



# Análise da Influência do Valor de Densidade na Estimativa do Modelo Geoidal Local para o Distrito Federal, Brasil

Analysis of the Influence of the Density Value on the Estimation of the Local Geoid Model for the Federal District, Brazil

*Giuliano Sant'Anna Marotta*<sup>1</sup>

*Yellinson de Moura Almeida*<sup>2</sup>

*Maria Lígia Chuerubim*<sup>3</sup>

Recebido em junho de 2019.

Aprovado em novembro de 2019.

## RESUMO

O modelo geoidal é parte fundamental na transformação entre as altitudes geométricas e ortométricas, e esta temática ganhou mais importância com a popularização de técnicas de posicionamento pelo GNSS. No entanto, verifica-se na literatura uma simplificação da realidade no desenvolvimento deste modelo, pois um valor médio de densidade da crosta continental ainda vem sendo amplamente utilizado nos procedimentos de cálculo. Por este motivo, este trabalho buscou analisar a influência do valor de densidade na correção dos efeitos da topografia, em especial na correção do efeito indireto primário da topografia ( $N_{IE}$ ), e na estimativa de um modelo geoidal residual ( $N_{RES}$ ) e local ( $N$ ). Para tanto, foram estimados valores fixos ( $\rho_{fix}$ ) e variáveis ( $\rho_{var}$ ) de densidade para a região de estudo. Estes valores foram utilizados, separadamente, na estimativa das correções gravimétricas e de  $N_{IE}$ ,  $N_{RES}$  e  $N$ . Os resultados foram comparados e, posteriormente, analisados estatisticamente por meio do teste *t de Student*. Diante dos resultados, foi possível detectar pequenas diferenças para os valores de  $N_{IE}$ ,  $N_{RES}$  e  $N$  estimados utilizando  $\rho_{fix}$  e  $\rho_{var}$ . Porém, por análise estatística realizada levando em conta as mesmas diferenças, foi possível sugerir que  $N_{IE}$ ,  $N_{RES}$  e  $N$  estimados são estatisticamente diferentes para a área de estudos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Densidade. Gravidade. Litologia. Modelo geoidal.

## ABSTRACT

The geoid model is a fundamental part in the transformation between geometric and orthometric heights and it has gained more importance with the popularization of the GNSS positioning techniques. However, the

---

<sup>1</sup>Universidade de Brasília – Instituto de Geociências, Brasil; Universidade Federal de Uberlândia – Faculdade de Engenharia Civil, Brasil. E-mail: marotta@unb.br; marotta@ufu.br

<sup>2</sup>Universidade de Brasília – Instituto de Geociências. Programa de Pós-graduação em Geociências Aplicadas e Geodinâmica, Brasil. E-mail: y.moura.almeida@gmail.com

<sup>3</sup>Universidade Federal de Uberlândia – Faculdade de Engenharia Civil, Brasil, Brasil. E-mail: marialigia@ufu.br

literature shows a simplification of reality in the development of this model, because an average density value of continental crust still being widely used in computation procedures. This work aimed to analyze the influence of the density values on the correction of topographic effects, especially on the correction of the primary indirect topographic effect ( $N_{IE}$ ), and on the estimation of a residual ( $N_{RES}$ ) and local geoid model ( $N$ ). For this, fixed ( $\rho_{fix}$ ) and variables ( $\rho_{var}$ ) density values were estimated for the study region. These values were used separately in the estimation of gravimetric corrections and  $N_{IE}$ ,  $N_{RES}$  and  $N$ . The results were compared and statistically analyzed by *Student's t-test*. According to the results, it was possible to detect small differences for the estimated  $N_{IE}$ ,  $N_{RES}$  and  $N$  values using  $\rho_{fix}$  and  $\rho_{var}$ . However, by statistical analysis considering the same differences, it was possible to suggest that estimated  $N_{IE}$ ,  $N_{RES}$  and  $N$  are statistically different for the study area.

**KEYWORDS:** Density. Gravity. Lithology. Geoid model.

\* \* \*

## 1 Introdução

O surgimento das técnicas de posicionamento geodésico pelo GNSS (*Global Navigation Satellite System*) ampliou as linhas de pesquisa para a determinação do geóide, uma vez que a associação entre tais técnicas e os modelos geoidais é uma alternativa viável para a determinação das altitudes ortométricas. No entanto, a questão de maior complexidade ainda se refere ao desenvolvimento de modelos geoidais cada vez mais precisos.

Com a publicação da fórmula de Stokes em 1849, foi possível o desenvolvimento do cálculo das ondulações geoidais por meio de dados gravimétricos (YAMAMOTO, 1994) e, por volta de 1957, com o surgimento do método orbital, ampliaram-se os estudos do campo de gravidade terrestre a partir das primeiras missões espaciais.

O desenvolvimento das missões por satélites tais como GRACE (*Gravity Recovery and Climate Experiment*), CHAMP (*Challenging Minisatellite Payload*) e GOCE (*Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer*) possibilitou, por meio das observações exclusivamente destas missões ou pela combinação destas com observações altimétricas e/ou observações gravimétricas realizadas em campo, o desenvolvimento de uma

série de Modelos do Geopotencial Global (MGGs). Por consequência, estas missões propiciaram avanço expressivo na determinação do geóide.

Atualmente, a integração entre diferentes fontes de informação (de altimetria e de dados do campo de gravidade terrestre estimados em campo e por satélites) vem sendo uma alternativa para a determinação do geóide com maior precisão, e a técnica denominada Remove-Calcula-Restaura (RCR) têm sido empregada, para tal finalidade, em diversas partes do mundo (SCHWARZ, SIDERIS e FORSBERG., 1990; AYHAN, 1993; ZHANG et al., 1998; BLITZKOW et al., 2012; MAROTTA e VIDOTTI, 2017; MARQUES, DAL POZ e GUIMARÃES, 2018). No entanto, em grande parte dos trabalhos constata-se uma simplificação da realidade, pois um valor médio de densidade da crosta, recomendado pelo IERS (*International Earth Rotation and Reference Systems Service*), vem sendo amplamente utilizado nos procedimentos de cálculo.

Diante do exposto, e por entender que a estimativa do valor de densidade é de grande importância para realização das reduções gravimétricas, para correções dos efeitos da topografia e, conseqüentemente, para o cálculo de alturas geoidais mais rigorosas, este trabalho tem por objetivo realizar uma análise sobre a influência do valor de densidade na correção dos efeitos da topografia, em especial na correção do efeito indireto primário da topografia, e estimativa de um modelo geoidal local (MGL).

## **2 Metodologia**

A metodologia empregada no presente trabalho envolve a estimativa do valor de densidade fixo ( $\rho_{fix}$ ) e variável ( $\rho_{var}$ ), para a área de estudos, e a análise da influência destes valores no cálculo da correção do efeito indireto primário da topografia e na determinação do MGL, sendo este último empregando a técnica RCR.

## 2.1 Área de Estudo

Este trabalho tem como área de estudo o Distrito Federal, cujos limites foram considerados para determinação do MGL. Esta área está situada na região Centro-Oeste do Brasil, compreendida pelas coordenadas 48,25° a 47,33° de longitude oeste e 15,45° a 16,06° de latitude sul (Figuras 1, 2 e 3). A área possui relevo levemente ondulado, com variação de 600m a 1340m de altitude (Figura 1).

