

# COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE COMPENSAÇÃO EM UMA POLIGONAL FECHADA TIPO III (NBR 13 1333)

RICARDO LERNI SIO SCHIAVI

Eng. Eletrônica PTR - CRAAL - C. P. 61548 - CEP 05424-970 - SP - Brasil

EDVALDO S. FONSECA Jr

Eng. Cartógrafo EPU SP-PTR - C. P. 61548 - CEP 05424-970 - SP - Brasil

LUIZ GUIMARÃES BARBOSA

Pos-Graduando EPU SP-PTR - C. P. 61548 - CEP 05424-970 - SP - Brasil

## RESUMO

É apresentado o resultado da comparação entre quatro processos de ajustamento de coordenadas em uma poligonal retilínea. Para efeito de comparação utilizou-se os dados de uma poligonal medida eletronicamente ao longo da BASEUSP de calibração de distanciômetros eletrônicos. Foi introduzido um erro de 1 minuto de arco no ângulo horário do primeiro vértice o que resultou em erros de 0,527 m e de 0,278 m, respectivamente nas coordenadas Norte e Este. Dos quatro métodos utilizados, um é o método da compensação simples e os outros três utilizam o método dos mínimos quadrados. Destes últimos dois são programas comerciais e um foi desenvolvido no Laboratório de Topografia e Geodesia da EPU SP. Resultados mostram que a compensação simples é um método bem aceitável considerando a facilidade de sua aplicação. Um dos métodos de mínimos quadrados foi que apresentou coordenadas mais próximas da poligonal originalmente fechada.

## ABSTRACT

Results from four adjustments methods on a traverse polygonal are presented. As comparison purpose, it is used the electronic survey data obtained besides the BASEUSP electronic distanciometers calibration base. It is applied a 1 arc minute offset at the first vertex angle, resulting coordinates closing error of 0,527 and 0,278 meters, respectively, in the North and East directions. In the four applied methods, one is the simple compensation and the others are based on the minimum least square method. From the last ones, two are programs on the market and one was developed at the Geodetic and Survey Lab from EPU SP. In the results, the simple compensation method shows as a acceptable method related to trivial mathematics. Taking in account all methods, one of the minimum least squares resulted in nearest coordinates from the original closed polygonal.

## 1 - INTRODUÇÃO

Durante o desenvolvimento de um curso de aperfeiçoamento, realizado no Departamento de Transportes da EPU SP, foram abordados temas sobre métodos de ajustamento.

Neste curso foi realizada a medida de uma poligonal retilínea planimétrica, tipo III, com cerca de 2 quilômetros de extensão, caminhando aproximadamente paralelo a BASE-USP de calibração de distanciômetros eletrônicos. A BASE-USP é amplamente descrita por Pacileo [1].

Com o desenrolar dos trabalhos constatou-se a possibilidade de se aplicar vários programas de ajustamento de poligonais. O método clássico

inicialmente aplicado foi a compensação simples e posteriormente três métodos de mínimos quadrados, sendo dois disponíveis em programas comerciais e um desenvolvido no Departamento de Transportes. Cada um dos métodos apresentou, como resultado, diferentes conjuntos de coordenadas ajustadas.

Ficou bem claro que a simples denominação de Método de Mínimos Quadrados não especifica uma solução.

No sentido de obter maior clareza nas comparações entre os métodos, efetuou-se duas modificações nos dados originais da poligonal planimétrica.

Primeiro igualou-se as coordenadas do ponto de referência de chegada com as coordenadas do

último ponto da poligonal, com esse procedimento anulou-se os erros de fechamento de coordenadas. Posteriormente igualou-se o ângulo do azimute final com o azimute calculado a partir do ângulo medido no vertice de fechamento. Desse modo obteve-se uma poligonal com erros de fechamento de coordenadas e angular igual a zero.

Foi gerada uma nova poligonal, acrescentando-se de 1 minuto de arco no ângulo horário do primeiro vertice da poligonal fechada. Com este procedimento obteve-se uma poligonal novamente aberta, porém com um erro de medida conhecido. Foi escolhido o primeiro vertice, pois neste tipo de poligonal é onde causa maior erro de fechamento de coordenadas.

