



Análise da qualidade geométrica interna de uma poligonal enquadrada utilizando o modelo de ajustamento paramétrico injuncionado e o ajustamento livre

Analysis of the internal geometric quality of a framed polygonal using the injunction parametric adjustment model and free adjustment

Renan de Brito Carvalho¹
Paulo Leoncio da Silva de Melo²
João Gonçalves Bahia¹
Luiz Guimarães Barbosa¹

Recebido em maio de 2017.
Aprovado em outubro de 2017.

RESUMO

Os levantamentos topográficos têm por finalidade a obtenção da posição de pontos de interesse sobre a superfície terrestre, através de um sistema de referência. Atualmente, quando se utiliza o método da poligonização usa-se como sistema de referência pontos de apoio obtidos por GNSS. Logo, a qualidade posicional dos pontos de apoio influencia diretamente a qualidade das coordenadas da poligonal. Objetivou-se com esse trabalho a realização de uma comparação entre o modelo paramétrico injuncionado e o modelo paramétrico não injuncionado ou ajustamento livre, este último modelo foi seguido da transformação de Helmert. Em ambos os modelos utilizou-se pontos de apoio com diferentes precisões. Realizou-se uma poligonal enquadrada seguindo especificações da NBR13133 para eliminar ou diminuir os erros sistemáticos das observações, bem como: um levantamento geodésico dos pontos de apoio; a construção das rotinas de processamento e os ajustamentos das observações para obtenção dos resultados. No ajustamento livre obteve-se um resultado melhor do que no ajustamento paramétrico injuncionado, quando utilizado pontos de apoio com baixa precisão. Como o modelo paramétrico injuncionado é totalmente dependente da qualidade das injunções, as condições desfavoráveis para a coleta de observações GNSS, como: mata densa; multicaminhamento, distâncias das estações da RBMC, entre outros, influenciam diretamente na qualidade posicional da poligonal utilizada, podendo esta não atingir a

¹Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Instituto de Tecnologia, Departamento de Engenharia, Rodovia BR 465, Km 07 - Seropédica - RJ, 23897-000, Brasil. E-mail: renanbrito1987@gmail.com; luizgbarbosa@gmail.com; jbahia@ufrj.br.

²Instituto Militar de Engenharia. Seção de Ensino de Engenharia Cartográfica. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Cartográfica, Praça General Tibúrcio, 80 - Urca - Rio de Janeiro - RJ - 22290-270, Brasil. E-mail: paulo.leoncio@yahoo.com.br.

precisão requerida. Sendo assim, a aplicação do modelo de ajustamento livre é uma alternativa para realizar o ajustamento quando os pontos de apoio não possuírem uma boa qualidade.

PALAVRAS-CHAVE: Ajustamento Livre. Modelo Paramétrico Injuncionado. Poligonal Enquadrada.

ABSTRACT

The topographic surveys have the purpose of obtaining the position of interest points on the earth's surface, through a reference system. Nowadays when using the poligonation method, it is necessary to define a reference system and GNSS support points can be used. Therefore, the positional quality of these points directly influences the quality of the coordinates polygonal. The objective of this work is to compare between the injunction parametric model and the free adjustment followed by the Helmert transformation using points of support with different precisions. A polygonal survey was carried out, following the specifications of NBR13133 to eliminate or reduce the systematic errors of the observations, as well as a geodesic survey of the points of support, a construction of processing routines and adjustment of observations to obtain results. In the free adjustment, a better result than non-parametric adjustment was obtained when using support points with low precision. When compared to the results in the points of support with high precision the results found were practically the same, being able to be used in any situation. The parametric method is inhibited totally dependent on the quality of the injunctions, as unfavorable conditions for the collection of GNSS observations such as dense forest, multi-channel or distances of the stations of the RBMC. This is not a required precision. The free adjustment model is an alternative to perform the adjustment when a quality of the support points had a low accuracy.

KEYWORDS: Free Adjustment. Injunction Parametric Model. Polygonal

* * *

Introdução

Ao executar um levantamento utilizando o método da poligonação tem-se a utilização de pontos de apoio para o estabelecimento de um referencial, como por exemplo no ajustamento da poligonal pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). Com isso, as coordenadas dos pontos de apoio são fixadas. Após a fixação, as coordenadas dos pontos internos da poligonal são estimadas.

Na prática, os usuários podem obter as coordenadas dos pontos de apoio a partir da realização de um posicionamento através do sistema GNSS

(*Global Navigation Satellite System*) ou se apoiando em vértices de coordenadas conhecidas, como os vértices de uma rede geodésica ou vértices de um sistema local. Em ambos os casos, as coordenadas dos vértices são acompanhadas de suas incertezas. Desta forma, haverá uma propagação de erros para os vértices da poligonal, fazendo com que haja uma deformação na geometria interna da mesma. Outro fator que pode interferir na geometria interna da poligonal, durante o ajustamento, são as diferenças de coordenadas estimadas na utilização de diferentes programas de processamento GNSS. Nos dois casos, haverá influências na estimativa das coordenadas e a análise da qualidade das observações da poligonal ficará prejudicada (LEICK, 2004; WOLF e GHILANI, 1997).

Para evitar os problemas mencionados no parágrafo anterior é indicado o ajustamento da poligonal sem a utilização das coordenadas dos pontos de apoio, ou seja, sem a definição do referencial. Neste caso, haverá uma deficiência de característica na matriz normal do ajustamento. Para contornar este problema há a possibilidade do uso do ajustamento livre, o qual definirá um referencial qualquer desconhecido e a análise da qualidade das observações coletadas no levantamento estarão isenta de fatores “externos” (GEMAEL; MACHADO e WANDRESEN, 2015).

Uma vez que após o ajustamento livre as coordenadas estimadas dos vértices da poligonal estarão vinculadas a um referencial desconhecido, há a necessidade de definir o referencial específico em seguida. Neste caso, conforme indicado por Carvalho (2009), pode-se utilizar a Transformação de Helmert com seus parâmetros estimados a partir da utilização das coordenadas de no mínimo três pontos de apoio da poligonal nos dois Sistemas de Referência.

Diante disso, torna-se viável a análise comparativa do ajustamento de uma poligonal utilizando o modelo paramétrico com definição do referencial a priori e utilizando o ajustamento livre com a compatibilização de referenciais, a partir da Transformação de Helmert. Neste último caso, pode-se realizar a avaliação da qualidade interna da poligonal, onde serão

avaliados os ângulos e distâncias para o cálculo das coordenadas relativas dos vértices da mesma.

Ao utilizar o método da poligonação, na estimativa das coordenadas de pontos na superfície tem-se a necessidade de definir um sistema de referencia. Um dos métodos é a utilização das tecnologias espaciais. Sendo assim, a acurácia e a precisão deste levantamento por GNSS, por exemplo, influenciam diretamente na qualidade da poligonal, e conseqüentemente, em qualquer operação realizada utilizando a mesma.

Em levantamentos topográficos, utilizando a poligonação enquadrada, pode ocorrer que os referidos levantamentos sejam em locais de difícil acesso, em condições desfavoráveis como: mata densa; em meio a prédios, causando o multicaminhamento. Assim como os pontos de apoio podem estar distantes de uma estação de monitoramento contínuo. Esses fatores podem prejudicar a qualidade das coordenadas e conseqüentemente a qualidade do trabalho. Sendo assim, quando uma poligonal é levantada e esta não atinge a precisão adequada, torna-se necessário um retorno ao campo para que se refaça todo o trabalho até que a precisão pretendida seja atingida. Com isso o custo do trabalho aumenta de forma que pode até se tornar inviável. Diante disso, pretende-se utilizar o ajustamento livre para evitar que os pontos de apoio e suas incertezas afetem a análise da qualidade da poligonal.

O objetivo desse artigo é realizar uma análise da qualidade geométrica de uma poligonal topográfica enquadrada através da aplicação do modelo paramétrico injuncionado e o modelo paramétrico não injuncionado ou ajustamento livre.

2. Algumas considerações sobre levantamentos topográficos e o ajustamento das observações

Na literatura há muitas definições para o levantamento de detalhes na superfície terrestre ou, simplesmente, levantamento topográfico (LT). Neste artigo considerou-se a definição apresentada pela Norma Brasileira Regulamentadora (NBR) 13133, que explica o LT como o conjunto de operações topográficas clássicas, destinadas à determinação das posições planimétricas e/ou altimétricas dos pontos, que vão permitir a representação do terreno a ser levantado topograficamente (ABNT, 1994).

Em grandes projetos de engenharia, tais como: barragens, rodovias, viadutos ou prédios se fazem necessários conhecer detalhadamente a forma, o relevo e as características do local de implantação do projeto. A realização do levantamento topográfico tem o objetivo de identificar essas particularidades da área e representa-las em um plano. Um dos produtos finais do LT são as plantas topográficas, que são de grande importância para representar as informações coletadas da superfície terrestre.

