários

$$\alpha = \beta = 1 \quad (3.18)$$

- a função que representa o núcleo é igual à função covariância do sinal

$$K(P,Q) = C\left(T_P, T_Q\right) = C_{tt} \quad (3.19)$$

- a matriz peso é igual à matriz das covariâncias do ruído

$$C\left(n_P, n_Q\right) = C_{nn} \quad (3.20)$$

Assim, com (3.19) e (3.20) pode-se escrever

$$C\left(T_P, T_Q\right) + C\left(n_P, n_Q\right) = C_{tt} + C_{nn} = C \quad (3.21)$$

$$BK = C_{st} \quad (3.22)$$

$$t = BT \quad (3.23)$$

e

$$s = \begin{bmatrix} t \\ u \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

onde t e u representam os vetores dos sinais conhecidos e desconhecidos, respectivamente. Nestas condições, o modelo matemático da colocação por mínimos quadrados tem a forma geral

$$l = AX + s + n \quad (3.25)$$

Como a componente determinística, neste caso, foi representada pelo

modelo OSU86F, a expressão (3.25) se reduz ao modelo não paramétrico ($X=0$), expresso por

$$l = s + n \quad (3.26)$$

A solução para o vetor dos sinais e a respectiva variância são dadas por (Moritz, 1980)

$$\hat{s} = C_{st}^{-1} (l - AX) \quad (3.27)$$

$$\sigma_s^2 = C_{ss} - C_{st}^{-1} C_{ts} \quad (3.28)$$

onde as matrizes covariâncias são obtidas através de funções ajustadas às covariâncias amostrais.

4. CÁLCULO E REPRESENTAÇÃO DE COVARIÂNCIAS

A colocação por mínimos quadrados requer as covariâncias de todos os dados envolvidos na aproximação. Teoricamente, qualquer tipo de dado do campo de gravidade pode ser usado para a obtenção das covariâncias. Mas, como a quantidade e a distribuição geográfica dos dados são importantes nos processos de amostragem, as anomalias gravimétricas são geralmente usadas por constituírem a maior população e a distribuição geográfica mais homogênea dos dados atualmente disponíveis.

Assim, representando a anomalia observada (Δg) através das componentes

determinística (Δg^d) e estocástica (Δg^r) , tem-se

$$\Delta g = \Delta g^d + \Delta g^r \quad (4.1)$$

onde a componente determinística é dada por (2.5) combinada com (2.2) e (2.3) através de (2.1).

A componente estocástica, na realidade, é a combinação do sinal (Δg^s) e do ruído (Δg^n) resultante dos erros observacionais e dos erros de aproximação das correções adotadas às observações

$$\Delta g^r = \Delta g^s + \Delta g^n \quad (4.2)$$

Para distribuições geográficas apropriadas, as covariâncias amostrais podem ser calculadas pelo método direto. Assim, as covariâncias entre n elementos amostrais da componente estocástica

$$\Delta g^r = \left\{ \Delta g_1^r, \Delta g_2^r, \dots, \Delta g_n^r \right\} \quad (4.2)$$

são dadas pelo operador média

$$C(\psi_k) = \text{cov}(\Delta g_i^r, \Delta g_j^r) = M \left\{ \Delta g_i^r \Delta g_j^r \right\} \quad (4.3)$$

e obtidas numericamente por

$$C(\psi_k) = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Delta g_i^r \Delta g_j^r \quad (4.4)$$

onde k é o índice de classificação segundo as distâncias. Assim, $C(\psi_k)$ representa a média dos produtos dos elementos existentes em pontos que estão à distância ψ_{ij} tal que

$$\psi_k - \frac{\Delta\psi}{2} \leq \psi_{ij} \leq \psi_k + \frac{\Delta\psi}{2} \quad (4.5)$$

e $\Delta\psi$ é o intervalo de distância das classes.

A expressão (4.4) proporcionam covariâncias em função apenas da distância relativa ψ , o que significa covariâncias isotrópicas. Na prática, estas são de maior interesse devido à simplicidade de cálculo. Mas, é necessário fixar a distância para a qual se pode supor isotropia, o que pode ser feito através da simetria das covariâncias bidimensionais em relação ao eixo das covariâncias (Sá, 1988).

Funções covariâncias esféricas

Como o cálculo de covariâncias pelos processos de amostragem em geral é lento, sobretudo para distribuições irregulares, ele é efetuado somente para a obtenção de covariâncias amostrais, às quais se ajustam modelos matemáticos apropriados à colocação por mínimos quadrados. Para covariâncias homogêneas e isotrópicas, os modelos são relativamente simples e caracterizam-se por três parâmetros (Fig. 4.1) que, segundo a terminologia de Moritz (1980) são: a variância $\left[C_0\right]$, a distância de correlação $\left[\psi_1\right]$ e o parâmetro de curvatura $\left[\chi\right]$. Este, obtido a partir da variância do gradiente horizontal $\left[G_0\right]$.

O modelo mais usado para a representação de covariâncias sobre a esfera é o de Tscherning & Rapp (1974), expresso por

$$C(\psi) = \sum_{n=2}^N \sigma_n \left(\frac{R_B^2}{r_P r_Q} \right)^{n+2} P_n(\cos\psi) + \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{A(n-1)}{(n-2)(n+B)} \left(\frac{R_B^2}{r_P r_Q} \right)^{n+2} P_n(\cos\psi) \quad (4.6)$$

onde σ_n representa a variância de grau do erro contido no modelo do geopotencial, adotado na representação da componente determinística

$$\sigma_n = \sum_{m=0}^n \left(c_{nm}^2 + s_{nm}^2 \right) \quad (4.7)$$

com

$$c_{nm} = \bar{C}_{nm(\text{real})} - \bar{C}_{nm(\text{calc})} \quad (4.8)$$

e

$$s_{nm} = \bar{S}_{nm(\text{real})} - \bar{S}_{nm(\text{calc})} \quad (4.9)$$

Na prática, entretanto, esses erros são desconhecidos. A alternativa é substituí-los pelos erros padrões dos coeficientes ou, faltando estes, omiti-los no modelo (4.6).

Os parâmetros essenciais C_0 , ψ_1 e G_0 definem as características locais do campo e são relacionados ao modelo (4.6) através das variáveis

$$A, B, \frac{R_B^2}{r_P r_Q} \text{ e } N$$

Neste caso, duas delas são fixas. O número de variâncias de grau a ser

subtraído é dado pelo grau de truncamento adotado no modelo (N=45). A variável B, que descreve a estrutura da variância de grau, não pode ser obtida a partir de dados locais. Assim, usou-se o valor numérico (B=24), determinado por Tscherning & Rapp (1974) a partir de dados globais. Omitindo os erros no modelo do potencial e adotando-se a aproximação esférica usual, a expressão (4.6) toma a forma

$$C(\psi) = A \sum_{n=46}^{\infty} c_n^*(\Delta g, \Delta g) s^{n+2} P_n(\cos \psi) \quad (4.10)$$

onde

$$c_n^*(\Delta g, \Delta g) = \frac{n-1}{(n-2)(n+24)} \quad (4.11)$$

$$s = \frac{R_B^2}{r_P r_Q} \doteq \left(\frac{R_B}{R} \right)^2 \quad (4.12)$$

e

$$R_B = R - \Delta R \quad (4.13)$$

Portanto, a determinação do modelo para representação de covariâncias se traduz no cálculo de A e s a partir de C_0 , G_0 e ψ_1 .

Os dados gravimétricos disponíveis atualmente no Brasil ainda são insuficientes para uma aproximação simultânea de todos os parâmetros do modelo expresso em (4.10). A inexistência de dados gradiométricos, por exemplo, dificulta a obtenção do parâmetro de curvatura. Mas, o cálculo de A e s em (4.10) a partir de C_0 e ψ_1 torna-se relativamente simples, pois A independe de ψ_1 e depende linearmente de C_0 . Assim, calcula-se s

para ψ_1 com um valor arbitrário de A, por exemplo, com A=1. Para isso, é conveniente escrever a expressão de s na forma

$$s = \left(\frac{R_B}{R} \right)^2 = \left(\frac{R - \Delta R}{R} \right)^2 \quad (4.14)$$

e representar ΔR em função de ψ_1 através do polinômio

$$\Delta R = 0,189396 - 0,041128 \psi_1 + 0,003498 \psi_1^2 \quad (4.15)$$

onde os coeficientes são calculados pelo método dos mínimos quadrados. Logo, a partir de ψ_1 , obtém-se s para os dados considerados.