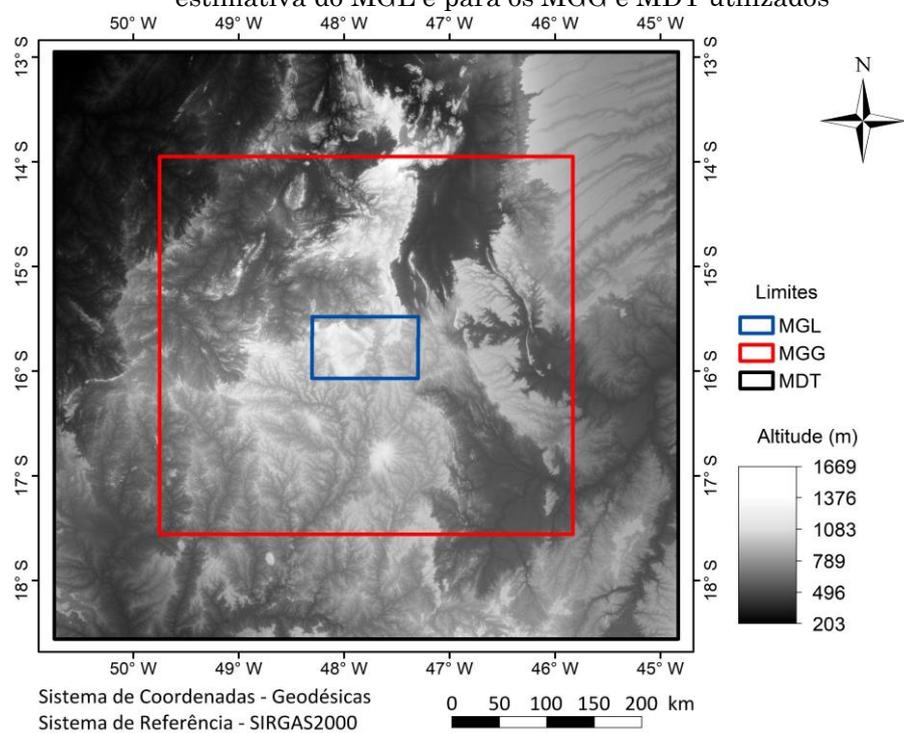
Ao todo, os dados utilizados neste trabalho, que contemplam a área de estudo, envolveram:

- a) Modelo Digital de Terreno (MDT) proveniente do SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*), denominado SRTM *Void Filled* (Figura 1), com resolução espacial aproximada de 90 m, e disponibilizado pelo USGS (*United States Geological Survey*);
- b) Mapa litológico, na escala de 1:500.000, disponibilizado pela CPRM (Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais), cuja diferenciação quanto à litologia, para fins de visualização, foi generalizada em 5 classes (Figura 2);
- c) 2.987 EGTs (Estações Gravimétricas Terrestre) disponibilizadas pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) e ANP (Agência Nacional do Petróleo), e 323 EGTs disponibilizadas pela UnB (Figura 3). Estes pontos foram selecionados de forma a não contemplar ETGs com posições estimadas por cartas topográficas, posicionamento GNSS absoluto por ponto simples, ou fonte não declarada;
- d) 315 pontos regularmente espaçados com distância de 5' (Figura 3), provenientes do MGG EIGEN-6C4, disponibilizados pelo ICGEM (*International Centre for Global Earth Models*), com maior grau e ordem até 2190, para completar os dados do campo de gravidade terrestre nas regiões com ausência de informação;

e) MGG EIGEN-6C4, disponibilizado pelo ICGEM, com resolução espacial de 2,5' e com grau e ordem até 250, compreendendo somente os longos comprimentos de onda.

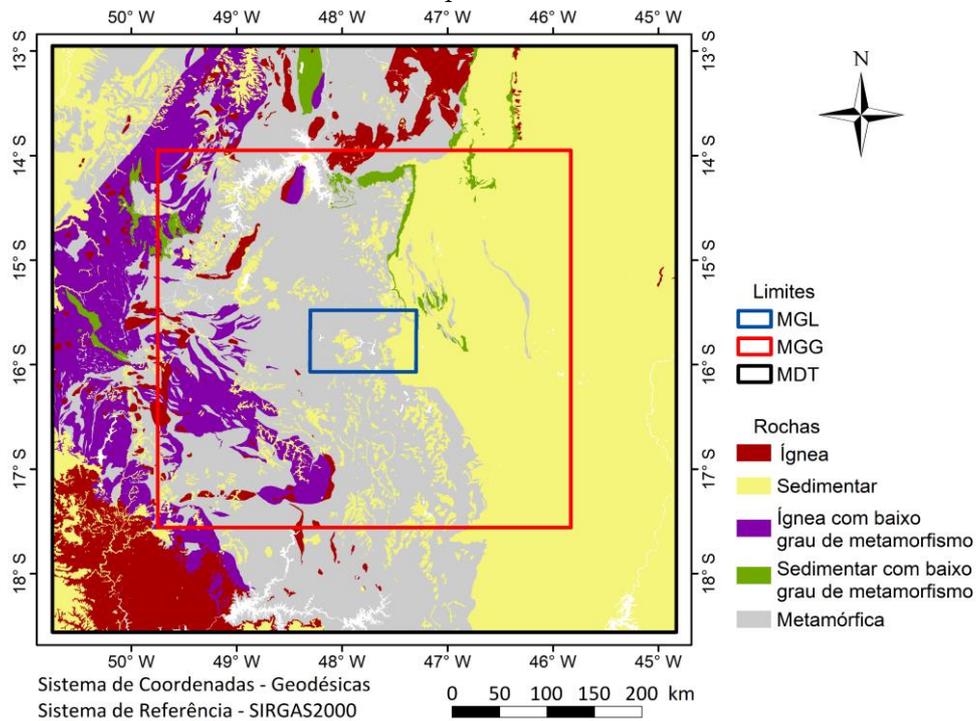
Os limites nos quais os dados utilizados estão contidos foram de 2,5° para o MDT e o mapa litológico e 1,5° para o MGG e EGTs utilizados, contados a partir dos limites territoriais do Distrito Federal (Figuras 1, 2 e 3).

Figura 1 – MDT proveniente do SRTM *Void Filled*, ilustrando os limites definidos para estimativa do MGL e para os MGG e MDT utilizados



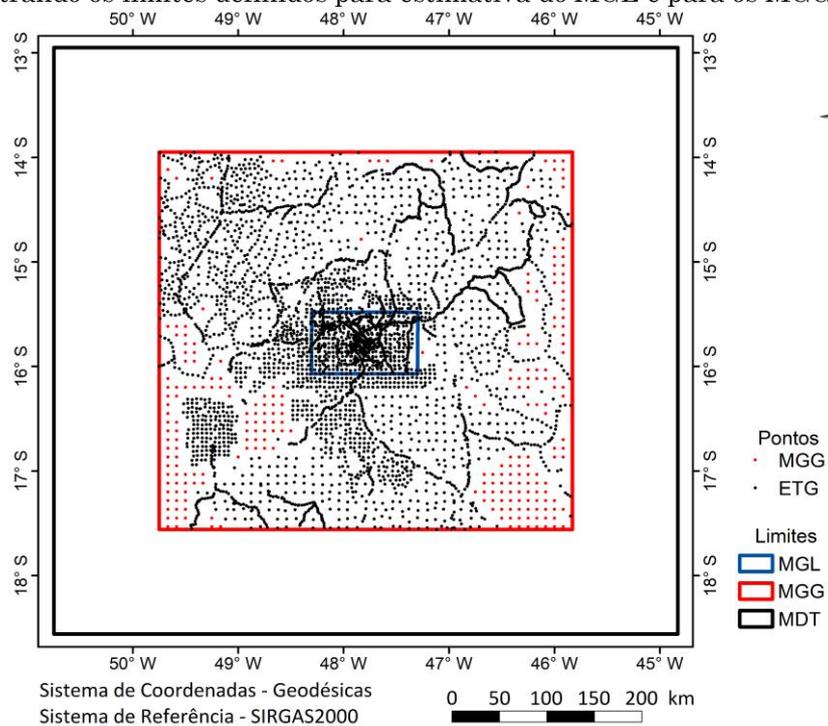
Fonte: Elaborada pelos autores.

Figura 2 – Litologia generalizada em classes, ilustrando os limites definidos para estimativa do MGL e para os MGG e MDT utilizados



Fonte: Elaborada pelos autores.

Figura 3 – Distribuição dos pontos de ETGs e de MGG com grau e ordem até 2190, ilustrando os limites definidos para estimativa do MGL e para os MGG e MDT utilizados



Fonte: Elaborada pelos autores.

## 2.2 Estimativa de $N$

Todas as formulações apresentadas na abordagem RCR estão inseridas no pacote de rotinas denominado *GRAVTool*, utilizado neste trabalho, e são demonstradas por Marotta e Vidotti (2017). No entanto, algumas formulações e considerações são apresentadas nesta seção, com finalidade de atender aos objetivos propostos no trabalho.

