

MODELAGEM DAS FORÇAS DE RADIAÇÃO *VERSUS* ATITUDE DO SATÉLITE GPS

Jânia Duha

Universidade Federal do Paraná,
Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Departamento de Geomática,
CEP 81531-990 Caixa Postal 19011 - Curitiba, Brasil
jduha@geoc.ufpr.br

RESUMO

As efemérides altamente precisas dos satélites do Sistema Global de Posicionamento (GPS), necessárias para as modernas aplicações geodésicas, são obtidas a partir de modelos de força acurados que incluem todas as forças não-gravitacionais significativas para os satélites GPS. Com o aumento das altitudes orbitais e o progresso da tecnologia de satélites artificiais, que possibilitou a construção de satélites com sistemas ativos de controle de atitude, perturbações orbitais devidas a forças de radiação, como a pressão de radiação e a re-emissão térmica tem sido incluídas no cálculo das órbitas de satélites GPS. Este trabalho apresenta um estudo das forças de radiação solar dentro do contexto do GPS. As forças de radiação solar direta resultam da interação da radiação solar com o satélite GPS: pressão de radiação, re-emissão térmica e Poynting-Robertson. O efeito Poynting-Robertson surge quando o efeito Doppler é levado em consideração na análise da absorção-re-emissão de radiação pelo satélite. Trata-se de uma correção relativística para a força de re-emissão térmica, e não deve ser associado com a pressão de radiação porque quando trabalha-se com esta última lida-se apenas com a porção da energia radiante que é refletida. Os modelos ROCK4 e ROCK42 são comparados com o modelo PE (plano-esférico) que assume propriedades uniformes na superfície do satélite. Obtêm-se as forças de pressão de radiação solar, re-emissão térmica e Poynting-Robertson em função do ângulo B entre o Sol e o eixo $+Z$ ao longo das antenas do satélite GPS.

ABSTRACT

To generate the highly precise ephemerides of Global Positioning System (GPS) satellites necessary for modern geodetic applications, one must have an accurate force model that includes all the non-gravitational forces significant for the GPS satellites. With increasing orbital altitudes and progressive satellite technology, that provides active satellite systems of attitude control, radiation disturbing forces such as radiation pressure and thermal reemission has been included on GPS satellites orbits. This work takes into account the direct radiation forces for the GPS satellites. The direct radiation forces results from the interaction of the solar radiation with the spacecraft: radiation pressure, thermal reemission and Poynting-Robertson. The Poynting-Robertson effect appears when one takes into account the Doppler effect in the analysis of the absorption-reemission of radiation by the satellite. It is a relativistic correction for the thermal reemission force, and should not be associated with the radiation pressure because this last one deals only with the reflected radiation. The ROCK4 and ROCK42 models are compared with the PE model (plane-spherical) that assumes uniform surface properties over the satellite. WE obtain the radiation solar pressure, thermal reemission and Poynting-Robertson forces as a function of the angle B between the Sun and the $+Z$ axis along the GPS satellite's antenna.

Palavras chaves: Pressão de Radiação, Reemissão Térmica, Poynting-Robertson, GPS.

1. INTRODUÇÃO

A primeira força não-gravitacional a ser observada foi o efeito do arrasto atmosférico, o qual influenciou consideravelmente a órbita dos primeiros satélites de baixa altitude. Atualmente cresce o número de satélites com altitudes orbitais muito acima dos 1.000 km (6.000 km para os LAGEOS; e 20.000 km para o GPS) e torna-se cada vez mais necessário levar em consideração as forças de perturbação associadas à radiação solar (radiação direta) assim como, as forças de radiação indiretas associadas a energia radiante refletida pela Terra (*albedo*).

Para os satélites GPS, que possuem um formato irregular, a modelagem das forças de pressão de radiação e re-emissão térmica torna-se complicada. O satélite GPS é um satélite estabilizado em três eixos com formato complexo possuindo reflexão e absorção características diferentes para cada superfície. Em geral, um sistema de coordenadas fixo no corpo do satélite é introduzido. O eixo + Z encontra-se ao longo das antenas do satélite GPS e está orientado em direção a Terra. O eixo Y encontra-se ao longo do eixo dos painéis solares e, é perpendicular ao plano Terra-Sol-satélite; seu lado positivo é escolhido de forma que o sistema seja destrógiro. O eixo X completa o sistema de coordenadas e, + X encontra-se orientado sempre, ao longo do semi-plano que contém o Sol, conforme a Figura 1.

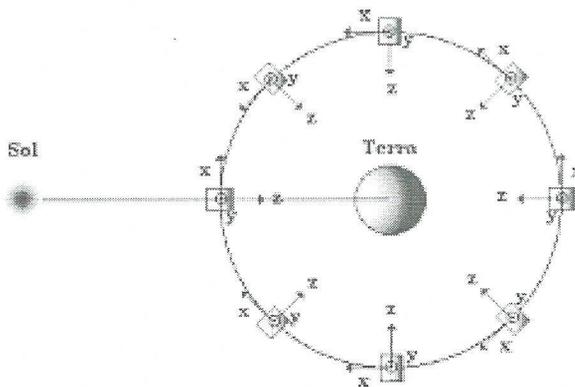


Fig. 1 – Sistema de coordenadas cartesianas fixo no satélite GPS.

As forças de radiação, de forma geral, dependem fundamentalmente, da área da secção reta do satélite em relação a direção de incidência dos raios solares. Esta área sofre alterações constantes durante a revolução do satélite em torno da Terra.

