

CONSTRUÇÃO ANALÍTICA DE MODELOS E SUAS APLICAÇÕES:

Uma abordagem utilizando injunções relativas.

Eng.º Antonio Maria Garcia Tommaselli*

Sumário

Este trabalho objetiva apresentar um método para construção analítica de modelos através da equação de colinearidade, com a utilização de injunções relativas para o estabelecimento do referencial. São descritas algumas aplicações como a orientação absoluta, restituição numérica ponto a ponto e formação de faixa.

I — Introdução

O advento dos computadores tem representado um marco na fotogrametria moderna, permitindo o desenvolvimento dos métodos analíticos que têm alcançado níveis de precisão antes só possíveis por procedimentos de campo.

O incremento da precisão foi acompanhado pela sofisticação dos modelos matemáticos representativos dos vários fenômenos e novos problemas surgem a cada passo, gerando um campo promissor à investigação científica.

Paralelamente, o tratamento analítico do problema fotogramétrico permitiu a utilização de instrumentos de medida mais simples — monocomparadores e estereocomparadores — verificando-se com isto a redução do custo operacional.

Hoje, a barreira inicial à aplicação da fotogrametria analítica praticamente desapareceu. Qualquer pessoa pode ter em sua casa ou empresa um microcomputador a custo baixíssimo.

Para a aplicação dos métodos fotogramétricos bastam, além de um computador, um comparador e uma câmara métrica. Já é possível, entretanto, utilizar câmaras de amador (não métrica) para fotogrametria.

Diante deste panorama, julgamos oportuno a apresentação deste trabalho em que é abordado um método prático e versátil de execução de fotogrametria analítica.

II — A Equação de Colinearidade

II.1 — Modelo Matemático

Sabemos que a geometria de um par de fotos com superposição adequada permite a formação de modelo por intersecção dos raios homólogos.

O espaço objeto e o espaço imagem estão relacionados através da equação de colinearidade:

$$x = c \cdot \frac{m_{11}(X-X_0) + m_{12}(Y-Y_0) + m_{13}(Z-Z_0)}{m_{31}(X-X_0) + m_{32}(Y-Y_0) + m_{33}(Z-Z_0)} = c \frac{m}{q}$$

$$y = c \cdot \frac{m_{21}(X-X_0) + m_{22}(Y-Y_0) + m_{23}(Z-Z_0)}{m_{31}(X-X_0) + m_{32}(Y-Y_0) + m_{33}(Z-Z_0)} = c \frac{n}{q}$$

onde:

x, y são as fotocoordenadas (coordenadas de P no espaço imagem e no sistema fotogramétrico)

* Engenheiro Cartógrafo, professor e pesquisador da UNESP, campus de Presidente Prudente.

c é a constante da câmara (distância focal)
 m_{ij} são os elementos da matriz de rotação, função da atitude da câmara (κ, φ, ω)

$$M = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \kappa & \cos \omega \sin \kappa + \sin \omega \sin \varphi \cos \kappa & \sin \omega \sin \kappa - \cos \omega \sin \varphi \cos \kappa \\ -\cos \varphi \sin \kappa & \cos \omega \cos \kappa - \sin \omega \sin \varphi \sin \kappa & \sin \omega \cos \kappa + \cos \omega \sin \varphi \sin \kappa \\ \sin \varphi & -\sin \omega \cos \varphi & \cos \omega \cos \varphi \end{bmatrix}$$

X_0, Y_0, Z_0 coordenadas do centro perspectivo da câmara
 X, Y, Z coordenadas do ponto P no espaço objeto e no sistema referencial estabelecido (arbitrado ou realizado)

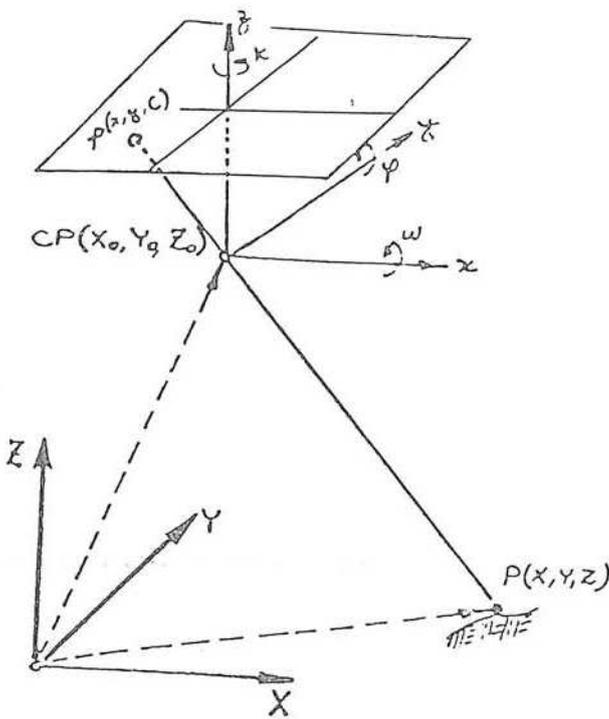


Figura 1. A equação de colinearidade

II.2 — Aplicação na formação de modelo analítico

Na formação de um modelo temos envolvidos dois sistemas fotogramétricos (e conseqüentemente dois conjuntos de parâmetros de orientação) mas os mesmos pontos e referencial no espaço objeto.

O modelo matemático da equação de colinearidade é do tipo explícito, ou seja, as quantidades observadas são uma função explícita das quantidades a determinar (parâmetros, incógnitas):

$$L_a = F(X_a)$$

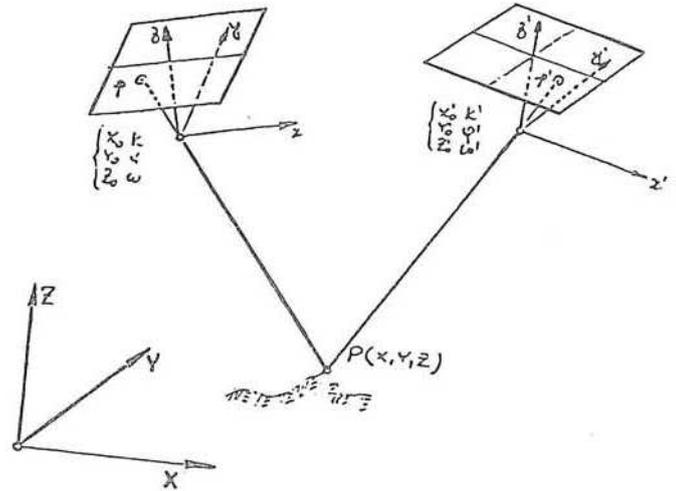


Figura 2. A colinearidade na formação do modelo

Este é o conhecido método das equações de observação ou método paramétrico. Com este procedimento estatístico é possível, a partir de um conjunto de observações super-abundantes (6 ou mais pontos no espaço objeto aparecendo em ambas as fotos), estimar um valor único para o conjunto de parâmetros e sua respectiva matriz variância-covariância.