De forma geral, a técnica RCR para o cálculo do MGL, pode ser apresentada pelas seguintes equações:

$$\Delta g_{RES} = \Delta g_{HEL} - (\Delta g_{GM} + \Delta g_0) \quad (1)$$

$$N = N_{RES} + N_{IE} + (N_{GM} + N_0) \quad (2)$$

$\Delta g_{RES}$  representa a anomalia residual de Helmert;  $\Delta g_{GM}$  a anomalia de gravidade de longo comprimento de onda, estimada de acordo com Smith (1998);  $\Delta g_0$  o termo grau zero na anomalia de gravidade, calculado de acordo com Kirby e Featherstone (1997);  $\Delta g_{HEL}$  a anomalia de gravidade gerada pelo segundo método de condensação de Helmert, calculada de acordo com Marotta e Vidotti (2017);  $N$  representa o MGL;  $N_{RES}$  o modelo residual do co-geoide, calculado por meio da  $\Delta g_{RES}$  utilizando a integral de Stokes (STOKES, 1849) e considerando a função núcleo modificada proposta por Vaníček e Kleusberg (1987);  $N_{GM}$  o modelo do co-geoide de longo comprimento de onda, estimado de acordo com Smith (1998);  $N_0$  o termo grau zero no co-geoide, calculado de acordo com Kirby e Featherstone (1997); e  $N_{IE}$  o efeito indireto primário da topografia, calculado de acordo com Matos (2005) e Blitzkow, Matos e Cintra (2009).

Todas as constantes utilizadas neste trabalho, associadas ao elipsoide de referência GRS80 (*Geodetic Reference System* 1980) e ao potencial de gravidade no nível do geoide adotados, foram divulgadas por Moritz (1984) e em nota técnica do IERS por Petit e Luzum (2010).

Considerando a influência dos valores de densidade na estimativa de  $N_{IE}$ , conforme adaptação do modelo extraído de Matos (2005) e Blitzkow et al. (2009), e de  $\Delta g_{HEL}$ , extraído de Marotta e Vidotti (2017), tem-se:

$$N_{IE} = N_{IE0} + N_{IE1} + N_{IE2} \quad (3)$$

sendo

$$N_{IE0} = -\frac{\pi \cdot G \cdot \rho(x_p, y_p) \cdot H_p^2}{\gamma_0} \quad (4)$$

$$N_{IE1} = \frac{G}{\gamma_0} \left[ \iint_E \frac{\rho(x, y) \cdot (H^3 - H_p^3)}{l^3} dx dy - \iint_E \frac{\rho(x, y) \cdot (H^3 - H_p^3)}{l_0^3} dx dy \right] \quad (5)$$

$$N_{IE2} = -\frac{G}{6 \cdot \gamma_0} \left[ \iint_E \frac{\rho(x, y) \cdot (H^3 - H_p^3)}{l^3} dx dy - \frac{\pi \cdot G \cdot H_m^2}{2 \cdot \gamma_0} \iint_E \frac{\rho(x, y) \cdot (H^3 - H_p^3)}{l^3} dx dy \right] \quad (6)$$

$$l_0 = \sqrt{(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2} \quad (7)$$

$$l = \sqrt{(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2 + H_m^2} \quad (8)$$

e

$$\Delta g_{HEL} = \Delta g_{FA} + C_{ATM} + C_T + \delta_g \quad (9)$$

sendo

$$C_T = G \iint_E \int_{H_p}^H \frac{\rho(x, y) \cdot (H - H_p)}{\left[ \sqrt{(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2 + (H - H_p)^2} \right]^3} dx dy dH \quad (10)$$

$$\delta_g = 0,3086 \cdot N_{IE} \quad (11)$$

$\Delta g_{FA}$  representa a anomalia ar livre, calculada segundo Featherstone e Dentith (1997);  $C_{ATM}$  a correção atmosférica, calculada segundo Kuroishi (1995);  $C_T$  a correção do terreno;  $\delta_g$  o efeito indireto secundário da topografia (HEISKANEN e MORITZ, 1967);  $x, y$  e  $H$  as coordenadas planas e as altitudes ortométricas dos pontos de integração;  $x_p, y_p$  e  $H_p$  as coordenadas planas e as altitudes ortométricas dos pontos de cálculo;  $H_m$  a altitude média;  $G$  a constante gravitacional geocêntrica;  $\rho$  a densidade;  $\gamma_0$  o valor da aceleração da gravidade normal na latitude do ponto de interesse (Moritz, 1984); e  $E$  denota a área de integração na superfície (BLITZKOW et al., 2009).

Nos cálculos de  $C_T, N_{IE}, \delta_g$  e na estimativa de  $\Delta g_{HEL}$ , foram utilizadas altitudes ortométricas dos pontos extraídas do MDT. A motivação foi eliminar

as diferenças nas altitudes ortométricas determinadas por diferentes fontes de dados. Já na estimativa de  $N_{RES}$ , foi realizada a interpolação dos valores de  $\Delta g_{HEL}$ , pelo método do inverso do quadrado da distância, para gerar uma grade regular e possibilitar as operações utilizando a técnica RCR. Neste procedimento, primeiramente foi adicionada a correção Bouguer ( $C_B$ ) na  $\Delta g_{HEL}$  calculada. Posteriormente, realizou-se a interpolação dos valores para pontos da grade regular e, por fim, retirada a  $C_B$  dos valores interpolados, resultando na anomalia de Helmert estimada para a grade regular ( $\Delta g_{HEL}^{Grid}$ ). Tal procedimento pode ser visto em Marotta e Vidotti (2017).

$$C_B = 2. \pi. G. \rho. H_p \quad (13)$$

### 2.3 Estimativa e Análise do Valor de Densidade

A estimativa do valor de densidade foi realizada de duas formas distintas. A primeira utilizando dados do campo de gravidade, enquanto a segunda por meio de revisão bibliográfica sobre os valores de densidade estimados para cada tipo de rocha que compõem as diferentes litologias para a região de estudo.

#### 2.3.1 Estimativa do valor de densidade por meio de dados do campo de gravidade terrestre

Dos métodos mais conhecidos para estimativa do valor de densidade de forma indireta, os métodos de Nettleton (1939) e de Parasnis (1952) são os mais utilizados.

O método de Nettleton, segundo Papp (2009), baseia-se na premissa de que em uma área de densidade constante não devem permanecer anomalias gravitacionais após a aplicação da  $C_B$ . Assim, ao aplicar a  $C_B$ , o valor da densidade que fornece o melhor ajuste da anomalia Bouguer ( $\Delta g_{BG}$ ) representa a melhor estimativa da densidade para as massas externas ao

geoide. Sendo assim, de acordo com Nettleton (1939), a  $\Delta g_{BG}$  deve tender a zero se o valor correto de densidade subsuperficial for aplicado durante a correção do platô Bouguer, ou seja:

$$\Delta g_{FA} = C_B = 2. \pi. G. \rho. H_p \quad (14)$$

Já o método de Parasnis baseia-se no fato de que a anomalia Bouguer pode ser expressa, segundo Mankhemthong, Doser e Baker (2012), pela equação:

$$y = m. x + b \quad (15)$$

onde  $y$  representa os valores de  $\Delta g_{FA}$ ,  $x$  os valores de  $2. \pi. G. H_p$ ,  $m$  (inclinação calculada) os valores de  $\rho$  das rochas ou sedimentos e  $b$  o valor de  $\Delta g_{FA}$  onde  $H_p$  é igual a zero.