A determinação de A consiste no cálculo de um fator F tal que

$$C(\psi) = AF|_{\psi=0} \quad (4.16)$$

Comparando esta com a expressão (4.10), encontra-se o fator

$$F = \sum_{n=46}^{\infty} \sigma_n^*(\Delta g, \Delta g) s_n^{n+2} P_n(\cos \psi) \quad (4.17)$$

e, conseqüentemente, a fórmula para A

$$A = \frac{C_0}{F} \quad (4.18)$$

A Fig. 2.1. mostra a inexistência de dados gravimétricos em grandes áreas, sobretudo do Norte e Centro Oeste, o que inviabiliza a obtenção de covariâncias bidimensionais para a verificação da isotropia

em toda a extensão do país. A verificação para o Sudeste do Brasil (15° - 25°S e 40° - 55°W) mostra que para anomalias médias em quadriculas de 1°x1° as covariâncias são aproximadamente isotrópicas (Sá, 1988).

A componente estocástica (Δg^r) foi obtida por (4.1) e as covariâncias unidimensionais $C(\psi_k)$ foram calculadas por (4.4). Com os parâmetros essenciais correspondentes, C_0 e ψ_1 , foram calculados s e A , para a representação de $C(\psi_k)$.

Para aumentar a precisão e reduzir o tempo computacional no cálculo das covariâncias, são usadas as fórmulas finitas (Sá, 1988) equivalentes a (4.6). A Fig.4.2 mostra o gráfico das covariâncias obtidas com função modelada para o Brasil.

A função covariância do potencial anômalo, que também depende desses parâmetros, tem a forma

$$K(\psi) = R_B^2 \sum_{n=2}^N \frac{\sigma_n}{(n-1)^2} s^{n+2} P_n(\cos\psi) + R_B^2 \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{c_n}{(n-1)^2} s^{n+2} P_n(\cos\psi) \quad (4.19)$$

com

$$c_n = A c_n^* \quad (4.20)$$

Assim, pela lei de propagação das covariâncias (Moritz, 1980),

$$\text{cov}(L_i(P), L_j(Q)) = L_i(P) L_j(Q) K(\psi) \quad (4.21)$$

obtem-se as covariâncias para todos os funcionais envolvidos.

5. SISTEMÁTICA DE APLICAÇÃO

A representação do campo de gravidade, combinando dados heterogêneos, consiste basicamente em

- determinar a função aproximante \hat{T} a partir de funcionais lineares $L \left(L_{\Delta g}, L_N, L_{\xi}, L_{\eta} \right)$ aplicados a T , e
- calcular o campo de gravidade $g \left(\hat{\Delta g}, \hat{N}, \hat{\xi}, \hat{\eta} \right)$ através de funcionais lineares L aplicados a \hat{T} .

Como o esferóide de referência foi representado pelo modelo OSU86F, truncado em grau e ordem 45, o potencial anômalo estimado no ponto P é expresso por (Fig.5.1)

$$\hat{T}(P) = T_M(P) + \hat{T}_r(P) \quad (5.1)$$

onde T_M é a componente esferoidal obtida pelos coeficientes do modelo através de (2.1) e \hat{T}_r é a componente residual. O potencial residual no ponto P e a respectiva variância são obtidos por (3.27) e (3.28)

$$\hat{T}_r(P) = C_{P_i}^T C^{-1} C_{P_j} \quad (5.2)$$

$$\sigma_{T_r}^2 = C_{L,L} - C_{P_i}^T C^{-1} C_{P_j} \quad (5.3)$$

onde as covariâncias

$$C = \text{cov}\left(L_i(T_r), L_j(T_r)\right) + \sigma_{ij}^2 \quad (5.4)$$

$$C_{iP} = \text{cov}\left(L_i(T_r), T_r(P)\right) \quad (5.5)$$

$$C_{Pj} = \text{cov}\left(T_r(P), L_j(T_r)\right) \quad (5.6)$$

e a variância

$$C_{L,L} = \text{var}(L,L) \quad (5.7)$$

são obtidas pela propagação das covariâncias, calculadas pelas fórmulas finitas equivalentes a (4.19), ajustadas aos parâmetros determinados para as covariâncias amostrais.

Com o valor estimado \hat{T}_r , calcula-se \hat{T} por (5.1) e, com este, obtém-se respectivamente por (2.4), (2.5), (2.6) e (2.7)

$$\hat{N} = L_N(\hat{T}) \quad (5.8)$$

$$\hat{\Delta g} = L_{\Delta g}(\hat{T}) \quad (5.9)$$

$$\hat{\xi} = L_{\xi}(\hat{T}) \quad (5.10)$$

$$\hat{\eta} = L_{\eta}(\hat{T}) \quad (5.11)$$

Para um grande volume de dados, a colocação por mínimos quadrados tem

o inconveniente da morosidade computacional por envolver a inversão da matriz covariância (C), que é completa e tem dimensões iguais ao número de dados envolvidos no processamento. Para evitar esta dificuldade, originada pela grande extensão do Brasil, a área foi dividida em compartimentos quadrados, com sobreposição nas bordas. Assim, o número de dados, usados simultaneamente, se reduz ao dos compartimentos onde se processa a representação. As dimensões dos compartimentos são fixadas em função da distância de correlação da função covariância e da distribuição geográfica dos dados disponíveis.

No processamento realizado com os dados do Brasil, as dimensões dos compartimentos (Fig.5.2) foram fixadas em 6° para anomalias gravimétricas médias e alturas geoidais, 4° para componentes do desvio da vertical e 2° para a representação integrada. Este esquema, adotado nas quadrículas de $2^\circ \times 2^\circ$ que integram o território brasileiro, proporcionou modelos digitais com resolução de 0.5° , para todos os elementos do campo de gravidade, e permitiu a comparação dos valores estimados nos pontos comuns das quadrículas adjacentes.

6. RESULTADOS E CONCLUSÕES

A representação do campo de gravidade no Brasil foi realizada sobre os pontos de uma distribuição geográfica regular com intervalo de $0,5^\circ$ em latitude e longitude. Na integração dos dados geodésicos, efetuada através da colocação por mínimos quadrados, foi usado o esferóide obtido com modelo OUS86F, truncado em grau e ordem 45.

Com os modelos digitais determinados neste processamento, foram construídos os mapas da anomalia gravimétrica ar-livre (Fig.6.1), da altura geoidal (Fig.6.2) e do desvio da vertical em termos das componentes meridiana (Fig.6.3) e primeiro vertical (Fig.6.4).

Para comparação, a representação do campo foi efetuada também nos pontos das observações. Os resíduos entre os valores observados e os calculados foram representados na forma de histogramas para a anomalia ar-livre (Fig.6.5), a altura geoidal (Fig.6.6) e as componentes meridiana (Fig.6.7) e primeiro vertical (Fig.6.8). Os parâmetros estatísticos calculados para esses resíduos estão na Tabela 6.1.

O geóide obtido através da colocação por mínimos quadrados (N_c) foi comparado com o geóide gravimétrico determinado pela integral de Stokes (N_s) , generalizada para um esferóide de alto grau (Sá, 1993). As diferenças entre as alturas geoidais $(\Delta N = N_s - N_c)$, calculadas para um conjunto de pontos com distribuição geográfica regular, foram representadas através e de histograma (Fig.6.9) e parâmetros estatísticos (Tabela 6.2).