A solução, utilizando um modelo linearizado é dada por:

$$X_a = X_0 + X \quad X = -(A^t P A)^{-1} (A^t P A)$$

$$\Sigma X = \delta^2_0 \cdot N^{-1}$$

onde:

- X_a Vetor dos parâmetros ajustados
- X_0 Vetor dos parâmetros aproximados
- X Vetor das correções aos parâmetros aproximados
- A Matriz das derivadas parciais, resultado da linearização de $F(X_a)$, no ponto de expansão X_0

$$A = \frac{\partial F}{\partial X_a} \Big|_{X_0}$$

- P Matriz peso das observações

$$P = \sigma_0^2 \cdot Q_{11}^{-1}$$

$$Q_{11} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & & & \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \sigma_n^2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Genericamente: } P_{ij} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2}$$

- $L = L_0 - L_b$ e $L_0 = F(X_0)$
- L_b Vetor das observações

- ΣX Matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados
- δ_0^2 Variância da observação de peso unitário
- $N^{-1} = (A^T P A)^{-1}$ Inversa da matriz normal

Em nossa abordagem, consideraremos como quantidades a determinar, todos os parâmetros de orientação das duas fotos, e todas as coordenadas dos pontos no espaço objeto. Portanto:

$$X_a = \begin{bmatrix} k \\ \varphi \\ \omega \\ X_{0a} \\ Y_{0a} \\ Z_{0a} \\ k, \\ \varphi' \\ \omega' \\ X'_{0a} \\ Y'_{0a} \\ Z'_{0a} \\ X_{1a} \\ Y_{1a} \\ Z_{1a} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ X_{na} \\ Y_{na} \\ Z_{na} \end{bmatrix}$$

Chamando de N_p o número de pontos no espaço objeto, teremos o número total de parâmetros igual a:

$$12 \quad + \quad 3 \times N_p$$

Parâm. Coord. de pto
de orient. no espaço objeto

As quantidades observadas serão as coordenadas dos pontos imagem no sistema fotogramétrico de cada foto:

$$L_b = \begin{bmatrix} x_1 \\ Y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{np} \\ Y_{np} \\ x_1' \\ y_1' \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{np}' \\ Y_{np}' \end{bmatrix}$$

O número total de observações será igual a:
 $2 \times 2 \times N_p = 4 \times N_p$

A matriz "A" das derivadas parciais terá $4 \times N_p$ linhas e $12 + 3 \times N_p$ colunas. As derivadas parciais serão:

$$\frac{\partial F_x}{\partial k} = \frac{c}{q} (\Delta X \cdot m_{21} + \Delta Y \cdot m_{22} + \Delta Z \cdot m_{23}) = \frac{c}{q} \cdot n$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial \varphi} = \frac{-c}{q^2} [q (\Delta X \cdot \text{sen } \varphi \cos k - \Delta Y \cdot \text{sen } \varphi \cos \omega \cos k) + m \cdot (\Delta X \cdot \cos \varphi + \Delta Y \cdot \text{sen } \omega \text{sen } \varphi - \Delta Z \cdot \cos \omega \text{sen } \varphi)]$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial \omega} = \frac{-c}{q^2} [q (\Delta Y \cdot m_{13} - \Delta Z \cdot m_{12}) - m (\Delta Y \cdot m_{33} - \Delta Z \cdot m_{32})]$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial X_0} = \frac{-c}{q^2} (q \cdot m_{11} - m \cdot m_{31}) \quad \frac{\partial F_x}{\partial X_i} = - \left[\frac{\partial F_x}{\partial X_0} \right]$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial Y_0} = \frac{-c}{q^2} (q \cdot m_{12} - m \cdot m_{32}) \quad \frac{\partial F_x}{\partial Y_i} = - \left[\frac{\partial F_x}{\partial Y_0} \right]$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial Z_0} = \frac{-c}{q^2} (q \cdot m_{13} - m \cdot m_{33}) \quad \frac{\partial F_x}{\partial Z_i} = - \left[\frac{\partial F_x}{\partial Z_0} \right]$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial k} = \frac{-c}{q} (\Delta X \cdot m_{11} + \Delta Y \cdot m_{12} + \Delta Z \cdot m_{13}) = \frac{-c}{q} \cdot m$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial \varphi} = \frac{-c}{q^2} [-q (\Delta X \cdot \text{sen } \varphi \text{sen } k - \Delta Y \cdot \text{sen } \varphi \cos \varphi \text{sen } k + \Delta Z \cdot \cos \omega \cos \varphi \text{sen } k) + n (\Delta X \cdot \cos \varphi + \Delta Y \cdot \text{sen } \omega \text{sen } \varphi - \Delta Z \cdot \cos \omega \text{sen } \varphi)]$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial \omega} = \frac{-c}{q^2} [q (\Delta Y \cdot m_{23} - \Delta Z \cdot m_{22}) - n (\Delta Y \cdot m_{33} - \Delta Z \cdot m_{32})]$$

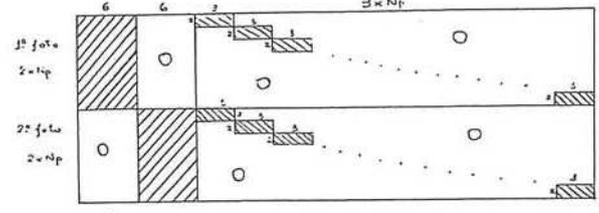
$$\frac{\partial F_y}{\partial X_0} = \frac{-c}{q^2} (q \cdot m_{21} - n \cdot m_{31}) \quad \frac{\partial F_y}{\partial X_i} = \left[\frac{\partial F_y}{\partial X_0} \right]$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial Y_0} = \frac{-c}{q^2} (q \cdot m_{22} - n \cdot m_{32}) \quad \frac{\partial F_y}{\partial Y_i} = \left[\frac{\partial F_y}{\partial Y_0} \right]$$

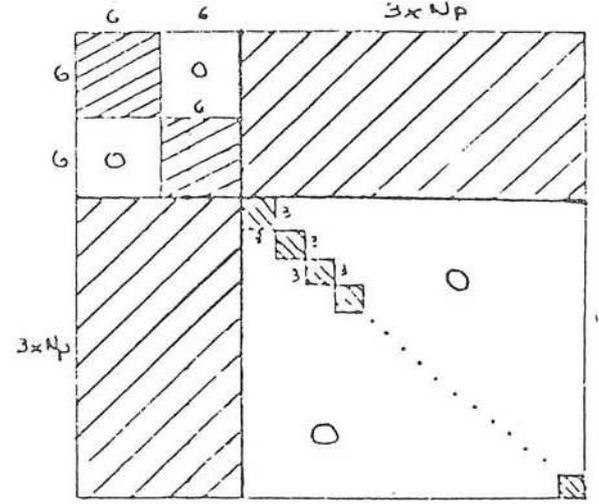
$$\frac{\partial F_y}{\partial Z_0} = \frac{-c}{q^2} (q \cdot m_{23} - n \cdot m_{33}) \quad \frac{\partial F_y}{\partial Z_i} = \left[\frac{\partial F_y}{\partial Z_0} \right]$$

Estes dois conjuntos de equações podem ser agrupados em um único, através de um algoritmo, que reduz à metade o número de declarações necessárias ao cálculo da matriz "A" em um programa computacional (Vide listagem)

A matriz "A" terá o seguinte padrão:



A matriz normal $N = (A^T P A)$ terá o seguinte padrão:



linearidade, são as coordenadas imagem dos pontos, no sistema fotogramétrico.

Sabemos que o instrumento que mede as coordenadas, o comparador, não possui seu sistema (de máquina) coincidente com o sistema fotogramétrico, por várias razões, tais como a impossibilidade de orientar perfeitamente o diapositivo (ou negativo), devido ao trabalho do filme e à não coincidência do centro fiducial com o ponto principal de fotogrametria.