Esta nova poligonal é a base de dados para os vários métodos de ajustamento.

A seguir são apresentados os métodos aplicados na nova poligonal.

Por questões de ética, os métodos de mínimos quadrados não são identificados.

## 2 - MÉTODOS DE AJUSTAMENTO

### **2.1 Método da Compensação Simples**

A compensação simples é o método mais usual na topografia e consiste em se proceder duas operações separadas.

Primeiro se processa o fechamento angular distribuindo o erro de fechamento equitativamente nos vértices e em seguida o erro de fechamento em cada eixo de coordenada e distribuindo proporcionalmente aos segmentos de projeção de cada lado da poligonal. O método é apresentado em detalhes em [2].

A compensação simples, neste trabalho, é denominada de Método A.

### **2.2 Métodos de Mínimos Quadrados - MMQ**

O MMQ, introduzido por Gauss, é um procedimento matemático aplicado em um conjunto de dados observacionais, no sentido de se obter os valores mais prováveis para este conjunto. O método pode ser aplicado em diferentes sistemas de equações. Desenvolvimentos mais detalhados das aplicações podem ser vistos em [3], [4].

#### **2.2.1 Método B**

Este método desenvolve três equações de condições para a poligonal planimétrica, duas relativas aos erros de fechamento de coordenadas e uma relativa ao erro de fechamento angular. O método tem por base a teoria da propagação dos erros.

As equações de condições de fechamento das coordenadas tem por incógnitas ajustes angulares em cada vértice e ajustes das coordenadas de cada lado.

Os parâmetros referentes aos ajustes angulares, são proporcionais a distância de cada vértice ao ponto de fechamento da poligonal. Os parâmetros referentes aos ajustes de coordenadas, são proporcionais as respectivas projeções de cada lado.

Os parâmetros da equação de fechamento angular são iguais a unidade.

O sistema é constituído por três equações e  $2(n-1)$  incógnitas:  $n$  é o número de vértices.

#### **2.2.2 Método C**

Este método é desenvolvido utilizando o método paramétrico dos mínimos quadrados por variação de coordenadas.

Partindo das coordenadas aproximadas, em cada vértice é considerada uma incógnita, que adicionada ao valor aproximado resulta no fechamento de coordenadas. No conjunto de equações e aplicado o método geral dos mínimos quadrados, no qual os elementos da diagonal da matriz dos pesos são inversamente proporcionais as variâncias dos ângulos e das distâncias.

A variância dos ângulos e das distâncias são dada pelas especificações do equipamento.

Neste método, cada observação é tratada com uma medida independente, ou seja, cada medida é tratada como uma equação independente, não sendo utilizada a média de duas medidas realizadas entre dois mesmos pontos.

#### **2.2.3 Método D**

Este método é semelhante ao método B, no qual também são constituídas três equações de condições.

Os parâmetros dos ajustes angulares em cada vértice das equações de fechamento das coordenadas são proporcionais a distância da coordenada do vértice a coordenada central da figura.

Os parâmetros da equação de fechamento angular são iguais a unidade.

Neste método o sistema de equações apresenta 2 em incógnitas e do mesmo modo é resolvido pelo método de Lagrange.

## 3 - RESULTADOS

Na Tabela 1 e 2 são apresentadas, respectivamente, as coordenadas Norte e Este da

poligonal previamente fechada, da poligonal modificada de  $l'$  no primeiro vertice e as coordenadas ajustadas pelos quatro metodos

Procurando um modo mais didatico, foram colocados no mesmo grafico cartesiano, todos os vertices com coordenadas obtidas, respectivamente, em cada ajustamento, assim como os vertices da poligonal modificada de  $l'$  e os vertices da poligonal originalmente fechada