O ângulo de incidência da radiação nas diferentes superfícies que compõe o satélite, também, é alterado. Algumas partes do veículo serão sombreadas

por outras partes, etc. Portanto, o cálculo das forças de perturbação no satélite costuma ser realizado separadamente para cada uma das superfícies do satélite (plana ou cilíndrica).

Atualmente, a modelagem da pressão de radiação solar é realizada utilizando como base o modelo Porter (1976) fornecido pela Rockwell International companhia responsável pelos satélites GPS dos Blocos I e II. Os programas que utilizam este modelo são chamados de ROCK4 (Fliegel *et al.*, 1985) para o Bloco I e ROCK42 (Fliegel and Gallini, 1989) para o Bloco II.

Os modelos Rockwell tratam a pressão de radiação no sistema de coordenadas do próprio satélite descrito acima. A atitude do satélite é controlada de forma que o satélite seja manobrado cada vez que esta configuração sofre alterações.

Devido a condição, de que o Sol deve estar no plano de simetria do satélite GPS (condição de posicionamento do eixo Y) a pressão de radiação terá componentes apenas nas direções X e Z. Porém, pode ser comprovada através de observação a existência de uma força na direção Y, conhecida como "Y-bias". São apontadas três possíveis causas para o Y bias:

- 1) os painéis solares não se encontram alinhados em relação ao corpo do satélite e ao eixo Y de forma que, o ângulo de incidência dos raios solares não é igual a zero;
- 2) os sensores solares não estão perfeitamente alinhados com o eixo Z. Desvios angulares de 0,5° a 1° podem explicar as acelerações transversais associadas ao Y-bias (Fliegel *et al.*, 1985);
- 3) o calor gerado pelo corpo do satélite é irradiado preferencialmente do lado + Y.

Para o Bloco I e II os lados anterior (+ Z) e posterior (- Z) do satélite são "planos". O lado + X e os painéis solares são tratados como planos apesar de serem na verdade, superfícies curvas. Alguns componentes são tratados como cilíndricos embora na verdade sejam superfícies cônicas, como por exemplo a antena (TT&C). Os adaptadores das antenas de navegação são considerados cilíndricos e as antenas são tubos transparentes contendo elementos helicoidais e seu efeito pode ser negligenciado.

Desta forma a modelagem das forças de radiação, em geral, é complexa e exige o conhecimento não apenas de dados referentes a área e coeficientes de refletividade e especularidade (pressão de radiação) mas, também, dados precisos de: orientação de cada um destes componentes na superfície do satélite; temperatura, densidade, calor específico, condutividade térmica, emissividade, etc. (re-emissão térmica).

TABELA 1. DIMENSÕES E PARÂMETROS ÓTICOS BLOCO I – CORPO

Componentes	Área (m ²)	μ	ν	α
Lateral-body + X	1,055	0,80	0,50	0,50
Posterior-body (-Z)	0,816	0,80	0,86	0,14
Lateral-engine	0,570	0,75	0,86	0,14
Posterior-engine (-Z)	0,694	0	0	1
TT&C Lateral-antena	0,055	0,05	0,28	0,72
TT&C Ponta-antena	0,019	0,85	0,28	0,72
Adaptador-antena	0,029	0,75	0,36	0,64
Anterior-body (+Z)	1,510	0,75	0,86	0,14
Média proporcional	4,748	0,652	0,642	0,358

TABELA 2. DIMENSÕES E PARÂMETROS ÓTICOS BLOCO I – PAINÉIS

Componentes	Área (m ²)	μ	ν	α
Painéis solares	5,583	0,85	0,23	0,77
Mastros	0,470	0,85	0,85	0,15
Média proporcional	6,053	0,85	0,278	0,722

TABELA 3. DIMENSÕES E PARÂMETROS ÓTICOS BLOCO II – CORPO

Componentes	Área (m ²)	μ	ν	α
Lado + X	1,553	0,20	0,56	0,44
Posterior-body (-Z)	2,152	0,20	0,56	0,44
Lateral-engine	0,649	0,20	0,56	0,44
Posterior-engine (-Z)	0,729	0	0	1
TT&C antena	0,105	0,20	0,28	0,72
Adaptador-antena	0,181	0,20	0,36	0,64
Anterior-body (+Z)	2,881	0,20	0,56	0,44
Média proporcional	7,521	0,20	0,551	0,449

TABELA 4. DIMENSÕES E PARÂMETROS ÓTICOS BLOCO II - PAINÉIS

Componentes	Área (m ²)	μ	ν	α
Painéis solares	10,866	0,85	0,23	0,77
Mastros	0,985	0,41	0,52	0,48
Média proporcional	11,851	0,813	0,254	0,746

Neste trabalho propomos uma modelagem plano-esférica (PE) que trata o problema de forma simplificada. Os painéis são planos e o corpo do satélite é uma esfera. O raio R da esfera é igual a área média da seção reta do satélite GPS. Para os coeficientes de refletividade (ν), especularidade (μ) e absorvidade (α) obtêm-se uma média proporcional a área de cada um dos componentes do satélite listados nas Tabelas 1,2,3 e 4, com exceção das antenas (destacadas em cinza) que não foram consideradas para este cálculo.

2. PRESSÃO DE RADIACÃO SOLAR

A pressão de radiação solar é definida completamente ao associar-se a cada superfície do satélite um formato (plano, cilíndrico ou esférico), uma área e dois parâmetros óticos: a refletividade (ν), cujos valores estão entre 0 (preto) e 1 (branco); e a especularidade (μ), com valores de 0 (difuso) a 1 (especular).