A transformação de coordenadas de máquina para coordenadas no sistema fotogramétrico é feita através de algumas transformações.

A reprodução da geometria da câmara (orientação interior) só se completará, entretanto, quando forem corrigidos os efeitos da distorção das lentes.

IV.1.1 — Transformação para o sistema fiducial

Toda câmara métrica possui marcas de referência, que são registradas na emulsão. Estas marcas de referência são as marcas fiduciais e suas coordenadas devem ser fornecidas pelo fabricante.

Após a tomada da foto o filme sofre a ação de agentes físicos, como a temperatura, pressão, umidade, tração do mecanismo de enrolamento do filme, etc... A ação destes agentes físicos provoca uma deformação no filme. Através de uma transformação adequada é possível corrigir grande parte desta deformação e ao mesmo tempo reduzir as coordenadas ao sistema fiducial.

A escolha do melhor modelo de transformação tem gerado discussões sem que haja uma conclusão definitiva. Uma transformação de corpo rígido não modela o trabalho do filme, enquanto uma transformação isogonal considera que o trabalho existe, mas que é uniforme em todas as direções.

A transformação afim geral (6 parâmetros) é a que modela de maneira mais aceitável o trabalho do filme. A grande ressalva na utilização desta transformação é que, com as quatro marcas fiduciais usuais teremos apenas dois graus de liberdade no ajustamento.

O modelo matemático da transformação afim geral é:

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + e \\ y' &= cx + dy + f \end{aligned}$$

onde:

x', y' são as coordenadas de máquina e portanto quantidades observadas
 x, y são as coordenadas conhecidas das marcas fiduciais
 a, b, c, d, e, f são os parâmetros da transformação, a determinar

Portanto:

$$La = F(Xa)$$

Como "F" é uma função linear:

$$Xa = (A^t P A)^{-1} A^t P Lb \text{ onde:}$$

- Xa Vetor dos parâmetros ajustados
- A Matriz dos coeficientes
- P Matriz peso das observações
- Lb Vetor das quantidades observadas e, $P = \delta^2_0 Lb^{-1}$ onde:
- Lb é a matriz variância-covariância das observações
- δ^2_0 é a variância da observação de peso unitário

Geralmente pode-se fazer:

$$P_{ii} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2}$$

Considerando que todas as observações tenham a mesma variância podemos fazer $P = I$ (Identidade) e o modelo fica reduzido a:

$$Xa = (A^t A)^{-1} A^t Lb$$

A matriz A será:

$$Lb = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 \end{bmatrix} \quad Xa = \begin{bmatrix} a \\ b \\ e \\ c \\ d \\ f \end{bmatrix}$$

Fazendo $A^t A = N$ e $A^t Lb = U$, a matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados será dada por:

$$\Sigma X = \hat{\sigma}_0^2 N^{-1} \text{ onde } \hat{\sigma}_0^2 \text{ é a variância estimada e é dada por:}$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^t_p V}{n-u} \text{ e } V^t_p V = Xa^t U + Lb^t P Lb$$

onde:

- $n - u$ = graus de liberdade
- n = número de observações
- u = número de parâmetros

Devido ao padrão de "A", podemos prever um padrão de N que possibilite alguma otimização. Com efeito:

$$N = \begin{bmatrix} \Sigma x_1^2 & \Sigma x_1 y_1 & \Sigma x_1 & 0 & 0 & 0 \\ \Sigma x_1 y_1 & \Sigma y_1^2 & \Sigma y_1 & 0 & 0 & 0 \\ \Sigma x_1 & \Sigma y_1 & n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Sigma x_1^2 & \Sigma x_1 y_1 & \Sigma x_1 \\ 0 & 0 & 0 & \Sigma x_1 y_1 & \Sigma y_1^2 & \Sigma y_1 \\ 0 & 0 & 0 & \Sigma x_1 & \Sigma y_1 & n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B & O \\ O & B \end{bmatrix}$$

Este procedimento trata-se de uma montagem cumulativa de N, isto é, a matriz normal é montada diretamente sem necessidade do cálculo de A.

Fazendo o mesmo para $A^t L b = u$ e também particionando:

$$A^t L b = \begin{bmatrix} \Sigma x_i x'_i \\ \Sigma y_i y'_i \\ \Sigma x_i \\ \Sigma x_i y'_i \\ \Sigma y_i y'_i \\ \Sigma y'_i \end{bmatrix}$$

Como a transformação tem um número fixo de parâmetros (6) a matriz sub-bloco B terá ordem 3.

$${}_6 N_6^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} {}_3 B_3^{-1} & 0 \\ \hline 0 & {}_3 B_3^{-1} \end{array} \right]$$

Particionando também X_a :

$${}_6 X_a = \begin{bmatrix} {}_3 X_a A_1 \\ {}_3 X_a B_1 \end{bmatrix}$$

Teremos como solução:

${}_3 X_a A_1 = {}_3 B_3^{-1} A^t L_1$ e ${}_3 X_a B_1 = {}_3 B_3^{-1} A^t L_2$ e a matriz variância-covariância, como vimos: $\Sigma X = \sigma_0^2 N^{-1}$.

A obtenção de $\hat{\sigma}_0^2$ pode, entretanto, não oferecer bons resultados.

Como possuímos, de modo geral, apenas quatro fiduciais temos oito observações e portanto apenas dois graus de liberdade, como já foi ressaltado. A principal conseqüência disto é que o modelo torna-se quase determinístico, podendo os parâmetros absorver erros acidentais.

Resumindo, os parâmetros podem eventualmente modelar os erros de leitura (que são acidentais) como deformações (sistemáticos) gerando resíduos pequenos e falseando a determinação de $\hat{\sigma}_0^2$.

O vetor dos parâmetros ajustados representa os parâmetros que transformam coordenadas fiduciais em coordenadas de máquina.

Nos interessa, entretanto, a transformação inversa:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x' - e \\ y' - f \end{bmatrix}$$

Esta transformação é então aplicada em todos os pontos lidos.

IV.1.2 — Redução ao sistema fotogramétrico e correção da distorção das lentes e refração fotogramétrica

A redução ao sistema fotogramétrico é feita através de:

$$\begin{aligned} x'' &= x' - x_0 \\ y'' &= y' - y_0 \end{aligned}$$

onde:

x', y' são as coordenadas fiduciais

x_0, y_0 são as coordenadas do ponto principal

x'', y'' são as coordenadas no sistema fotogramétrico.

A correção da distorção radial simétrica é feita através das expressões:

$$\delta r = k_0 r + k_1 r^3 + k_2 r^5 + k_3 r^7 \text{ e}$$

$$x''' = x'' - \delta x$$

$$y''' = y'' - \delta y$$

$$\delta x = x'' \cdot \frac{\delta r}{r} \quad \delta y = y'' \cdot \frac{\delta r}{r} \quad r^2 = x''^2 + y''^2$$

A distorção descentrada (modelo modificado de Conrady-Brown) é dada por:

$$\begin{aligned} x'' &= x''' - \delta x' \\ y'' &= y''' - \delta y' \\ \delta x' &= P_1 (r^2 + 2 \cdot x'''^2) + 2 \cdot P_2 \cdot x''' \cdot y''' \\ \delta y' &= 2 \cdot P_1 \cdot x''' \cdot y''' + P_2 (r^2 + 2 \cdot y'''^2) \end{aligned}$$

Os valores numéricos de $x_0, y_0, k_0, K_1, K_2, K_3, P_1, P_2$ e a constante da câmara, bem como as coordenadas das marcas fiduciais são dadas pelo certificado de calibração.