Neste artigo não se levou em consideração a parte altimétrica, somente a planimétrica. Por isso, deu-se foco nos métodos de levantamento topográfico planimétrico. As operações topográficas clássicas são: a poligonação, a irradiação e a intersecção.

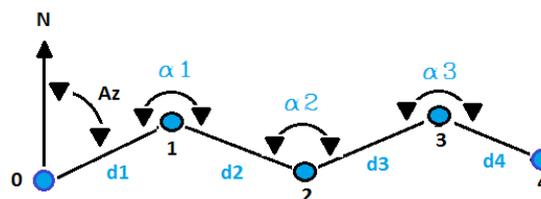
Também conhecido como o método da Decomposição em Triângulos ou das Coordenadas Polares, o método da Irradiação consiste em após a demarcação do contorno da superfície a ser levantada, localiza-se um ponto (A) dentro ou fora da superfície demarcada e de onde possam ser avistados todos os demais pontos que a definem. Assim, de (A) são medidas as distâncias aos pontos definidores da referida superfície, bem como, os ângulos horizontais entre os alinhamentos que possuem (A) como vértice. Este método é muito empregado em projetos que envolvem amarração de detalhes e na densificação do apoio terrestre para trabalhos topográficos e fotogramétricos (ESPARTEL, 1977).

O Método da Interseção, também conhecido como método das Coordenadas Bipolares, é utilizado na avaliação de pequenas superfícies com o relevo acidentado. Resumidamente, o método consiste em localizar, estrategicamente, dois pontos (A) e (B), pertencentes ou não da área demarcada, e de onde possam ser avistados todos os demais pontos que a definem. Assim, mede-se a distância horizontal entre os pontos (A) e (B), que constituirão uma base de referência, bem como, todos os ângulos horizontais formados entre a base e os demais pontos demarcados. A precisão resultante do levantamento dependerá, evidentemente, do tipo de dispositivo ou equipamento utilizado (ESPARTEL, 1977).

2.1 Poligonação

Uma poligonal é um conjunto de linhas consecutivas, obtidas sobre a superfície terrestre. Essas linhas têm seus comprimentos e suas direções conhecidas através de teodolitos ou estações totais. Para definição dos pontos de apoio planimétricos, o método da poligonação é o mais empregado atualmente. (MCCOMARC, 2015). A Figura 1 mostra um exemplo de poligonal.

Fig. 1 - Poligonal.



Fonte: elaborada pelos autores.

Sendo: 0, 1, 2, 3 e 4 são os pontos em que o equipamento utilizado para o levantamento foi estacionado; N é o norte geográfico; Az é o azimute geográfico; α_1 , α_2 , α_3 são os ângulos e d_1 , d_2 , d_3 , d_4 são as distâncias.

As poligonais levantadas em campo podem ser classificadas em poligonal principal, secundária ou auxiliar. A poligonal principal é aquela que determina os pontos de apoio topográfico de primeira ordem. A poligonal secundária é aquela que determina os pontos de apoio de segunda ordem relativos à poligonal principal. Já a poligonal auxiliar baseia-se nos pontos de apoio topográficos planimétricos, sejam de primeira ou segunda ordem, e tem seus vértices distribuídos na área a ser mapeada, de forma que seja possível coletar os pontos de detalhes julgados importantes (ABNT, 1994).

Podem-se classificar, também, as poligonais, de acordo com a necessidade em campo, em: poligonal fechada, onde se inicia o levantamento em um ponto de coordenada conhecida e termina neste mesmo ponto; poligonal enquadrada, onde tem início em dois pontos de coordenadas conhecidas e termina em dois pontos de coordenadas conhecidas diferentes e poligonal aberta, onde se inicia em um ponto de coordenada conhecida, ou não, e termina em um ponto onde se deseja determinar as coordenadas (MCCOMARC, 2015).

2.2 Ajustamento das observações

Os erros de medidas são inevitáveis nas observações conduzidas pelo homem. Alguns fatores podem contribuir para a ocorrência desses erros, como: falhas humanas (erros grosseiros), imperfeição do equipamento (erro sistemático) ou a influência das condições ambientais (erro aleatório ou randômico) nas quais se processa a mensuração. A consequência desses erros é o não conhecimento do valor verdadeiro de uma grandeza, medida ou parâmetro. Pode-se afirmar então que, teoricamente, o valor verdadeiro de uma grandeza é um conceito abstrato, praticamente, pode-se considerar uma grandeza, medida ou parâmetro com qualidade superior a outras como verdadeira ou referência. Uma solução para este problema encontra-se no processo de ajustamento das observações, que fornece ainda a estimativa da

precisão da solução adotada (MONICO et al., 2009; GEMAEL, MACHADO e WANDRESEN, 2015).

Dentre os diversos critérios possíveis para o ajustamento das observações, o mais difundido e aceito nas Ciências Geodésicas é aquele que segue o princípio dos mínimos quadrados, ou seja, aquele que minimiza a soma do quadrado dos erros aleatórios, ponderados pelos respectivos pesos das observações (Ghilani e Wolf, 2006). Segundo KLEIN, *et al* (2011) “o método dos mínimos quadrados (MMQ) é bastante consolidado e utilizado em aplicações geodésicas”. Há diversas publicações abordando o assunto, como por exemplo: Rainsford (1957), Mikhail (1976), Dalmolin (2002) e Teunissen (2003).

2.2.1 Método dos Mínimos Quadrados

O método dos mínimos quadrados foi aplicado pela primeira vez, de forma independente, por Gauss e Legendre. Atualmente é o principal método de ajustamento de observações (GARNÉS, SAMPAIO e DALMOLIN, 1997).

Com o desenvolvimento da tecnologia muitas limitações, como por exemplo, a aplicação do MMQ em certos tipos problemas que exigiam uma quantidade de operações para chegar a um resultado, foram eliminadas pelos computadores e pelas calculadoras. Mas, deve-se ter muito cuidado ao solucionar um problema por mínimos quadrados, pois quando as equações residuais são lineares ou foram linearizadas pode ocorrer que o sistema formado seja um sistema "mal-condicionado". Nesta situação, por causa da precisão finita dos computadores ou calculadoras, a solução encontrada utilizando um método qualquer pode ser uma solução errada (GARNÉS, SAMPAIO e DALMOLIN, 1997).

Em um sistema de equações lineares não homogêneas:

$$AX = L \quad (1)$$

Sendo: A a matriz de coeficientes, X o vetor de incógnitas e L o vetor dos termos conhecidos (independentes), pode-se ter um sistema possível, determinado, indeterminado ou impossível (GEMAEL; MACHADO e WANDRESEN, 2015).

Admitindo que o valor de L seja igual à Lb, pois nas Ciências Geodésicas trabalha-se com medidas afetadas por flutuações probabilísticas, tem-se (CAMARGO, 2000; GEMAEL, MACHADO e WANDRESEN, 2015):

$$AX = Lb \quad (2)$$

Porém toda e qualquer medida realizada não é isenta de erros, tornando o sistema “inconsistente”, ou seja, as observações Lb não são compatíveis com o modelo. Logo, o resíduo (V) é introduzido no modelo anterior para remover essa “inconsistência”, mas realizando essa introdução de “erros” no sistema o número de incógnitas supera o número de observações.

$$AX = Lb + V = La \quad (3)$$

O vetor La, observações ajustadas, que realmente satisfaz o modelo e o valor estimado de X, depende da escolha de V. De acordo com os matemáticos GAUSS e LEGENDRE a melhor estimativa de X é aquela que torna mínima a soma dos quadrados dos resíduos.

$$V^T V = \min \quad (4)$$

Introduzindo o valor dos resíduos, utilizando a propriedade distributiva e em seguida derivando \emptyset em relação a X e igualando a zero, temos a seguinte equação normalizada:

$$X = (A^T A)^{-1} (A^T L b) \quad (5)$$

Admitindo que as observações coletadas, não possuam a mesma precisão entre si deve se pesar estas observações de modo que haja uma homogeneidade e uma avaliação justa. Considerando os pesos, o MMQ pode ser expresso da seguinte forma (GEMAEL; MACHADO e WANDRESEN, 2015):

$$X = (A^T P A)^{-1} (A^T P L b) \quad (6)$$

3 PROCESSOS REALIZADOS

Nesse capítulo descreve-se a metodologia realizada para atingir o objetivo desse artigo.

