

PROPOSTA DE METODOLOGIA PARA A CLASSIFICAÇÃO DE DOCUMENTOS CARTOGRÁFICOS

Jorge Luis Nunes e Silva Brito Cap Eng Cart

Resumo

O presente trabalho tem por objetivo principal a apresentação de uma metodologia para a classificação de documentos cartográficos, de acordo com as especificações das "INSTRUÇÕES REGULADORAS DAS NORMAS TÉCNICAS DA CARTOGRAFIA NACIONAL". Estas especificações encontram-se publicadas no "DIÁRIO OFICIAL DA UNIÃO" de 22 de Junho de 1984 e prescrevem, no artigo 10º, a necessidade de colocação da "Classe" das cartas nos seus respectivos rodapés.

Abstract

The principal aim of this work is the presentation of a methodology for cartographic maps classification, according to the "INSTRUÇÕES REGULADORAS DAS NORMAS TÉCNICAS DA CARTOGRAFIA NACIONAL" specifications. These specifications are published by the "DIÁRIO OFICIAL DA UNIÃO" at 1984 June 22 and prescribe, at the 10 chapter, the necessity of placing the "Class" of the maps at their respective skirting boards.

1 — Introdução

No desenvolvimento desta publicação serão abordados alguns aspectos julgados mais importantes, tendo em vista atender-se às prescrições impostas pelo Decreto 89.817, particularmente quanto à classificação de Documentos Cartográficos.

Inicialmente são apresentados alguns conceitos básicos para o seu entendimento.

A seguir, são discutidos alguns conceitos estatísticos a serem utilizados na consecução de seu objetivo principal.

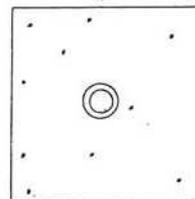
Finalmente, é apresentado um algoritmo para a determinação da exatidão de um documento cartográfico, com a solução de um exemplo ilustrativo.

2 — Tópicos a serem observados na determinação da exatidão de documentos cartográficos.

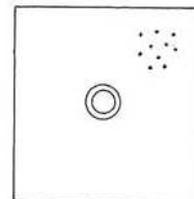
2.1 — Generalidades

Antes de iniciar a descrição dos conceitos matemáticos e estimadores que possam traduzir a exatidão de um documento cartográfico, parece oportuno revisar os conceitos de precisão e acuracidade, os quais, muitas vezes, geram certa confusão.

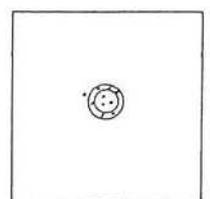
Vejam o exemplo a seguir: As figuras abaixo representam os impactos de três atiradores, em alvos distintos e com a mesma arma.



Atirador A
Fig. 1



Atirador B
Fig. 2



Atirador C
Fig. 3

De sua análise, podemos concluir que:

- O atirador "A" não foi preciso nem acurado, pois seus impactos, além de apresentarem elevada dispersão, não atingiram o alvo.
- O atirador "B" foi preciso (pequena dispersão nos seus impactos), mas não foi acurado, pois seus impactos não se concentraram sobre o alvo.
- O atirador "C" foi preciso e acurado, pois seus impactos, além de apresentarem uma pequena dispersão, concentraram-se sobre o alvo.

Evidentemente o leitor deve ter concluído que o conceito de precisão está ligado ao comportamento relativo dos impactos (o posicionamento de um impacto em relação ao seu ponto médio), dando a idéia da dispersão do conjunto; já o conceito de acuracidade relaciona-se com a "não-tendenciosidade" do agrupamento de impactos, ou seja; da sua concentração sobre o alvo.

Estabelecendo uma analogia para o caso de Documentos cartográficos, sua classificação quanto à extensão consistirá em analisá-los quanto à precisão e acuracidade. Para tal, deverão ser estabelecidos os estimadores e os respectivos padrões de comparação, à luz do Decreto 89.817. É o que se buscará fazer nos tópicos subseqüentes.

2.2 — O Conceito de Precisão de uma Carta

Segundo o enfoque abordado no início do item 2.1, o conceito de precisão está ligado à dispersão dos pontos de uma carta em relação aos seus valores médios ou "mais prováveis."

Traduzirá pois, a confiabilidade da carta, em termos de possibilitar ao usuário da mesma a avaliação do erro médio cometido ao tomar direções e distâncias entre os diversos pontos nela representados.

Para estimar a precisão de uma carta será utilizado o Erro Médio Quadrático Total Previsível para seus pontos, cujas expressões (para planimetria e altimetria) são dadas, segundo 1011, por:

a) EMQ Total Planimétrico (M_p)

$$M_p = \sqrt{M_{pc}^2 + M_{pt}^2 + M_{pp}^2 + M_i^2 + MD_1^2 + MD_2^2}$$

onde:

- M_{pc} = Erro cometido na determinação planimétrica dos pontos de apoio de campo.
- M_{pt} = Erro cometido na orientação absoluta, usando-se pontos de aerotriangulação.
- M_{pp} = Erro devido às deformações na projeção e na observação do modelo estereoscópico.
- M_i = Erro de colimação ou erro de pontaria.
- M_{d₁} = Erro do operador ao retocar a restituição.
- M_{d₂} = Erro do operador durante a gravação ou erro de desenho.

Observação: Valores empíricos para os erros anteriormente citados são dados no ANEXO "A".

b) EMQ Total Altimétrico (M_h)

$$M_h = \sqrt{M_{hc}^2 + M_{hi}^2 + M_{ht}^2 + (M'_p \tan \alpha)^2}$$

onde:

- M_{hc} = Erro cometido na determinação altimétrica dos pontos de apoio de campo. (1/20 da Equidistância da Carta, segundo o T34-304).
- M_{hi} = Erro altimétrico do instrumento restituidor.
- M_{ht} = Erro devido à aerotriangulação.
- M'_p = Erro Médio Quadrático Total planimétrico, excluindo o erro de pontaria.
- α = Inclinação Média do Terreno.

Observações:

- Para previsão do valor de "M_{ht}", pode-se utilizar "M_{ht} — 0,25% Z" como expressão média. Entretanto, para um cálculo mais rigoroso, deve-se adotar o valor encontrado no ajuste da aerotriangulação.
- Alguns valores para "M_{hi}" são tabelados a seguir:

INSTRUMENTOS	M _{hi} (precisão altimétrica)
Estereoplanígrafo C/8, autógrafo Wild A 8 e Kelsh	0,15% Z
PG-2 (Kern), Wild B/8 e Balplex	0,2% Z
Multiplex e Estereotopo	0,5% Z

Fonte: Seleção de Instrumentos Fotogramétricos [02]

Uma vez determinados os EMQ Totais Previsíveis (para a planimetria e altimetria, respectivamente), bastará compará-los com os erros-padrões (*) admissíveis para as diversas classes de Cartas (Vide ANEXO "B" desta publicação e letras "a", "b" e "c" do artigo 9 do Decreto 89.817).

2.3 — O Conceito de Acuracidade de uma Carta

Este conceito, conforme foi dito em 2.1, buscará avaliar o afastamento dos pontos da carta em relação a um referencial considerado como padrão, ou seja; o afastamento das coordenadas retiradas da carta em relação às coordenadas de terreno, referidas ao Sistema Geodésico no qual a carta foi projetada.