A refração fotogramétrica é corrigida através da seguinte fórmula:

$$\begin{aligned} x &= x^{iv} - \delta x_r \\ y &= y^{iv} - \delta y_r \end{aligned}$$

$$\delta x_r = x^{iv} \cdot (1 + r^2/c^2) \cdot \epsilon_{45}$$

$$\delta y_r = y^{iv} \cdot (1 + r^2/c^2) \cdot \epsilon_{45}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{45} &= \left\{ \left[(1 - 0,02257 \cdot Z_s)^{4,256} (Z_s - Z_p) + [(1 - 0,02257 \cdot Z_s)^{5,256} - (1 - 0,02257 \cdot Z_p)^{5,256}] / 0,11862792 \right] / [(1 - 0,02257 \cdot Z_s)^{4,256} - (1 - 0,02257 \cdot Z_p)^{4,256}] \right\} \cdot \ln [1 + 0,0002769856 \\ &\cdot (1 - 0,02257 \cdot Z_p)^{4,256}] / [1 + 0,0002769856 \\ &\cdot (1 - 0,02257 \cdot Z_s)^{4,256}] \end{aligned}$$

onde Z_p e Z_s são respectivamente as altitudes do ponto e de vôo, tomadas em Km.

IV. 2 Pesos

Este item tem fundamental importância na solução final do problema. A estimativa da precisão depende da correta ponderação, tanto de observações quanto de injunções.

A estimativa da precisão das fotocoordenadas refinadas é extremamente discutível. O erro de leitura pode ser estimado repetindo-se a medida no comparador e estabelecendo-se seu desvio padrão. Já na correção de deformação do filme co-

meçam os problemas, pois o pequeno grau de liberdade (na situação já descrita) não permite uma estimativa correta da precisão dos parâmetros e portanto do erro que é propagado para as fotocoordenadas. Também não é conclusiva a estimativa de precisão dos modelos de correção de distorção e refração fotogramétrica.

Devido a estas incertezas a estimativa da precisão real das fotocoordenadas pode ser duvidosa.

A estimativa da precisão das injunções é igualmente importante e também gera algumas dúvidas, principalmente quando for proveniente de apoio terrestre.

IV — Parâmetros aproximados

A estimativa dos parâmetros aproximados tem fundamental importância, pois valores incoerentes perturbarão a solução, podendo inclusive não haver convergência.

Os ângulos são geralmente estimados com valor inicial nulo ($K, \varphi, \omega = 0$) devido ao fato das fotografias serem quase verticais. A estimativa dos ângulos pode ter uma incerteza de aproximadamente 15° sem alterar a convergência da solução.

Se o referencial de terreno for aproximadamente paralelo ao sistema fotogramétrico a estimativa das coordenadas aproximadas dos pontos no espaço objeto torna-se simples. Basta somar às coordenadas X, Y do centro perspectivo da foto esquerda os valores das fotocoordenadas dos pontos da escala da foto (esquerda).

IV.4 — Iteração

Como o modelo de colinearidade é não linear, a aplicação do método dos mínimos quadrados exigiu a linearização por Taylor. Por este motivo o primeiro valor de X_a calculado ($X_a = X_o + X$) ainda não será o final. Faz-se $X_o = X_a$ e repete-se o procedimento até que o vetor das correções X tenha elementos muito pequenos.

V — Aplicações

Todas as aplicações a que faremos referência são, na verdade, o mesmo problema, que é a orientação dos sistemas fotogramétricos das fotos em relação a um referencial comum.

V.1 — Orientação Relativa

A orientação relativa busca orientar simplesmente o sistema fotogramétrico de uma foto em relação a outra. Neste caso o referencial adotado é arbitrário e é tomado geralmente como o da foto esquerda. As injunções serão então:

$$k, \varphi, \omega = 0 \quad X_0, Y_0, Z_0 = 0$$

Falta ainda uma escala para definir o sistema. Se quisermos o modelo na escala aproximada da foto podemos fazer: $X'_0 = 90 \text{ mm}$

Como o sistema é arbitrário pode-se afirmar que a variância destes parâmetros é nula e que, portanto, seu peso é infinito.

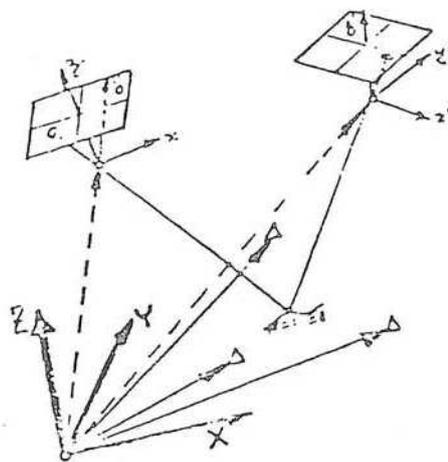
Nº do parâmetro (ordem do vetor)	Peso	Valor fixo
1	10^{20}	0 rad
2	10^{20}	0 rad
3	10^{20}	0 rad
4	10^{20}	0 mm
5	10^{20}	0 mm
6	10^{20}	0 mm
10	10^{20}	90 mm

Neste caso deve-se observar que as altitudes serão negativas.

V.2 — Orientação Absoluta

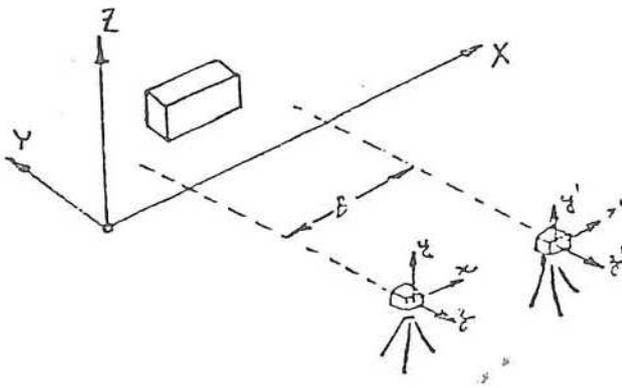
Neste caso a orientação das fotos deverá ser obtida em relação ao referencial do terreno. Torna-se necessário conhecer as coordenadas de pontos de apoio e suas respectivas variâncias. Dados auxiliares, que estejam disponíveis e referenciados ao sistema do espaço objeto, como parâmetros de um sistema inercial, podem ser usados como injunção, cuidando-se em ponderá-los adequadamente.

Basta identificar qual a posição do vetor X_a que corresponde à coordenada conhecida e nela aplicar a injunção. Vale ressaltar que os pontos devem ser, no mínimo, dois planimétricos e três altimétricos (sete injunções mínimas) com distribuição conveniente na área do modelo.



V.3 — Fotogrametria Terrestre

Em Fotogrametria Terrestre geralmente possuem-se os parâmetros de orientação da câmara e alguns pontos de controle. Este tipo de procedimento permite que se use os parâmetros de orientação, ou os pontos de controle ou ambos simultaneamente. A ressalva é que o sistema referencial do espaço objeto deve ser coerente com os parâmetros estimados a priori.