Os parâmetros estatísticos permitem avaliar alguns aspectos importantes relacionados com a técnica e os dados utilizados na representação. Estes aspectos são:

- a) Os resíduos relativamente grandes da anomalia ar-livre ocorrem de forma isolada, pois a média e o desvio padrão são coerentes com as características do campo de gravidade no Brasil. A causa de alguns resíduos anormais está na insuficiência de dados gravimétricos para o cálculo das anomalias médias nessas quadrículas.
- b) Os resíduos das alturas geoidais, apesar de não ocorrerem de forma

isolada, como indicam a média e o desvio padrão, são semelhantes aos encontrados em outros países como, por exemplo, Canadá (Vaníček et al., 1987). O desvio padrão aparentemente grande de N_{OC} pode ser explicado pela inclusão de alguns pontos Doppler processados com efemérides transmitidas, e também pelo uso de algumas altitudes ortométricas obtidas pelo nivelamento trigonométrico.

c) As componentes do desvio da vertical apresentam resíduos semelhantes, exceto para as médias em que há uma componente sistemática considerável em η_{OC} .

d) Os resíduos N_{SC} mostram coerência entre os geóides comparados. Apesar de terem sido determinados a partir de dados e esferóides diferentes, a componente sistemática e a dispersão são pequenas. Alguns resíduos aparentemente grandes decorrem da comparação de geóides com diferentes resoluções espaciais ($0,5^\circ$ para N_s e 1° para N_c)

A parte dominante do erro padrão obtido para as alturas geoidais corresponde à componente global produzida pelo modelo geopotencial. Isto significa que o erro padrão das alturas geoidais relativas, de grande interesse para a determinação da altitude ortométrica através do GPS, é inferior a 50 cm e satisfaz os limites do erro admissível em vários trabalhos de mapeamento topográfico e de levantamentos geofísicos.

A metodologia usada neste trabalho para a representação do campo de gravidade constitui uma estratégia que pode ser aplicada em grande parte do Brasil e fornecer uma precisão para as alturas geoidais compatível com a do nivelamento.

AGRADECIMENTOS

Agradeço as instituições que forneceram dados gravimétricos, o IBGE pelos dados geodésicos e o apoio nos levantamentos gravimétricos, C.C. Tscherning pelo programa GEOCOL de sua autoria, R.H. Rapp pelos coeficientes do modelo OSU86F e pelas anomalias gravimétricas médias, D. Blitzkow pela contribuição enquanto fomos colegas no IAG, e C. Gemael pelas discussões e o constante incentivo.

Este trabalho contou com o apoio do CNPq, da FAPESP e do PADCT/FINEP.

REFERÊNCIAS

- ARABELOS, D. -1989- Gravity approximation in the area of Greece with emphasis on local characteristics. *Bull. Geod.* **63**(1): 69-84.
- BOUCHER, C. & ALTAMIMI, Z. -1985- Towards an improved realization of the BIH terrestrial frame. *Proc. International Conference on Earth Rotation and the Terrestrial Reference Frame*. Columbus 1: 551-564.
- EISSFELLER, B. -1985- Orbit improvement using local gravity field information and least squares prediction. *Manuscr. Geod.* **10**: 91-101.
- FORSBERG, R. & TSCHERNING, C.C. -1981- The use of height data in gravity field approximation by collocation. *J. Geophys. Res.* **86**(B9): 7843-7854.
- FU, R.S. -1989- Plate motions, Earth's geoid anomalies, and mantle convection. In *Slow deformation and transmission of stress in the Earth* (S.Cohen & P.Vaníček eds.). Geophysical Monograph **49**: 47-54.

- FUKUDA, Y. & SEGAWA, J. -1991- Derivation of the most reliable geoid in the area of Japan and some comments on the variability of the sea surface topography. In *Determination of the geoid, present and future* (R.H. Rapp & F. Sanzò eds). Springer-Verlag, New York, pp: 191-200.
- GEMAEL, C. -1981- *Referenciais cartesianos utilizados em Geodésia* Publ. do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná , Curitiba, 69 pp.
- GRAFF-HUNTER, J.de -1935- The figure of the Earth from gravity observations and the precision obtainable. *Phil. Trans. Roy. Soc. London, A, 234: 377-431.*
- HAINES, B.J.; BORN, G.H.; MARSH, J.G. & WILLIAMSON, R.G. -1989- A summary of precise orbit computation for the GEOSAT exact repeat mission. *Technical Digest 10(4): 393-404.* John Hopkins. APL.
- HEISKANEN, W.A. & MORITZ, H. -1967- *Physical Geodesy*, Freeman, San Francisco, 364 pp.
- HIRVONEN, R.A. -1956- On the precision of the Gravimetric determination of the Geoid. *EOS Trans. Am. Geophys. Union, 37: 1-8.*
- HOAR, G.J. -1982- *Satellite Surveying*. Publ. by Magnavox Advanced Products and Systems Company, California, 146 pp
- IAG (International Association of Geodesy) -1971- Geodetic Reference System 1967. *Bull. Geod. Publication Speciale n° 3*, Bureau Central, Paris, 115 pp.
- IAG (International Association of Geodesy) -1974- The International Gravity Standardization Net 1971. *Bull. Géod. Special Publication n° 4*, Paris, 194 pp.
- IAG (International Association of Geodesy) -1980- The Geodesist's Book.

- Ed. I. I. Mueller, *Bull. Geod.* 54(3): 394-408.
- IBGE (Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) -1983-
Boletim de Serviço 1602. Resolução PR no. 22. Rio de Janeiro, 11 pp.
- IBGE (Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) -1987-
Coordenadas astronômicas e geodésicas do Brasil. *Relatório Interno*.
Rio de Janeiro.
- IBGE (Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) -1988a-
Coordenadas cartesianas geocêntricas obtidas com rastreamento de
satélite artificiais explorando o efeito Doppler. *Relatório Interno*.
Rio de Janeiro.
- IBGE (Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) -1988b-
Parâmetros para transformação de Sistemas Geodésicos. Resolução
PR-32/88 anexo II, Rio de Janeiro, 4 pp.
- IGG (Instituto Geográfico e Geológico do Estado de São Paulo) -1953-
Coordenadas geográficas de locais do Estado de São Paulo. *Boletim n.º*
34. São Paulo, 21 pp.
- KAULA, W.M. -1959- Statistical and harmonic analysis of gravity. *J.*
Geophys. Res. 64(12): 2401-2421.
- KAULA, W.M. -1963- Determination of the Earth's gravitational field. *Rev.*
Geophys. 1(4): 507-551.
- KAULA, W.M. -1972- Global gravity and tectonics. In *The Nature of the*
Solid Earth (E.C. Robertson ed). McGraw-Hill, pp: 385-405
- KRARUP, T. -1969- *A contribution to the mathematical foundation of*
physical geodesy. Publ. n.º 44, Danish Geodetic Inst., Copenhagen, 80
pp.
- LAMBECK, K. -1988- *Geophysical Geodesy: The slow deformation of the*

- Eearth*. Clarendon Press, Oxford, 718 pp.
- LERCH, F.J.; KLOSKO, S.M.; PATEL, G.B. & WAGNER, C.A. -1985- A gravity model for crustal dynamics (GEM-L2). *J. Geophys. Res.* **90**(B11): 9312-9334.
- MCKENZIE, D. -1977- Surface deformation, gravity anomaly and convection. *Geophys. J. R. Astron. Soc.* **48**: 211-238.
- MCNUT, M. -1990- If only we had better gravity data. In *Geodesy in the year 2000*. National Academy Press, Washington, pp: 53-84
- MORITZ, H. -1963- Interpolation and prediction of point gravity anomalies. *Annales Academiae Scientiarum Fennicae, A, III*, **69**: 32 pp.
- MORITZ, H. -1980- *Advanced Physical Geodesy*. Abacus Press, Wichmann, 500 pp.
- MORITZ, H. -1990- *The figure of the Earth: theoretical geodesy and Earth's interior*. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe, 279 pp.
- NETTLETON, L.L. -1976- *Gravity and magnetic in oil prospecting*. McGraw-Hill, New York, 464 pp.
- ON (Observatório Nacional) -1987- Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira. *Pub. do ON - Departamento de Geofísica*. Rio de Janeiro, 419 pp
- RAPP, R.H. -1983- The development of the January 1983 1°x1° mean free-air anomaly data tape. Internal Report of the Ohio State University, Columbus, 58 pp.
- RAPP, R.H. & CRUZ, J.Y. -1986- The representation of the Earth's gravitational potential in spherical harmonic expansion to degree 250. *Report n° 372. The Ohio State University*, Columbus, 64 pp.
- RICARD, Y. & BAI, W. -1991- Inferring the viscosity and the 3-D density