É evidente que o estabelecimento de um estimador para a acuracidade já não é tão fácil de ser apresentado. A solução

(*) Observe-se o parágrafo 4 do artigo 8º do Decreto 89.817, que considera equivalentes as expressões Erro-Padrão e Erro-Médio-Quadrático.

ANEXO "A"

VALORES EMPÍRICOS PARA ERROS COMETIDOS NA ELABORAÇÃO DE
DOCUMENTOS CARTOGRÁFICOS

ERRO	SÍMBOLO	VALOR	OBSERVAÇÃO	
Cometido na determinação planimétrica dos pontos de apoio de campo	M_{pc}	$0,1\text{mm} \times E_c$	Tolerância Máxima admitida, segundo o T34-304 (Manual Técnico de Aerotriangulação da DSG)	
Cometido na orientação absoluta, utilizando pontos de aerotriangulação	M_{pt}	$60\mu\text{m} \times E_d$	Aerotriangulação analógica p/faixas	Podem ser substituídos pelo resultado ajuste da aerotriangulação
		$40\mu\text{m} \times E_d$	Aerotriangulação analógica p/bloco	
		$20\mu\text{m} \times E_d$	Aerotriangulação analítica p/faixas	
		$10\mu\text{m} \times E_d$	Aerotriangulação analítica p/bloco	
De colimação ou pontaria	M_i	$30\mu\text{m} \times E_d$	E_d = Denominador da escala dos diapositivos (Normalmente igual à escala das fotos).	
Devido às deformações na projeção e na observação do modelo estereoscópico	M_{pp}	$20\mu\text{m} \times E_d$		
Do operador ao retocar a restituição	M_{d1}	$0,15\text{mm} \times E_r$	E_r = Denominador da escala da restituição.	
De gravação ou desenho.	M_{d2}	$0,10\text{mm} \times E_c$	E_c = Denominador da escala da carta.	

ANEXO "B"

PADRÕES DE EXATIDÃO CARTOGRÁFICA E ERROS PADRÕES

ESCALA	CLASSE	P E C				ERRO - PADRÃO			
		PLANIMÉTRICO		ALTIMÉTRICO		PLANIMÉTRICO		ALTIMÉTRICO	
		CARTA (mm)	TERRENO (m)	CARTA (Fração Eqd)	TERRENO (m)	CARTA (mm)	TERRENO (m)	CARTA (Fração Eqd)	TERRENO (m)
1:25.000	A	0,5	12,5	1/2	5,0	0,3	7,5	1/3	3,3
	B	0,8	20,0	3/5	6,0	0,5	12,5	2/5	4,0
	C	1,0	25,0	3/4	7,5	0,6	15,0	1/2	5,0
1:50.000	A	0,5	25,0	1/2	10,0	0,3	15,0	1/3	6,6
	B	0,8	40,0	3/5	12,0	0,5	25,0	2/5	8,0
	C	1,0	50,0	3/4	15,0	0,6	30,0	1/2	10,0
1:100.000	A	0,5	50,0	1/2	25,0	0,3	30,0	1/3	16,7
	B	0,8	80,0	3/5	30,0	0,5	50,0	2/5	20,0
	C	1,0	100,0	3/4	37,5	0,6	60,0	1/2	25,0
1:250.000	A	0,5	125,0	1/2	50,0	0,3	75,0	1/3	33,3
	B	0,8	200,0	3/5	60,0	0,5	125,0	2/5	40,0
	C	1,0	250,0	3/4	75,0	0,6	150,0	1/2	50,0

para este problema será dada através da verificação preliminar da precisão da carta e da posterior execução de testes de campo, com o objetivo de inferir a magnitude dos erros absolutos de posicionamento de seus pontos, ou seja, qual o Padrão de Exatidão Cartográfica a que a carta obedece. Aliás, a execução dos testes de campo é prevista nos n.ºs 1 e 2 do Decreto em apreço.

3 — Critérios estatísticos utilizáveis para a classificação de documentos cartográficos.

3.1 — Generalidades

Iniciemos pela transcrição de uma das proposições apresentadas no artigo 8º do Decreto nº 89.817.

"1. Noventa por cento dos pontos bem definidos numa carta, quando testados no terreno, não deverão apresentar erro superior ao Padrão de Exatidão Cartográfica Planimétrico-estabelecido".

De início, a interpretação desta assertiva é bem simples, ou seja: se, por exemplo, tem-se uma amostra de 10(dez) pontos de teste, nove deles devem satisfazer ao PEC estabelecido para uma determinada classe de Carta.

O questionamento a fazer é o seguinte: se por acaso, ao invés de nove pontos, tiver-se apenas 7 ou 8? Isto implicaria em submeter a carta a um PEC mais "folgado", enquadrando-a numa classe inferior? Será que o critério da proporção amostral pura e simples (implícito nas assertivas dos n.ºs 1 e 2) é o

mais adequado? Não poderiam ser tentados outros critérios menos rígidos e igualmente válidos em termos estatísticos?

3.2 — Análise do Critério da Proporção Amostral

Tal como foi exposto em 3.1, será que a aplicação pura e simples deste critério para uma amostra de pontos de teste ainda que "bem nítidos na carta..." seria a mais adequada?

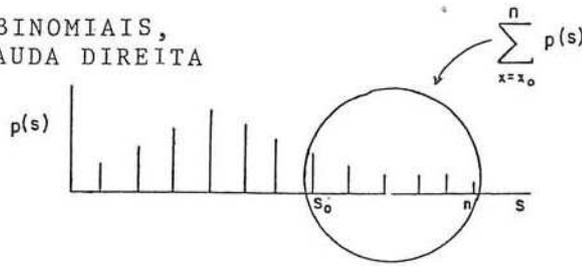
Um estudo de Estimativas de Máxima Verossimilhança (1031) pode responder afirmativamente a esta pergunta, pois prova que a proporção amostral (P) é o estimador de máxima Verossimilhança para a proporção populacional (S) (O EMV é o valor populacional hipotético que maximiza a Verossimilhança da amostra observada).

As críticas que se fazem a este critério são as seguintes:

i) Tem-se que raciocinar com pequenas amostras (menor quantidade possível de pontos de teste de campo) com o objetivo de não onerar demasiadamente o custo de uma carta. Então, para tais amostras (10 a 20 pontos), qual seria a probabilidade de obtermos êxito no nosso teste de campo, ainda que nossa carta estivesse (a priori) com 90% de seus pontos satisfazendo aos PEC estabelecidos para determinada classe?

Vejamos o exemplo a seguir.

Qual a probabilidade de, numa amostra de 10 pontos de teste, ter-se pelo menos 9 deles satisfazendo a determinado PEC, supondo-se, a priori, que 90% da população de pontos da carta satisfaz a este PEC?