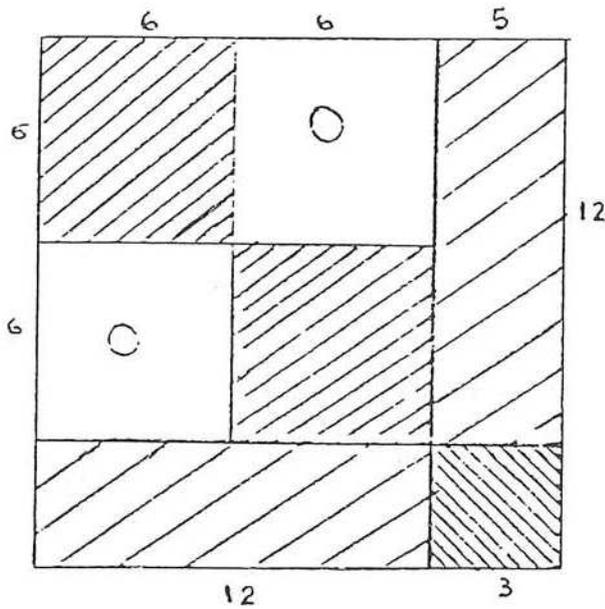
V.4 — Restituição Numérica

Neste caso o método será aplicado com vistas à obtenção de coordenadas objeto a partir do conhecimento dos parâmetros de orientação de cada foto e das fotocoordenadas.

Neste caso as incógnitas serão apenas as três coordenadas de um ponto genérico no espaço objeto e as injunções serão os doze parâmetros de orientação.

$$X_a = (k, \varphi, \omega, X_0, Y_0, Z_0, k', \varphi', \omega', X_0', Y_0', Z_0', X, Y, Z)$$

A matriz "N" terá o seguinte padrão:



O vetor das observações:

$$L_b = \begin{bmatrix} x \\ y \\ x' \\ y' \end{bmatrix}$$

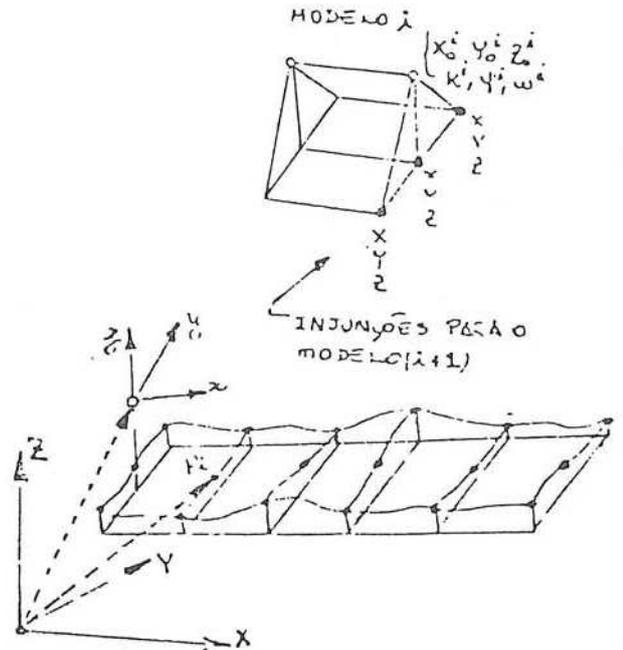
Este procedimento permite a obtenção, após um processo de orientação, das coordenadas objeto de todos os pontos. Se isto fosse feito simultaneamente ao processo de orientação, a dimensão "N", no caso de muitos pontos, tornar-se-ia muito grande.

V.5 — Formação de Faixa

Trata-se da execução de uma aeropoligonação. Neste caso

o primeiro modelo será formado da maneira mais conveniente. Se forem disponíveis pontos de controle suficientes pode-se construir o modelo já no referencial do terreno. Caso contrário cria-se um referencial arbitrário (de preferência com base em valores aproximados) e forma-se o primeiro modelo neste sistema.

Com o primeiro modelo formado, teremos os parâmetros de orientação da foto direita e as coordenadas dos pontos de passagem. Estes valores são utilizados como injunção na construção do segundo modelo. A partir daí o processo se repete, obtendo a faixa diretamente no referencial do primeiro modelo.



VI — Considerações adicionais

O método descrito anteriormente pode ser generalizado para fazer o ajustamento simultâneo de vários modelos.

O modelo matemático e os procedimentos para pré-refinamento são os mesmos, mudando apenas as dimensões e padrão das matrizes.

Este procedimento de ajustamento simultâneo é conhecido por feixes perspectivas (bundle).

Além disso, o emprego de injunções relativas, realizando a ponderação da informação que se pretenda adicionar, permite o aproveitamento de todos os dados que se possui sobre o modelo, incrementando precisão às coordenadas.

Entretanto, a ponderação incorreta de determinado parâmetro, principalmente super-estimando a precisão, pode perturbar seriamente a solução.

VII — Programas

Com base nos métodos descritos, foram implementados alguns programas, já testados com dados simulados e reais.

O programa MODEL FOR não foi suficientemente otimizado devido à introdução provisória de um procedimento estatístico para a detecção de erros grosseiros a título de teste.

A seguir anexamos as listagens de dois destes programas, em linguagem FORTRAN.

```

00001 C      PROGRAMA PARA TRANSFORMACAO AFTH
00002 C      -----
00003 C      NUMERO DE PARAMETROS : N=6
00004 C      MATRIZ PESO : P=IDENTIDADE
00005 C
00006 C      DIMENSTION AN(3,3),ATL1(3,1),ATL2(3,1),VERS(3),XAA(3,1),XAB(3
00007 C      DIMENSTION TF(2,2),TR(2,1),XN(2,1),VR(2,1),VRS(2)
00008 C
00009 C      OPEN(UNIT=20,FILE='ENTR',ACCESS='SEQIN')
00010 C      OPEN(UNIT=22,FILE='SAID',ACCESS='SEQOUT')
00011 C
00012 C      LEITURA DOS DADOS
00013 C
00014 C      READ(20,*)NFOT
00015 C      LAÇO DE DO PARA TRANSFORMACAO DE TODAS AS FOTOS
00016 C      DO 100 IK=1,NFOT
00017 C      INICIALIZAR
00018 C      DO 10 JJ=1,3
00019 C          DO 20 JL=1,3
00020 C              AN(JJ,JL)=0.
00021 20      CONTINUE
00022 C          ATL1(JJ,1)=0.
00023 C          ATL2(JJ,1)=0.
00024 10      CONTINUE
00025 C
00026 C      NUMERO DE PONTOS FIXOS = NF
00027 C      READ(20,*)NF
00028 C      LEITURA DAS COORDENADAS DOS PONTOS FIXOS E RESPECTIVOS
00029 C      VALORES LIDOS , E SUBSEQUENTE MONTAGEM DE 'N' E 'ATL B'
00030 C      XL TL=0.
00031 C      DO 30 J=1,NF
00032 C          READ(20,*)XF,YF,XL,YL
00033 C      MONTAGEM ACUMULATIVA DO SUB-BLOCO DE 'N'
00034 C          AN(1,1)=AN(1,1) + XF*XF
00035 C          AN(1,2)=AN(1,2) + XF*YF
00036 C          AN(1,3)=AN(1,3) + XF
00037 C          AN(2,2)=AN(2,2) + YF*YF
00038 C          AN(2,3)=AN(2,3) + YF
00039 C
00040 C      MONTAGEM DE ATLR
00041 C          ATL1(1,1)=ATL1(1,1)+XF*XL
00042 C          ATL1(2,1)=ATL1(2,1)+YF*XL
00043 C          ATL1(3,1)=ATL1(3,1)+XL
00044 C          ATL2(1,1)=ATL2(1,1)+XF*YL
00045 C          ATL2(2,1)=ATL2(2,1)+YF*YL
00046 C          ATL2(3,1)=ATL2(3,1)+YL
00047 C
00048 C      XL TL=XL TL + XL*XL + YL*YL
00049 C
00050 30      CONTINUE
00051 C      TERMOS RESTANTES DO SUB-BLOCO DE N
00052 C          AN(2,1)=AN(1,2)
00053 C          AN(3,1)=AN(1,3)
00054 C          AN(3,2)=AN(2,3)
00055 C          AN(3,3)=FLOAT(NF)
00056 C