- structure of the mantle from geoid, topography and plate velocity. *Geophys. J. Int.* **105**: 562-571.
- RUNCORN, S.R. -1967- Flow in the mantle inferred from the low degree harmonics of the potential. *Geophys. J. R. Astron. Soc.* **14**: 375-384.
- SÁ, N.C.de & BLITZKOW, D. -1986- Uma tentativa de homogeneizar os dados gravimétricos existentes no Brasil. *Rev. Bras. Geofis.*, **4**(2): 73-77.
- SÁ, N.C.de -1988- Modelos estatísticos e representação integrada do campo de gravidade no Brasil. *Tese de Doutorado*, IAG/USP, São Paulo, 240 pp.
- SÁ, N.C.de; USSAMI, N. & MOLINA, E.C. -1992- Mapa gravimétrico do Brasil: modelos gravimétricos digitais ar-livre e Bouguer. *Relatório Técnico*. IAG/USP, São Paulo, 47 pp.
- SÁ, N.C.de; USSAMI, N. & MOLINA, E.C. -1993- Gravity map of Brazil 1. Representation of free-air and Bouguer anomalies *J. Geophys. Res.* **98**(B2): 2187-2198
- SANZÒ, F. -1986- Statistical methods in physical geodesy. In *Mathematical and Numerical techniques in physical geodesy* (H. Sunkel ed). Springer-Verlag, New York, pp: 49-155.
- SCHWARZ, K.P. -1985- A unified approach to post-mission processing of inertial data. *Bull. Geod.* **59**(1): 33-54.
- SMITH, R.W. -1988- Department of Defense World Geodetic System (WGS84) - Its definition and relationship with local geodetic systems. *Report 8350.2, Defense Mapping Agency*, Washington, D.C.
- SUNKEL, H.; BARTELME, N.; FUCHS, H.; HANAFY, M.; SCHUH, D. & WIESER, M. -1987- The gravity field in the Austria. *Publication IV Institute of Theoretical Geodesy*. Technical University of Graz, Graz,

125 pp.

- TALIBERTI, L. & GABRIELLI, A. -1966- Contribuição para o estudo do desvio da vertical no Brasil. *Publ. do Instituto Geográfico e Geológico do Estado de São Paulo*, São Paulo, 7 pp.
- TSCHERNING, C.C. & RAPP, R.H. -1974- Closed Covariances expressions for gravity anomalies, geoid undulation and deflections of the vertical implied by the anomaly degree variances models. *Report n.º 208. The Ohio State University*, Columbus, 89 pp.
- TSCHERNING, C.C. -1983- Determination of a (quasi) geoid for the nordic countries from heterogenous data using collocation. In *Proceedings of the 2nd International Symposium on the Geoid in Europe and Mediterranean Area*, Rome, pp: 388-412.
- TSCHERNING, C.C. -1985- GEOCOL - a FORTRAN program for gravity field approximation by collocation. Geophysical Institute, Copenhagen.
- TSCHERNING, C.C. -1986- Theoretical methods for gravity field approximation. In *Mathematical and Numerical Techniques in Physical Geodesy* (H. Sunkel ed.) Springer-Verlag, New York, pp: 1-47.
- USSAMI, N.; SÁ, N.C.de & MOLINA, E.C. -1993- Gravity map of Brazil 2. Regional and residual isostatic anomalies and their correlation with major tectonic provinces. *J. Geophys. Res.* **98**(B2): 2199-2208.
- VANÍCEK, P. & KRAKIWSKY, E. -1986- *Geodesy: The concepts*, Elsevier, New York, 697 pp.

Res íduo	Número	Média	D. Padrão	Mínimo	Máximo
Δg_{oc}	842	0.27	7.98	-28.25	28.88
N_{oc}	365	-0.35	2.21	-6.52	6.78
ξ_{oc}	378	0.04	1.53	-3.84	5.00
η_{oc}	380	-0.50	1.71	-4.98	4.72

O subscrito oc indica resíduos entre os valores observados e os calculados

Tabela 6.1

Res íduo	Número	Média	D.Padrão	Mínimo	Máximo
N_{sc}	2808	- 0,16	0,94	- 3,90	3,97

O subscripto sc indica resíduos entre os geóides determinados pela integral de Stokes e pela colocação por mínimos quadrados

Tabela 6.2

TÍTULOS DAS TABELAS

Tabela 6.1 - Estatística dos resíduos das observações

Tabela 6.2 - Estatística das diferenças entre os geóides obtidos pela integral de Stokes e através da colocação por mínimos quadrados

TÍTULOS DAS FIGURAS

Fig. 2.1 - Distribuição geográfica dos dados utilizados
anomalia ar-livre média (IAG92)
anomalia ar-livre média (OSU83)
altura geoidal Doppler
componentes do desvio da vertical

Fig. 4.1 - Parâmetros essenciais da função covariância

Fig. 4.2 - Função covariância para o Brasil

Fig. 5.1 - Decomposição do potencial anômalo

Fig. 5.2 - Compartimentação para cálculo

Fig. 6.1 - Anomalia gravimétrica ar-livre

Intervalo de contorno: 5 mGal

Fig. 6.2 - Altura geoidal

Intervalo de contorno: 1 m

Fig. 6.3 - Desvio da vertical (componente meridiana)

Intervalo de contorno: 1 seg arc

Fig. 6.4 - Desvio da vertical (componente primeiro vertical)

Intervalo de contorno: 1 seg arc

Fig. 6.5 - Resíduo da anomalia ar-livre

Fig. 6.6 - Resíduo da altura geoidal

Fig. 6.7 - Resíduo do desvio da vertical

(componente meridiana)

Fig. 6.8 - Resíduo do desvio da vertical

(componente primeiro vertical)