74% por cento

$\pi \rightarrow$	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
$n \quad s_0$									
10 1	0,6513	0,8926	0,9718	0,9940	0,9990	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
2	0,2639	0,6242	0,8507	0,9536	0,9893	0,9983	0,9999	1,0000	1,0000
3	0,0702	0,3222	0,6172	0,8327	0,9453	0,9877	0,9984	0,9999	1,0000
4	0,0128	0,1209	0,3504	0,6177	0,8281	0,9452	0,9894	0,9991	1,0000
5	0,0016	0,0328	0,1503	0,3669	0,6230	0,8338	0,9527	0,9936	0,9999
6	0,0001	0,0064	0,0473	0,1662	0,3770	0,6331	0,8497	0,9672	0,9984
7	0,0000	0,0009	0,0106	0,0548	0,1719	0,3823	0,6496	0,8791	0,9872
8	0,0000	0,0001	0,0016	0,0123	0,0547	0,1673	0,3828	0,6778	0,9298
9	0,0000	0,0000	0,0001	0,0017	0,0107	0,0464	0,1493	0,3758	0,7361
10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0010	0,0060	0,0282	0,1074	0,3487

74%

A solução deste problema é dada pela Distribuição de Probabilidades Binomiais Acumuladas na Cauda Direita (Vide ANEXO "C"), ou seja:

$$\Pr(S \geq 9) \quad \left| \quad \begin{array}{l} n = 10 \\ \pi = 0,9 \end{array} \right. = 0,7361 = 74\%$$

Então, há aproximadamente 74% de chances da ocorrência desse evento. Não obstante, não nos esqueçamos que podemos ter sido infelizes na escolha da amostra (com 26% de chance) e neste caso, estaríamos cometendo um erro do tipo I1041 ao rejeitá-la, submetendo a carta a tolerâncias maiores, conseqüentemente, baixando sua classe.

ii) A variável "pontos de teste" é discreta, isto é; somente assume valores inteiros. Então, se raciocinarmos simplesmente com proporções amostrais de 90%, teremos para as amostras:

QUANTIDADE DE PONTOS DE TESTE	Nº MÁX. DE PONTOS ESTOURADOS
10	1
20	2
30	3
.	.
.	.
10 n	n

Neste caso, não seriam admissíveis amostras com valores intermediários, como por exemplo, 8, 15 ou 18 pontos.

3.3 — O Critério das Proporções para Pequenas Amostras

Este critério também poderá ser utilizado para criticar o critério da proporção amostral pura e simples.

Consiste basicamente em determinar-se numa estimativa intervalar para a proporção populacional " π ", a partir da dedução matemática de como o estimador " p " (proporção amostral) é distribuído em função de π . Tal dedução é mostrada em I051. Dela resulta o gráfico abaixo.

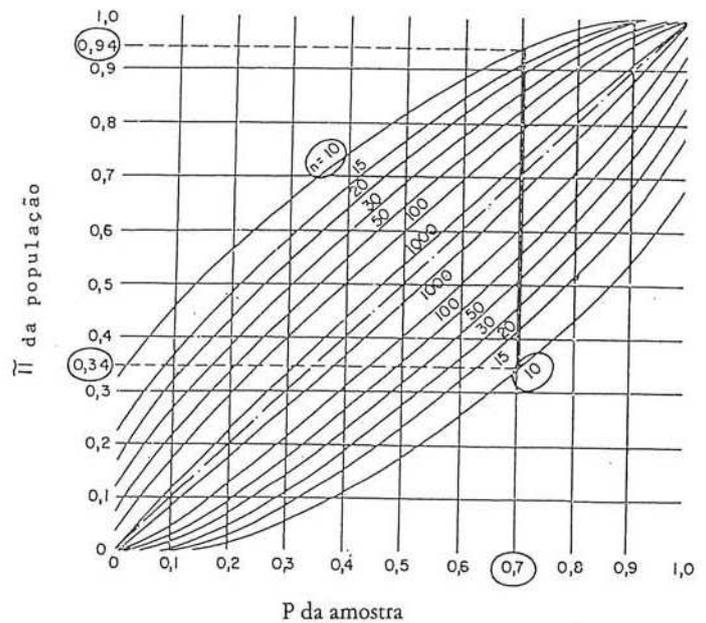


Fig. 4
Intervalos de 95% de confiança para a proporção populacional π

Através da utilização deste gráfico podemos construir um intervalo de 95% de confiança para a proporção populacional (π), a partir da proporção amostral observada.

Voltemos então à nossa amostra de 10 pontos de teste, na qual verificou-se que apenas 7 deles satisfizeram ao PEC, tendo-se portanto 3 pontos "estourados". Podemos então condenar nossa carta para aquela classe ou será que a amostra ainda poderá englobar uma proporção populacional de 90% dos pontos da carta satisfazendo ao PEC?

Da fig 4, para $P = 0,7$ e $n = 10$

teremos o seguinte Intervalo de 95% de confiança para π (eixo vertical):

$$0,34 < \pi < 0,94$$

O que significa que $\pi = 0,90$ está contido no intervalo, ou seja: o fato de termos obtido apenas 7 pontos favoráveis não nos permite condenar a carta ou classificá-la numa menor precisão. (Ainda que observados apenas 7 ou 8 pontos, poderemos ter a proporção de 90% do conjunto de pontos de carta com erro inferior ao PEC estabelecido, a um nível de 95% de certeza.

3.4 — O critério do Melhor Estimador Sistemático Fácil. (MESF)

Este critério é uma estimativa pontual e não intervalar. Contudo, sua aplicação é recomendável para o fim proposto, uma vez que independe da forma de distribuição da população, sendo razoavelmente eficiente para qualquer tipo delas. (Por esta razão o MESF é denominado "robusto", "livre da distribuição" ou "não-paramétrico").

Suas fórmulas são dadas por:

i) Para "n" par

$$MESF \triangleq \frac{1}{4} \left\{ X\left(-\frac{n}{2}\right) + X\left(-\frac{n}{2}\right) + X\left(-\frac{n}{2} + 1\right) + X\left(\frac{3n}{4} + 1\right) \right\}$$

ii) Para "n" ímpar

$$MESF \triangleq \frac{1}{4} \left\{ X\left(-\frac{n}{4}\right) + 2X\left(-\frac{n+1}{2}\right) + X\left(\frac{3}{4}n + 1\right) \right\}$$

onde:

n = Tamanho da amostra

X_i = Observação de ordem "i"

Observações:

1) As observações (X_i) têm que estar ordenadas pela ordem crescente de seus valores.

2) Os sinais (+) ou (-) junto aos índices das observações significam arredondamento para cima ou para baixo, respectivamente.

Por exemplo, vejamos um resultado fictício de um teste de campo de uma amostra de 10 pontos.

PONTO	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Erro Planimétrico (m)	3	8	56	38	19	2	23	94	15	24

Para a determinação do MESF, tem-se que:

a) Ordenar os pontos

b) Selecionar a fórmula adequada. (No caso, para "n" par)

X_i	X(1)	X(2)	X(3)	X(4)	X(5)	X(6)	X(7)	X(8)	X(9)	X(10)
ξ	2	3	8	15	19	23	24	38	56	94

$$MESF = \frac{1}{4} \left\{ X\left(-\frac{n}{2}\right) + X\left(-\frac{n}{2}\right) + X\left(-\frac{n}{2} + 1\right) + X\left(\frac{3}{4}n + 1\right) \right\}$$

Então:

$$X\left(-\frac{n}{4}\right) = X\left(-\frac{10}{4}\right) = X(2,5) = X(3) \leq$$

$$X\left(-\frac{n}{2}\right) = X\left(-\frac{10}{2}\right) = X(5)$$

$$X\left(-\frac{n}{2} + 1\right) = X\left(-\frac{10}{2} + 1\right) = X(6)$$

$$X\left(\frac{3}{4}n + 1\right) = X\left(\frac{30}{4} + 1\right) = X(8,5) = X(8)$$

$$MESF = \frac{1}{4} \{ X(3) + X(5) + X(6) + X(8) \}$$

$$MESF = \frac{1}{4} \{ 8 + 19 + 23 + 38 \}$$

$$MESF = 22,0$$

Observação:

Ter-se-ia que comparar este valor com o PEC respectivo e então realizar o enquadramento da carta na classe adequada (Planimetricamente). Raciocínio análogo seria feito para a altimetria.