A força de pressão de radiação solar pode ser decomposta em três componentes: "normal", "tangencial" e "difusa", conforme o modelo matemático oficial para os satélites GPS (Porter, 1976, Rockwell International, 1983) dadas pelas equações abaixo:

$$F_N = -f \frac{I}{c} \int_{A_{ef}} (1 + \mu_i \nu_i) \cos^2 \beta_i \cdot dA_i \cdot \mathbf{n}_A \quad (1)$$

$$F_T = -f \frac{I}{c} \int_{A_{ef}} (1 - \mu_i \nu_i) \sin \beta_i \cos \beta_i \cdot dA_i \cdot \mathbf{n}_T \quad (2)$$

$$F_D = -f \frac{I}{c} \int_{A_{ef}} \frac{2}{3} \nu_i (1 - \mu_i) \cos \beta_i \cdot dA_i \cdot \mathbf{n}_A \quad (3)$$

Onde

- i índice da superfície i
- f função sombra
- I irradiância da fonte de energia (fluxo de energia)
- c velocidade da luz
- μ coeficiente de especularidade

ν coeficiente de refletividade
 β ângulo de incidência da radiação solar
 \mathbf{n}_A versor normal ao elemento de superfície dA_i
 \mathbf{n}_t versor tangente ao elemento de superfície dA_i
 dA elemento de superfície
 A_{ef} área efetiva

A componente "normal" é perpendicular à superfície. Ela é produzida pela componente normal da radiação incidente somada à força de recuo produzida pela parte do feixe que é refletida especularmente.

A componente "tangencial" é tangente à superfície e aponta na direção contrária a do Sol. É produzida pela componente tangencial da radiação incidente subtraída da componente refletida especularmente. E a componente "difusa" aponta para a direção normal, porém seu efeito é apenas dois-terços da componente "normal" (refletida especularmente).

Assumindo que é possível associar ao satélite GPS uma esfera (esfera equivalente) com área de seção reta igual a área média da seção reta do corpo do satélite GPS, integra-se as equações (1), (2) e (3) para uma superfície esférica, iluminada por uma fonte de radiação pontual no infinito (raios incidentes paralelos), com ângulo de incidência da radiação solar igual à β , tem-se que

$$\cos \beta = \mathbf{p} \cdot \mathbf{p}' \quad (4)$$

onde \mathbf{p} é o versor-direção do ponto $P(\theta, \phi)$ na superfície da esfera, e \mathbf{p}' o versor-direção da fonte de energia radiante no ponto $P'(\theta', \phi')$:

$$\mathbf{p} = \sin \theta \sin \phi \mathbf{x} + \cos \theta \mathbf{y} + \sin \theta \cos \phi \mathbf{z} \quad (5)$$

$$\mathbf{p}' = \sin \theta' \sin \phi' \mathbf{x} + \cos \theta' \mathbf{y} + \sin \theta' \cos \phi' \mathbf{z} \quad (6)$$

O elemento de área dA e o versor \mathbf{n}_A normal à superfície A são dados por:

$$dA = R^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (7)$$

$$\mathbf{n}_A = \sin \theta \sin \phi \mathbf{x} + \cos \theta \mathbf{y} + \sin \theta \cos \phi \mathbf{z} \quad (8)$$

Da condição de simetria do eixo Y em relação ao Sol tem-se que $\theta' = \pi/2$. Pode-se atribuir um valor qualquer a coordenada ϕ' sem perda de generalidade uma vez que a esfera é um corpo perfeitamente simétrico. Assume-se que $\phi' = \pi/2$ de tal forma que

$$\cos \beta = \sin \theta \sin \phi \quad (9)$$

Os coeficientes de refletividade e especularidade serão iguais em todos os pontos da superfície e as equações (1) (2) e (3) se transformam em:

$$\mathbf{F}_{1,N} = -f \frac{I}{c} (1 + \mu \nu) \int_{A_{ef}} \cos^2 \beta_i \cdot dA_i \cdot \mathbf{n}_A \quad (10)$$

$$\mathbf{F}_{1,T} = -f \frac{I}{c} (1 - \mu \nu) \int_{A_{ef}} \sin \beta_i \cos \beta_i \cdot dA_i \cdot \mathbf{n}_t \quad (11)$$

$$\mathbf{F}_{1,D} = -f \frac{I}{c} \frac{2}{3} \nu (1 - \mu) \int_{A_{ef}} \cos \beta_i \cdot dA_i \cdot \mathbf{n}_S \quad (12)$$

A componente "tangencial" da pressão de radiação se anula quando integrada sobre a superfície efetiva (iluminada). Para as componentes "normal" e "difusa" tem-se:

$$\int_{A_{ef}} \cos^2 \beta_i \cdot dA_i \cdot \mathbf{n}_A = \int_0^\pi \int_0^\pi \sin^2 \theta \sin^2 \phi \cdot R^2 \sin \theta \cdot d\theta \, d\phi (\sin \theta \sin \phi \mathbf{x} + \cos \theta \mathbf{y} + \sin \theta \cos \phi \mathbf{z}) \quad (13)$$

Onde as componentes \mathbf{y} e \mathbf{z} se anulam, restando apenas a componente \mathbf{x} :

$$\int_{A_{ef}} \cos^2 \beta_i \cdot dA_i \cdot \mathbf{n}_A = \left(\frac{\pi R^2}{2} \right) \mathbf{x} \quad (14)$$