Conforme apresentado pelo método de Parasnis, se uma região entre dois pontos for considerada homogênea geológica e topograficamente, a Equação 15 passa a representar uma reta com forma clássica (MANKHEMTHONG, DOSER e BAKER, 2012):

$$y = m. x \quad (16)$$

Uma restrição ao método de Parasnis foi evidenciada por Rao e Murty (1973). Eles observaram que o método citado ignorava a existência de qualquer campo de gravidade regional, ou seja, não consideravam a existência de gradientes regionais uniformes que podem ser percebidos de acordo com a distribuição geográfica das amostras. Sendo assim, segundo Touthmalani e Rahmati (2014), um novo modelo foi proposto, onde os parâmetros que consideram os gradientes regionais foram adicionados ao modelo proposto pelo método de Parasnis.

$$\Delta g_{FA} = 2. \pi. G. \rho. H_p + \alpha. \Delta x + \beta. \Delta y \quad (17)$$

$\Delta x$  e  $\Delta y$  representam as distâncias entre os pontos de gravidade nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente; e  $\alpha$  e  $\beta$  são parâmetros que expressam gradientes regionais, uniformes ao longo dos perfis entre dois pontos, em mGal/km (PAPP, 2009).

O modelo funcional apresentado pela Equação 17, segundo Touthmalani e Rahmati (2014), deve ser aplicado às regiões geológica e topograficamente homogêneas. Neste trabalho, considerando dados de EGTs existentes dentro dos limites definidos para estimativa do MGL, buscou-se estimar os valores de  $\rho$  pelo MMQ (Método dos Mínimos Quadrados), cujo modelo funcional linear segue a seguinte expressão:

$$\Delta g_{FA} = L_b + V = F(X_0) + A(X_0 + X) = F(X_a) \mid \sum_{i=1}^n V_i^2 \rightarrow 0 \quad (18)$$

sendo que  $A$  é a matriz dos coeficientes, ou das derivadas parciais;  $X_0$  é o vetor dos parâmetros iniciais;  $X_a$  é o vetor dos parâmetros ajustados;  $X$  é o vetor das correções;  $L_b$  é o vetor dos valores observados; e  $V$  é o vetor dos resíduos.

A estimativa das incertezas dos parâmetros considerou que todos os valores observados ( $\Delta g_{FA}$ ) eram não correlacionados e que possuíam mesmas incertezas, de tal forma a considerar o peso unitário para cada observação. Também, foi considerado o valor de variância *a posteriori*, calculado após estimativa dos parâmetros, para estimar as incertezas dos parâmetros, resultando na seguinte forma:

$$V = AX_a - L_b \quad (19)$$

$$P = I \quad (20)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{V^T P V}{n - m} \quad (21)$$

$$\Sigma_{par} = \hat{\sigma}^2 (A^T P A)^{-1} \quad (22)$$

$P$  representa a matriz peso;  $I$  a matriz identidade;  $\hat{\sigma}^2$  a variância *a posteriori*;  $\Sigma_{par}$  a matriz covariância (incertezas) dos parâmetros;  $n$  o número de observações; e  $m$  o número de parâmetros.

### 2.3.2 Estimativa dos valores de densidade variável por meio de informações litológicas

Para evitar o uso de um valor único de densidade para desenvolvimento do MGL, optou-se também pela estimativa de valores de densidade com base em informações disponíveis na literatura. Para isto, foram consideradas as unidades litológicas, conforme trabalhos realizados por Giacomini (2009) e Tenzer et al. (2011).

Originalmente, as unidades litológicas dispostas no mapa litológico utilizado são divididas em dois tipos. O primeiro corresponde a litotipos que representam mais de 10% da unidade litoestratigráfica, enquanto o segundo corresponde à litotipos que representam menos de 10% da unidade litoestratigráfica.

Neste trabalho, considerou-se somente o primeiro tipo de litologia. Também, a estimativa do valor de densidade consistiu em:

- a) obter os valores de densidade atribuídos para as rochas contidas na região de estudos. Estes valores foram extraídos de: Bullen (1966); Clark (1966); Nettleton, Flach e Nelson (1969); Vankova e Kropacek (1974); Gaal, Front e Aro (1981); Carmichael (1982); Samalikova (1983); Arrnienti et al. (1991); Dyda (1994); Pechinig, Delius e Bartetzko (2005); Oliveira et al. (2008); Rao et al. (2008); Giacomini et al. (2009); O'Reilly, Hauser e Readman (2010); Tenzer et al. (2011); e Götze (2018);
- b) calcular um valor médio de densidade para cada tipo de rocha, considerando as informações obtidas no item “a”; e
- c) calcular um valor médio de densidade para cada litotipo, considerando as médias dos valores de densidade calculados item “b”.

Devido à ausência de valores de densidade para alguns tipos de rocha presentes na área de estudo (item “a”), foram consideradas, para este caso, as afinidades geoquímico-mineralógicas entre essas e outras rochas cujas

densidades possuem intervalo conhecido. Para isto, foram utilizadas informações disponíveis nos bancos de dados do Museu de Minerais, Minérios e Rochas Heinz Ebert (MHE), pertencente ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE) da Universidade Estadual Paulista (UNESP), e da Comissão Brasileira de Sítios Geológicos e Paleobiológicos (SIGEP), da CPRM. A partir das informações presentes nos bancos de dados citados, foi possível realizar associações entre as rochas, que pertencem ou ao mesmo grupo ou cujas composições químicas e/ou mineralógicas são semelhantes.

Por fim, de posse das informações descritas nesta seção, foi possível gerar um mapa de densidade variável para cada litotipo presente na região de estudos.

#### 2.4 Análise da influência do valor de densidade adotado na estimativa do MGL

A análise deste trabalho se deu por meio de comparação entre os valores de  $N_{IE}$ ,  $N_{RES}$  e  $N$  obtidos, utilizando-se diferentes valores de densidade, fixo ( $\rho_{fix}$ ) e variável ( $\rho_{var}$ ), devidamente estimados por meio de dados gravimétricos (seção 1.3.1) e por informações litológicas (seção 1.3.2). Também, considerando o caso de dependência amostral, foi empregado o teste *t de Student* pareado (Equação 23) para verificar, por meio da média das diferenças amostrais, se os valores de  $N_{IE}$ ,  $N_{RES}$  e  $N$  calculados utilizando  $\rho_{fix}$  e  $\rho_{var}$  são estatisticamente iguais. Para isto, foi adotado nível de significância de 5% com distribuição bicaudal, 1 grau de liberdade e, como hipótese nula ( $H_0$ ), assumiu-se que a média das diferenças das amostras é estatisticamente igual a zero.

Conforme Larson and Farber (2014),  $t$  pode assumir a seguinte forma:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad (23)$$

onde  $\bar{X}$  representa a média das diferenças amostrais entre  $N_{IE}$ ,  $N_{RES}$  e  $N$  calculados utilizando  $\rho_{fix}$  e  $\rho_{var}$ ;  $\mu_0$  o valor da hipótese nula ( $\mu_0 = 0$ );  $s$  o desvio padrão da amostra; e  $n$  o número de amostras.

As diferenças amostrais entre  $N_{IE}$ ,  $N_{RES}$  e  $N$ , calculados utilizando  $\rho_{fix}$  e  $\rho_{var}$ , são aqui denominadas  $\Delta N_{IE}$ ,  $\Delta N_{RES}$  e  $\Delta N$ .

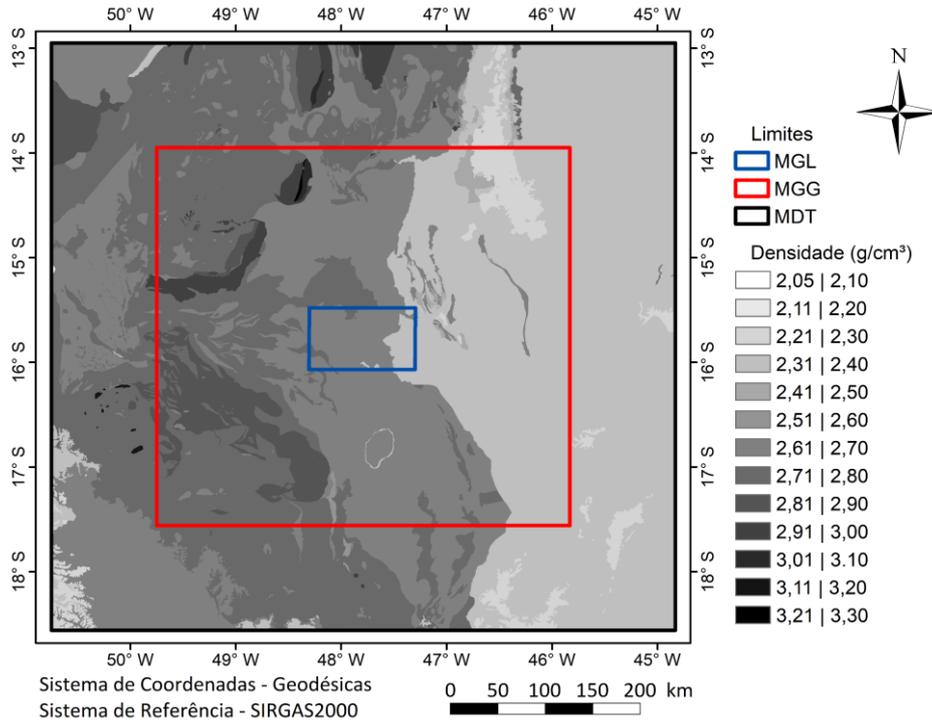
### 3 Resultados

Após estimativa dos valores de densidade ( $\rho_{fix}$  e  $\rho_{var}$ ), os mesmos foram atribuídos no cálculo do MGL.