3.5 — O Critério da Média Amostral

Trata-se de um estimador pontual da média populacional.

Uma característica que o faz altamente recomendável é o chamado Teorema Central do Limite ou Teorema do Limite Central, que nos diz o seguinte: "Na medida em que aumenta o tamanho (n) da amostra, a distribuição da média (X) de uma amostra aleatória, extraída praticamente de qualquer população, tende para uma distribuição normal com média idêntica à da população (μ) e desvio padrão σ/\sqrt{n} ".

A prática comprova que, na maioria dos casos em que "n" da amostra é de cerca de 10 ou 20, a distribuição de "X" já é praticamente normal. Sua fórmula é dada por:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

onde: X_i = Valor observado da variável aleatória.

No caso específico, poderíamos tomar uma amostra de cerca de 10 a 20 observações, calcular a média amostral dos resíduos (planimétricos ou altimétricos, conforme o caso) e compará-la com os respectivos PEC, classificando a carta.

3.6 — A Distribuição "t" de Student

Até aqui, procurou-se criticar o critério da proporção amostral (3.2) e apresentar estimadores pontuais possíveis, com vistas à classificação dos documentos cartográficos. Vejamos agora um estimador (ou estimativa) intervalar. Esta estimativa consistirá na construção de um intervalo de confiança (com 90 ou 95 % de certeza) para a média populacional (μ), a partir da média amostral " \bar{X} " e da variância amostral " s^2 " através da utilização da distribuição "t" de Student. Desta forma, tem-se:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

... Dados obtidos da amostra

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

$t = (\alpha, gl)$... Vide tabela respectiva, no ANEXO "D".
onde $\alpha = (1 - \text{nível de confiança})/2$
 $gl = n - 1$

Exemplo:

Para 90% de confiança e uma amostra com $n = 10$ elementos tem-se:

$$\alpha = \frac{1 - 0,90}{2} = 0,05$$

$$gl = n - 1 = 10 - 1 = 9$$

$$t/0,05 = 1,833 \text{ (ANEXO "D")}$$

O intervalo de confiança para a média populacional será dado por:

$$\mu = \bar{X} \pm t_{\alpha} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Uma vez construído o intervalo de confiança, bastará verificar onde sua extremidade superior se encaixa, ou seja, qual o PEC que não é por ela ultrapassado.

Observações:

i) Uma questão importante é saber se poderia ser utilizada a Distribuição Normal, ao invés da Distribuição "t". Tal possibilidade somente se concretizaria se fosse conhecido o desvio padrão populacional e o tamanho da amostra fosse grande, o que não ocorre no nosso caso.

ii) A distribuição "t" independe do tamanho da amostra, sendo particularmente válida para pequenas amostras. Sua única restrição é a pressuposição da normalidade da população pois, para o caso de populações bastante assimétricas perde sua validade. Entretanto, devido ao caráter acidental dos erros de posicionamento dos pontos, não há razão para se pressupor essa assimetria, uma vez que prova-se que a Distribuição da probabilidade dos erros acidentais é aderente à Distribuição Normal. Todavia, caso tal hipótese venha a ser formulada, podem ser tentados testes não paramétricos, como por exemplo o Teste do Sinal 1061.

3.7 — O Teste do Sinal

Este teste surge como uma segunda alternativa intervalar, sendo também um tipo de estatística não paramétrica, ou seja, independente do tipo de distribuição de probabilidade da população.

Consiste basicamente da construção de um intervalo de confiança para a mediana populacional (V), a partir de uma amostra de "n" observações ordenadas de forma crescente ($X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$). Este intervalo de confiança é definido, em função do nível desejado (90 ou 95 %), contando-se "q" observações a partir de cada extremidade.

Tem-se então:

$$X_{(q)} \leq V \leq X_{(r)}$$

, onde

$$q = n - r + 1$$

$$r = \frac{n}{2} + \frac{Z_{\alpha}}{2} \sqrt{n}$$

Z_{α} é retirado da Distribuição Normal Padronizada (ANEXO "E"), em função do nível de confiança desejado.

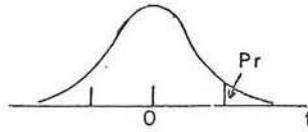
Por exemplo, para 95 % de confiança, teremos

$$\alpha = \frac{1 - 0,95}{2} = 0,025$$

$$Z_{0,025} = 1,96$$

ANEXO "D"

PONTOS CRÍTICOS DA DISTRIBUIÇÃO "t" DE STUDENT



Pr g.l.	0,25	0,10	0,05	0,025	0,010	0,005	0,0025	0,0010	0,0005
1	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	63,637	127,32	318,31	636,62
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	14,089	22,326	31,598
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,213	12,924
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	7,173	8,610
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,893	6,869
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,020	4,785	5,408
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	3,833	4,501	5,041
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,144	4,537
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,326	3,787	4,140
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,252	3,686	4,015
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,222	3,646	3,965
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,197	3,610	3,922
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,174	3,579	3,883
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,552	3,850
21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,135	3,257	3,189
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,119	3,505	3,792
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,104	3,485	3,767
24	0,685	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,091	3,467	3,745
25	0,684	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,078	3,450	3,725
26	0,684	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,067	3,435	3,707
27	0,684	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,057	3,421	3,690
28	0,683	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,047	3,408	3,674
29	0,683	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,038	3,396	3,659
30	0,683	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,030	3,385	3,646
40	0,681	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	2,971	3,307	3,551
60	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	2,915	3,232	3,460
120	0,677	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	2,860	3,160	3,373
∞	0,674	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	2,807	3,090	3,291

```

00001 C        PROGRAMA PARA FORMAÇÃO DE MODELO , UTILIZANDO TRIUNCOES
00002 C        RELATIVAS AO MODELO DE COLINEARIDADE
00003 C
00004 C        DIMENSION XO(39,1),CX(39,1),XA(39,1),A(36,39),P1(36,1)
00005 C        DIMENSION AN(39,39),VLB(36,1),VLO(36,1),VL1(36,1)
00006 C        DIMENSION U1(39,1),P2(18,1),VLB2(18,1),VFRS(39),XHVOC(39,39)
00007 C        DIMENSION VL2(18,1),K(18),WHVC(39,1)
00008 C
00009 C        DIMENSION RA(36,39),TRA(39,36),QUV(36,36),W(36,1),R1(36,1)
00010 C
00011 C        NP --> NUMERO DE PONTOS LIDOS
00012 C        NC --> NUM. DE PARAMETROS A SEREM FIXADOS POR INJUNCOES
00013 C        ORDER DA MATRIZ A
00014 C        M=4*NP
00015 C        N=12 + 3*NP    NUMERO DE PARAMETROS
00016 C        NC --> NUMERO DE EQUACOES DE INJUNCAO
00017 C        TOL --> CRITERIO DE CONVERGENCIA PARA ITERACOES
00018 C
00019 C        XO(N,1) --> VETOR DOS PARAMETROS APROXIMADOS
00020 C        CX(N,1) --> VETOR DAS CORRECOES AOS PAR. APROXIMADOS
00021 C        XA(N,1) --> VETOR DOS PARAMETROS AJUSTADOS XA=XO+CX
00022 C        A(M,N) --> MATRIZ DAS DER. PARC. (SUBROTINA)
00023 C        SGMO --> VARIANCIA DA OBS. DE PESO UNITARIO ( A PRIOR )
00024 C        P1(M,1) --> PESOS DAS OBSERVAÇOES
00025 C        AN(N,N) --> MATRIZ NORMAL
00026 C        VLB(N,1) --> VETOR DAS OBSERVAÇOES (COORD DE FOTO )
00027 C        VLO(N,1) = F(XO)
00028 C        VL1(N,1) = VLO - VLB
00029 C        U1(N,1) = AT*P1*L1
00030 C
00031 C        EXPRESSOES MATRICIAIS REFERENTES AS INJUNCOES
00032 C        P2(N,1) --> PESO DAS INJUNCOES( PESO AOS PARAMETROS)
00033 C        VLB2(N,1) --> VALORES FIXOS DOS PARAMETROS
00034 C        VL2 = VLO2 - VLB2
00035 C
00036 C        LEITURA DOS DADOS
00037 C        NUM. DE PONTOS LIDOS, NUM. DE PARAM. FIXOS
00038 C        READ(2,*)NP,NC
00039 C        M=4*NP
00040 C        N=12+3*NP
00041 C        VETOR DOS PARAMETROS APROXIMADOS
00042 C        READ(2,*)(XO(I,1),I=1,N)
00043 C        READ(2,*)SGMO
00044 C        READ(2,*)TOL
00045 C        LEITURA DA CONSTANTE DA CAMARA
00046 C        READ(2,*)C
00047 C        PESOS DAS COORDENADAS OBSERVADAS
00048 C        READ(2,*)(P1(I,1),I=1,M)
00049 C        VETOR DAS OBSERVAÇOES
00050 C        READ(2,*)(VLB(I,1),J=1,n)
00051 C
00052 C        DADOS REFERENTES AS INJUNCOES ( PARAMETROS FIXOS)
00053 C        K(JJ)-->NUM. DO PARAMETRO A SER FIXADO(COLUNA DE A),PESO
00054 C        E O VALOR FIXO DE TAL PARAMETRO
00055 C        DO 10 JJ=1,NC
00056 C        READ(2,*)K(JJ),P2(JJ,1),VLB2(JJ,1)