Fig. 6.9 - Resíduo entre alturas geoidais N_s e N_c

N_s = Geóide obtido pela integral de Stokes

N_c = Geóide obtido através da colocação por
mínimos quadrados

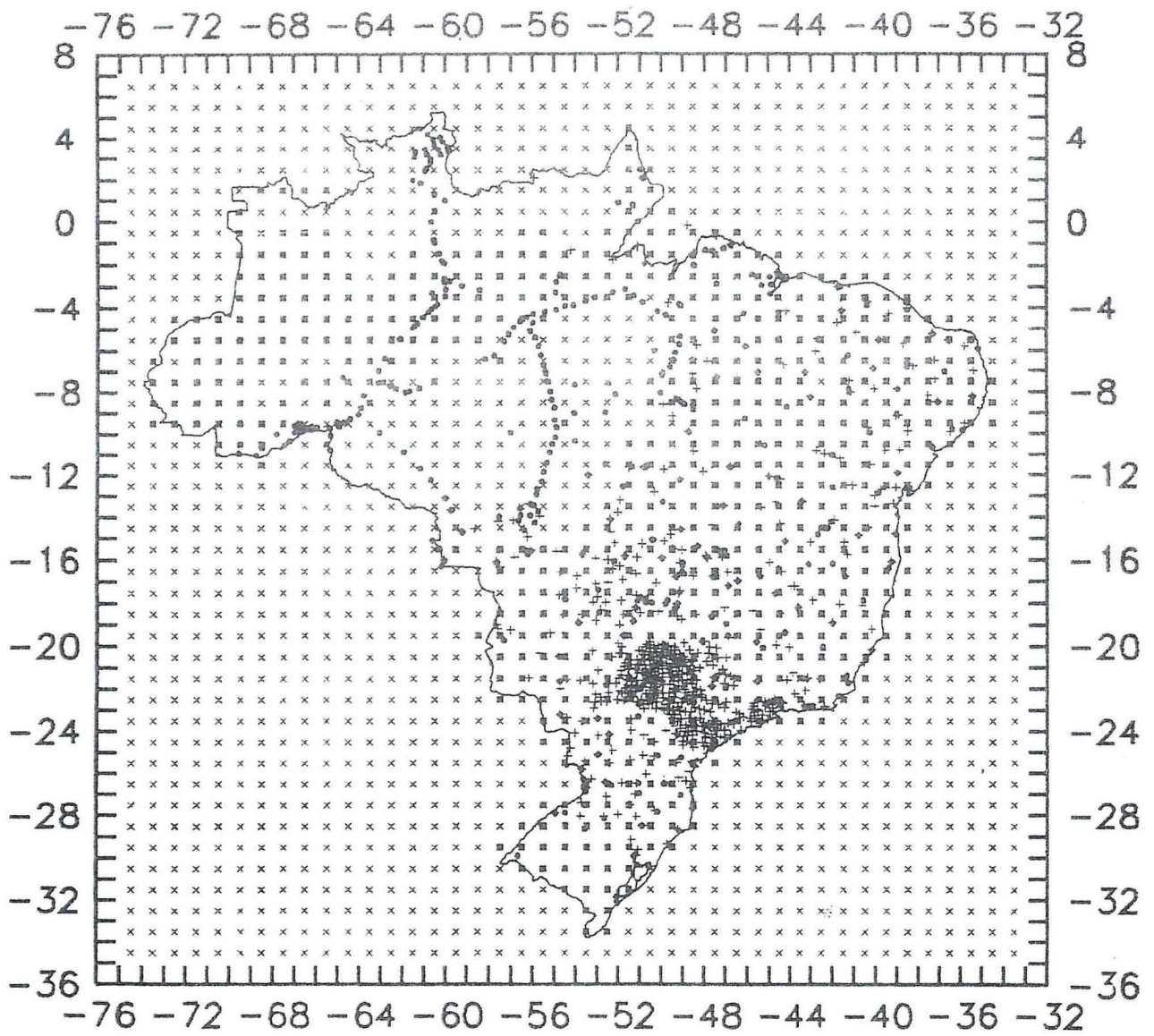


Fig. 2.1