3.1 Materiais utilizados

Os equipamentos utilizados nesse artigo para a coleta dos dados e para a análise dos mesmos foram: receptores GNSS MAGELLAN PROMARK3 com precisão horizontal de $\pm(0,005$ metros + 1ppm) e precisão vertical de $\pm(0,010$ metros + 2ppm); estação Total FOIF RTS/OTS 680 com precisão linear de $\pm(0,002$ metros + 2ppm) e precisão angular de $\pm 5''$; tripé de alumínio; bastão de alumínio de 2,60 metros; prismas; piquetes e pregos; trena de 3 metros; o programa Freemat e o programa DataGeosis Demo 2005 (disponibilizados pelo Laboratório de Topografia e Geodésia do Departamento de Engenharia do Instituto de Tecnologia – UFRRJ).

3.2 Coleta dos dados

Realizou-se o levantamento dos pontos através do método da poligonação, para a obtenção dos dados, com a estação total FOIF modelo FOIF RTS/OTS 680, no período de 28/09/2016 a 02/10/2016. Sendo que, as observações GNSS foram realizadas no dia 02/10/2016 para obtenção das coordenadas dos pontos de apoio.

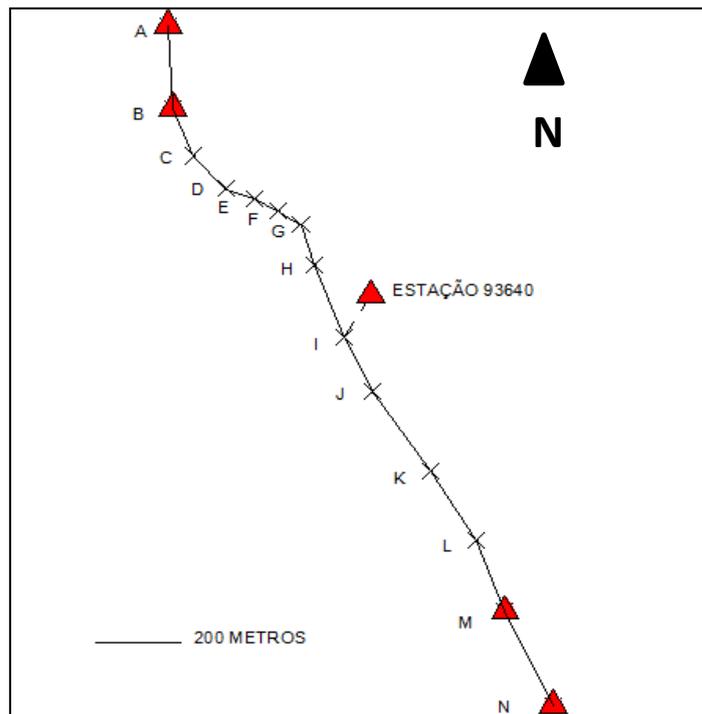
Primeiramente realizou-se um planejamento do trabalho de campo para a obtenção dos dados, que consistiu em uma visita pelo campus da UFRRJ com o objetivo de identificar o melhor local para realizar o levantamento topográfico. Escolhido o local do trabalho, foram realizadas as materializações dos vértices da poligonal topográfica enquadrada e dos pontos de apoio, com o uso de piquetes de madeira ou pregos para a materialização destes pontos. Os pontos de apoio na linha de referência de partida foram afastados a uma distância de 200,67 metros, enquanto que na linha de referência de chegada os pontos de apoio foram afastados a uma distância de 255,09 metros. Escolheram-se os pontos da poligonal de forma que a mesma não tivesse um ângulo de deflexão maior que 60° , segundo especificação do item 4.3.1.1 da 1ª Edição da Norma Técnica para Georreferenciamento de Imóveis Rurais (INCRA, 2003).

3.3 Levantamento Topográfico Local

Com os vértices identificados e materializados, realizou-se o levantamento topográfico da poligonal enquadrada. Seguiu-se a especificação do item 4.3.1.2 da Norma Técnica para Georreferenciamento de Imóveis Rurais (INCRA, 2003), que consiste em realizar no mínimo três séries, em que cada série deve-se realizar a medição com a posição direta (PD) e a posição inversa (PI) da luneta. Este procedimento minimiza a presença de erros sistemáticos oriundos da estação, como por exemplo: erro de centragem do instrumento, erro devido a não perpendicularidade dos

eixos e o erro de PZ, nas observações coletadas, sendo neste caso, ângulo e distância. Foram feitas quatro medidas de distância e quatro medidas de ângulos em cada vértice, utilizando a técnica de PD e PI, utilizou-se uma planilha eletrônica para cálculos da média aritmética de cada observação. No vértice I da poligonal, realizou-se uma irradiação visando obter um ângulo horizontal e uma distância para a estação 93640 do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), com o objetivo de realizar uma verificação das análises. A Figura 2 representa a disposição, no local, dos vértices da poligonal.

Fig. 2 – Disposição dos vértices da poligonal.



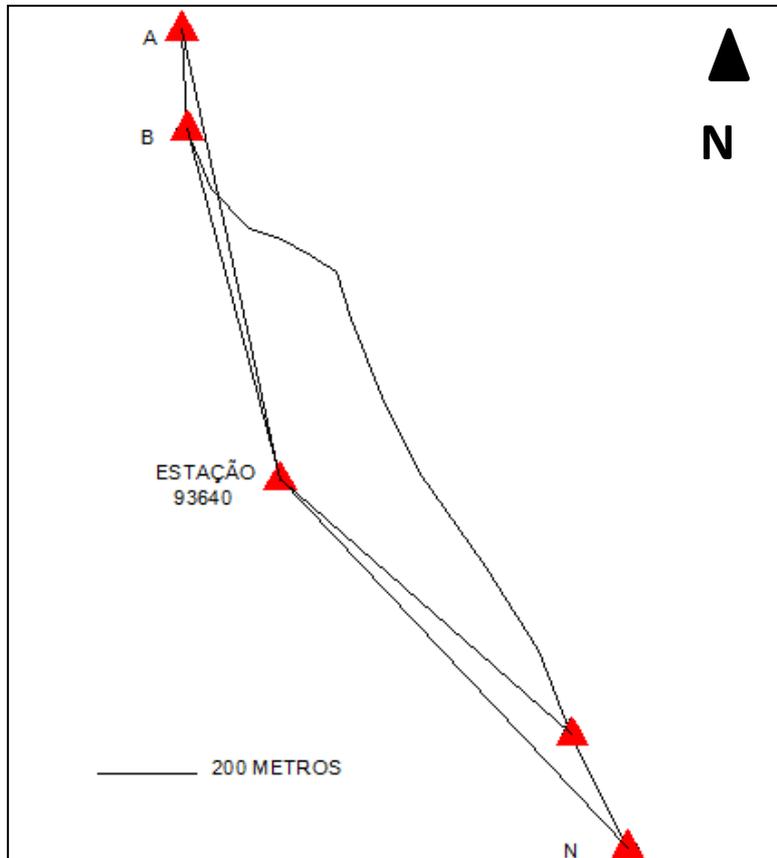
Fonte: elaborada pelos autores.

3.4 Levantamento dos pontos de apoio com a tecnologia GNSS

Após o levantamento topográfico da poligonal enquadrada realizou-se o levantamento dos pontos de apoio desta poligonal. A coleta desses dados foi realizada utilizando a tecnologia GNSS, onde se instalou os receptores

móveis sobre os pontos de apoio e o receptor fixo na estação base (93819), pertencente ao SGB, de acordo com a Figura 3.

Fig. 3 – Pontos de apoio.



Fonte: elaborada pelos autores.

Coletaram-se observáveis durante um período de tempo suficiente para a solução das ambiguidades. Os métodos utilizados para o processamento das observações do GNSS foram de Posicionamento por Ponto Preciso (PPP) com a utilização da órbita final e Posicionamento Relativo Estático.

De posse das coordenadas geodésicas dos pontos de apoio da poligonal enquadrada necessitou-se realizar a transformação das mesmas para o sistema topográfico local, sendo que esta transformação foi feita pelo programa DataGeosis Demo 2005, para que as coordenadas dos pontos de injeção fossem compatíveis com os dados da poligonal topográfica. Foram

transformadas tanto as coordenadas provenientes do PPP quanto às do posicionamento relativo estático dos pontos de apoio.

3.5 Processamento e ajuste da poligonal pelo modelo paramétrico injuncionado

Com as observações de ângulos e distâncias, ambos horizontais, dos pontos da poligonal e os pontos de apoio no plano topográfico local foram possíveis à realização do processamento e do ajustamento da poligonal através do modelo paramétrico injuncionado. Para isso, construíram-se duas rotinas no programa Freemat para que fossem determinadas as coordenadas dos vértices da poligonal topográfica através da equação 1, sendo uma utilizando os pontos de apoio provenientes do PPP e a outra utilizando os pontos de apoio provenientes do posicionamento relativo estático, ambas como injunções.

$$X_a = X_0 - (A^T P A)^{-1} (A^T P L) \quad (7)$$

Sendo: X_a coordenadas ajustadas, X_0 coordenadas aproximadas, A matriz dos coeficientes, P matriz dos pesos e L vetor diferença entre as observações realizadas e as obtidas pelos parâmetros aproximados.