Dadas as condições iniciais para a posição do Sol ($\theta' = \pi/2$ e $\phi' = \pi/2$), tem-se que $\mathbf{x} = \mathbf{n}_\Theta$, e portanto:

$$\mathbf{F}_{1,N} = -f \frac{AI}{2c} (1 + \mu \nu) \mathbf{n}_\Theta \quad (15)$$

Através de procedimento semelhante obtém-se a componente "difusa":

$$\mathbf{F}_{1,D} = -f \frac{4}{9} \frac{AI}{c} \nu (1 - \mu) \mathbf{n}_\Theta \quad (16)$$

onde A é a área da seção reta da esfera e \mathbf{n}_Θ é o versor que aponta do satélite na direção do Sol. Para superfícies planas a pressão de radiação é dada por:

$$\mathbf{F}_{2,N} = -\frac{AI}{c} (1 + \mu \nu) \cos^2 \beta \mathbf{n}_A \quad (17)$$

$$\mathbf{F}_{2,T} = -\frac{AI}{c} (1 - \mu \nu) \sin \beta \cos \beta \mathbf{n}_t \quad (18)$$

$$\mathbf{F}_{2,D} = -\frac{2}{3} \frac{AI}{c} \nu (1 - \mu) \cos \beta \mathbf{n}_A \quad (19)$$

onde

A área da superfície plana

Para o caso particular dos painéis do satélite GPS o ângulo de incidência β_i é igual a zero para todos os pontos, uma vez que os painéis encontram-se sempre voltados para o Sol, e portanto, as componentes da força de pressão de radiação nos painéis são dadas por:

$$F_{2,N} = -\frac{AI}{c}(1 + \mu\nu) \mathbf{n}_\Theta \quad (20)$$

$$F_{2,D} = -\frac{2AI}{3c} \nu(1 - \mu) \mathbf{n}_\Theta \quad (21)$$

onde, $F_{2,T} = 0$.

2.1 CÁLCULO DAS COMPONENTES X E Z DA FORÇA DE PRESSÃO DE RADIAÇÃO

A força total (corpo + painéis) da pressão de Radiação Solar (RS) que atua no satélite GPS é dada por:

$$F_{RS} = F_{1,N} + F_{1,D} + F_{2,N} + F_{2,D} \quad (22)$$

As componentes F_X e F_Z no referencial do satélite GPS são:

$$F_X = -F_{RS} \sin B \quad (23)$$

$$F_Z = -F_{RS} \cos B \quad (24)$$

onde

- B arcos $(\mathbf{z} \cdot \mathbf{r}_{SS})$, com $\mathbf{r}_{SS} = -\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_S$
- \mathbf{z} versor na direção +Z
- \mathbf{r} versor-posição do satélite (sistema de referência centrado na Terra)
- \mathbf{r}_S versor-posição do Sol
- \mathbf{r}_{SS} Versor-posição que aponta do satélite para o Sol

2.2 FUNÇÕES APROXIMADAS PARA A FORÇA DE PRESSÃO DE RADIAÇÃO

As forças F_X e F_Z podem ser representadas de forma aproximada em função do ângulo B entre o Sol e o eixo +Z. Para os modelos ROCK4 e ROCK42 onde todas as componentes do corpo e dos painéis são consideradas separadamente, as fórmulas seguintes são conhecidas como "versão S" (modelo "Standart", sem re-emissão térmica) e fornecem a força em unidades de 10^{-5} N (Fliegel & Gallini, 1989):

Modelo S10 - Bloco I

$$F_X = -4,34 \sin(B) + 0,1 \sin(2B + 1,1) - 0,05 \cos(4B) + 0,06 \quad (25)$$

$$F_Z = -4,34 \cos(B) + 0,17 \sin(2B - 0,4) - 0,05 \sin(4B) - 0,06 \quad (26)$$

Modelo S20 - Bloco II

$$F_X = -8,10 \sin(B) + 0,05 \cos(2B) - 0,056 \sin(4B + 1,4) + 0,07 \quad (27)$$

$$F_Z = -7,80 \cos(B) + 0,024 \sin(2B - 0,8) - 0,047 \sin(4B + 0,9) + 0,02 \quad (28)$$

onde, o ângulo B é dado em radianos.

No item 3 é feita uma comparação entre as componentes F_X e F_Z , da força de pressão de radiação solar direta, dadas pelas funções aproximadas do modelo ROCK4 e ROCK42 e os valores obtidos através do modelo plano-esférico.

3. RE-EMISSÃO TÉRMICA

A Figura (2) mostra esquematicamente a absorção e posterior re-emissão da energia radiante incidente em um corpo esférico. A temperatura na superfície do satélite não é a mesma para todos os pontos, gerando uma perda de momento maior no "lado quente" do satélite e como consequência surge uma força F conhecida como força de Re-emissão Térmica.

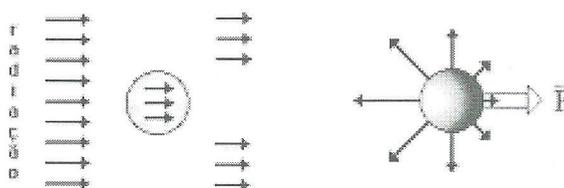


Fig. 2 - Força de re-emissão térmica.

Quando o satélite se encontra em movimento com relação a fonte de energia, seja de rotação ou de translação, a direção da força térmica será desviada de um certo ângulo δ conhecido como ângulo de atraso. O ângulo de atraso está relacionado à inércia térmica do corpo que faz com que a energia absorvida não seja reemitida instantaneamente, mas após um certo lapso de tempo. Costuma-se utilizar um referencial cartesiano centrado no satélite para a análise das componentes da força térmica e ângulo de atraso. Neste referencial o eixo Z coincide com o eixo de rotação do satélite e os eixos X e Y com direções arbitrárias, conforme a Figura (3).