```

Aplicação:

Uma amostra de 20 pontos de teste de campo acusou o seguinte resultado para os erros planimétricos (em metros)

3, 4, 5, 6, 7, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 16, 16, 17, 19, 20, 22, 24, 24

Construir o Intervalo de 90% de confiança para a mediana dos erros da carta.

Solução:

$$r = \frac{n}{2} + \frac{Z_0}{2} \sqrt{n}$$

$$Z_{0|90\%} = Z_{0|0,05} = 1,645 \text{ (ANEXO "E")}$$

$$r = \frac{20}{2} + \frac{1,645}{2} + \sqrt{20} = 13,68 \cong 14 \text{ (Por segurança)}$$

$$q = n - r + 1 \quad q = 20 - 14 + 1 = 7$$

Pelos dados fornecidos:

$$X(7) = 8$$

$$X(14) = 17$$

O intervalo de 90% de confiança será:

$$8 \leq \gamma \leq 17 \text{ metros}$$

Para classificar-se a carta, proceder-se-ia de maneira análoga ao descrito em 3.6, ou seja: verificar-se-ia qual o menor PEC que não é ultrapassado por 17 metros.

Observação:

Uma restrição séria a este teste é o tamanho da amostra, que não pode ser muito pequeno (utilizar $n \geq 15$).

4 — Proposta de Metodologia para Determinação da Exatidão de uma Carta.

4.1 — Generalidades

Segundo os tópicos desenvolvidos até aqui, a exatidão de um documento cartográfico será determinada em duas etapas. A primeira delas consistirá na estimativa de sua precisão, através dos Erros Quadráticos Médios Totais previsíveis (para planimetria e altimetria). A segunda etapa consistirá na estimativa da acuracidade, através da execução de testes de campo e posterior análise estatística dos mesmos.

4.2 — Algoritmo

1º Passo:

Estima da precisão do Documento Cartográfico, através dos EMQ Totais Previsíveis.

* Para a planimetria, pela expressão dada em 2.2. a)

* Para a altimetria, pela expressão dada em 2.2. b)

2º Passo:

Comparação dos dados obtidos no 1º Passo com os Erros-Padrões correspondentes às classes (A, B e C); verificação da classe onde se enquadra a carta (em termos de precisão).

$$M_p \leq \gamma \text{ plan para Classe A, B ou C}$$

, σ = Erro-padrão

$$M_h \leq \sigma \text{ alt para Classe A, B ou C}$$

Observação:

Caso os EMQ ultrapassem os Erros-padrões correspondentes, devem ter seus valores lançados no rodapé da carta. (§ único do Artigo 10 do Decreto 89.817).

Nesta situação, desnecessária seria a execução dos testes de campo, para a determinação da acuracidade da carta, pois não se poderá estimá-la sem que a precisão esteja compatível.

3º Passo:

Execução dos Testes de Campo

O objetivo destes testes será o de determinar as coordenadas planialtimétricas (separadamente) dos pontos selecionados para teste da planimetria e altimetria, respectivamente.

Uma proposição para sua execução é apresentada no item 4.3.

4º Passo:

Determinação (na Carta) das coordenadas dos pontos de teste de campo.

i) Para altimetria: Por interpolação simples (linear) das curvas de nível que englobam o ponto.

ii) Para planimetria: sugere-se a colocação da última prova a cores da carta em coordenatógrafo, a fim de que possam ser minimizados os erros de leitura das coordenadas.

Observação:

É evidente que serão introduzidos erros de deformação, causados pelo plástico da Prova a Cores, por maiores que sejam suas características de estabilidade. Entretanto, pressupor-se-á que a magnitude dessas deformações seja maior ou igual às deformações introduzidas no processo de impressão das cartas (confeção de fotolitos, deformações do papel, etc...). Este procedimento visa possibilitar que a informação da classe seja impressa juntamente com a carta, mas nada obsta a colocá-la na folha já impressa — por exemplo — através de carimbo. Neste caso, colocar-se-ia a folha já impressa no coordenatógrafo, a fim de serem realizadas as medições necessárias.

5º Passo:

Cálculo dos resíduos planialtimétricos (separadamente).

Para o conjunto de coordenadas de campo tem-se:

$$P_i = \{ E_i, N_i \}; \quad A_i = \{ H'_i \}, \quad \text{onde } P_i \text{ e } A_i \text{ indicam os pontos de teste de Planimetria e Altimetria, respectivamente.}$$

Para o conjunto de coordenadas da carta, tem-se:

$$P'_i = \{E'_i, N'_i\}; A'_i = \{H'_i\}$$

Então, para a planimetria, tem-se:

$$\epsilon_{Pl_i} = \sqrt{(E_i - E'_i)^2 + (N_i - N'_i)^2}$$

Para a altimetria:

$$\epsilon_{h_i} = |H_i - H'_i|$$

6º Passo:

Construção dos intervalos de confiança para as médias populacionais dos erros planimétricos e altimétricos, respectivamente, pela aplicação dos teste "t".

Das observações, tem-se:

$$\text{Média amostral: } \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i; \quad \{\epsilon_{P_i} \text{ ou } \epsilon_{h_i}\}$$

$$\text{Variância amostral: } s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{X} - X_i)^2$$

$$\text{O intervalo de confiança será: } \mu = \bar{X} \pm t\alpha \frac{s}{\sqrt{n}}$$

onde "t" é calculado como em 3.6...