Na execução da rotina foi escalonado a matriz peso de forma que solucionasse o problema de escala do peso das observações. Realizado o ajustamento, fez-se o teste global que consiste em avaliar a discrepância entre o sigma a priori e sigma a posteriori através da distribuição Qui-Quadrado sendo a hipótese básica que ambos sejam iguais e a hipótese alternativa que ambos sejam diferentes, considerando um nível de confiança de 95%.

A qualidade dos resíduos foi avaliada por ordem de grandeza e média, a qualidade dos parâmetros estimados pela matriz variância covariância

(MVC) dos parâmetros ajustados. Avaliou-se, também, a qualidade das observações pela MVC das observações ajustadas.

3.6 Processamento e ajuste da poligonal pelo modelo paramétrico não injuncionado ou ajustamento livre

Para a realização do processamento e ajustamento da poligonal através do modelo paramétrico não injuncionado ou ajustamento livre foi necessário calcular a distância entre o primeiro ponto e o último ponto, ambos de apoio, utilizando as coordenadas provenientes da tecnologia GNSS, no sistema topográfico, através do posicionamento relativo estático como também do posicionamento PPP. Dessa forma, obtém-se uma condição geométrica para o cálculo dos resíduos provenientes do ajustamento livre, permitindo que esses sejam analisados. A utilização do PPP foi para avaliar o comportamento dos métodos de ajustamento quando os pontos de apoio possuem maiores incertezas, conseqüentemente uma pior qualidade.

Para realização dos testes e verificação dos resultados foram calculadas seis distâncias possíveis entre os quatro pontos de apoio no plano topográfico local. Testes estes feitos com uma, quatro e seis condições geométricas, com o objetivo de verificar a influência quantitativa dessas condições geométricas no ajustamento livre.

Foram necessários construir seis rotinas no Freemat para o ajustamento livre para estimar as coordenadas dos vértices da poligonal topográfica com base na equação 2.

$$X = X_0 - (A^T P A)^+ A^T P L \quad (8)$$

Sendo: $(A^T P A)^+$ pseudoinversa de $(A^T P A)$ e os termos, os mesmos da equação 1.

As distâncias consideradas neste trabalho foram as do terreno, considerando que o GPS forneceu distâncias planas foi realizado uma

conversão entre as mesmas. Com isso, calcularam-se as distâncias entre os pontos de apoio e formaram-se as condições geométricas, de acordo com a tabela 1. Para a avaliação do ajustamento e das observações após o ajustamento utilizou-se o mesmo critério estabelecido na subseção anterior.

Tabela 1: Condições geométricas em função dos pontos de apoio

Geometria	Distâncias provenientes do PPP	Distâncias provenientes do posicionamento relativo estático
1°	uma distância – dAN	uma distância - dAN
2°	quatro distâncias - dAN, dAM, dBN e dBM.	quatro distâncias - dAN, dAM, dBN e dBM.
3°	seis distâncias - dAN, dAM, dBN, dBM, dAB e dNM.	seis distâncias - dAN, dAM, dBN, dBM, dAB e dNM.

Fonte: elaborada pelos autores.

Sendo: dAN distância entre o ponto A e N; dAM distância entre o ponto A e M; dBN distância entre o ponto B e N; dBM distância entre o ponto B e M; dAB distância entre o ponto A e B; dNM distância entre o ponto N e M.

Como no método do ajustamento livre não se utiliza de injuncionamento para a realização do mesmo, a poligonal topográfica é referenciada arbitrariamente. Então, é necessário realizar a transformação de Helmert para que se adote o referencial de interesse para a realização da análise posicional. Essa transformação foi realizada de acordo com a equação 3 e aplicada em todas as seis rotinas do ajustamento livre realizadas. Lembrando que para não alteração das observações ajustadas pelo ajustamento livre, utiliza-se apenas os dois pontos de apoio de partida na transformação de Helmert para o referenciamento da poligonal.

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Tx \\ Ty \end{pmatrix} + \mu \cdot R(\theta) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$R = \begin{pmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta \\ -\text{sen } \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (10)$$

Sendo: X e Y coordenadas de um ponto no referencial do sistema topográfico local; x e y coordenadas do mesmo ponto num referencial arbitrário; T_x e T_y são os parâmetros de translação; μ é o fator de escala; R é a matriz rotação, onde θ é o ângulo de rotação entre os sistemas.

3.7 Avaliação da qualidade posicional da poligonal em cada teste realizado

Para obter a qualidade posicional de cada poligonal ajustada, realizou-se um teste de verificação que consiste na irradiação para a estação 93640 do SGB. Como se realizou uma visada de irradiação para a estação 93640 foi possível calcular essa coordenada a partir de cada poligonal ajustada e realizar o cálculo de acurácia dessa irradiação em relação à coordenada real da estação 93640. Sendo assim foram obtidos os valores de acurácia nesta estação de cada modelo e condições geométricas da poligonal ajustada.

4. RESULTADOS OBTIDOS

Neste capítulo mostram-se os resultados dos modelos que utilizaram dados dos pontos de apoio provenientes do posicionamento relativo estático com ajustamento injuncionado e ajustamento livre, bem como dos modelos que utilizaram dados dos pontos de apoio provenientes do posicionamento PPP com ajustamento injuncionado e livre.

4.1 Resultados dos modelos que utilizaram dados dos pontos de apoio provenientes do posicionamento relativo estático

Nesta seção apresentam-se os resultados dos testes feitos através do modelo paramétrico injuncionado, modelo ajustamento livre com uma, quatro e seis condições geométricas, utilizando o posicionamento relativo estático.

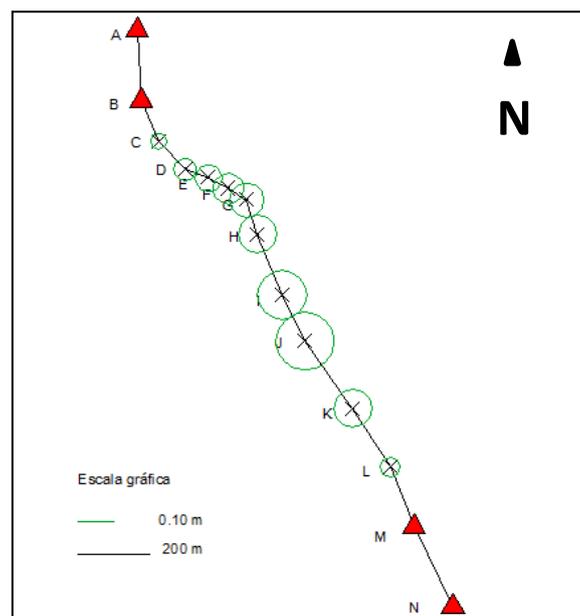
4.1.1 Resultados do modelo paramétrico injuncionado

O ajustamento do modelo paramétrico injuncionado, com pontos de apoio provenientes do posicionamento relativo estático foi aprovado no teste do qui-quadrado a 95% de confiança. Após o ajustamento, verificou-se que o erro angular foi de 135,1" e o erro linear foi de 0,023 metros. Enquanto que, relativamente, o erro angular foi de $39,0''\sqrt{n}$ e o erro linear de $1/64391$.

As precisões lineares e angulares das observações ajustadas, em média, ficaram piores quando comparadas as precisões das observações brutas, isto mostra que os resíduos podem ter sido determinados com baixa precisão. O RMS (raiz do erro médio quadrático), que mostra o deslocamento médio entre os pontos provenientes das observações da poligonal sem e com o ajustamento realizado, foi de 6,6 centímetros.

A precisão posicional em cada estação, obtida neste ajustamento é mostrada espacialmente na Figura 4:

Fig 4 - Precisão posicional dos vértices da poligonal no ajustamento paramétrico injuncionado com pontos de apoio provenientes do posicionamento relativo estático



Fonte: elaborada pelos autores.