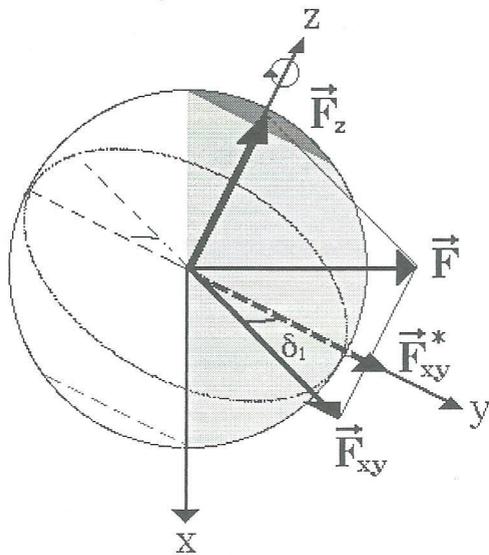


Fig. 3 - Componentes da força de re-emissão térmica no referencial cartesiano associado ao eixo de rotação do satélite. Neste referencial o eixo Z é o eixo de rotação. O movimento de rotação e a inércia térmica do satélite geram um ângulo de atraso δ_1 que altera a direção da força F_{xy}^* para F_{xy} .

O efeito térmico tem recebido vários nomes na literatura, entre eles: "photon thrust", "thermal drag", efeito Yarkovsky (Afonso *et al.*, 1989; Rubincam *et al.*, 1997; Rubincam, 1990), etc. E sua componente equatorial F_{xy} é conhecida por efeito noite-dia, "diurnal effect", etc.; e a componente ao longo do eixo de rotação F_z é conhecida como efeito inverno-verão, "seasonal effect", etc. A terminologia "efeito diurno" e "efeito sazonal" não é adequada pois ela implica num efeito sensível apenas durante o dia, ou durante certas estações, o que não ocorre. A componente F_{xy} da força de re-emissão é chamada de componente "noite-dia" pois está associada a diferença de temperaturas entre a noite e o dia, e de forma semelhante a componente F_z é chamada de componente "inverno-verão" pois está associada a diferença de temperaturas que surge na superfície de um corpo quando seu eixo de rotação se encontra inclinado (ou seja, não é perpendicular) em relação a fonte de calor, resultando na existência de estações que se repetem durante um ciclo orbital.

Para o caso do satélite GPS cuja atitude é mantida aproximadamente constante, é necessário analisar a atitude do corpo e dos painéis separadamente, e a análise do problema deverá ser realizada no sistema cartesiano de referência do próprio GPS. A condição de que o eixo + Z deve apontar sempre em direção à Terra estabelece a existência de uma rotação do corpo do satélite no mesmo sentido e com mesmo período de seu movimento orbital. Esta rotação se dá em torno do eixo W do sistema de referência RSW (radial, transversal e normal a órbita), porém com o objetivo de simplificar a

análise assume-se que $+Y = +W$ (ou seja, o Sol no plano orbital do satélite) de tal forma que, o eixo de rotação do corpo em relação ao Sol é o eixo Y. Neste caso, o módulo da aceleração é dado por (Duha, J., 1996; 2000):

$$a_1 = - \frac{\alpha_1 I_0}{6c\rho_l R \left(1 + \frac{k_1 X}{4\varepsilon_1 \sigma T_0^3} \right) \left(1 + \xi^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (29)$$

onde

- α absorvidade de radiação na superfície do satélite
- ρ densidade
- R raio da esfera equivalente
- k condutividade térmica
- ε emissividade de radiação na superfície
- σ constante de Stefan-Boltzmann
- T_0 temperatura média na superfície associada à irradiância I_0
- ξ tangente do ângulo de atraso δ

As componentes a_x e a_z da aceleração de re-emissão térmica no sistema de referência (XYZ) do satélite GPS são dadas por:

$$\begin{aligned} a_{1,X} &= a_1 \sin(B - \delta), \\ a_{1,Z} &= a_1 \cos(B - \delta), \end{aligned} \quad (30)$$

onde, δ é o ângulo de atraso dado pela seguinte expressão:

$$\delta = \arctag \left(- \frac{k_1 Y}{4\varepsilon_1 \sigma T_0^3 + k_1 X} \right) \quad (31)$$

onde, X e Y são, respectivamente, a parte real e imaginária do número complexo $X+iY$ dado pela Equação abaixo:

$$X + iY = \frac{1}{j_l(KR)} \frac{\partial j_l(KR)}{\partial R} \Big|_{R=R_s} \quad (32)$$

Para os painéis a força de re-emissão térmica é obtida integrando-se a Equação (33) sobre a superfície plana do painel (anterior e posterior):

$$\int_{\text{área}} d\mathbf{F} = - \frac{2\varepsilon\sigma}{3c} T^4 \int_{\text{área}} d\mathbf{A} \quad (33)$$

$$\mathbf{F} = - \frac{2\varepsilon_2\sigma}{3c} \Delta T^4 A_2 \mathbf{n}_\Theta \quad (34)$$

onde

ε_2	emissividade na superfície do painel
T	temperatura na superfície do painel
ΔT	diferença de temperatura entre o lado frontal e posterior do painel
dA	vetor elemento de área
$d\mathbf{F}$	elemento de força associado a dA
A_2	área do painel

A aceleração devida à re-emissão térmica nos painéis é dada por:

$$a_2 = F_2 / M \quad (35)$$

onde, M é a massa do satélite.