A seguir compara-se o limite superior do intervalo de confiança com os respectivos PEC, verificando-se em que Classe a carta se enquadra ou se satisfaz à Classe imposta "a priori".

Observação:

Como foi dito em 3.2.i), devemos raciocinar com pequenas amostras, tendo em vista o custo da determinação de um ponto de campo. O questionamento então é: Qual o tamanho mínimo da amostra que assegure uma inferência confiável? A resposta a esta pergunta é de difícil formulação, carecendo de comprovação empírica. Por outro lado, o processo de inferência estatística sugerido (Distribuição "t") é bastante adequado para o caso de pequenas amostras. É claro que quanto maior for a amostra, menor será a amplitude do intervalo de confiança construído e mais confiável será a estimativa.

Uma sugestão é que o número mínimo de pontos de teste deva ser 10 (dez) pontos, tanto para a planimetria quanto para a altimetria.

4.3 — A Execução dos testes de Campo

A fim de não onerar demasiadamente o custo de uma folha ou carta, sugere-se que a determinação das coordenadas dos pontos de teste seja realizada juntamente com a determinação do apoio suplementar.

Para isto é necessário que se faça uma análise no sentido de otimizar a distribuição dos mesmos no terreno, tendo-se por base cada folha de carta, dentro de determinado Bloco ou Projeto.

A quantidade de pontos de teste variará de uma folha para outra, em função de vários fatores, tais como: O relevo, a vegetação, a escala e o tipo de documento cartográfico, a classe a atingir (se fixada a priori), etc... Entretanto, sugere-se que nunca seja inferior a 10 (dez) pontos por folha ou carta e que os pontos se distribuam equitativamente pelos quatro quadrantes da folha (Fig 5).

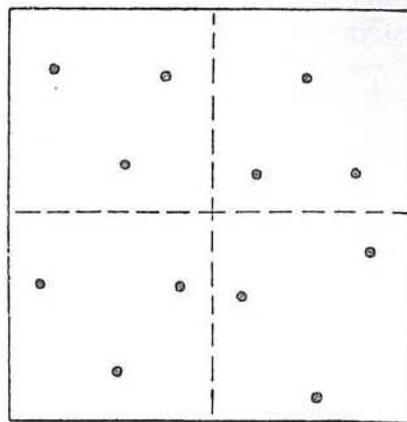


Fig. 5

Exemplo de Distribuição Equitativa dos Pontos de Teste Pelos Quatro Quadrantes da Folha

Para pontos planimétricos deve impor-se a condição de que sejam bem nítidos não só no terreno, como também na carta a ser elaborada. Por exemplo, cruzamentos de estradas, cantos ou cruzamentos de cercas, cantos bem definidos de bosques, pomares ou clareiras seriam exemplos de pontos de teste planimétricos.

Na escolha dos pontos de teste altimétricos devem ser levados em consideração os mesmos critérios estabelecidos para a planimetria, particularmente quanto à sua distribuição pela folha.

Além disto, estes devem situar-se preferencialmente em regiões de diferentes altitudes e de declives variados, desde os mais acentuados até locais relativamente planos. Bons exemplos de locais para a escolha de pontos de teste altimétricos seriam os leitos de rodovias e estradas de ferro.

Observações:

i) É evidente que a precisão da determinação dos pontos de teste será função da escala da carta que se deseja classificar. Entretanto, não deve ser inferior à dos pontos de apoio suplementar.

ii) Os pontos de teste não deverão prestar-se a outra finalidade que não a de estimar a acuracidade da carta. Não deverão, portanto, entrar no ajustamento da aerotriangulação.

4.4 — Exemplo Prático Comentado

Determinar a classe de uma folha topográfica (escala 1:50.000) com as seguintes características de construção:

- Escala de vôo = Escala dos diapositivos = 1:100.000.
- Escala de restituição = Escala da carta.
- Eqüidistância das curvas de nível = 20 metros.
- Precisão do apoio de campo.
 Planimetria: $\pm 5,0$ m ($0,1$ mm $\times E_C$)
 Altimetria: $\pm 1,0$ m ($1/20$ Eqüidistância)
- Precisão do ajuste da aerotriangulação
 Planimetria: $\pm 6,0$ m
 Altimetria: $\pm 2,0$ m
- Instrumento restituidor utilizado: Wild B/8.
- Altura média de vôo: 15.000m.
- Inclinação média do terreno: 20°

Foram realizados os testes de campo e a medição em coordenatógrafo dos pontos de teste, tendo-se chegado aos resultados constantes dos ANEXOS "F" e "G" (planimetria e altimetria, respectivamente).

Observação: Dados fictícios

SOLUÇÃO

1º Passo:

Estimativa da precisão da carta
 a) para altimetria, tem-se:

$$M_p^2 = M_{pc}^2 + M_{pt}^2 + M_{pp}^2 + M_i^2 + M_{d1}^2 + M_{d2}^2$$

$$M_{pc}^2 = (\mp 5)^2 = 25,0 \text{ m}^2$$

$$M_{pt}^2 = (\mp 6)^2 = 36,0 \text{ m}^2$$

$$M_{pp}^2 = (20\mu \text{ m} \times E_d)^2 = (20 \times 10^{-6} \times 100.000)^2 \text{ m} = 4,0 \text{ m}^2$$

$$M_i^2 = (30\mu \text{ m} \times E_d)^2 = (30 \times 10^{-6} \times 100.000)^2 = 9,0 \text{ m}^2$$

$$(M_{d1})^2 = (0,15 \text{ mm} \times E_r)^2 = (0,15 \times 10^{-3} \times 50.000)^2 = 56,25 \text{ m}^2$$

$$(M_{d2})^2 = (0,10 \text{ mm} \times E_c)^2 = (0,10 \times 10^{-3} \times 50.000)^2 = 25,0 \text{ m}^2$$

$$M_p^2 = 155,25 \text{ m}^2 \quad M_p = \mp 12,46 \text{ m}$$

b) Para a altimetria, tem-se:

$$M_h^2 = M_{hc}^2 + M_{hi}^2 + M_{ht}^2 + (M'_p \tan \alpha)^2$$

$$M_{hc}^2 = \left(\frac{1}{20} \times E_q \text{ CN}\right)^2 = \left(\frac{1}{20} \times 20\right)^2 = 1 \text{ m}^2$$

$$M_{hi}^2 = (0,2\% \times Z)^2 = (0,2\% \times 15.000)^2 = 9,0 \text{ m}^2$$

$$M_{ht}^2 = (\mp 2,0)^2 = 4 \text{ m}^2$$

$$(M'_p \tan \alpha)^2 = M'_p{}^2 \tan^2 \alpha = (M_p^2 - M_i^2) \times (\tan 20^\circ)^2 = (155,25 - 9,0) (0,363970)^2 = 19,37 \text{ m}^2$$

$$M_h^2 = 33,37 \text{ m}^2 \rightarrow M_h = \mp 5,78 \text{ m}$$

2º Passo:

Comparação com os erros-padrões
 (Vide tabela constante do ANEXO "B")
 Para a classe A:

$$\sigma_p = \mp 15,0 \text{ m} \text{ e } \sigma_h = \mp 6,6 \text{ m}$$

$$\text{Comparando-se com } M_p = \mp 12,46 \text{ m } (< \sigma_p) \text{ e } M_h = \mp 5,78 \text{ m } (< \sigma_h)$$

Conclui-se, quanto à precisão, que a carta satisfaz aos padrões da classe A.