De acordo com a convenção do IERS de 2010, o valor médio da densidade para a crosta terrestre é de 2,67 g/cm<sup>3</sup>. Já o valor de densidade estimado de forma indireta ( $\rho_{fix}$ ) para a área de estudo (Equação 17), conforme descrito na seção 1.3.1, foi de 2,702 g/cm<sup>3</sup>, com desvio padrão de 0,024 g/cm<sup>3</sup>. Nota-se que o valor proposto pelo IERS é semelhante ao ajustado. No entanto, admitiu-se que o valor ajustado de 2,702 g/cm<sup>3</sup> se apresenta mais adequado para a região de estudo, uma vez que este valor está associado aos valores de anomalia de gravidade coletados em campo, na área de estudo, e, por consequência, associado à geologia local.

Quanto aos valores de densidade estimados por meio de informações litológicas ( $\rho_{var}$ ), conforme descrito na seção 1.3.2, os mesmos foram atribuídos a uma grade com resolução espacial correspondente à do MDT adotado. A distribuição dos valores citados variou de 2,05 g/cm<sup>3</sup> a 3,30 g/cm<sup>3</sup>, e pode ser observada na Figura 4.

Figura 4 - Distribuição dos valores de  $\rho_{var}$  na região de estudos

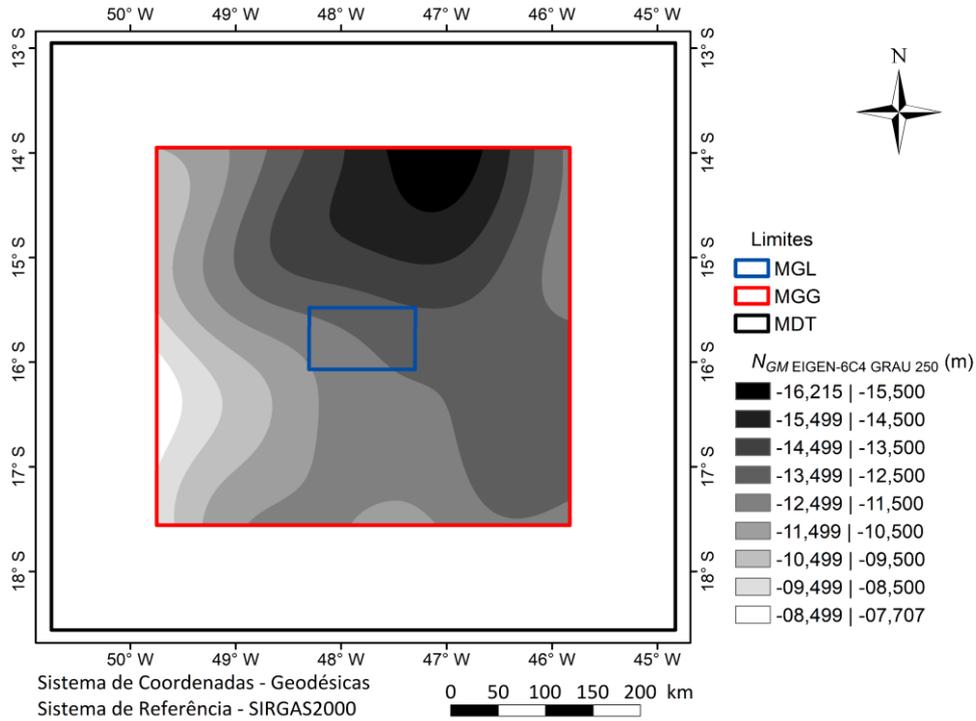


Fonte: Elaborada pelos autores.

Após estimativa dos valores de densidade para a região (Figura 4), procedeu-se o cálculo de  $\Delta g_{HEL}$ ,  $\Delta g_{GM}$ ,  $\Delta g_{RES}$ ,  $N_{RES}$ ,  $N_{GM}$ ,  $N_{IE}$  e  $N$ , conforme Equações 1 e 2 e de acordo com metodologia descrita. Das variáveis citadas, os valores de densidade ( $\rho_{fix}$  e  $\rho_{var}$ ) foram aplicados, separadamente, apenas na estimativa de  $\Delta g_{HEL}$ ,  $\Delta g_{RES}$ ,  $N_{RES}$ ,  $N_{IE}$  e  $N$ . Também foi estimado e considerado o termo de grau zero de -0,442 m para  $N_0$  e -0,152 mGal para  $\Delta g_0$ , conforme Marotta e Vidotti (2017). A resolução espacial para os dados calculados foi de 2,5', definida por meio das distâncias médias entre as EGTs localizadas dentro dos limites definidos para o cálculo do MGL.

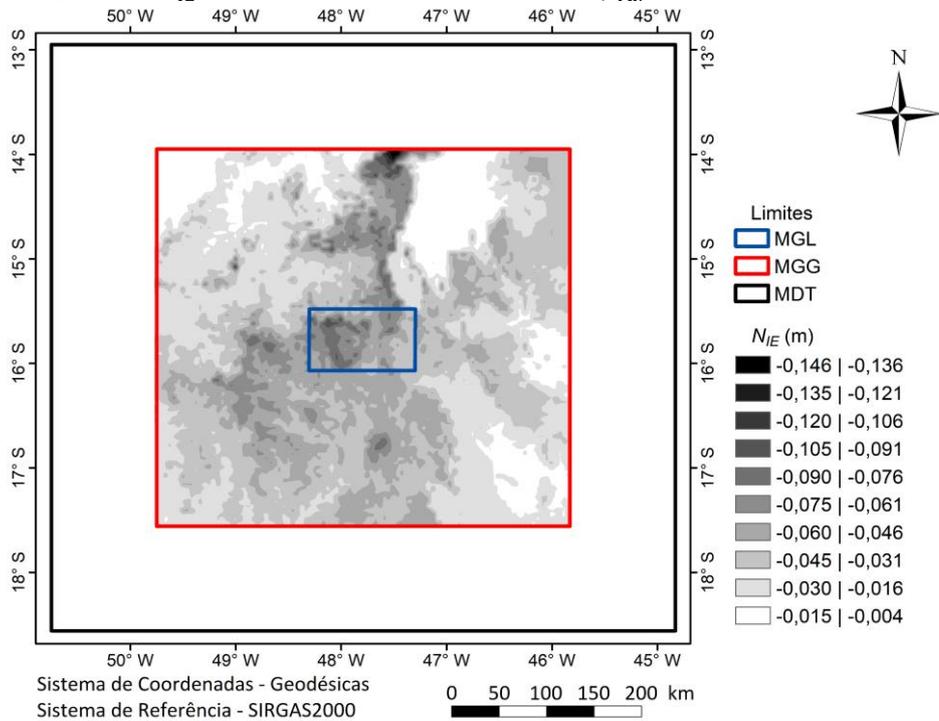
A Figura 5 mostra os valores de  $N_{GM}$ , calculados a partir do MGG EIGEN-6C4 com grau e ordem até 250. As Figuras 6, 8 e 10 mostram, respectivamente, os valores de  $N_{IE}$ ,  $N_{RES}$  e  $N$ , calculados utilizando-se valores de  $\rho_{var}$  (Figura 4). Já as Figuras 7, 9 e 11 mostram, respectivamente, as diferenças ( $\Delta N_{IE}$ ,  $\Delta N_{RES}$  e  $\Delta N$ ) entre os valores de  $N_{IE}$ ,  $N_{RES}$  e  $N$  calculados utilizando-se valores de  $\rho_{var}$  (Figura 4) e  $\rho_{fix}$  (2,702 g/cm<sup>3</sup>).