As componentes a_x e a_z da aceleração de re-emissão térmica no sistema de referência (XYZ) do satélite GPS são dadas por:

$$\begin{aligned} a_{2,X} &= \pm a_2 \sin B \\ a_{2,Z} &= -a_2 \cos B \end{aligned} \quad (36)$$

A aceleração total resultante é obtida através da adição das acelerações devidas ao corpo e aos painéis do satélite:

$$a_X = a_{1X} + a_{2,X} \quad (37)$$

$$a_Z = a_{1,Z} + a_{2,Z} \quad (38)$$

4. POYNTING-ROBERTSON

A Figura (4) mostra como a energia radiante incidente é absorvida por um corpo esférico (caso ideal: $\alpha = \varepsilon = 1$) e a seguir é reemitida. No caso a) o corpo não se encontra em movimento e a re-emissão da energia gera uma perda de momento igual em todas as direções. Neste caso, a força resultante é nula. No caso b) o corpo está em movimento e a perda de momento é mais intensa na direção em que o corpo se desloca devido ao efeito Doppler que aumenta a frequência dos fótons emitidos no sentido do movimento e diminui no sentido contrário, gerando uma força resultante diferente de zero. O efeito desta força, é dissipativo, pois seu sentido é sempre contrário a velocidade orbital do satélite, e ele é conhecido como efeito Poynting-Robertson:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = -\frac{dm}{dt} \mathbf{v} \quad (39)$$

Na Figura (4) não são feitas considerações à respeito da distribuição de temperaturas na superfície do corpo. Para facilitar a compreensão do efeito é feita a suposição de que a temperatura é igual em todos os pontos na esfera no momento da re-emissão, ou seja, a

assimetria na perda de momento se deve apenas ao efeito Doppler. É evidente, que numa situação real de absorção e re-emissão de energia, haverá duas assimetrias sobrepostas: uma devida a anisotropia na distribuição de temperaturas na superfície, e outra devida ao efeito Doppler.

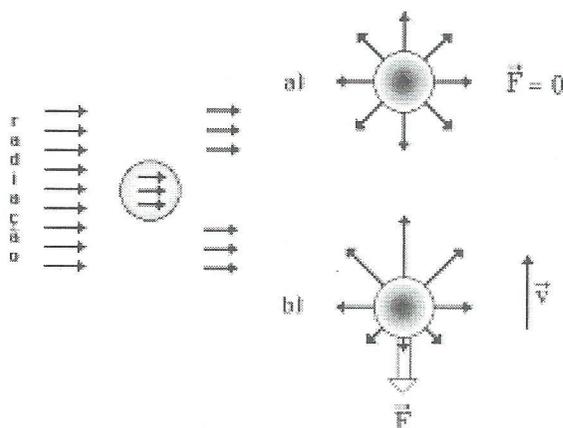


Fig. 4 – Força Poynting-Robertson.

A perda de momento equivale a uma perda de massa que é proporcional a energia absorvida pelo satélite conforme a Figura (5):

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= I A = \frac{dm}{dt} c^2 \\ \frac{dm}{dt} &= \frac{I A}{c^2} \end{aligned} \quad (40)$$

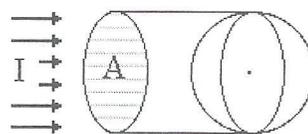


Fig. 5 - Fluxo de energia absorvido por um corpo com área de seção reta igual a A .

E portanto, a força é dada pela seguinte expressão:

$$\mathbf{F} = -\left(\frac{I A}{c^2}\right) \mathbf{v} \quad (41)$$

No entanto, se a velocidade radial do satélite em relação à fonte de energia (velocidade de afastamento ou

de aproximação entre o satélite e o Sol) for diferente de zero o fluxo de energia incidente sofrerá um decréscimo proporcional à razão da velocidade radial do satélite e a velocidade da luz, e I deverá ser substituído por I' , dado por:

$$I' = I \left(1 - \frac{v_{rad}}{c} \right) \quad (42)$$

Para o satélite GPS a aceleração Poynting-Robertson é dada por:

$$a = - \left(\frac{I (A_1 + A_2)}{c^2 M} \right) \mathbf{v} \quad (43)$$

$$a_x = \pm a \quad (44)$$

$$a_z = 0 \quad (45)$$

5. COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS STANDART (S10) E PLANO-ESFÉRICO (PE) PARA A PRESSÃO DE RADIAÇÃO

O modelo Porter (S10) utilizado por Fliegel (1992) leva em consideração todas as superfícies do satélite GPS dadas pelas Tabelas 1,2,3 e 4. As componentes F_x e F_z da força de pressão de radiação solar, no sistema de referência do GPS, dadas pelas Equações (25) e (26) para o Bloco I (ROCK4) e, (27) e (28) para o Bloco II (ROCK42), são mostradas graficamente em função do ângulo B , onde foram acrescentado os resultados obtidos para essas componentes com o modelo PE.