3º, 4º e 5º Passos:

Constantes dos ANEXOS "F" e "G"

6º Passo:

Construção dos intervalos de 90% de confiança pra as médias dos erros:

a) Para a Planimetria:

$$\mu = \bar{X} \pm t \alpha \frac{s}{\sqrt{n}}$$

a.1) Cálculo do erro médio amostral:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_{pl_i} \rightarrow \bar{X} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} \epsilon_{pl_i} \rightarrow \bar{X} = \bar{\epsilon}_{pli} = 18,06 \text{ m}$$

a.2) Cálculo da variância amostral

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{14} \sum_{i=1}^{15} (\epsilon_{pl_i} - \bar{\epsilon}_{pli})^2$$

$$s^2 = 123,83 \text{ m}$$

$$s = 11,13 \text{ m}$$

a.3) Cálculo de t

$$\alpha = (1 - \text{nível de confiança}) / 2 = (1 - 0,90) / 2 = 0,05$$

$$gl = n - 1 = 15 - 1 = 14$$

$$\text{Do ANEXO "D", tem-se: } t(0,05;14) = 1,761$$

$$\mu = 28,06 \pm 1,761 \cdot \frac{11,13}{\sqrt{15}}$$

$$\mu = 28,06 \mp 5,06$$

$$\mu_{\text{sup}} = 33,12\text{m}$$

Comparando-se o limite superior do intervalo com os diversos PEC (ANEXO "B") verifica-se então que a carta não satisfaz à CLASSE A, pois $33,12\text{ m} > 25\text{ m}$.

Para a classe B.
 $33,12 < 40\text{ m}$ (satisfaz)

Conclusão:

Quanto à acuracidade, em termos planimétricos, a carta somente satisfaz à classe "B".

b) Para a Altimetria:

Analogamente a a), tem-se:

$$\bar{X} = \frac{1}{18} \sum_{i=1}^{18} \epsilon hi \quad \bar{X} = \bar{\epsilon} hi = 7,55\text{m} \quad \bar{\epsilon} hi = 7,55\text{m}$$

$$s^2 = 6,37\text{ m}^2 \rightarrow s = 2,52\text{ m}$$

$$gl = 18 - 1 = 17$$

$$t(0,05; 17) = 1,740$$

$$\mu = 7,55 \pm 1,740 \frac{2,52}{\sqrt{18}}$$

$$\mu = 7,55 \mp 1,04$$

$$\mu_{\text{sup}} = 8,59\text{ m} < 10\text{ m} \text{ (satisfaz à Classe "A")}$$

Conclusão: Quanto à acuracidade, em termos altimétricos, a carta satisfaz à classe "A".

Resumo:

Da análise dos EMQ Totais Previsíveis, verificou-se que, quanto à precisão, a carta satisfaz às prescrições para a classe "A". Entretanto, verificando-se os resultados dos teste de campo, chega-se à conclusão de que, quanto à planimetria, a carta somente atende às prescrições para a classe "B". Como a exatidão é traduzida pela precisão e acuracidade, não nos resta outra alternativa senão a de classificá-la como CLASSE B.

Observações:

i) Ficou implícito no algoritmo apresentado que o critério utilizado para inferir a acuracidade da carta a partir dos testes de campo, foi o da Distribuição "t" de Student (item 3.6) e não o da proporção amostral pura e simples (item 3.2).

ii) O objetivo da aplicação de teste "t" foi o de, a partir dos dados amostrais observados, inferir-se o comportamento de todos os pontos da carta, em termos de erros médios de posicionamento absoluto.

iii) Caso tivessem sido aplicados os demais critérios estatísticos, à execução do critério da Proporção Amostral, ter-se-ia chegado à classificação da carta como CLASSE "B". Vejamos as aplicações para a planimetria:

a) Pelo Critério da Proporção Amostral:

Dos ANEXOS "B" e "F", temos:

CLASSE	ϵPl_i (m)	Nº DE PONTOS SATISFATÓRIOS ($\epsilon Pl_i \leq \text{PEC}$)	PROPORÇÃO AMOSTRAL (P)
A	01 - 25	6	$\frac{6}{15} = 0,40$
B	25 - 40	6	$\frac{12}{15} = 0,80$
C	40 - 50	3	$\frac{15}{15} = 1,0$

Donde se conclui que a proporção de 90% somente é satisfeita se considerarmos a carta como Classe "C".

b) Pelo Critério das proporções para pequenas amostras:

b.1) Para a Classe A.

$$P = \frac{6}{15} = 0,40$$

Da Fig 4, com $P = 0,40$ $n = 15$, o intervalo de 95% de confiança para $\pi = 0,90$ é $0,15 < \pi < 0,68$, que não engloba o valor 0,90.

Donde se conclui que a carta não satisfaz à Classe "A".

b.2) Para a Classe B.

$$P = \frac{12}{15} = 0,8$$

Da Fig 4, com $P = 0,8$, $n = 15$ o intervalo de 95% de confiança para $\pi = 0,90$ é $0,53 < \pi < 0,95$, que engloba o valor 0,90.

Ordena-se as observações (ξPl_i) em ordem crescente e temos:

X1	X2	X3	X4	X5	X6
12,33	13,24	15,59	19,49	20,30	22,68
X7	X8	X9	X10	X11	X12
26,00	27,38	27,86	29,72	36,27	38,36
X13	X14	X15			
41,14	43,90	46,65			

$n = 15$ (ímpar). Então, utilizemos a fórmula

ANEXO "F"

COORDENADAS DOS PONTOS DE TESTE PLANIMÉTRICOS E SEUS RESPECTIVOS ERROS

CÓD PONTO	CAMPO		CARTA		DIFERENÇAS		ERRO PLANIMÉTRICO
	E_i	N_i	E'_i	N'_i	$\Delta E_i = E_i - E'_i$	$\Delta N_i = N_i - N'_i$	$\epsilon_{Pli} = \sqrt{\Delta E_i^2 + \Delta N_i^2}$
P 1	682.627,517	6.587.848,770	682.600,0	6.587.860,0	+27,52	-11,23	29,72
P 2	686.601,443	6.575.261,011	686.625,0	6.575.250,0	-23,56	+11,01	26,00
P 3	687.081,214	6.580.235,080	687.100,0	6.580.255,0	-18,79	-19,92	27,38
P 4	681.491,978	6.575.917,765	681.500,0	6.575.900,0	- 8,02	17,77	19,49
P 5	682.308,659	6.590.225,532	682.310,0	6.590.210,0	- 1,34	15,53	15,59
P 6	683.714,161	6.594.263,891	683.755,0	6.594.280,0	-40,84	-16,11	43,90
P 7	689.612,028	6.569.106,020	689.585,0	6.569.075,0	+27,03	31,02	41,14
P 8	683.715,987	6.572.231,093	683.700,0	6.572.215,0	+15,99	+16,09	22,68
P 9	669.390,814	6.584.560,460	669.400,0	6.584.570,0	- 9,19	- 9,54	13,24
P 10	676.619,157	6.586.192,809	676.650,0	6.586.170,0	-30,84	22,81	38,36
P 11	675.317,525	6.576.969,746	675.300,0	6.576.980,0	17,53	-10,25	20,30
P 12	681.116,779	6.583.550,300	681.110,0	6.583.540,0	6,78	10,30	12,33
P 13	672.326,123	6.569.042,180	672.320,0	6.569.015,0	6,12	27,18	27,86
P 14	670.157,631	6.576.283,222	670.122,0	6.576.290,0	35,63	- 6,78	36,27
P 15	684.180,552	6.580.270,253	684.150,0	6.580.235,0	30,55	35,25	46,65

$$MESF \triangleq \frac{n}{4} \left\{ X\left(\frac{n}{4}\right) + 2X\left(\frac{n+1}{2}\right) + X\left(\frac{3}{4}n+1\right) \right\}$$

