



Análise de Qualidade de Amostragem e Interpolação na Geração de MDE

Analysis of Interpolation and Sampling Quality in DEM Production

*Gisele Horta Barroso Miranda*¹
*Nilcilene das Graças Medeiros*²
*Afonso de Paula dos Santos*³
*Gerson Rodrigues dos Santos*⁴

Recebido em maio de 2017.
Aprovado em abril de 2018.

RESUMO

O presente trabalho propõe uma análise sobre métodos de amostragem e interpolação para a modelagem do terreno utilizando dados provenientes de levantamento de campo realizado com *Laser Scanner* terrestre. A problemática consiste na manipulação da nuvem de pontos, a qual possui uma densa quantidade de pontos 3D, requerendo uma grande demanda de recursos computacionais. Assim, propõe-se avaliar diferentes tipos de amostragens da nuvem de pontos, a fim de encontrar uma amostra de tamanho ideal que seja capaz de representar o fenômeno de forma fidedigna, bem como, aplicar aos conjuntos amostrais, diferentes interpoladores e analisar a influência dos métodos de interpolação para se obter resultados capazes de modelar o terreno com eficiência. Propõe-se ainda, para análise da eficiência dos MDE's gerados, avaliar a acurácia posicional de acordo com o padrão ET-CQDG e Decreto-lei nº 89.817/1984. Dentre as amostragens utilizadas (Aleatória, Sistemática Quadrada, Sistemática Triangular e Sistemática Hexagonal), o melhor grid amostral foi o sistemático hexagonal, apresentando valores de *RMS* inferiores aos demais. Quanto as análises relacionadas a qualidade cartográfica dos interpoladores *IDW*, *Spline*, *TIN* e *Vizinho Natural*, os interpoladores que obtiveram melhores resultados foram o *TIN* e o *Vizinho Natural*, que apresentaram resultados idênticos. Em relação ao número de amostragem, os resultados mostraram que MDE's com classificações na escala 1:1.000 – Classe A, foram gerados, com até 250 pontos, em alguns casos. Nesse sentido o esforço computacional entre amostras de 250 pontos e 3 mil pontos é razoavelmente o mesmo, quando comparado às amostras de 50 mil e 30 mil pontos.

¹Universidade Federal de Viçosa. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil/Informações Espaciais, Brasil. E-mail: giselehorta@gmail.com

²Universidade Federal de Viçosa. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil/Informações Espaciais, Brasil. E-mail: nilcilene.medeiros@ufv.br

³Universidade Federal de Viçosa. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil/Informações Espaciais, Brasil. E-mail: afonso.santos@ufv.br

⁴Universidade Federal de Viçosa. Departamento de Estatística, Brasil. E-mail: gerson.santos@ufv.br

PALAVRAS-CHAVE: Modelo Digital de Elevação, Laser Scanner Terrestre, Amostragem, Interpolação, Controle de Qualidade Cartográfica.

ABSTRACT

The present work proposes an analysis on sampling and interpolation methods for the terrain modeling using data from a Terrain Laser Scanner survey. The problematic is the manipulation of the cloud of points, which has a dense number of points 3D consisting requiring a great demand of computational resources. Thus, it is proposed to evaluate different types of samplings of the cloud of points, in order to find a sample of ideal size that is able to represent the phenomenon the reliable, as well as, applying, to the sample sets, different interpolators and analyzing the influence of the interpolation methods, to obtain results capable of modeling the terrain with efficiency. It is also proposed, for efficiency analysis, to evaluate the positional accuracy according to the ETCQDG standard and Decree-Law no. 89.817 / 1984. Among the Random, Square Systematic, Triangular Systematic and Hexagonal Systematic samplings, for the data used, the best sampling grid was the hexagonal systematic, presenting lower RMSE values than the others. As for the analyzes related to the cartographic quality of the IDW, Spline, TIN and Natural Neighbor interpolators, the best interpolators indicated by the results were TIN and Neighbor Natural that had similar results. Regarding the number of samples, the results showed that DEMs with 1:1,000 - Class A classifications were generated, with up to 250 points, in some cases. In this sense, the computational effort between samples of 250 points and 3,000 points is reasonably the same, when compared to samples of 50,000 and 30,000 points.