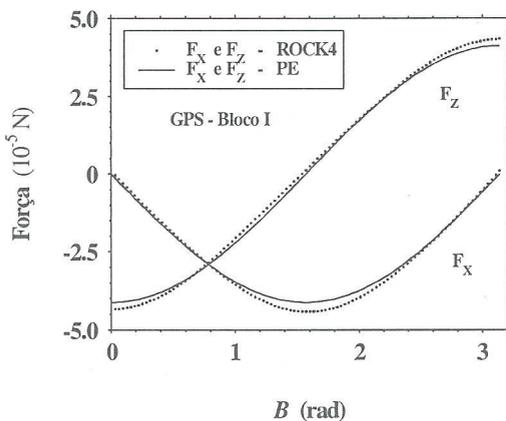


Fig. 6 – Comparação entre os modelos ROCK4 e PE para a Pressão de Radiação Solar Direta – Bloco I

Observe nas Figuras (6) e (7) que a discrepância entre o modelo S10 e o modelo PE é pequena, da ordem de 10% do valor máximo da força de pressão de radiação, e portanto concluiu-se que o modelo simplificado apresenta uma boa concordância com o modelo Porter.

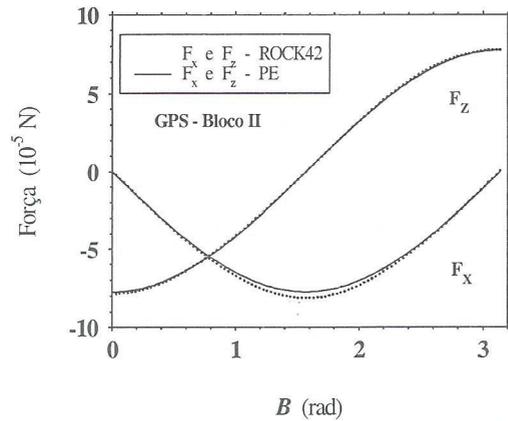


Fig. 7 – Comparação entre os modelos ROCK4 e PE para a Pressão de Radiação Solar Direta – Bloco II

A Figura (8) apresenta os resultados obtidos para a aceleração de pressão de radiação para os satélites do Bloco II em função de suas componentes a_x e a_z

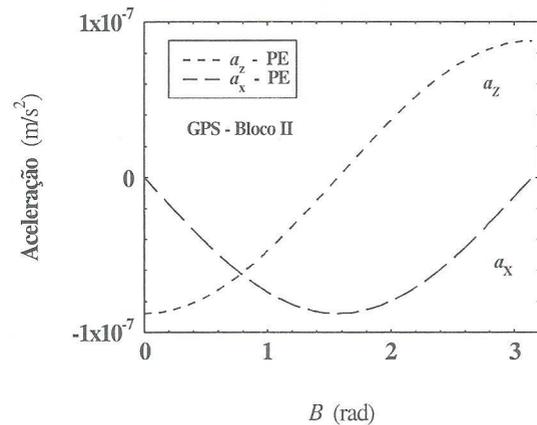


Fig. 8 – Componentes a_x e a_z da aceleração de Pressão de Radiação Solar Direta – Modelo PE

A ordem de grandeza (10^{-7} m/s^2) e o sinal das componentes da aceleração variam conforme o satélite se desloca em sua órbita em torno da Terra. São

considerados apenas valores de B que variam de 0 a π (meio período orbital).

6. RESULTADOS: RE-EMIÇÃO TÉRMICA E POYNTING-ROBERTSON

Para o cálculo da aceleração devida a re-emissão térmica foram utilizados os parâmetros médios contidos nas Tabelas 1,2,3 e 4 e ainda, os seguintes valores para os satélites do Bloco I: massa $M = 440,89$ kg, raio da esfera aproximada $R = 0,75$ m, densidade $\rho = 2.700$ kg m^{-3} (densidade do alumínio), emissividade $\varepsilon = 0,25$; e para o Bloco II: massa $M = 814,80$ kg, raio da esfera aproximada $R = 0,90$ m, densidade $\rho = 2.700$ kg m^{-3} , emissividade $\varepsilon = 0,25$.

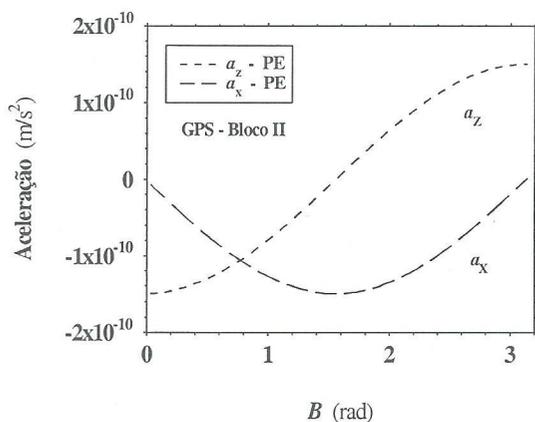


Fig. 9 – Componentes a_x e a_z da aceleração de Re-emissão Térmica – Modelo PE

O resultado para as componentes da aceleração de re-emissão térmica dadas pelas Equações (37) e (38) é mostrado na Figura (9), e sua magnitude está em torno de 10^{-10} m/s^2 .

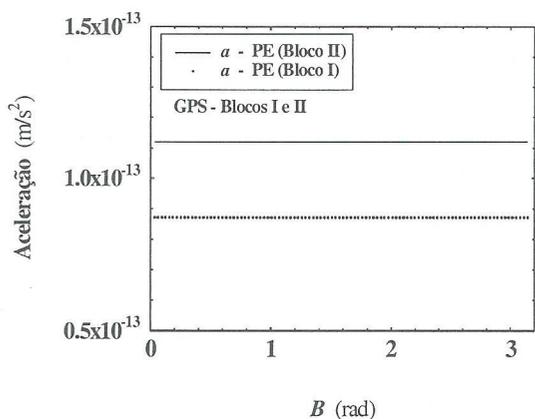


Fig. 10 – Aceleração Poynting-Robertson – Modelo PE

Para o efeito Poynting-Robertson a aceleração a_x para os Blocos I e II é apresentada nas Figuras (10) e (11). Quando a órbita é circular (ecentricidade $e \approx 0$) a aceleração Poynting-Robertson não possui a componente a_z . Esse efeito torna-se mais significativo para satélites de baixa altitude, porém sua magnitude está sempre em torno de 10^{-13} m/s^2 .