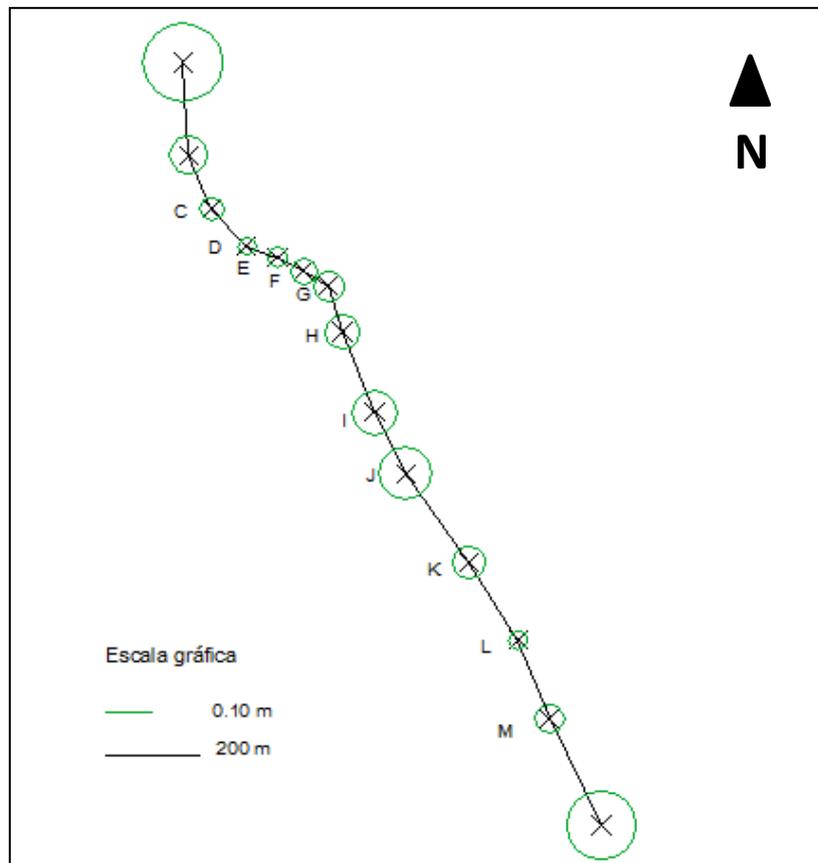
Na figura 4, observa-se que as menores precisões estão concentradas na parte central da poligonal, onde as elipses de erros apresentam eixos maiores. Isto mostra que a propagação dos erros parte dos pontos de apoio, ou seja, das extremidades da poligonal, para sua parte central, tendo em vista que esses pontos são utilizados como injunção (pontos fixos) no referido método de ajustamento. A precisão média da poligonal neste método foi de 4,8 centímetros e a pior precisão foi no vértice J, este com o valor de 8,2 centímetros.

4.1.2 Resultados do ajustamento livre com uma condição geométrica dos pontos de apoio

O ajustamento livre, utilizando o modelo paramétrico com uma condição geométrica e pontos de apoio provenientes do posicionamento relativo estático, foi aprovado no teste do qui-quadrado com 95% de confiança. O erro angular foi de 38,0" e o erro linear de 0,066 m, enquanto que o erro angular relativo foi de $11''\sqrt{n}$ e o erro linear de $1/57909$.

O RMS dos erros posicionais entre os pontos da poligonal, com e sem a realização do ajustamento, foi de 7,1 cm. Este resultado mostrou um maior deslocamento quando comparado com o ajustamento injuncionado. A Figura 5 mostra a precisão posicional em cada vértice da poligonal com base no ajustamento através das elipses de erros.

Fig 5 – Vértices da poligonal com suas respectivas precisões posicionais, obtidas pelo ajustamento livre com uma condição geométrica dos pontos de apoio provenientes do posicionamento relativo estático.



Fonte: elaborada pelos autores.

Na Figura 5 é possível observar que as precisões dos pontos da poligonal estão distribuídas de forma uniforme ao longo da poligonal, quando comparado com as precisões obtidas no modelo paramétrico injuncionado, possivelmente porque no ajustamento livre não são utilizadas injunções. Observou-se também que as maiores incertezas posicionais estão localizadas nas extremidades da poligonal, devido à incerteza da distância utilizada na condição geométrica ser bem maior que as incertezas das outras distâncias da poligonal. Isto acontece porque no processo de ajustamento os erros são propagados para as observações de menor confiança. A precisão média da poligonal neste método foi de 3,9 centímetros e a pior precisão foi no vértice A, este com o valor de 8,0 centímetros.

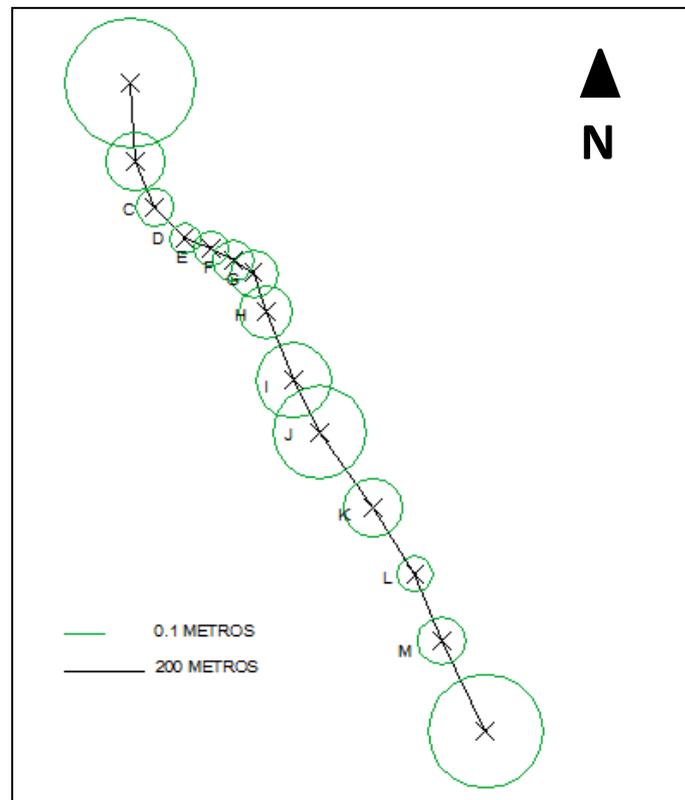
4.1.3 Resultado do ajustamento livre com quatro condições geométricas dos pontos de apoio provenientes do posicionamento relativo estático

O ajustamento livre, com quatro condições geométricas e pontos de apoio provenientes do posicionamento relativo estático, foi aprovado no teste do qui-quadrado com 95% de confiança. O erro angular foi de 107,5" e o erro linear foi de 0,124 metros, sendo o erro angular relativo de $31''\sqrt{n}$ e o erro linear de 1/67639.

O RMS dos erros posicionais entre os pontos da poligonal, com e sem a realização do ajustamento, foi de 4,6 centímetros, resultado este que mostrou um menor deslocamento deste referido ajustamento, quando comparado com o ajustamento injuncionado.

A figura 6 mostra a precisão posicional em cada vértice da poligonal com base no ajustamento. É possível observar que as precisões são distribuídas de forma mais uniforme ao longo da poligonal do que no modelo paramétrico injuncionado. Observa-se também que as maiores incertezas posicionais estão localizadas nas extremidades da poligonal, devido às incertezas das distâncias utilizadas nas condições geométricas serem bem maiores que as incertezas das outras distâncias da poligonal. A precisão média da poligonal neste método foi de 7,7 centímetros e a pior precisão foi no vértice A, este com o valor de 16,4 cm.

Fig 6 – Vértices da poligonal com suas respectivas precisões posicionais, obtidas pelo ajustamento livre com quatro condições geométricas dos pontos de apoio provenientes do posicionamento relativo estático.



Fonte: elaborada pelos autores.

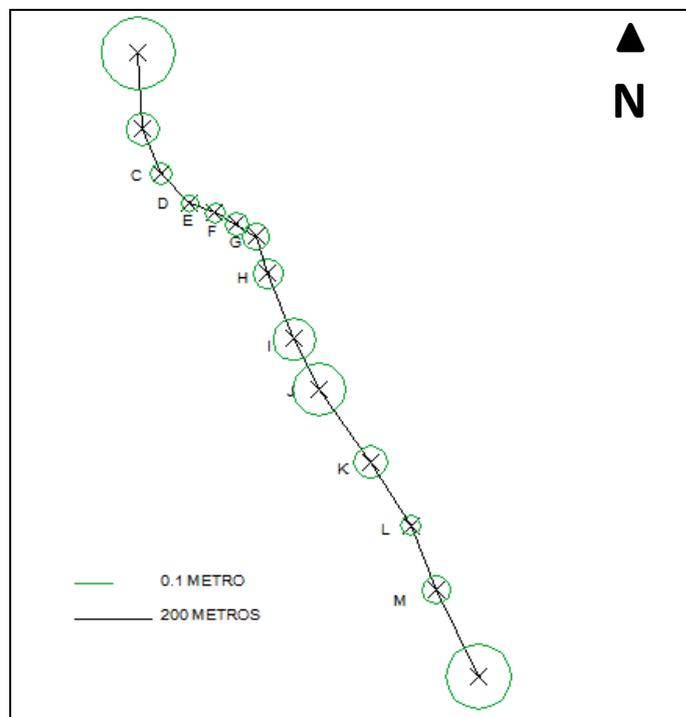
4.1.4 Resultado do ajustamento livre com seis condições geométricas dos pontos de apoio provenientes do posicionamento relativo estático

O ajustamento livre com seis condições geométricas provenientes do posicionamento relativo estático foi aprovado no teste do qui-quadrado com 95% de confiança. O erro angular foi de 107,1" e o erro linear foi de 0,145 metros, enquanto que o erro angular relativo foi de $30,9''\sqrt{n}$ e o erro linear de 1/60611.