Figura 5 -  $N_{GM}$ , calculado a partir do MGG EIGEN-6C4 com grau e ordem até 250



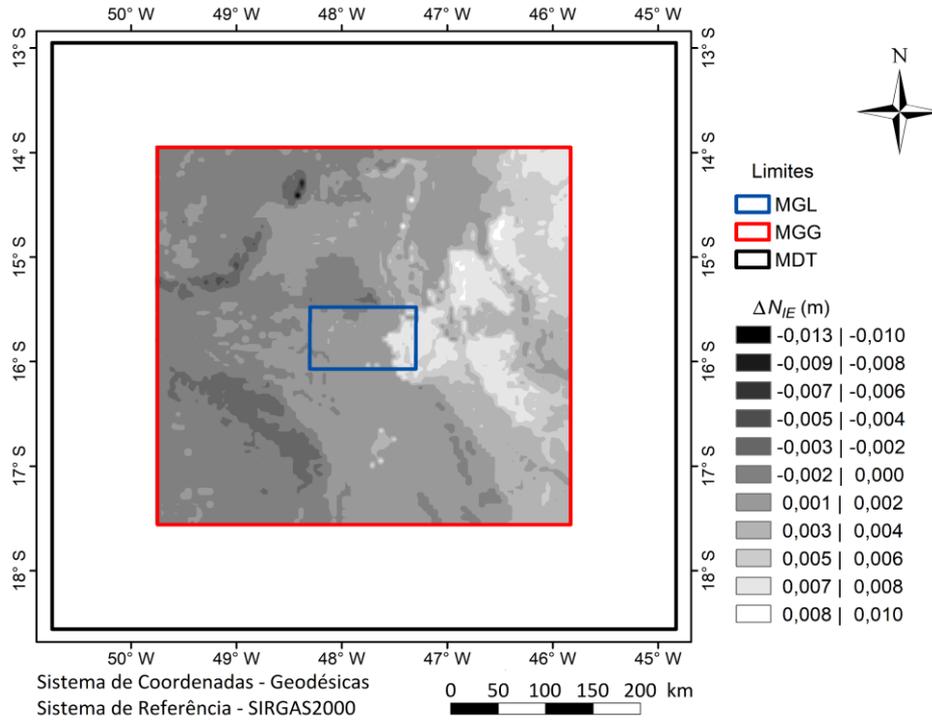
Fonte: Elaborada pelos autores.

Figura 6 -  $N_{IE}$ , calculado utilizando valores de  $\rho_{var}$  e MDT SRTM *Void Filled*



Fonte: Elaborada pelos autores.

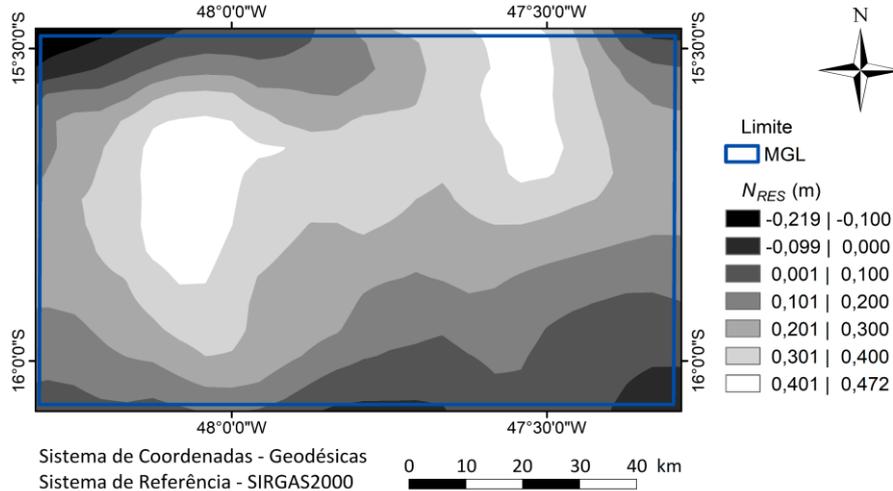
Figura 7 -  $\Delta N_{IE}$ , calculado pelas diferenças entre os valores de  $N_{IE}$  estimados por meio de valores de  $\rho_{var}$  e  $\rho_{fix}$ , respectivamente



Fonte: Elaborada pelos autores.

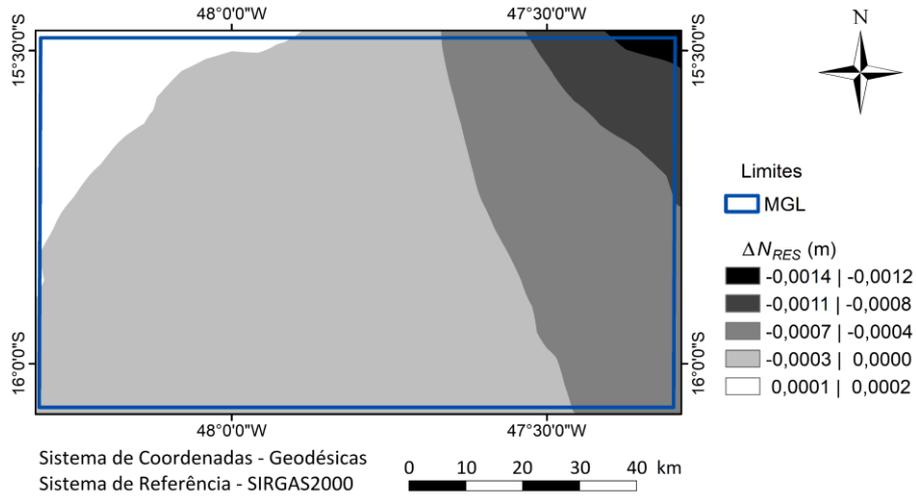
Os valores calculados para  $N_{IE}$ , apresentados na Figura 6, variaram de -0,146 m a -0,004 m. Já a diferença entre os valores citados e os valores de  $N_{IE}$  calculados utilizando valor de  $\rho_{fix}$ , variou de -0,013 m a 0,010 m (Figura 7).

Figura 8 -  $N_{RES}$ , calculado utilizando valores de  $\rho_{var}$



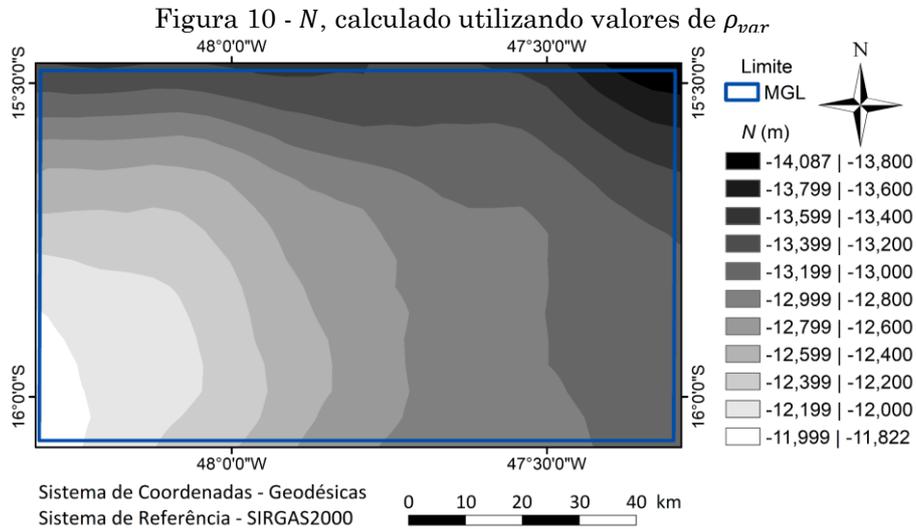
Fonte: Elaborada pelos autores.