```

```

00057 CALL VERSOL(AN,VRS,3,3)
00058 C CALCULO DOS VETORES DOS PARAMETROS AJUSTADOS
00059 CALL PROD(AN,ATL2,XAB,3,3,1)
00060 CALL PROD(AN,ATL1,XAA,3,3,1)
00061 CALL WVET(XAA,3)
00062 CALL WVET(XAB,3)
00063 C DEFINICAO DA MATRIZ DE TRANSFORMACAO
00064 TF(1,1)=XAA(1,1)
00065 TF(1,2)=XAA(2,1)
00066 TF(2,1)=XAB(1,1)
00067 TF(2,2)=XAB(2,1)
00068 C
00069 CALL VERSOL(TF,VRS,2,2)
00070 C VETOR DAS TRANSLACOES
00071 TR(1,1)=XAA(3,1)
00072 TR(2,1)=XAB(3,1)
00073 C
00074 C LEITURA E TRANSFORMACAO DE TODOS OS PUNTOS
00075 C NUM = NUMERO DE PUNTOS A TRANSFORMAR
00076 READ(20,*)NUM
00077 DO 80 K=1,NUM
00078 READ(20,*)NPT,XM(1,1),XM(2,1)
00079 CALL SOM(XM,TR,VR,2,1,1,-1)
00080 CALL PROD(TF,VR,XM,2,2,1)
00081 WRITE(22,90)NPT,XM(1,1),XM(2,1)
00082 90 FORMAT(1,3X,I5,3X,F,3X,F)
00083 C
00084 80 CONTINUE
00085 100 CONTINUE
00086 CALL RELEAS(20)
00087 CALL RFLEAS(22)
00088 STOP
00089 END
    
```

SUBPROGRAMS CALLED

PROD RELEAS FLOAT. SOM VERSOL WVET

SCALARS AND ARRAYS ['*' NO EXPLICIT DEFINITION - 'X' NOT REFERENCED]

VERS	1	ATL1	4	*JJ	7	XAA	10	*NPT	13
*K	14	*JK	15	TR	16	*NUM	20	XAB	21
TF	24	*NF	30	AN	31	VR	42	.S0004	44
*IL	45	.S0003	46	.S0002	47	*NFOT	50	.S0001	53
.S0000	52	*YF	53	*IL	54	*XLT1	55	VRS	56
XM	60	*I	62	ATL2	63	*XL	66	*XF	67

MAIN. [No errors detected]

```

00001 C        PROGRAMA PARA FORMACAO DE MODELO . UTILIZANDO TRIANGULOS
00002 C        RELATIVAS AO MODELO DE COLINEARIDADE
00003 C
00004 C        DIMENSION XO(39,1),CX(39,1),XA(39,1),A(36,39),P1(36,1)
00005 C        DIMENSION AN(39,39),VLB(36,1),VLO(36,1),VL1(36,1)
00006 C        DIMENSION U1(39,1),P2(18,1),VLB2(18,1),VFRS(39),XAVC(39,39)
00007 C        DIMENSION VL2(18,1),K(18),WAVC(39,1)
00008 C
00009 C        DIMENSION RA(36,39),TRA(39,36),QUV(36,36),W(36,1),RD(36,1)
00010 C
00011 C        NP --> NUMERO DE PONTOS LIDOS
00012 C        NC --> NUM. DE PARAMETROS A SEREM FIXADOS POR INJUNCOES
00013 C        ORDEM DA MATRIZ A
00014 C        M=4*NP
00015 C        N=12 + 3*NP    NUMERO DE PARAMETROS
00016 C        NC --> NUMERO DE EQUACOES DE INJUNCAO
00017 C        TOL -> CRITERIO DE CONVERGENCIA PARA ITERACOES
00018 C
00019 C        XO(N,1) --> VETOR DOS PARAMETROS APROXIMADOS
00020 C        CX(N,1) --> VETOR DAS CORRECOES AOS PAR. APROXIMADOS
00021 C        XA(N,1) --> VETOR DOS PARAMETROS AJUSTADOS XA=XO+CX
00022 C        A(M,N) --> MATRIZ DAS DER. PARC. (SUBROTINA)
00023 C        SGMO --> VARIANCIA DA OBS. DE PESO UNITARIO ( A PRIORI)
00024 C        P1(M,1) --> PESOS DAS OBSERVAOES
00025 C        AN(N,N) --> MATRIZ NORMAL
00026 C        VLB(N,1) --> VETOR DAS OBSERVAOES (COORD. DE FIO)
00027 C        VLO(N,1) = F(XO)
00028 C        VL1(N,1) = VLO - VLB
00029 C        U1(N,1) = AT*P1*L1
00030 C
00031 C        EXPRESSOES MATRICIAIS REFERENTES AS INJUNCOES
00032 C        P2(N,1) --> PESO DAS INJUNCOES ( PESO AOS PARAMETROS)
00033 C        VLB2(N,1) --> VALORES FIXOS DOS PARAMETROS
00034 C        VL2 = VLO2 - VLB2
00035 C
00036 C        LEITURA DOS DADOS
00037 C        NUM. DE PONTOS LIDOS, NUM. DE PARAM. FIXOS
00038 C        READ(2,*)NP,NC
00039 C        M=4*NP
00040 C        N=12+3*NP
00041 C        VETOR DOS PARAMETROS APROXIMADOS
00042 C        READ(2,*)(XO(I,1),I=1,N)
00043 C        READ(2,*)SGMO
00044 C        READ(2,*)TOL
00045 C        LEITURA DA CONSTANTE DA CAMARA
00046 C        READ(2,*)C
00047 C        PESOS DAS COORDENADAS OBSERVADAS
00048 C        READ(2,*)(P1(I,1),I=1,M)
00049 C        VETOR DAS OBSERVAOES
00050 C        READ(2,*)(VLB(I,1),I=1,n)
00051 C
00052 C        DADOS REFERENTES AS INJUNCOES ( PARAMETROS FIXOS)
00053 C        K(JJ)-->NUM. DO PARAMETRO A SER FIXADO(COLUNA DE A),PESO
00054 C        E O VALOR FIXO DE TAL PARAMETRO
00055 C        DO 10 JJ=1,NC
00056 C        READ(2,*)K(JJ),P2(JJ,1),VLB2(JJ,1)