O deslocamento médio entre os pontos da poligonal, com e sem a realização do ajustamento, foi de 4,6 centímetros, resultado este que mostrou um menor deslocamento do que o ocorrido no ajustamento injuncionado. A figura 7 mostra a precisão posicional em cada vértice da

poligonal com base no ajustamento. Na figura 7 é possível observar o mesmo comportamento das precisões ao longo da poligonal ocorrido nos testes anteriores, quando aplicado o ajustamento livre. A precisão média da poligonal neste método foi de 4,5 centímetros e a pior precisão foi no vértice A, este com o valor de 9,6 centímetros.

Fig 7 – Vértices da poligonal com suas respectivas precisões posicionais, obtidas pelo ajustamento livre com seis condições geométricas dos pontos de apoio provenientes do posicionamento relativo estático.



Fonte: elaborada pelos autores.

4.2 Resultados dos modelos que utilizaram dados dos pontos de apoio provenientes do posicionamento por ponto preciso

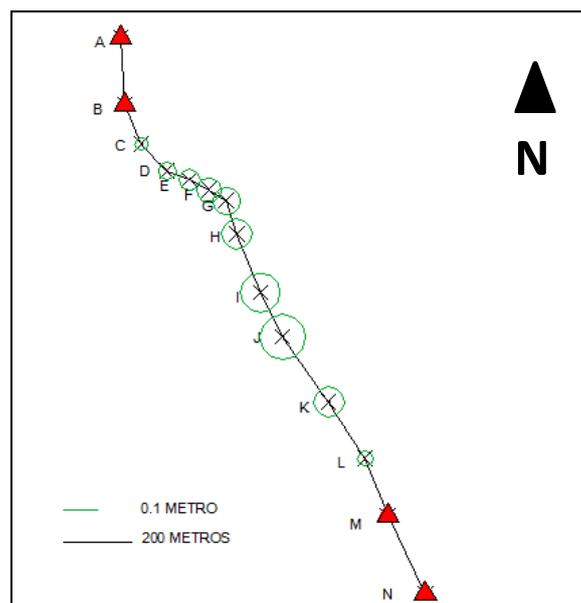
Nesta seção serão mostrados os resultados dos testes feitos através do modelo paramétrico injuncionado, modelo ajustamento livre com uma, quatro e seis condições geométricas, todos eles utilizando o posicionamento por ponto preciso.

4.2.1 Resultados do modelo paramétrico injuncionado

O ajuste do modelo paramétrico injuncionado, com pontos de apoio provenientes do posicionamento por ponto preciso foi aprovado no teste da distribuição qui-quadrado a 95% de confiança. O erro angular foi de 31,2" e o erro linear de 0,094 metros, enquanto que o erro angular relativo foi de $9,0''\sqrt{n}$ e o erro relativo linear de $1/15754$. Comparado com o proveniente do posicionamento relativo, o erro angular foi menor, mas o erro linear foi maior, mostrando neste caso uma maior confiabilidade neste teste nas observações angulares.

O deslocamento médio entre as coordenadas provenientes das observações da poligonal, com e sem a realização do ajustamento, foi de 1,462 metros. Essa correção elevada deve-se a baixa precisão dos pontos de apoio provenientes do posicionamento por ponto preciso. A precisão posicional em cada estação, obtida neste ajustamento é mostrada espacialmente na Figura 8:

Fig 8 – Precisão posicional dos vértices da poligonal no ajustamento paramétrico injuncionado com pontos de apoio provenientes do posicionamento por ponto preciso.



Fonte: elaborada pelos autores.

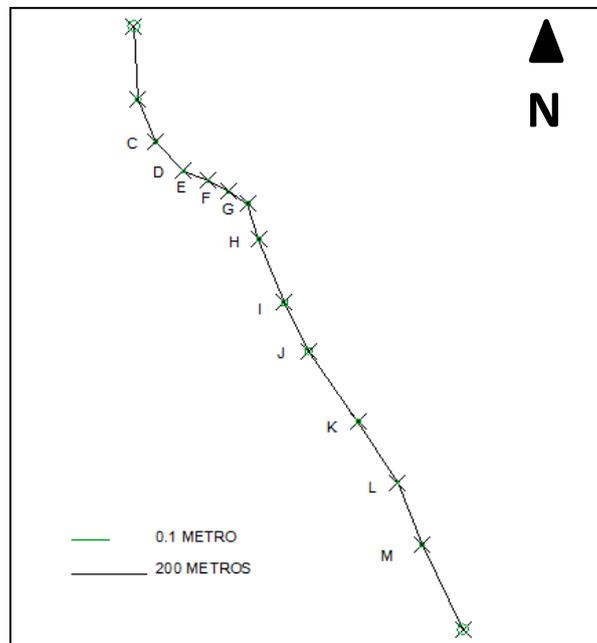
Na figura 8 observa-se que as menores precisões estão concentradas na parte central da poligonal, mesmo comportamento do ajuste injuncionado feito com os pontos de apoio determinados pelo método relativo estático. A precisão média da poligonal neste método foi de 39,1 centímetros e a pior precisão foi no vértice J, este com o valor de 67,7 centímetros.

4.2.2 Resultados do ajustamento livre com uma condição geométrica dos pontos de apoio provenientes do posicionamento por ponto preciso

O ajustamento livre com uma condição geométrica, proveniente do posicionamento por ponto preciso, foi aprovado no teste da distribuição qui-quadrado a 95% de confiança. Não houve erro angular, o erro linear foi de 0,917 metros e o erro relativo foi de 1/4169. Verifica-se neste teste que não houve correção nas distâncias da poligonal ao nível do milímetro, sendo todo o erro linear aplicado na observação N-A, que foi obtida dos pontos de apoio. No caso dos ângulos também não houve correção ao nível do décimo de segundo de arco, devido à correção ficar toda concentrada na distância N-A. Mesmo com toda esta concentração do erro na observação de distância N-A a precisão linear relativa foi baixa, indicando baixa qualidade dos pontos de apoio.

O RMS do erro posicional foi de 69 centímetros. Esse deslocamento foi menor comparado ao modelo paramétrico injuncionado utilizando o posicionamento por ponto preciso. Como a precisão dos pontos de apoio são muito baixas houve uma interferência no modelo paramétrico injuncionado, porém no modelo de ajustamento livre, como não são utilizadas essas injunções, apresentou os melhores resultados. A Figura 9 mostra a precisão posicional em cada vértice da poligonal com base no ajustamento.

Fig 9 – Vértices da poligonal com suas respectivas precisões posicionais, obtidas pelo ajustamento livre com uma condição geométrica dos pontos de apoio provenientes do posicionamento por ponto preciso.



Fonte: elaborada pelos autores.

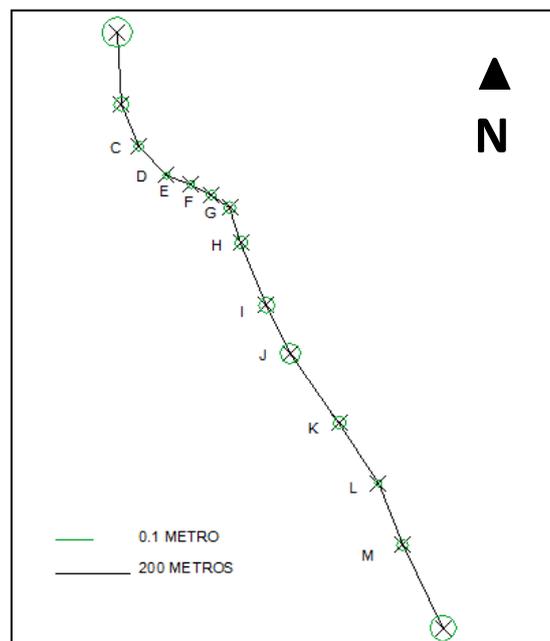
Na Figura 9 é possível observar que as precisões posicionais são menores quando comparadas ao modelo de ajustamento livre, utilizando as distâncias provenientes dos pontos de apoio do posicionamento relativo estático. Isso acontece porque a imprecisão dos pontos do posicionamento por ponto preciso é muito superior a do posicionamento relativo estático e como no ajustamento os erros são deslocados para as observações de menor confiança, os erros são deslocados na sua grande maioria para as distâncias desses pontos de apoio, dando alta credibilidade as observações de ângulo e distância da poligonal. A precisão média da poligonal neste método foi de 0,7 centímetros e a pior precisão foi no vértice A, este com o valor de 1,5 cm.