KEYWORDS: Digital Elevation Model, Laser Scanner, Sampling, Interpolation, Cartographic Quality Control.

* * *

Introdução

Desde os primórdios o homem teve necessidade de conhecer e retratar o ambiente em que vive. Dessa forma, sempre buscou uma maneira de conseguir inferir sobre o terreno para que, a partir de modelos terrestres, fosse possível representar parte da superfície, e assim, poder utilizar essa informação em diversas atividades. A aquisição de dados espaciais pode ser realizada a partir de vários métodos, como a execução de um levantamento topográfico, levantamento por *GNSS*, através de imagens orbitais, fotografias aéreas, etc.

Nos últimos anos, a tecnologia de varredura a *Laser (Laser Scanner)* tem sido utilizada em diferentes ciências, em especial nas ciências

cartográficas e geodésicas. Com esta tecnologia, as coordenadas espaciais dos objetos de interesse podem ser obtidas a partir das distâncias observadas entre os objetos e o equipamento, bem como as direções das observações no espaço (GONÇALES, 2007). O resultado do levantamento ou varredura é conhecido como “nuvem de pontos”, sendo esta constituída por coordenadas tridimensionais, coletadas em curto espaço de tempo.

Vale ressaltar que a varredura *Laser* resulta em uma densa nuvem de pontos que é superior em relação ao volume de dados obtidos através de levantamentos topográficos ou fotogramétricos, sendo capaz de representar a superfície de forma quase contínua, mesmo sendo pontos discretos no espaço. Essa nuvem de pontos permite a obtenção de uma gama de informações espaciais, porém é necessário para seu processamento, hardware e software específicos.

Portanto, o problema que antes se resumia muitas vezes na escassez de dados para retratar e modelar o terreno, atualmente com a varredura a *Laser*, consiste numa grande quantidade de dados, oriundos da nuvem de pontos, que necessita de um processamento prévio de filtragem a fim de extrair as informações de interesse, além do alto custo computacional com arquivos demasiadamente grandes.

Dessa forma o objetivo geral desta pesquisa consiste em analisar métodos de amostragem e interpolação na geração de Modelos Digitais de Elevação (MDE's) a partir de dados espaciais tridimensionais obtidos através de varredura *Laser Scanner* terrestre, considerando os aspectos quanto a diferentes amostragens, métodos de interpolação e controle de qualidade posicional.

Em vista da necessidade de se obter uma amostra de tamanho adequado a geração de Modelos Digitais de Elevação, e em meio a diversidade de métodos utilizados para elaboração de MDE's, torna-se importante encontrar interpoladores que gerem produtos de qualidade e que melhor representem a realidade do terreno em meio digital. Uma vez que os produtos gerados (Modelos Digitais de Elevação) serão utilizados para diversas

finalidades os quais tornam-se alicerce de vários projetos, principalmente na área da engenharia, e do meio ambiente. Dessa forma, é necessário um controle de qualidade cartográfica com o intuito de avaliar a eficiência do produto gerado quanto a um padrão de qualidade aceitável (SANTOS, 2010).

2 Revisão Bibliográfica

Nos tópicos seguintes serão apresentados conceitos sobre Modelo digital de elevação, Filtragem, Amostragem, Interpoladores e Controle de Qualidade Posicional. Assuntos estes que tem como intuito de fornecer embasamento teórico para melhor entendimento da metodologia utilizada e resultados dispostos no presente trabalho.

2.1 Modelo digital de elevação

A reconstrução computacional da superfície terrestre é um processo de modelagem matemática realizado através da interpolação de um conjunto de pontos amostrados no terreno para geração de um modelo digital, com uma dada precisão de observação, densidade e distribuição, que são armazenados em uma determinada estrutura de dados (LI *et al.*, 2005).