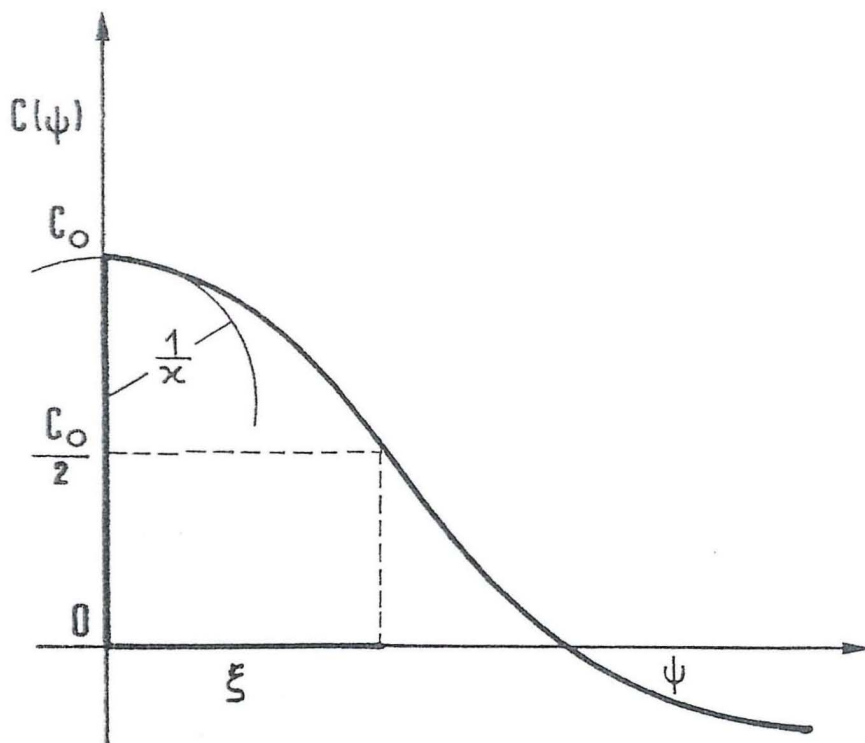


Fig. 4.1

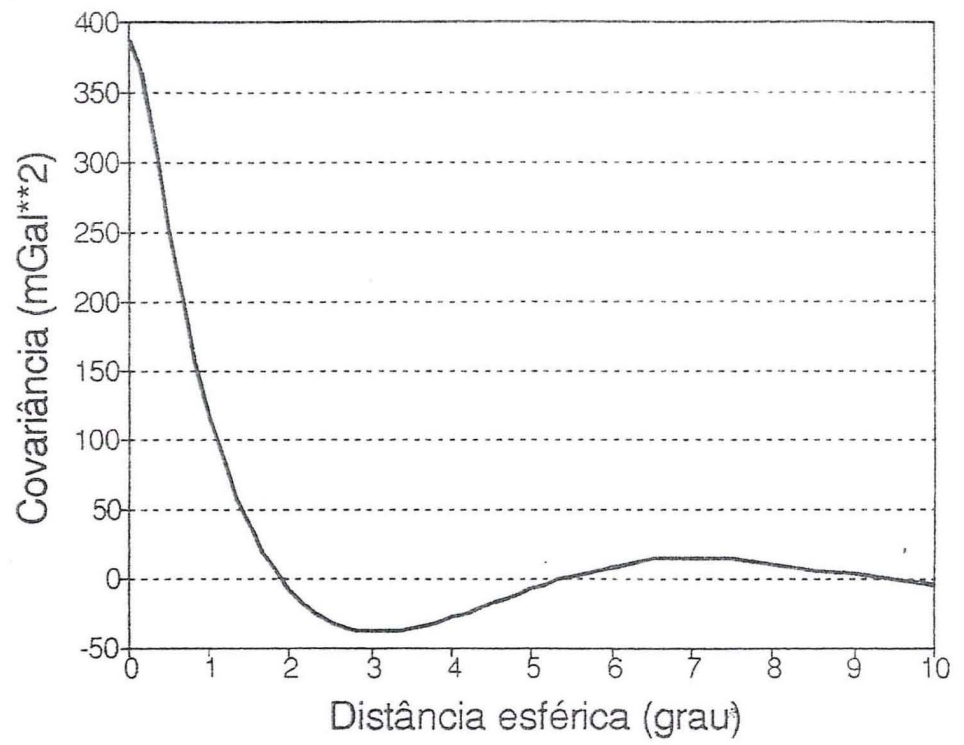


Fig. 4.2

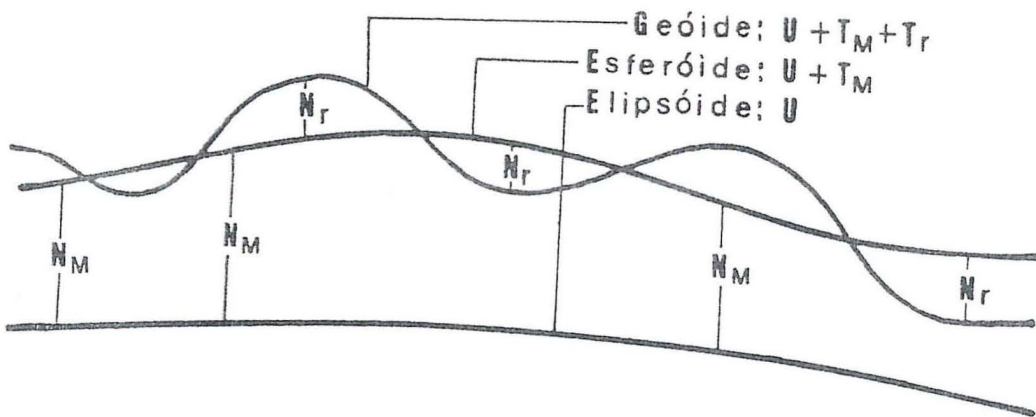


Fig. 5.1

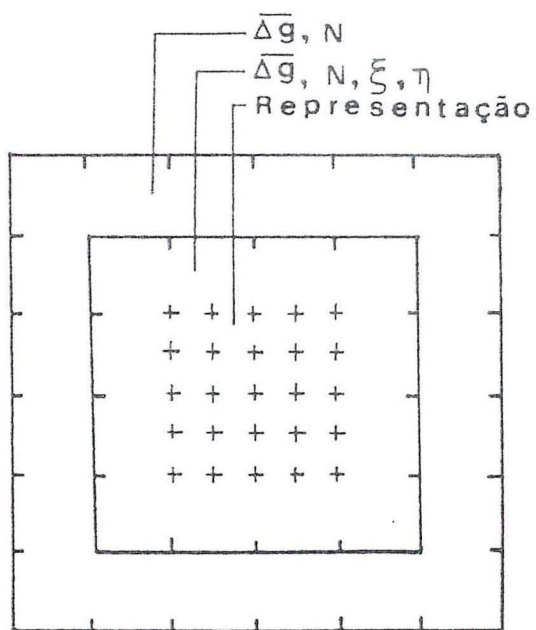


Fig. 5.2

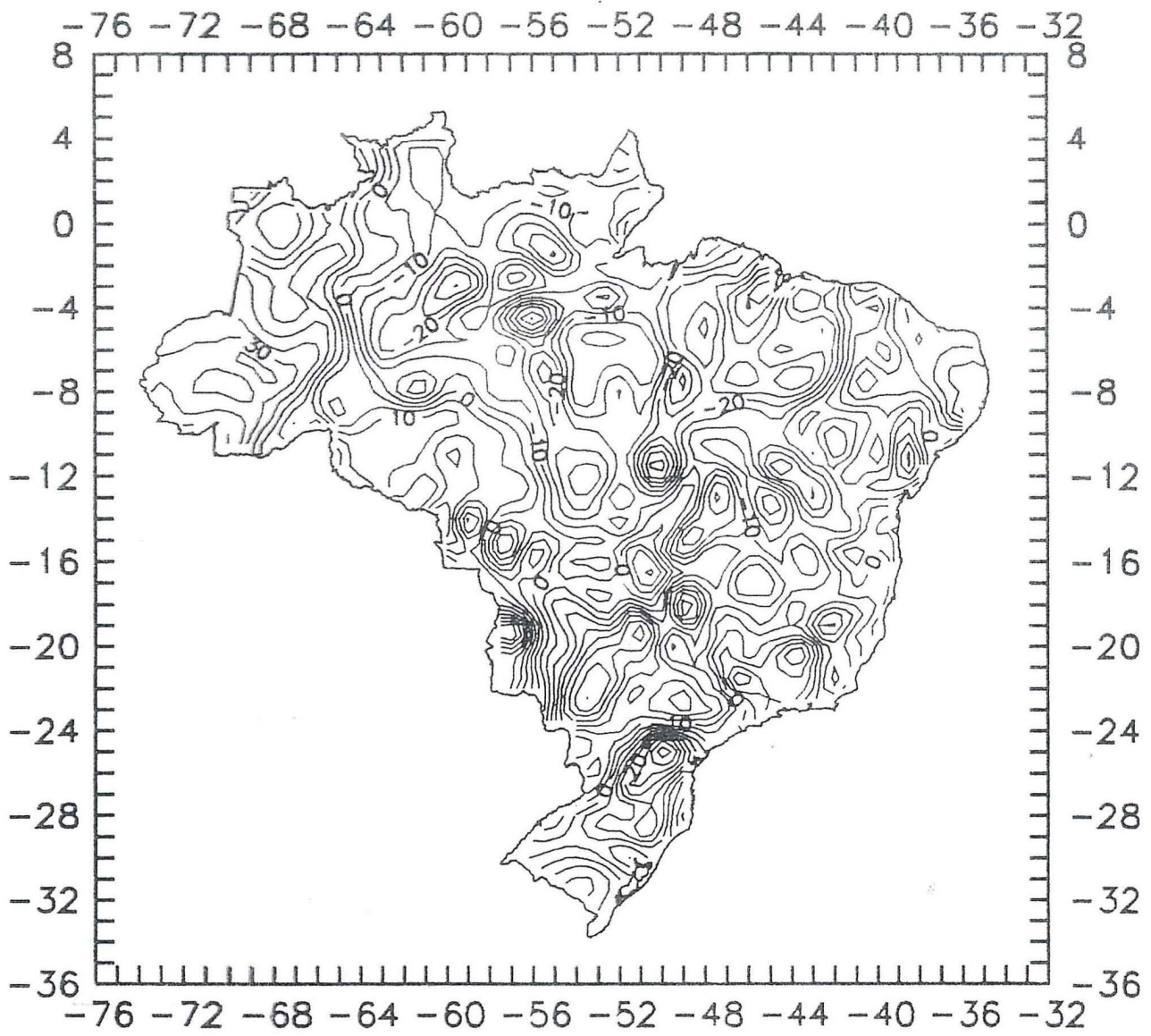