4.2.3 Resultados do ajustamento livre com quatro condições geométricas dos pontos de apoio provenientes do posicionamento por ponto preciso

O ajustamento livre com quatro condições geométricas, provenientes do posicionamento por ponto preciso, foi aprovado no teste da distribuição qui-quadrado a 95% de confiança. Não houve erro angular e o erro linear foi de 2,588 metros e o erro relativo de 1/3318. Mesmo comportamento do ajustamento anterior com apenas uma condição geométrica, com um erro linear maior.

O RMS foi de 69 centímetros, igual ao modelo utilizando uma distância como condição geométrica. A figura 10 mostra a precisão posicional em cada vértice da poligonal com base no ajustamento.

Fig 10 – Vértices da poligonal com suas respectivas precisões posicionais, obtidas pelo ajustamento livre com quatro condições geométrica dos pontos de apoio provenientes do posicionamento por ponto preciso



Fonte: elaborada pelos autores.

Na Figura 10 é possível observar que as precisões são distribuídas de forma uniforme, porém com uma imprecisão superior ao modelo de

ajustamento livre utilizando uma distância como condição geométrica provenientes dos pontos de apoio do posicionamento por ponto preciso. A precisão média da poligonal neste método foi de 1,9 centímetros e a pior precisão foi no vértice A, este com o valor de 3,5 centímetros.

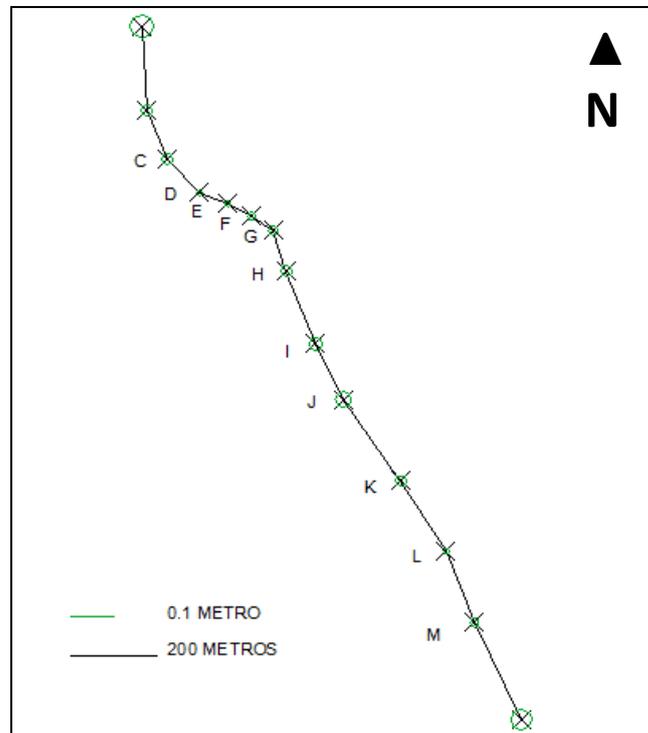
4.2.4 Resultados do ajustamento livre com seis condições geométricas dos pontos de apoio provenientes do posicionamento por ponto preciso

O ajustamento livre com seis condições geométricas, provenientes do posicionamento por ponto preciso foi aprovado no teste da distribuição qui-quadrado a 95% de confiança. Não houve erro angular, o erro linear foi de 3,839 metros e o erro relativo de 1/2356.

O deslocamento médio entre as coordenadas provenientes das observações da poligonal, com e sem a realização do ajustamento, foi de 69 centímetros, igual ao modelo utilizando uma e quatro distâncias como condição geométrica. A precisão média da poligonal neste método foi de 1,3 centímetros e a pior precisão foi no vértice A, este com o valor de 2,8 centímetros.

A figura 11 mostra a precisão posicional em cada vértice da poligonal com base no ajustamento. Nela é possível observar que as precisões são distribuídas de forma uniforme, como no modelo de ajustamento livre utilizando uma e quatro distâncias como condições geométricas ao longo da poligonal, em comparação com a distribuição das precisões oriundas do modelo paramétrico injuncionado, porém também com uma imprecisão superior ao modelo de ajustamento livre utilizando uma distância como condição geométrica proveniente dos pontos de apoio oriundo do PPP. A precisão média da poligonal neste método foi de 1,3 centímetros e a pior precisão foi no vértice A, este com o valor de 2,8 centímetros.

Fig 11 – Vértices da poligonal com suas respectivas precisões posicionais, obtidas pelo ajustamento livre com seis condições geométricas dos pontos de apoio provenientes do PPP.



Fonte: elaborada pelos autores.

4.3 Teste de verificação

Realizou-se a verificação dos modelos de processamento e ajustamento paramétrico injuncionado e ajustamento livre através do cálculo da acurácia com base na estação do SGB 93640. Através da acurácia é possível classificar os melhores modelos de ajustamento para as diferentes condições de processamentos de pontos de apoio, visto que foi obtida a distância entre o ponto medido e o ponto de coordenadas conhecidas.

Como foi realizada uma irradiação visando à estação 93640, obteve-se o ângulo e a distância do vértice I da poligonal com referencia no vértice H, sendo assim foram calculadas as coordenadas desta irradiação de cada modelo de ajustamento, como apresentado na tabela 02 e apresentam-se as diferenças entre as coordenadas calculadas e as coordenadas oriundas do

descritivo do IBGE (Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), na Tabela 3.

Tabela 02 – Coordenadas da estação 93640 oriundas dos modelos de ajustamento com a utilização dos pontos de apoio por posicionamento relativo estático

POSICIONAMENTO RELATIVO ESTÁTICO			
Ajustamento livre com uma condição geométrica (AL1)		Ajustamento livre com quatro condições geométricas (AL4)	
X (m)	Y (m)	X (m)	Y (m)
150049,405	250156,015	150049,330	250155,961
Ajustamento livre com seis condições geométricas (AL6)		Modelo paramétrico injuncionado (MPI)	
X (m)	Y (m)	X (m)	Y (m)
150049,330	250155,961	150049,337	250155,957

Fonte: elaborada pelos autores.

Tabela 03 – Diferença entre as coordenadas da irradiação realizada para a estação 93640 e as coordenadas da estação 93640 do SGB e cálculo da acurácia posicional

		AL1 (m)	AL4 (m)	AL6 (m)	MPI (m)
X(93640 m)	150049,338	-0,067	-0,008	-0,008	0,001
Y(93640 m)	250155,982	-0,033	-0,021	-0,021	0,025
Distância entre as coordenadas da estação irradiada para estação SGB (m)		0,075	0,022	0,022	0,025
Precisão posicional da estação irradiada (m)		0,071	0,108	0,076	0,088
Acurácia (m)		0,103	0,111	0,079	0,091

Fonte: elaborada pelos autores.

Realizou-se o mesmo procedimento para o cálculo da acurácia posicional dos modelos de ajustamento utilizando os pontos provenientes do posicionamento PPP. A Tabela 04 mostra as coordenadas da estação 93640, determinada a partir da irradiação da poligonal ajustada por vários métodos.

Tabela 04 – Coordenadas da estação 93640 oriundas dos modelos de ajustamento com a utilização dos pontos de apoio por PPP.

POSICIONAMENTO POR PONTO PRECISO			
Ajustamento livre com uma condição geométrica (AL1)		Ajustamento livre com quatro condições geométricas (AL4)	
X (m)	Y (m)	X (m)	Y (m)
150049,944	250155,624	150049,944	250155,624
Ajustamento livre com seis condições geométricas (AL6)		Modelo paramétrico injuncionado (MPI)	
X (m)	Y (m)	X (m)	Y (m)
150049,944	250155,624	150050,749	250156,031

Fonte: elaborada pelos autores.

Com os valores das coordenadas da estação 93640, que foram irradiadas do vértice I da poligonal, calculou-se a diferença entre essas coordenadas irradiadas de cada modelo de ajustamento em relação às coordenadas do relatório da estação 93640 do SGB. Com as distâncias entre as coordenadas calculadas e com as precisões posicionais do vértice I propagados foi possível calcular a acurácia posicional da estação 93640 irradiada em relação à estação 93640 do SGB de cada modelo de ajustamento, utilizando os pontos do processamento por ponto preciso como apresentados na tabela 05.