Segundo Li *et al.* (2005), a introdução às técnicas matemáticas, numéricas e digitais para modelagem do terreno ocorreu em 1958 por Miller e Laflamme, definindo como “Modelo Digital de Terreno (MDT) a representação estatística da superfície contínua do terreno por um número de pontos selecionados com coordenadas X, Y, Z conhecidas”.

Ainda nessa linha de raciocínio, Li *et al.* (2005) afirmam que “MDT é um conjunto ordenado de pontos de dados amostrados que representam a distribuição espacial de vários tipos de informações sobre o terreno”. Sendo a expressão matemática representada pela Equação (1) abaixo:

$$K_p = f(u_p, v_p); K = 1, 2, 3, \dots, m; p = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1)$$

Onde: K_p é o valor do atributo do K -ésima tipo de característica do terreno no ponto p ; (u_p, v_p) é o par de coordenadas planimétricas do ponto p ; m ($m \geq 1$) é o número total de tipos de informação do terreno; e n é o número total de pontos de amostragem.

Dessa forma quando na Equação (1), o termo “ m ” for igual a 1 ($m = 1$) unidade e a informação sobre o terreno for a elevação, então o resultado é a expressão matemática de um Modelo Digital de Elevação (MDE), sendo assim MDE é um subconjunto do MDT (LI *et al.*, 2005).

2.2 Filtragem

Normalmente ao se realizar levantamentos com a tecnologia de varredura *Laser Scanner* terrestre obtém-se pontos discretos que representam o relevo na forma de um MDS ou seja, os dados possuem informações de elevações do terreno e de objetos existentes sobre ele. Portanto, é necessário que os dados sejam submetidos a um processo de filtragem para obtenção do MDE.

Na geração de um MDE, o processo que visa detectar e eliminar pontos não pertencentes ao terreno, como vegetação, construções e outros objetos elevados é denominado de filtragem (DAL POZ, 2013). Dessa forma, o processo de filtragem trata-se de um pós-processamento a ser realizado em escritório sobre os dados coletados em campo, a fim de refiná-los e obter uma representação do terreno coerente à realidade.

Assim, os dados coletados em campo constituem uma amostra primária que é estabelecida por uma nuvem de pontos, que pode conter alvos indesejados comumente encontrados na área levantada. Estes alvos podem ser oriundos da vegetação, construções, sombra, edifícios, automóveis, entre outros, porém, deve-se procurar minimizá-los ao máximo uma que vez que

estes atrapalham e inviabilizam o processamento dos dados, quando o objetivo é a obtenção de um MDE. Portanto, é necessário realizar sobre esta nuvem de pontos um processo de filtragem que minimize estes alvos indesejáveis (AFONSO, 2014).

2.3 Amostragem

Segundo Li *et al.* (2005) para modelar a superfície do terreno, o primeiro passo é adquirir um conjunto de dados pontuais. Para isto, duas fases devem ser realizadas, a amostragem e a medição, sendo a amostragem referente à seleção da localização, enquanto a medição estabelece a coleta dos dados em campo, determinando as coordenadas tridimensionais das localizações definidas na etapa anterior.

Dessa forma o processo de aquisição de dados amostrais capaz de representar ou caracterizar o comportamento de um fenômeno em estudo é denotado como amostragem, sendo que “a amostragem deve ser representativa do comportamento espacial do atributo” (FELGUEIRAS, 2001).

Assim, quando se possui um vasto conjunto de dados, ao invés de examinar toda a população, o que pode ser difícil ou impossível, pode-se cogitar avaliar apenas uma pequena parte (amostra) dessa população (NOGUEIRA JR., 2003).

Este processo de amostragem deve ser cuidadosamente considerado, pois o mesmo deve ser capaz de representar o fenômeno como um todo minimizando a perda de informações que podem prejudicar a amostragem.