Figura 9 -  $\Delta N_{RES}$ , calculado pelas diferenças entre os valores de  $N_{RES}$  estimados por meio de valores de  $\rho_{var}$  e  $\rho_{fix}$ , respectivamente



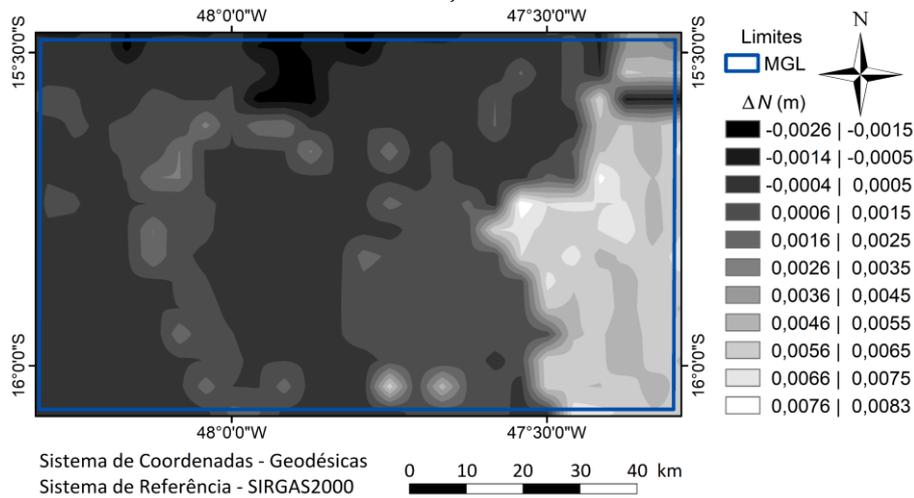
Fonte: Elaborada pelos autores.

Os valores de  $N_{RES}$  (Figura 8), calculados utilizando valores de  $\rho_{var}$ , variaram de -0,219 m a 0,472 m. Ao comparar os valores citados com valores de  $N_{RES}$  calculados, utilizando valor de  $\rho_{fix}$ , as diferenças foram menores que 2 mm (Figura 9).



Fonte: Elaborada pelos autores.

Figura 11 -  $\Delta N$ , calculado pelas diferenças entre os valores de  $N$  estimados por meio de valores de  $\rho_{var}$  e  $\rho_{fix}$ , respectivamente



Fonte: Elaborada pelos autores.

Por fim, os valores calculados para  $N$  utilizando valores de  $\rho_{var}$ , segundo a Figura 10, apresentaram variação de -14,087 m a -11,882 m. A diferença entre os valores citados com valores de  $N$  calculados utilizando valor de  $\rho_{fix}$ , variaram de aproximadamente -0,003 m a 0,008 m (Figura 11).

Ao empregar o teste *t de Student* pareado nas diferenças dos valores de  $N_{IE}$ ,  $N_{RES}$  e  $N$  calculados utilizando valores de  $\rho_{var}$  e  $\rho_{fix}$  ( $\Delta N_{IE}$ ,  $\Delta N_{RES}$  e  $\Delta N$ ), foram obtidos os resultados apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Teste *t de Student* pareado aplicado aos valores de ( $\Delta N_{IE}$ ,  $\Delta N_{RES}$  e  $\Delta N$ , contidos dentro dos limites definidos para o MGG e MGL

Teste	$\Delta N_{IE}$	$\Delta N_{IE}$	$\Delta N_{RES}$	$\Delta N$
t de Student	Limites MGG	Limites MGL	Limites MGL	Limites MGL
Média (m)	0,0012	0,0015	-0,0003	0,0013
Desvio padrão (m)	0,0025	0,0026	0,0003	0,0024
Número de amostras	8265	450	450	450
t calculado	44,3346	12,8503	-18,3366	11,2645
Graus de liberdade	1	1	1	1
Nível de significância	5%	5%	5%	5%
t crítico bicaudal	2,2418	2,2489	2,2489	2,2489

Fonte: Elaborada pelos autores.

Conforme resultados apresentados (Tabela 1), verifica-se que os valores de |t calculado| para  $\Delta N_{IE}$ ,  $\Delta N_{RES}$  e  $\Delta N$  apresentaram-se superiores aos valores de t crítico, considerando distribuição bicaudal, nível de significância

de 5% e 1 grau de liberdade. Portanto, rejeita-se a hipótese nula ( $H_0$ ) de que a diferença média das amostras é estatisticamente igual a zero.

Diante dos resultados, apesar de pequenas as diferenças encontradas para  $\Delta N_{IE}$ ,  $\Delta N_{RES}$  e  $\Delta N$  estimados neste trabalho (Figuras 7, 9 e 11), sugere-se haver diferenças estatisticamente significativas (Tabela 1) entre  $N_{IE}$ ,  $N_{RES}$  e  $N$  analisados.

#### 4 Conclusão

Para o cálculo do modelo geoidal, foram analisados os valores de densidade, fixo e variável, para a região de estudo. O primeiro ( $2,702 \pm 0,024$  g/cm<sup>3</sup>) foi estimado por meio dos dados gravimétricos existentes na área de estudos. Já o segundo, cujos valores variaram de 2,05 g/cm<sup>3</sup> a 3,30 g/cm<sup>3</sup>, foi estimado considerando a litologia da região de estudos.

As diferenças entre os valores de  $N_{IE}$ ,  $N_{RES}$  e  $N$  calculados, utilizando  $\rho_{fix}$  e  $\rho_{var}$ , foram aproximadamente de -0,013 m a 0,010 m, de -0,001 m a 0,000 m e de -0,003 m a 0,008 m, respectivamente. Apesar das diferenças citadas serem pequenas, a análise da média das diferenças empregando teste *t de Student* pareado permitiu sugerir que estas são estatisticamente significativas.

Diante dos resultados e análises realizadas, sugere-se que  $N_{IE}$ ,  $N_{RES}$  e  $N$  estimados utilizando  $\rho_{fix}$  e  $\rho_{var}$  são estatisticamente diferentes para a área de estudos.

#### Agradecimentos

Os autores agradecem ao BDEP/ANP, ao IBGE e à UnB por fornecer os dados de gravidade terrestre e de posição, ao ICGEM por fornecer os dados de MGG, à USGS por fornecer os dados de DTM, à CPRM pelo fornecimento do mapa litológico, ao INCTET (465613/2014-4) e à FAPDF (0193.001230/2016)

pelo suporte financeiro, e à Dra. Ana Cristina Oliveira Cancoro de Matos / CENEGEO (Centro de Estudos de Geodesia) pela valiosa contribuição.

### **Contribuição dos autores**

Prof. Giuliano Sant'Anna Marotta: orientação da pesquisa realizada; desenvolvimento de metodologia e de rotinas computacionais utilizadas para cálculo e obtenção dos resultados, conforme apresentados no manuscrito; e confecção e revisão do manuscrito.

Yellinson de Moura Almeida: aquisição e tratamento dos dados utilizados; desenvolvimento dos modelos de densidade; realização dos cálculos; e confecção do manuscrito.

Profa. Maria Lígia Chuerubim: desenvolvimento da análise dos resultados; e confecção e revisão do manuscrito.

### **Referências**

- ARRNIENTI, P., INNOCENTI, F., PARESCHI, M., POMPILIO, M., ROCCHI, S. Crystal population density in not stationary volcanic systems: estimate of olivine growth rate in basalts of Lanzarote (Canary Islands). **Mineral Petrology**, vol. 44, 1991. pp. 181-196.
- AYHAN, M. E. Geoid determination in Turkey. **Bulletin Geodesique**, vol. 67, 1993. pp. 10-22.
- BLITZKOW, D.; MATOS, A. C. O. C.; FAIRHEAD, J. D.; PACINO, M.C.; LOBIANCO, M. C. B.; CAMPOS, I. O. The progress of the geoid model computation for South America under GRACE and EGM2008 models. **International Association of Geodesy Symposia**, vol. 136, 2012. pp. 893-899.
- BLITZKOW, D.; MATOS, A. C. O. C.; CINTRA, J. P. Digital terrain model evaluation and computation of the terrain correction and indirect effect in South America. **GEOACTA**, vol. 34, 2009. pp. 59-74.