```

```

MAIN.    MODEL.F0E    FORTRAN V.6(1144)    31-III-85    8153    P004
00057    10    CONTINUE
00058    C
00059    C    IMPRESSAO DOS DADOS
00060    WRITE(3,*)NP,NC,M,N,SGMO,TOL,C
00061    WRITE(3,*)(X0(I,1),I=1,N)
00062    WRITE(3,*)(P1(I,1),I=1,M)
00063    WRITE(3,*)(VLB(I,1),I=1,m)
00064    WRITE(3,*)(P2(I,1),I=1,NC)
00065    WRITE(3,*)(VLB2(I,1),I=1,NC)
00066    C
00067    C    APLICACAO DO METODO PARAMETRICO
00068    DO 50 JI=1,10
00069    C    SUBROTINA PARA CALCULO DA MATRIZ A
00070    CALL DPREL(M,N,X0,C,A,VI,P)
00071    CALL ATPB(A,A,P1,AN,m,N,N)
00072    C    SOMA DOS PESOS DAS INJUNCOES P/ REMOVER A SINGUL. DE N
00073    DO 20 IL=1,NC
00074    IC=K(IL)
00075    AN(IC,IC)=AN(IC,IC)+P2(IL,1)
00076    20    CONTINUE
00077    C    INVERSAO DE AN : AN=(AN)-1
00078    CALL VERSOL(AN,VERS,N)
00079    CALL SOM(CULO,VLB,VI,1,M,1,1.,-1.)
00080    CALL ATPB(A:VL1,P1,U1,m,N,1)
00081    C    CALCULO DE VL2=G(X0)-VLB2
00082    DO 25 IB=1,NC
00083    JC=K(IB)
00084    VL2(IB,1)=X0(JC,1)-VLB2(IB,1)
00085    25    CONTINUE
00086    C    CALCULO DE U1+INJUNCAO (CTPL2)
00087    DO 30 JK=1,NC
00088    LC=K(JK)
00089    U1(LC,1)=U1(LC,1)+VL2(JK,1)*P2(JK,1)
00090    30    CONTINUE
00091    C    CALCULO DO VETOR DAS CORRECOES CX
00092    CALL PROD(AN,U1,XA,N,N,1)
00093    CALL ESCALA(-1.,XA,N,1,CX)
00094    C    CALCULO DO VETOR DOS PAR. AJUSTADOS X0
00095    CALL SOM(X0-CX,XA,N,1,1.,1.)
00096    C    TESTE DE CONVERGENCIA
00097    DO 5 II=1,N
00098    IF(ABS(CX(II,1)).GT.TOL)GO TO 40
00099    5    CONTINUE
00100    GO TO 60
00101    C    FAZER X0=XA E REPETIR A ITERACAO
00102    40    CALL AIGL(N,1,XA,X0)
00103    50    CONTINUE
00104    C    IMPRESSAO DE RESULTADOS
00105    60    WRITE(3,70)
00106    70    FORMAT(/,3X,' VETOR DOS PARAMETROS AJUSTADOS ',/)
00107    CALL WDET(XA,N)
00108    C    NUMERO DE ITERACOES NO PARAMETRICO
00109    LI=JL-1
00110    WRITE(3,75)LI
00111    75    FORMAT(/,3X,' NUM. DE ITERACOES NO PARAMETRICO ',13,/)
00112    C

```

MAIN.	MODEL.FOR	FORTRAN V.6(1144)	31-JUL-85	8152	PAGE
00113	C	CALCULO DE VTPV			
00114		VLP=0.			
00115		DO 90 KK=1,M			
00116		VLP=VLP+VL1(KK,1)*VL1(KK,1)*P1(KK,1)			
00117	90	CONTINUE			
00118		XTU=0.			
00119		DO 92 KN=1,N			
00120		XTU = XTU + CX(KN,1)*U1(KN,1)			
00121	92	CONTINUE			
00122		VLP2=0.			
00123		DO 94 KV=1,NC			
00124		VLP2=VLP2+VL2(KV,1)*VL2(KV,1)*P2(KV,1)			
00125	94	CONTINUE			
00126		VTPV=VLP+VLP2+XTU			
00127	C	SIGMA O A POSTERIORI			
00128		SGMP=VTPV/(FLOAT(M+NC-N))			
00129	C	CALCULO DA M.V.C. UTILIZANDO SIGMA O A POSTERIORI			
00130		CALL ESCALA(SGMP,AN,N,N,XMVC)			
00131		WRITE(3,78)SGMP			
00132	78	FORMAT(/,3X,' SIGMA O A POSTERIORI ',F,/)			
00133		WRITE(3,*)VLP,XTU,VLP2,VTPV			
00134		WRITE(3,80)			
00135	80	FORMAT(/,3X,' M.V.C. DOS PAR.A., USANDO SIGMA O A POSTER.',/)			
00136		DO 150 JL=1,N			
00137		WMVC(JL,1)=XMVC(JL,JL)			
00138	150	CONTINUE			
00139		CALL WDET(WMVC,N)			
00140	C				
00141	C	-----PROCEDIMENTO PARA DETECAO DE ERROS GROSSEIROS			
00142	C	# DATA SNOOPING #			
00143	C				
00144	C	MATRIZ VAR-COV DOS RESIDUOS			
00145		CALL PROD(A,AN,RA,M,N,M)			
00146		CALL TRANSP(RA,TRA,M,N)			
00147		CALL PROD(A,TRA,QVV,M,N,M)			
00148		DO 96 JS=1,M			
00149		QVV(JS,JS)=1./P1(JS,1) - QVV(JS,JS)			
00150	C	NUMERO DE REDUNDANCIA			
00151		RD(JS,1)=QVV(JS,JS)*P1(JS,1)			
00152	C	CALCULO DO RESIDUO PADRONIZADO			
00153		W(JS,1)=VL1(JS,1)/(SGMP*SQRT(QVV(JS,JS)))			
00154	C	TESTE DO RESIDUO PADRONIZADO, SEGUNDO O CRITERIO DE BAARDA,			
00155	C	E EMISSAO DE MENSAGEM DE ERRO, CASO EXISTA			
00156	C	IF(ABS(W(JS,1)).GT.(4.1))WRITE(3,100)JS			
00157	100	FORMAT(/,3X,' ERRO GROSSEIRO NA OBSERVACAO # ',I3)			
00158	96	CONTINUE			
00159	C				
00160		WRITE(3,110)			
00161	110	FORMAT(/,3X,' NUMEROS DE REDUNDANCIA ',/)			
00162		CALL WDET(W;R)			
00163		WRITE(3,120)			
00164	120	FORMAT(/,3X,' RESIDUOS PADRONIZADOS ',/)			
00165		CALL WDET(W;R)			
00166		STOP			
00167		END			

```

MAIN.      MODEL.FOR      FORTRAN 0.6(1144)      31-JUL-85      9:57      PAGE
00001      C
00002      SUBROUTINE DPREL(M,N,VXO,C,ADF,SLO)
00003      C
00004      C      SUBROTINA QUE CALCULA A MATRIZ 'A' DAS DERIVADAS PARCIAIS E
00005      C      LO = F(XO)
00006      C
00007      C      VXO(N,1) ----> VETOR DOS PARAMETROS APROXIMADOS
00008      C      RM(3,3) ----> MATRIZ DE ROTACAO
00009      C      TRIG(6) ----> FUNCOES TRIGONOMETRICAS
00010      C      PARAMETROS :
00011      C      -- DE ORIENTACAO *
00012      C      VXO(1,1)->VXO(6,1) DA PRIMEIRA FOTO
00013      C      VXO(7,1)->VXO(12,1) DA SEGUNDA FOTO
00014      C      -- COORDENADAS *
00015      C      VXO(13,1),VXO(14,1),VXO(15,1) = X,Y,Z DO PUNTO 1, ETC...
00016      C
00017      DIMENSION RM(3,3),TRIG(6),TR(3),ADF(M,N),VXO(N,1)
00018      DIMENSION XCOL(3),SLO(M,1)
00019      C
00020      C      INDICE QUE CONTROLA O # DO PARAMETRO E DA COLUNA RELATIVA
00021      C      A CADA FOTO
00022      C      IFOT=0,
00023      C      ICOL=0,
00024      C      NF=M/2
00025      C      INICIALIZAR
00026      C      DO 10 I=1,m
00027      C          DO 10 J=1,n
00028      C          ADF(I,J)=0,
00029      10      CONTINUE
00030      C
00031      C      DO 100 I=1,4*NF-1,2
00032      C
00033      C      CALCULO DA MATRIZ DE ROTACAO E FCOES TRIGONOMETRICAS
00034      C      CALL RTC(VXO(1+IFOT,1),VXO(2+IFOT,1),VXO(3+IFOT,1),TRIG,PA)
00035      C      INDICE QUE CONTROLA O NUMERO DA COLUNA
00036      C      JK=13+3*((I-1)/2)-ICOL
00037      C      VETOR DE TRABALHO
00038      C          DO 20 JTR =1,3
00039      C          TR(JTR)=VXO(IK+JTR-1,1)-VXO(3+IFOT+JTR,1)
00040      20      CONTINUE
00041      C
00042      C      CALCULO DOS TERMOS DA EQUACAO DE COLINEARIDADE
00043      C          DO 30 KI=1,3
00044      C          XCOL(KI)=0,
00045      C          DO 30 KJ=1,3
00046      C          XCOL(KI)=RM(KI,KJ)*TR(KJ)+XCOL(KI)
00047      30      CONTINUE
00048      C      FATOR COMUM
00049      C      FAT=-C/(XCOL(3)**2)
00050      C
00051      C      CALCULO DOS SUBBLOCOS
00052      C
00053      C      PARC1=TRIG(3)*TR(1)
00054      C      PARC2=TRIG(5)*TRIG(4)*TR(2)
00055      C      PARC3=TRIG(6)*TRIG(4)*TR(3)
00056      C      PARC4=TRIG(4)*TR(1)