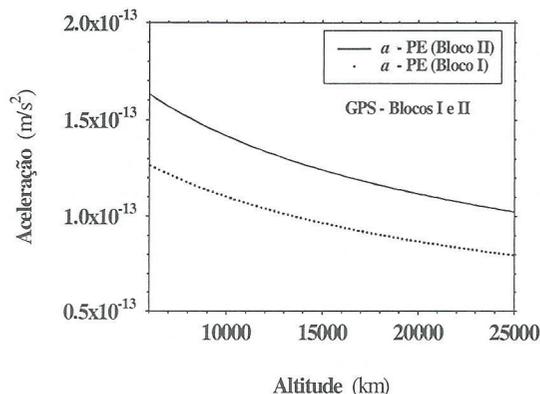


Fig. 11 – Aceleração Poynting-Robertson versus altitude - Modelo PE

Note que o efeito Poynting-Robertson não depende do ângulo B e portanto, mantém um valor constante a medida que o satélite se desloca em sua órbita.

7. CONCLUSÃO

A concordância entre os modelos Rockwell e a modelagem PE para a pressão de radiação é melhor do que poderia ser esperado para uma abordagem simplificada que assume apenas valores médios para os coeficientes de refletividade e absorvidade, área de seção reta, etc. O comportamento das componentes da força de pressão de radiação é, do ponto de vista qualitativo, o mesmo para os dois modelos. Os resultados obtidos indicam de que é possível trabalhar com esta modelagem simplificada (PE) desde que se façam algumas modificações no sentido de aumentar a acurácia dos resultados obtidos. Uma das possibilidades seria trabalhar com um modelo esférico para o corpo do satélite, porém considerando uma área de seção reta variável com dependência em B .

Para o efeito de re-emissão térmica, observa-se que a força de re-emissão nos painéis não possui ângulo de atraso uma vez que os painéis estão sempre orientados em direção ao Sol. A força neste caso depende basicamente da diferença de temperatura entre o lado “quente” (voltado para o Sol) e o lado oposto, ou lado “frio”. Para o corpo, existe um ângulo de atraso associado ao movimento orbital do satélite em torno da Terra, e desde que o Sol esteja no plano de simetria do satélite a força de re-emissão térmica terá somente componentes X e Z.

A re-emissão térmica tem comportamento qualitativo semelhante a pressão de radiação.

O efeito Poynting-Robertson apesar de sua pequena ordem de grandeza apresenta um comportamento interessante no que se refere a seu caráter dissipativo constante para todos os pontos da trajetória do satélite ao longo de sua órbita. Este efeito depende significativamente das dimensões do satélite e da velocidade orbital do mesmo. Satélites baixos tem maior velocidade orbital e conseqüentemente, mais efeito Poynting-Robertson.

Concluiu-se que a análise dos efeitos associados a radiação solar deve ser realizada levando em consideração todos os aspectos da radiação refletida ou absorvida pelo satélite, e portanto considerando além da pressão de radiação, efeitos como a re-emissão térmica e Poynting-Robertson.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AFONSO G.B., BARLIER F., CARPINO M., FARINELLA P., MIGNARD F., MILANI A., NOBILI AM. **Orbital effects of LAGEOS seasons and eclipses.** *Annales Geophysicae*, 7, 501-514, 1989.

DUHA, J. **Thermal Force Effects on Artificial Satellites.** *Brazilian Journal of Geophysics, aceito para publicação*, 2000.

DUHA, J. - **Modelagem e Aplicação do Efeito Inverno-Verão.** Tese de Mestrado, Departamento de Física, Universidade Federal do Paraná, 1996.

FELTENS, J. **Several Aspects of Solar Radiation Pressure.** *GPS Techniques Applied to Geodesy and Surveying, Proc. of the Int. GPS-Workshop, Darmstadt, Springer Verlag*, 1990.

FLIEGEL H.F., FEES W.A., LAYTON W.C., RHODUS N.W. **The GPS Radiation Force Model.** *in Proceedings of the Fifth International Symposium on Precise Positioning With the Global Positioning System*, 113-119, National Geodetic Survey, 1985.

FLIEGEL, H.F. & GALLINI, T.E. **Radiation Pressure Models for Block II GPS Satellites.** *in Proceedings of the Fifth International Geodetic Symposium on Satellite Positioning*, 789-798, National Geodetic Survey, 1989.

FLIEGEL, H.F. & GALLINI, T.E. **Global Positioning System Radiation Force Model for Geodetic Applications.** *J. Geophys. Res.*, 97, 559-568, 1992.

PORTER, W.W. **Solar Force-Torque Model for the GPS Space Vehicle System.** Rockwell TOR 76 MA641, 2 (18 Fevereiro, 1976), *Opt. Model Rep.* CDRL 064^A14, F04701-78-C-0153, Rockwell Int., Seal Beach, Calif., 1976. (Reissued 1983).

RUBINCAM, DP. **Drag on the LAGEOS satellite, J. Geophys. Res.**, 95, 4881-4886, 1990.

RUBINCAM DP., CURRIE DG. & ROBBINS JW. **LAGEOS I once-per-revolution force due to solar heating.** *J. Geophys. Res.*, 102, 585-590, 1997.