Fig. 6.1

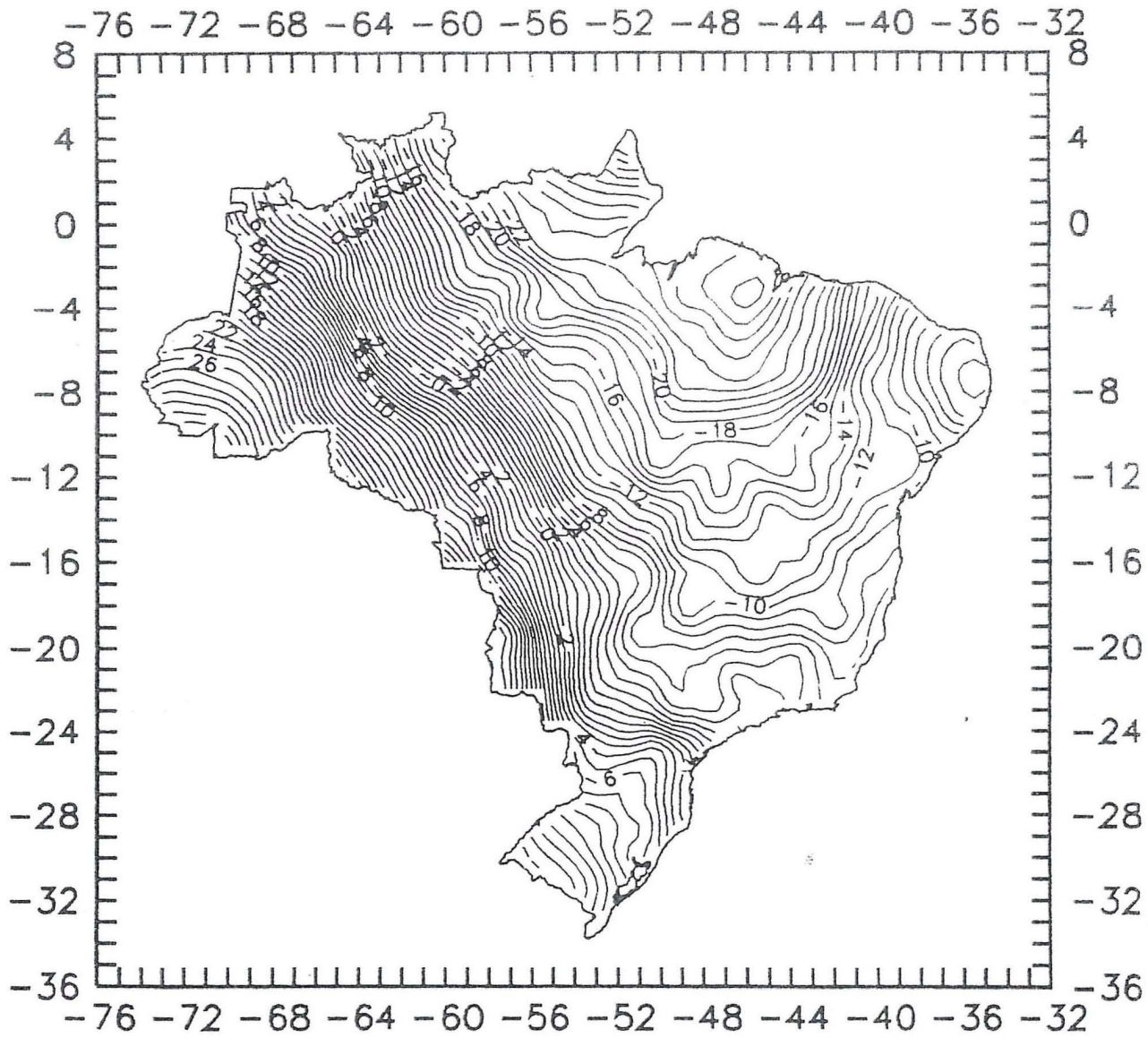


Fig. 6.2

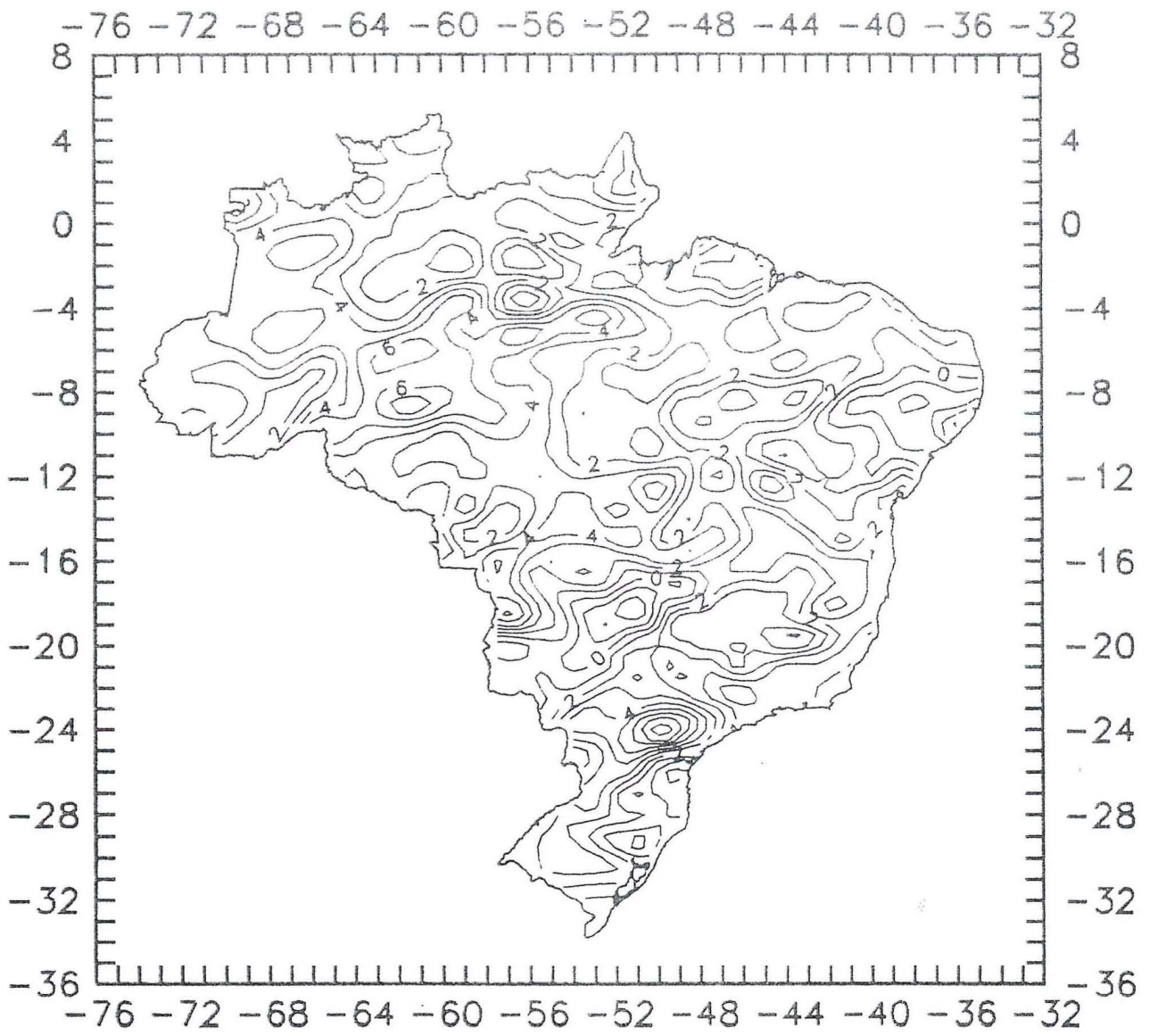


Fig. 6.3

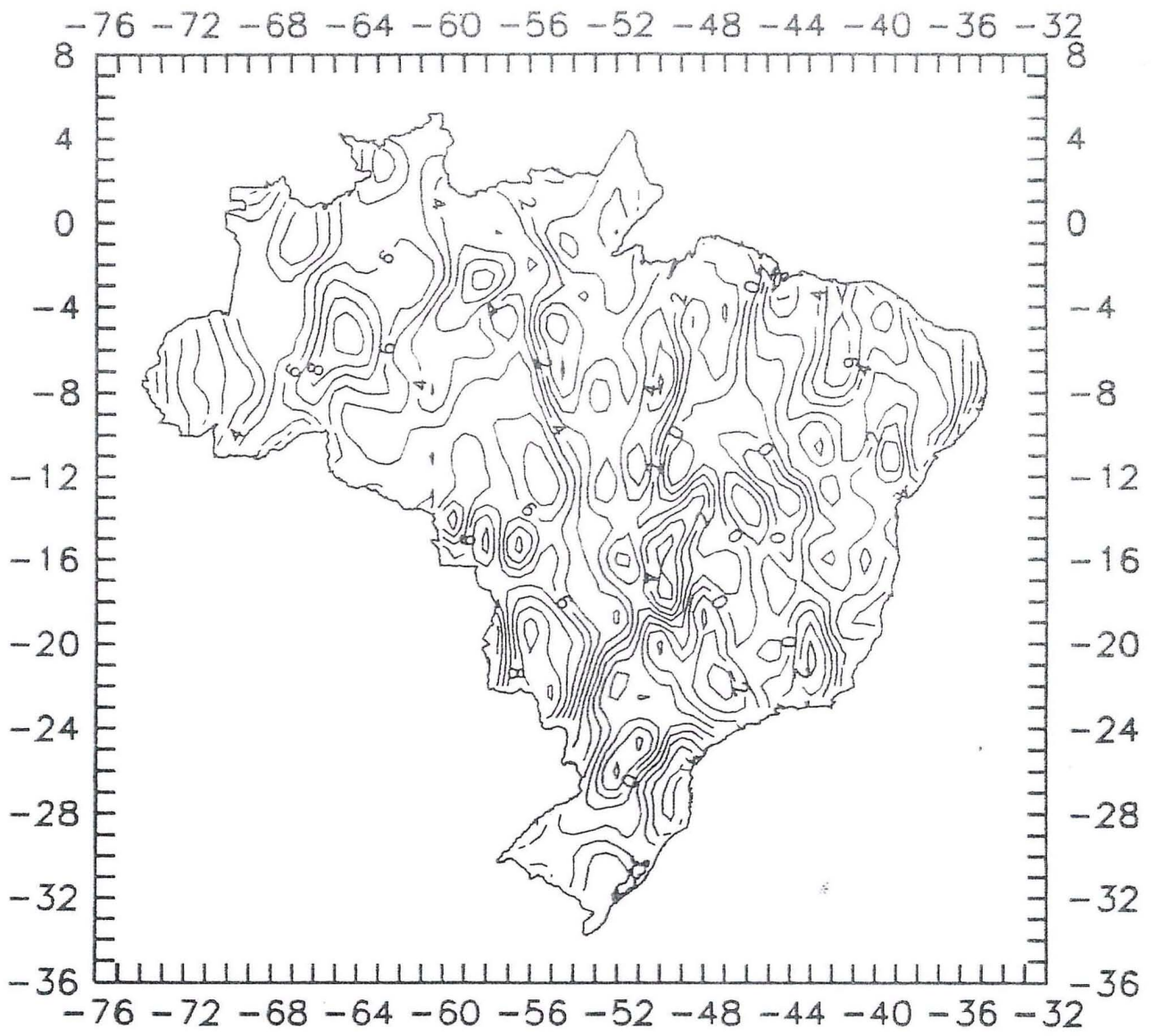


Fig. 6.4

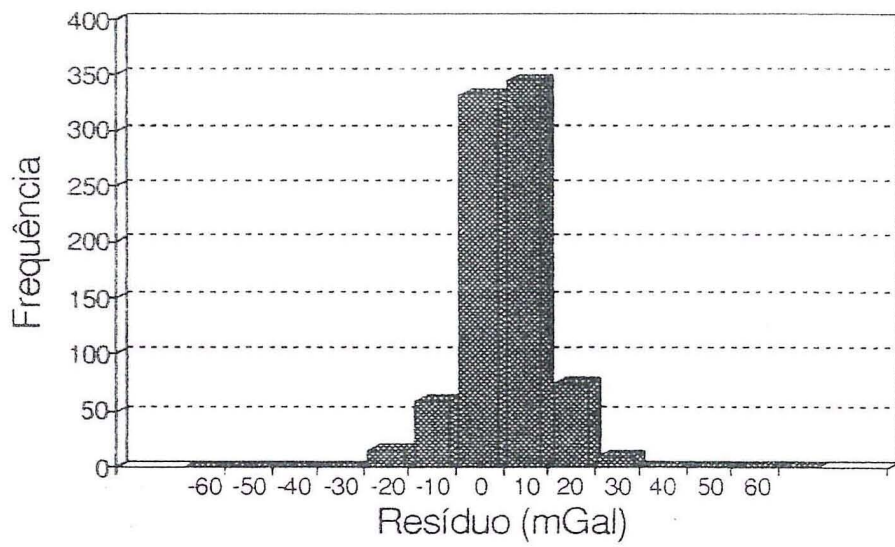