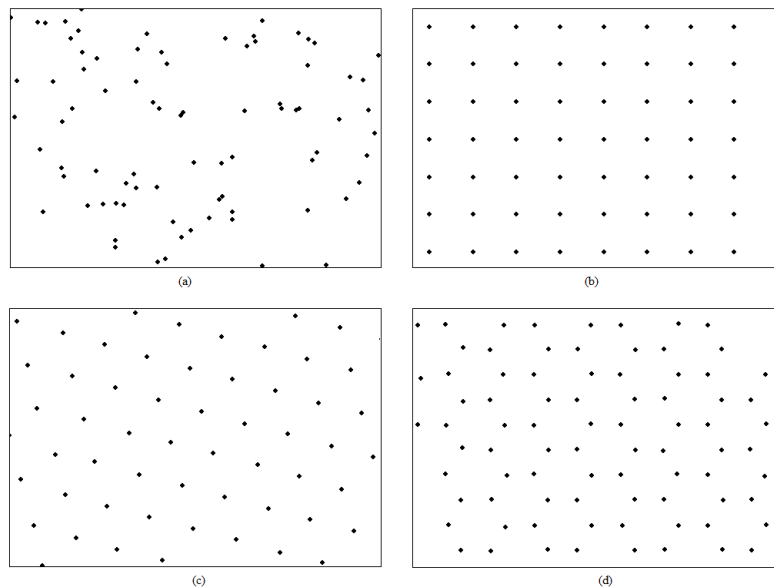
Uma amostragem de determinada população pode ser classificada em três tipos gerais: amostragem sistemática; amostragem aleatória simples e, amostragem aleatória estratificada (YAMAMOTO & LANDIM, 2015).

Segundo Wong e Lee (2005) a amostragem sistemática necessariamente seleciona um conjunto de dados ou observações do fenômeno estudado, a partir de certas regras definidas antecipadamente.

Na amostragem sistemática tem-se os elementos da população distribuídos de forma estruturada seguindo uma regra, podendo ser quadrada, triangular ou hexagonal (Figura 1- b, c, d - respectivamente) (WONG & LEE 2005).

Já a amostragem aleatória simples (Figura 1 – a) consiste em selecionar dados ou observações de um fenômeno de estudo ou população, sem seguir nenhuma regra ou estrutura pré-estabelecida. Segundo Yamamoto e Landim (2015), a amostragem aleatória estratificada, consiste em dividir o conjunto de dados em determinados grupos ou estratos, de acordo com uma regra, e dentro de cada um destes grupos realizar uma amostragem aleatória simples.

Figura 1 – Tipos de amostragem espacial, (a) amostragem aleatória, (b) amostragem sistemática quadrada, (c) amostragem sistemática triangular e (d) amostragem sistemática hexagonal.



Fonte: Elaborada pelos autores.

A determinação do tamanho da amostra é um fator de extrema importância, pois o que se deseja saber é qual o menor tamanho da amostra a ser utilizado para geração do produto final que consiga ser representativo da população como um todo, livre de erros grosseiros (NOGUEIRA JR., 2003).

2.4 Interpolação

PAVÃO *et al.* (2011) definem “interpolação espacial como o procedimento para se estimar valores de propriedades de locais não amostrados, baseando-se em valores de dados observados em locais conhecidos”.

A interpolação espacial possui métodos que realizam a transformação de um conjunto de valores pontuais a partir de amostra de uma população, em uma superfície contínua na mesma escala dos valores da grandeza em análise (MATOS, 2008).

Segundo Li *et al.* (2005) os interpoladores são utilizados para a espacialização de dados pontuais, uma vez que um conjunto de dados discretos é transformado para uma superfície contínua onde é possível obter valores onde não se possui observações.

Pode-se dividir os métodos de interpolação em três classificações (LI *et al.*, 2005): (i) quanto à modelagem matemática; (ii) quanto a abrangência de atuação e; (iii) quanto ao ajuste.