Tabela 05– Diferença entre as coordenadas da irradiação realizada para da estação 93640 e as coordenadas da estação 93640 do SGB e cálculo da acurácia posicional

		AL1 (m)	AL4 (m)	AL6 (m)	MPI (m)
X(93640) (m)	150049,338	-0,606	-0,606	-0,606	-1,411
Y(93640) (m)	250155,982	0,358	0,358	0,358	-0,049
Afastamento entre as coordenadas da estação irradiada para estação SGB (m)		0,704	0,704	0,704	1,411
Precisão posicional da estação irradiada (m)		0,053	0,057	0,055	0,579
Acurácia (m)		0,706	0,706	0,706	1,526

Fonte: elaborada pelos autores.

Com os pontos de apoio provenientes do PPP, tanto o modelo de ajustamento livre como o modelo paramétrico injuncionado, tiveram uma pior acurácia que a do posicionamento relativo estático em relação à estação

93640. Porém o modelo de ajustamento livre com uma, quatro e seis distâncias como condições geométricas obtiveram um resultado melhor que o modelo paramétrico injuncionado. Sendo assim, quando as qualidades dos pontos provenientes do GNSS não forem as ideais e dependendo da precisão posicional requerida, o ajustamento livre pode ser uma alternativa.

Com os pontos de apoio provenientes do posicionamento relativo estático, tanto os modelos de ajustamento livre como o modelo paramétrico injuncionado tiveram uma melhor acurácia que os pontos de apoio oriundos do PPP, em relação à estação 93640. Sendo que o modelo de ajustamento livre com seis condições geométricas foi o que proporcionou melhor acurácia.

5. Conclusões

Diante dos resultados obtidos, para os modelos provenientes do posicionamento relativo observou-se que os menores resíduos gerados do ajustamento foram os provenientes do ajustamento livre com condição geométrica utilizando os pontos de apoio oriundos do posicionamento relativo estático, indicando que este modelo tem a melhor geometria. Havendo então uma menor propagação de erros ao longo da poligonal.

No modelo paramétrico injuncionado observou-se que os erros são propagados para o centro da poligonal, visto que nas extremidades estão os pontos de apoio que são considerados fixos. Como a qualidade do ajustamento da poligonal é totalmente dependente da qualidade dos pontos de apoio, os erros da tecnologia GNSS são propagados para as áreas centrais da poligonal, prejudicando a qualidade posicional de pontos de interesse que venham a ser mensurados desses vértices. Sendo assim, as precisões melhores estão sempre nos pontos mais próximos as injunções da poligonal e as piores precisões nos pontos centrais.

No modelo paramétrico injuncionado utilizando os pontos de apoio provenientes do posicionamento relativo estático obteve-se um deslocamento médio dos vértices de 6,6 centímetros com relação a poligonal sem a

realização do ajustamento. Como a precisão dos pontos de apoio são altas, elas interferem pouco na qualidade da poligonal.

No ajustamento livre as maiores elipses de erro estão localizadas nas extremidades da poligonal, pois a incerteza da distância utilizada na condição geométrica foi maior que a incerteza das observações da poligonal, e no modelo de ajustamento os erros são propagados para as observações de menor confiança. No entanto, as precisões dos pontos internos da poligonal foram melhores utilizando as distâncias do posicionamento relativo estático. Já, utilizando os modelos de ajustamento livre com uma, quatro e seis condições geométricas foi obtido um resultado de 7,1 centímetros, 4,6 centímetros e 4,6 centímetros, respectivamente, nos deslocamentos médios. Significando que o ajustamento livre utilizando quatro e seis condições geométricas proporcionou um menor deslocamento que o ajustamento paramétrico injuncionado e o ajustamento livre com apenas uma condição geométrica.

Diante dos resultados obtidos com o método PPP injuncionado observou-se que o comportamento das precisões dos vértices ao longo da poligonal foi à mesma que o método relativo injuncionado. Sendo assim, as melhores precisões estão próximas dos pontos de apoio e as piores próximas dos pontos centrais da poligonal.

No modelo paramétrico injuncionado utilizando os pontos de apoio provenientes do posicionamento por ponto preciso obteve-se um deslocamento médio dos vértices de 1,462 metros em relação a poligonal sem a realização do ajustamento. Ao realizar o ajustamento, a baixa precisão dos pontos de apoio interfere diretamente na qualidade da poligonal deixando-a com uma qualidade ruim.

Já utilizando os modelos de ajustamento livre com uma, quatro e seis condições geométricas foi obtido 0,690 metros no deslocamento, sendo uma melhora de aproximadamente o dobro no deslocamento dos mesmos vértices, o que pode ser uma alternativa quando a precisão não for alcançada em um levantamento.

No ajustamento livre utilizando observações oriundas dos pontos de apoio, determinado com o PPP, as maiores elipses de erro estão localizadas nas extremidades da poligonal, mesmo comportamento ocorrido quando utilizou o ajustamento livre utilizando dados do método relativo estático. No entanto, as precisões dos pontos internos da poligonal foram melhores que utilizando as distâncias do posicionamento relativo estático, demonstrando alta confiabilidade nas medidas realizadas.

Em nenhum dos modelos de ajustamento livre houve correções ou resíduos nas observações da poligonal, sendo assim a forma da poligonal não foi alterada. As correções ou resíduos ficaram concentrados nas observações de distâncias oriundas das coordenadas dos pontos de apoio. Como as incertezas dos pontos de apoio foram altas, a confiança nessas medidas é pequena, logo os erros são distribuídos nestas observações. Porém, desta forma erros nas observações da poligonal podem estar sendo “camuflados”. A situação ideal é que a precisão dos pontos de apoio sejam superiores a precisão das observações de campo, caso contrário a poligonal será prejudicada pela qualidade da precisão das injunções.

O método do posicionamento por ponto preciso apresentou uma precisão menor quando comparado com o posicionamento relativo estático. O modelo de ajustamento livre com quatro e seis condições geométricas foi melhor que o modelo paramétrico injuncionado. Podendo ser utilizado então em qualquer ocasião que ocorra a utilização de uma poligonal topográfica enquadrada com pontos de apoio determinados pelo posicionamento relativo estático.

Referências

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 13133: **Execução de levantamento topográfico**. Rio de Janeiro, 1994. 5p.
- CAMARGO, P. O. **Ajustamento de Observações**. Curso de Graduação em Engenharia Cartográfica. 2000. Notas de Aula. UNESP Presidente Prudente.

- CARVALHO, A. S. **Avaliação do desempenho de técnicas de ajustamento para análise de deslocamentos em redes GPS**. 2009. 153 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, UFPR, Curitiba, 2009.
- DALMOLIN, Q. **Ajustamento por mínimos quadrados**. Edição Revisada. Curitiba: Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas - UFPR, 2002.
- ESPARTEL, L. **Curso de Topografia**. 5. ed. São Paulo: Globo, 1977. 655 p.
- GARNÉS, S. J. A.; SAMPAIO, R. J. B.; DALMOLIN, Q. **Ajustamento paramétrico por mínimos quadrados com análise na estabilidade da solução**. Boletim de Ciências Geodésicas. Curitiba, p. 24-35. 1997. Site: <<http://revistas.ufpr.br/bcg/article/view/1469/1223>>. Acessado em janeiro de 2018.
- GEMAEL, C.; MACHADO, A. M. L.; WANDRESEN, R. **Introdução ao Ajustamento de Observações: Aplicações Geodésicas**. 2. ed. Curitiba: UFPR, 2015. 430 p.
- GHILANI, C. D.; WOLF, P. R. **Adjustment Computations: Spatial Data Analysis**. 4º Ed. Editora: John Wiley e Sons, 2006.
- KLEIN, I.; MATSUOKA, M. T.; SOUZA, S. F.; VERONEZ, M. R. **Ajustamento de observações: uma interpretação geométrica para o método dos mínimos quadrados**. Boletim de Ciências Geodésicas. Curitiba, p. 272-294. 2011. Site: <<http://revistas.ufpr.br/bcg/article/view/21897/14276>>. Acessado em janeiro de 2018.
- LEICK, A. **GPS satellite surveying**. 3th. ed. New Jersey: John Wiley and Sons, 2004.
- MCCORMAC, J. **Topografia**. 5. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2010. 392 p.
- MIKHAIL, E. M. **Observations and LeastSquares**. University Press of America, New York, 1976.
- MONICO, J. F. G.; PÓZ, A. P. D; GALO, M.; SANTOS, M. C.; OLIVEIRA, L. C. **ACURÁCIA E PRECISÃO: revendo os conceitos de forma acurada**. Boletim de Ciências Geodésicas, Curitiba, v. 15, n. 3, 2009. pp.469-483.
- RAINSFORD, H. F. **Survey Adjustment And Least Squares**. London: Constable and Co., 1957.

TEUNISSEN, P.J.G.. **Adjustment Theory: an introduction**. Editora: Delft University Press. Delft, Holanda, 2003.193p

WOLF, P. R., GHILANI, C. D. **Adjustment Computations: statistics and least squares in surveying an GIS**. New York: John Wiley e Sons, 1997. 564 p.