- BULLEN, K. E. The bearing of dunite on sub-crustal problems. **Bulletin of Volcanology**, vol. 29, 1966. pp. 307-312.
- CARMICHAEL, R. S. **Handbook of Physical Properties of Rocks**. vol. I. CRC Press, Florida, 1982. 404p.
- CLARK, S. P. **Handbook of Physical Constants**. revised ed. The Geological Society of America, INC, New York, 1966. 587 p.
- DYDA, M. **Density Limits in Metapelitic Recrystallization**. Faculty of Natural Sciences, Comenius University, Mlynska Dolina, Slovakia, unpublished report, 1994. 5 p.
- FEATHERSTONE, W. E.; DENTITH, M. C. A Geodetic Approach to Gravity Reduction for Geophysics. **Computers & Geosciences**, vol. 23, n. 10, 1997. pp. 1063-1070.
- GAAL, G.; FRONT, K.; ARO, K. Geochemical exploration of a Precambrian Batholith, source of a Cu–W mineralization of the Tourmaline Breccia in Southern Finland. **Journal of Geochemical Exploration**, vol. 15, n. 1-3, 1981. pp. 683-698.
- GIACOMINI, A.; BUZZI, O.; RENARD, B.; GIANI, G. P. Experimental studies on fragmentation of rock falls on impact with rock surfaces. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, vol. 46, 2009. pp. 708-715.
- GÖTZE, H. J. Insights from recent gravity satellite missions in the density structure of continental margins - With focus on the passive margins of the South Atlantic. **Gondwana Research**, vol. 53, 2018. pp. 285-308.
- HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. **Physical Geodesy**. W.H. Freeman and Co., San Francisco, 1967.
- KIRBY, J. F.; FEATHERSTONE, W.E. A study of zero- and first-degree terms in geopotential models over Australia. **Geomatics Research Australasia**, vol 66, 1997. pp. 93-108.
- KUROISHI, Y. Precise determination of geoid in the vicinity of Japan. **Bulletin of the Geographical Survey Institute**, vol. 41, 1995. pp. 1-94.
- LARSON, R.; FARBER, B. **Elementary Statistics: Picturing the World**. 6th ed. Pearson Education, Inc. 2014. 704 p.

- MANKHEMTHONG, N.; DOSER, D. I.; BAKER, M. R. Practical Estimation of Near-surface Bulk Density Variations Across the Border Ranges Fault System, Central Kenai Peninsula, Alaska. **Journal of Environmental & Engineering Geophysics**, vol. 17, n. 3, 2012. pp. 51-158.
- MAROTTA, G. S.; VIDOTTI, R. M. Development of a Local Geoid Model at the Federal District, Brazil, Patch by the Remove-Compute-Restore Technique, Following Helmert's Condensation Method. **Boletim de Ciências Geodésicas**. vol. 23, n. 3, 2017. pp. 524-540.
- MARQUES, E. T.; DAL POZ, W.; GUIMARÃES, G. N. Geoid modelling using integration and FFT associated with different gravimetric reduction methods. **Revista Brasileira de Geofísica**, vol. 36, n. 1, 2018. pp. 81-96.
- MATOS, A. C. O. C. **Implementação de modelos digitais de terreno para aplicações na área de geodésia e geofísica na América do Sul**. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes, São Paulo, 2005. 355p.
- MORITZ, H. Geodetic Reference System 1980. **Buletin géodésique**, vol. 58, n. 3, 1984. pp. 388-398.
- NETTLETON, L. L. Determination of density for the reduction of gravimeter observations. **Geophysics**, vol. 4, n. 3, 1939. pp. 176-183.
- NETTLETON, W. D.; FLACH, K. W.; NELSON, R. E. Pedogenic weathering of tonalite in Southern California. **Geoderma**, vol. 4, n. 4, 1969. pp. 387-402.
- O'REILLY, B. M.; HAUSER, F.; READMAN, P. W. The fine-scale structure of upper continental lithosphere from seismic waveform methods: insights into Phanerozoic crustal formation processes. **Geophysical Journal International**, vol. 180, 2010. pp. 101-124.
- OLIVEIRA, C. D.; DALL'AGNOL, R.; SILVA, J. B. C.; ALMEIDA, J. A. C. Gravimetric, radiometric, and magnetic susceptibility study of the Paleoproterozoic Redenção and Bannach plutons, eastern Amazonian Craton, Brazil: Implications for architecture and zoning of A-type granites. **Journal of South American Earth Sciences**, vol. 25, 2008. pp. 100-115.
- PAPP G. Simultaneous determination of terrain correction and local average topographic density. **Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica**, vol. 44, 2009. pp. 191-202.

- PARASNIS, D. S. A study of rock densities in English Midlands. **Geophysical Journal Interiors**, vol. 6, 1952. pp. 252-271.
- PECHINIG, R.; DELIUS, H.; BARTETZKO, A. Effect of compositional variations on log responses of igneous and metamorphic rocks. II: acid and intermediate rocks. **Geological Society**, London, Special Publications, vol. 240, 2005. pp. 279-300.
- PETIT, G.; LUZUM, B. **IERS Conventions (2010)**. IERS Technical Note No. 36. Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2010. 179p.
- RAO, M. V.; PRASANNA, M. S.; LAKSHMI, K. J.; CHARY, K. B.; VIJAYAKUMAR, N. A. Elastic properties of charnockites and associated granitoid gneisses of Kudankulam, Tamil Nadu, India. **Current Science**, vol. 94, n. 10, 2008. pp. 1285-1291.
- RAO, V. B.; MURTY, B. V. S. Note on Parasnis' method for surface density. **Pure and Applied Geophysics**, vol. 110, 1973. pp. 1927-1931.
- SAMALIKOVA, M. Scanning electron microscopy examples of clay residua from crystalline rocks. **Bulletin of Engineering Geology and the Environment**, vol. 28, n. 1, 1983. pp. 91-102.
- SCHWARZ, K. P.; SIDERIS, M. G.; FORSBERG, R. The use of FFT techniques in physical geodesy. **Geophysical Journal International**, vol. 100, 1990. pp. 485-514.
- SMITH, D. A. There is no such thing as "The" EGM96 geoid: Subtle points on the use of a global geopotential model. IGeS Bulletin No. 8, **International Geoid Service**, Milan, Italy, 1998. pp. 17-28.
- STOKES, G. G. On the variation of gravity on the surface of the earth. **Transactions of the Cambridge Philosophical Society**, vol. 8, 1849. pp. 672-695.
- TENZER, R.; SIRGUEY, P.; RATTENBURY, M.; NICOLSON, J. A digital rock density map of New Zealand. **Computers & Geosciences**, vol. 37, n. 8, 2011. pp. 1181-1191
- TOUSHMALANI, R.; RAHMATI, A. A new inversion method of estimation of simultaneous near surface bulk density variations and terrain correction across the Bandar Charak (Hormozgan-Iran). **SpringerPlus**, vol. 3, n. 135, 2014. pp. 1-4.

- VANÍČEK, P.; KLEUSBERG, A. The Canadian geoid - Stokesian approach. **Manuscripta Geodaetica**, vol. 12, 1987. pp. 86-98.
- VANKOVA, V.; KROPACEK, V. Gamma-ray absorption and chemical composition of neovolcanic rock. **Studia Geophysica et Geodaetica**, vol. 18, 1974. pp. 173-175.
- YAMAMOTO, T. M. **Cálculo da Ondulação Geoidal pelo Método dos Elementos de Contorno**. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, 1994. 133p.
- ZHANG, K.; FEATHERSTONE, W.; STEWART, M.; DODSON, A. A New Gravimetric Geoid of Australia. **Proceedings of Second Continental Workshop on the Geoid in Europe**, Budapest, Hungary, 1998. pp. 225-233.