Donde:

$$X\left(\frac{n}{4}\right) = X\left(\frac{15}{4}\right) = X(3,7) = X(4) = 19,49$$

$$X\left(\frac{n+1}{2}\right) = X(8) = 27,38$$

$$X\left(\frac{3}{4}n+1\right) = X(12,25) = X(12) = 38,36$$

$$\text{Donde: } MESF = \frac{1}{4} (19,49 + 2 \times 27,38 + 38,36) = 28,15$$

25 m < 28,15 < 40m A carta satisfaz à Classe "B"

d) Pelo Critério da Média Amostral:

Pelo resultado apresentado na solução (em a.1 1-6º Passo)

$$\bar{X} = \bar{\epsilon} P_i = 28,06m$$

25 m < 28,06 < 40m. A carta satisfaz à Classe "B"

e) Pelo teste do Sinal:

$$X_{(q)} \leq \nu \leq X_{(r)}$$

$$r = \frac{n}{2} + \frac{Z_0}{2} \sqrt{n}$$

$$q = n - r + 1$$

Para 95% de confiança, $Z_0 = 1,96$ (ANEXO "E")

$$r = \frac{15}{2} + \frac{1,96}{2} \sqrt{15} = 11,30 \cong 12 \text{ (por segurança).}$$

$$q = n - r + 1$$

$$q = 15 - 12 + 1 = 4$$

Como os valores ordenados em "c", temos:

$$X(4) = X(q) = 19,49$$

$$X(12) = X(r) = 38,36$$

$$19,49 < \nu < 38,36$$

25m < 38,36 < 40m. A carta satisfaz a Classe "B"

ANEXO "G"

COORDENADAS DOS PONTOS DE TESTE ALTIMÉTRICOS E SEUS RESPECTIVOS ERROS

CÓD PONTO	CAMPO	CARTA	ERRO ALTIMÉTRICO
	H_i	H'_i	$\epsilon_{hi} = H_i - H'_i $
A 1	190,800	200,0	9,200
A 2	155,990	150,0	5,990
A 3	126,738	135,0	8,262
A 4	126,301	115,0	11,301
A 5	193,800	200,0	6,200
A 6	187,030	180,0	7,030
A 7	169,420	175,0	5,580
A 8	173,240	165,0	8,240
A 9	163,350	155,0	8,35
A 10	188,390	180,0	8,39
A 11	184,360	190,0	5,64
A 12	164,080	160,0	4,080
A 13	169,600	175,0	5,4
A 14	188,810	195,0	6,19
A 15	103,214	100,0	3,214
A 16	217,532	230,0	12,468
A 17	148,933	160,0	11,067
A 18	99,367	90,0	9,367

5 — Considerações finais

O algoritmo apresentado aplica-se particularmente às cartas cujos processos de elaboração são os tradicionalmente empregados na DSG, ou seja: Apoio de Campo, Aerotriangulação, Restituição, Gravação e Impressão.

Torna-se evidente que, para o caso de outros documentos cartográficos tais como Cartas-Imagens de Satélite ou Radar, Fotocartas e Cartas de Compilação, dentre outras, torna-se necessário o estabelecimento de novos modelos matemáticos para a estimativa de suas respectivas precisões.

Um outro aspecto que deve ser salientado é o fato de que, nos projetos de construção de cartas, deve ser realizado um minucioso estudo da preponderância dos erros planimétricos sobre os altimétricos e vice-versa, visando à seleção de métodos e instrumentos fotográficos. Aliás, este assunto é exaustivamente analisado em "Tópicos de Construção de Cartas" 1071 e "Seleção de Instrumentos Fotogramétricos" 1081. Contudo, somente através dos testes de campo se poderá chegar à determinação da exatidão de um documento cartográfico.

6 — Conclusão

Ao apresentar uma metodologia para a classificação de Documentos Cartográficos, a principal preocupação foi oferecer uma interpretação para o Decreto 89.817, objetivando a colocação em prática de suas imposições.

Em resposta ao questionamento do Critério da Proporção Amostral pura e simples para o julgamento da exatidão de uma Carta, foram oferecidas várias alternativas — igualmente válidas em termos de estatística amostral —, com vistas à obtenção de uma maior flexibilidade no trato do problema. Isto não significa, entretanto, que a metodologia proposta seja a mais adequada, pois outros enfoques ou soluções poderão ser abordados.

Por isso, entende o autor que o tema abordado deva ser submetido à discussão e crítica, antes de ser cogitada sua colocação em prática.

Referências Bibliográficas

- 1011 Dinarte, Francisco P. N. de Andrade — Tópicos de Construção de Cartas, Notas de Aula — IME, 1981 — pp 5-3 e 5-4
- 1021 Notari, José Moura, Seleção de Instrumentos Fotogramétricos — IME, 1969 — pp 12
- 1031 Wonnacott, Thomas H. e Ronald J, Introdução à Estatística; tradução de Alfredo Alves de Farias — Rio, 1980 — pp 473.
- 1041 Wonnacott, Thomas H. e Ronald J, Introdução à Estatística; tradução de Alfredo Alves de Farias — Rio, 1980 — pp 228.
- 1051 Wonnacott, Thomas H. e Ronald J, Introdução à Estatística; tradução de Alfredo Alves de Farias — Rio, 1980 — pp 202 e 203.
- 1061 Wonnacott, Thomas H. e Ronald J, Introdução à Estatística; tradução de Alfredo Alves de Farias — Rio, 1980 — pp 426 e 433.
- 1071 Dinarte, Francisco P. N. de Andrade, Tópicos de Construção de Cartas, Notas de Aula — IME, 1981
- 1081 Notari, José Moura, Seleção de Instrumentos Fotogramétricos — IME, 1969.

Bibliografia

- CASTELO BRANCO FILHO, MOYSÉS, "Avaliação da Precisão de uma Carta pelo Erro Médio Quadrático" — Rio, 1968.
- NOTARI, JOSÉ MOURA, "Seleção de Instrumentos Fotogramétricos", Instituto Militar de Engenharia, Rio, 1969.
- WONNACOTT, THOMAS H. E RONALD J; "Introdução à Estatística"; Tradução Alfredo Alves de Farias, Rio, 1980.
- DINARTE, FRANCISCO P. N. DE ANDRADE. "Tópicos de Construção de Cartas — Notas de Aula", Instituto Militar de Engenharia, Rio, 1981.
- MENEZES, PAULO MÁRCIO LEAL DE, Notas de Aula de Cálculo das Compensações", Instituto Militar de Engenharia, Rio, 1984.
- Estado-Maior do Exército "Manual Técnico T-34-304 — 2ª edição — Aerotriangulação", Brasília, 1984.
- Instruções Reguladoras das Normas Técnicas da Cartografia Nacional, publicadas no D. O. da União em 22 de Junho de 1984.
- COCAR, Informativo, Número Especial, Brasília, Junho de 84.
- COCAR, Informativo especial nº CGP-4, Brasília, Dezembro de 1984.
- COCAR, Informativo nº 05, Brasília, Maio de 1985.