No exemplo apresentado o desvio de  $l'$  no primeiro vertice, produz um deslocamento das coordenadas nos vertices subsequentes, inferior a 1 metro. Dessa forma não e possivel distinguir as varias soluções em uma escala compativel com o comprimento da poligonal. Para se melhor visualizar as diferenças entre os varios metodos, as diferenças de coordenadas com a poligonal fechada foram ampliadas de 1500 vezes

Na figura 1 e possivel perceber o "caminho" de cada ajustamento

## **CONCLUSÃO:**

A compensação simples e um metodo bastante satisfatorio e com vantagem de não depender de programa que utilize matematica sofisticada

O metodo D apresenta coordenadas que mais se aproximam das coordenadas originais neste exemplo, quando ocorre um erro de medida angular logo no inicio do caminhamento

Erros de medidas de distância não foram considerados pelo fato de sempre provocarem o mesmo erro de fechamento, independentemente da posição do lado da diagonal

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

1 - Pacileo Netto, N. Calibração de Medidores Eletrônicos de Distância. Construção de uma base multipilar na USP e Metodologia de Aferição. São Paulo, 1990, 187 p. Tese de Doutorado - Universidade de São Paulo

2 - Pinto, L. E. K. Curso de Topografia, Centro Editorial e Didatico da UFBA, 1988

3 - Wolf, P. R. Adjustments Computations Wisconsin P. B. L. Publishing Co., 2nd, 1980

4 - Asin, F. M. Geodésia y Cartografia Matemática. Madrid, s. ed., 1983.

**TABELA 1**  
**COORDENADAS NORTE DA POLIGONAL FECHADA, POLIGONAL ABERTA**  
**E POLIGONAIS AJUSTADAS PELOS MÉTODOS A, B, C, D**

<b>POLIGONA L FECHADA</b>	<b>POLIGONA L ABERTA</b>	<b>MÉTODO A</b>	<b>MÉTODO B</b>	<b>MÉTODO C</b>	<b>MÉTODO D</b>
5000.000	5000.000	5000.0000	5000.000	5000.0000	5000.0000
4903.860	4903.909	4903.8777	4903.867	4903.8923	4903.8843
4787.027	4787.133	4787.0589	4787.034	4787.0807	4787.0606
4675.175	4675.346	4675.2221	4675.207	4675.2384	4675.2129
4584.362	4584.590	4584.4182	4584.422	4584.4232	4584.3985
4492.265	4492.544	4492.3222	4492.330	4492.3191	4492.2942
4380.527	4380.871	4380.5801	4380.597	4380.5654	4380.5415
4273.241	4273.638	4273.2815	4273.295	4273.2654	4273.2411
4158.669	4159.130	4158.6922	4158.696	4158.6786	4158.6619
4045.902	4046.429	4045.9020	4045.902	4045.9020	4045.9020

**TABELA 2**  
**COORDENADAS ESTE DA POLIGONAL FECHADA, POLIGONAL ABERTA**  
**E POLIGONAIS AJUSTADAS PELOS METODOS A, B, C, D**

<b>POLIGONA L FECHADA</b>	<b>POLIGONA L ABERTA</b>	<b>MÉTODO A</b>	<b>MÉTODO B</b>	<b>MÉTODO C</b>	<b>MÉTODO D</b>
1000.000	1000.000	1000.0000	1000.000	1000.0000	1000.0000
1166.688	1166.716	1166.7004	1166.710	1166.7063	1166.7019
1364.890	1364.952	1364.9143	1364.945	1364.9208	1364.9094
1585.955	1586.050	1585.9853	1586.010	1585.9903	1585.9764
1781.077	1781.198	1781.1082	1781.117	1781.1111	1781.0977
1952.809	1952.957	1952.8404	1952.854	1952.8384	1952.8252
2176.274	2176.455	2176.3015	2176.304	2176.2953	2176.2827
2359.176	2359.388	2359.1993	2359.224	2359.1890	2359.1764
2578.921	2579.167	2578.9350	2578.953	2578.9264	2578.9179
2805.610	2805.888	2805.6100	2805.610	2805.6100	2805.6100

FIGURA I