```

```

00057            PARC5=TRIG(5)*TRIG(3)*TR(2)
00058            PARC6=TRIG(6)*TRIG(3)*TR(3)
00059            PARC7=RN(3,3)*TR(2)-RN(3,2)*TR(3)
00060      C
00061            DO 50 J,I=0,1
00062      C            INDICE INVERSO , I,JJ
00063            I,JJ=JJ+(-1)**JJ
00064      C            SLO=F(VXD)
00065            SLO(I+JJ,1)=C*XCOL(JJ+1)/XCOL(3)
00066      C
00067      C            SUB-BLOCO I
00068            ADP(I+JJ,1+IFOT)=(C*XCOL(I+JJ+1)/XCOL(3))*(-1)**JJ
00069      C            SUB-BLOCO II
00070            SUBII=XCOL(3)*(PARC1-PARC2+PARC3)*TRIG(I+JJ+1)*(-1)**JJ
00071            ADP(I+JJ,2+IFOT)=FAT*(SUBII+XCOL(JJ+1)*(PARC4+PARC5-PARC6))
00072      C            SUB-BLOCO III
00073            SUBIII=XCOL(3)*(TR(2)*RN(JJ+1,3)-TR(3)*RN(JJ+1,2))
00074            ADP(I+JJ,3+IFOT)=FAT*(SUBIII-XCOL(JJ+1)*PARC7)
00075      C            SUB-BLOCO IV
00076            DO 45 KN =1,3
00077            SUBIV=XCOL(3)*RN(JJ+1,KN)-XCOL(JJ+1)*RN(3,KN)
00078            ADP(I+JJ,KN+3+IFOT)=FAT*SUBIV
00079      45            CONTINUE
00080      C            SUB-BLOCO V
00081            DO 60 KN =0,2
00082            ADP(I+JJ,II+KN)=-ADP(I+JJ,4+KN+IFOT)
00083      60            CONTINUE
00084      50            CONTINUE
00085      C
00086      C            MUDANCA DE POSICAO DAS COLUNAS P/ A SEGUNDA FOTO
00087            IF(I.EQ.(2*NP-1))ICOL=3*NP
00088            IF(I.EQ.(2*NP-1))IFOT=6
00089      C
00090      100            CONTINUE
00091      C
00092            RETURN
00093            END

```

SUBPROGRAMS CALLED

PTC

SCALARS AND ARRAYS ('*' NO EXPLICIT DEFINITION - '%' NOT REFERENCED)

*KN	1	*SUBIII	2	*SUBIV	3	*PARC6	4	.I0010	5
*ICOL	6	*I,J	7	*I,JJ	10	*P	11	*RN	12
*PARC5	13	*IK	14	TR	15	*IFOT	20	*KL	21
*PARC4	22	*m	23	*SUBII	24	*FAT	25	*J	26
.S0007	27	.S0006	30	.S0005	31	*ITR	32	.S0004	33
ADP	34	VXD	35	.S0003	36	.S0002	37	*PARC3	40
.S0001	41	.S0000	42	*NP	43	*KJ	44	TRIG	45
SLO	53	.I0007	54	.I0006	55	.I0005	56	*PARC2	57
.I0004	60	RN	61	.S0010	72	.I0003	73	.I0002	74
.I0001	75	*PARC7	76	*I	77	.I0000	100	*L	101
XCOL	102	*PARC1	105						

```

C SUBROTINA PARA CALCULO DA MATRIZ DE ROTACAO EM
C E FUNCOES TRIGONOMETRICAS TRIG
C SUBROUTINE ROT(KAPPA,PHI,OMEGA,TRIG,RM)
C DIMENSION RM(3,3),TRIG(6)
C CALCULO DAS FUNCOES TRIGONOMETRICAS
C TRIG(1)=SIN(KAPPA)
C TRIG(2)=COS(KAPPA)
C TRIG(3)=SIN(PHI)
C TRIG(4)=COS(PHI)
C TRIG(5)=SIN(OMEGA)
C TRIG(6)=COS(OMEGA)
C
C CALCULO DOS ELEMENTOS DA MATRIZ DE ROTACAO
C RM(1,1)=TRIG(2)*TRIG(4)
C RM(1,2)=TRIG(5)*TRIG(3)*TRIG(2)+TRIG(6)*TRIG(1)
C RM(1,3)=TRIG(5)*TRIG(1)-TRIG(6)*TRIG(3)*TRIG(2)
C
C RM(2,1)=-TRIG(4)*TRIG(1)
C RM(2,2)=TRIG(6)*TRIG(2)-TRIG(1)*TRIG(3)*TRIG(5)
C RM(2,3)=TRIG(5)*TRIG(2)+TRIG(6)*TRIG(1)*TRIG(3)
C
C RM(3,1)=TRIG(3)
C RM(3,2)=-TRIG(4)*TRIG(5)
C RM(3,3)=TRIG(4)*TRIG(6)
C
C RETURN
C ENI

```

VIII. Referências Bibliográficas

ANDRADE, J. B., Olivas, Mary A. A. Calibração de Câmaras Aerofotogramétricas. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, 1980.

ANDRADE, J. B. Refração Fotogramétrica. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, 1980.

_____. Notas de Aula de Fotogrametria III do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, 1985.

LUGNANI, J. B. Notas de Aula de Fotogrametria II do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, 1984.

MERCHANT, Dean C. Analytical Photogrammetry. The Ohio State University, Columbus, 1979.