Fig. 6.5

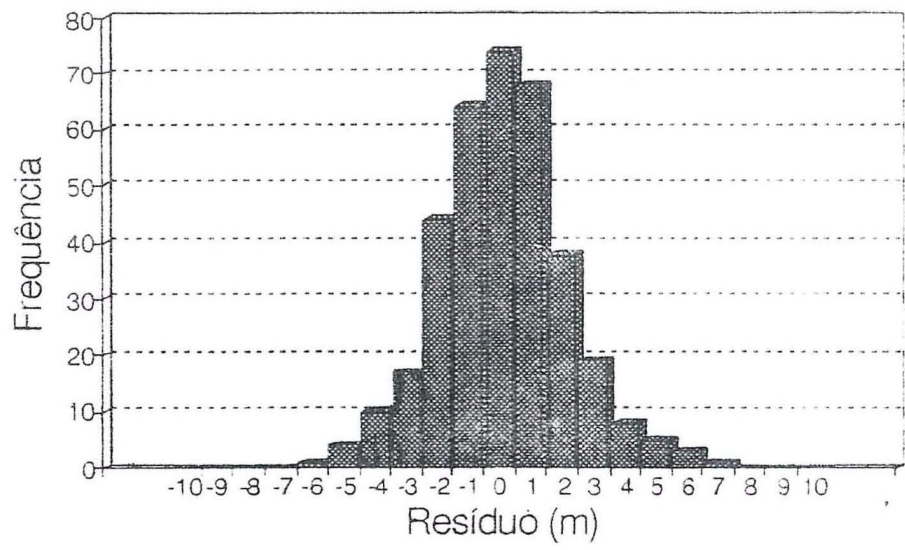


Fig. 6.6

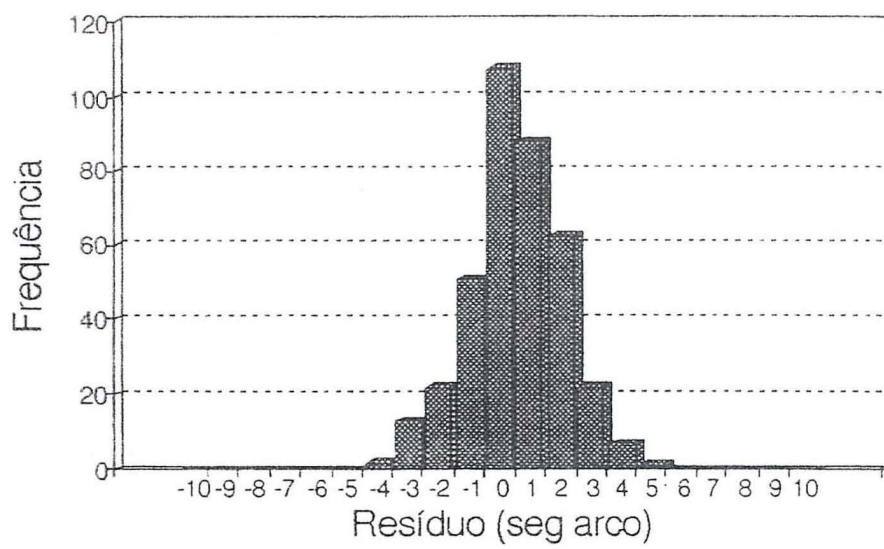


Fig. 6.7

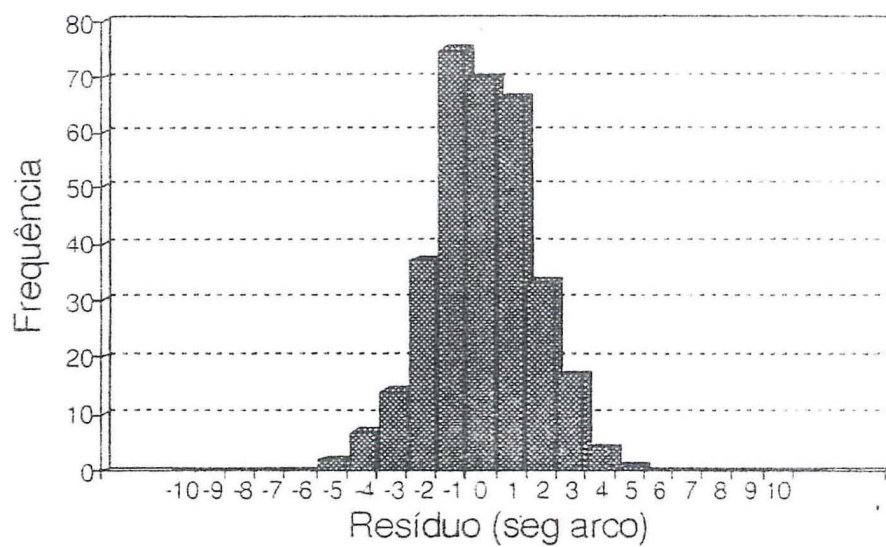


Fig. 6.8

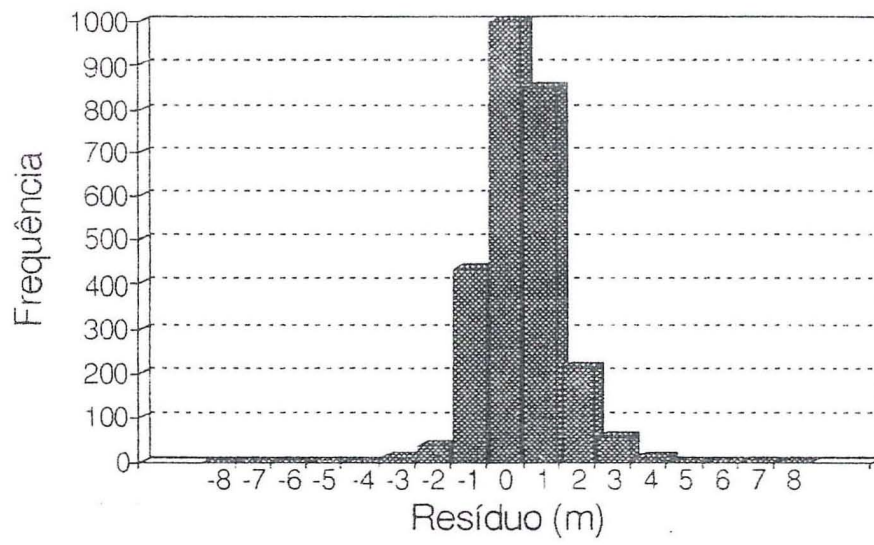


Fig. 6.9