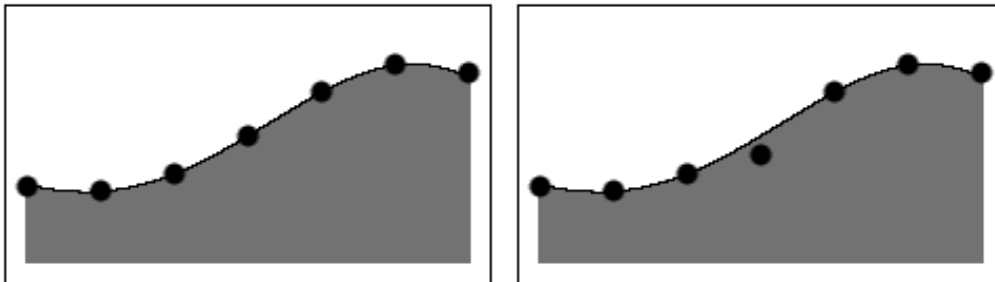
Em relação à modelagem matemática, pode-se ter duas classes: determinísticos e probabilísticos; o primeiro utiliza apenas formulações matemáticas, ajusta a superfície ao conjunto de valores pontuais, considerando que os valores pontuais mais próximos devem se assemelhar mais que os valores pontuais distantes. Já no segundo método destaca-se a Geoestatística, fazendo uso de formulação matemática e estatística investigando a autocorrelação espacial dos valores pontuais (MATOS, 2008).

Quanto a abrangência de atuação, os interpoladores podem ser divididos em métodos baseados no Local, Regiões e Globais. O primeiro considera alta correlação entre valores vizinhos para realizar a interpolação, sendo que cada ponto da superfície é estimado baseando-se nos valores dos pontos amostrais mais próximos, sendo que a alteração de um valor afeta localmente os pontos próximos ao mesmo (PAVÃO *et al.*, 2011); o segundo utiliza uma determinada região, que engloba vários pontos amostrais, de

modo a estimar os valores de locais não amostrados para construir a superfície (GIACOMIN *et al.*, 2014); enquanto que os interpoladores globais consideram todo o conjunto de pontos amostrais no processo de interpolação. Em interpoladores globais, a remoção ou adição de pontos afetará toda a superfície modelada (PAVÃO *et al.*, 2011).

Os métodos de interpolação também podem ser classificados quanto ao ajuste, sendo chamados de “ajustados” quando a superfície construída coincide exatamente com os pontos amostrados, e são chamados “aproximados” aqueles em que a superfície gerada não coincide necessariamente com os pontos amostrados como exemplificado na Figura 2 (GIACOMIN *et al.*, 2014).

Figura 2 – Exemplo de Interpoladores Ajustado e Aproximado.



Fonte: Elaborada pelos autores.

A eficiência dos métodos de interpolação, está relacionada à sua qualidade de representação. Assim, segundo Fernandes e Menezes (2005) como toda interpolação traduz uma incerteza no ponto estimado, é importante, portanto, saber qual interpolador induz menores incertezas.

Muitas vezes os métodos de modelagem existentes são utilizados de maneira indiscriminada, sem uma avaliação crítica, podendo de certa forma comprometer alguns resultados e as análises efetuadas (FERNANDES & MENEZES, 2005).

2.5 Interpolador IDW - Ponderação pelo Inverso da Distância (*Inverse Distance Weigth*)

O interpolador de média ponderada pelo inverso da distância (*Inverse Distance Weigth – IDW*), utiliza a combinação de pontos amostrais próximos (Equação 2), de forma ponderada e inversamente proporcional à distância (*dist*) do ponto amostrado (*i*) com o ponto a ser interpolado (*k*) (MATOS, 2008). Dessa forma, este interpolador local, considera que pontos mais próximos têm valores similares e possuem maior influência sobre o valor a ser interpolado, enquanto que pontos mais distantes são independentes e não exercem influência no resultado (GIACOMIN *et al.*, 2014).

O cálculo da média é ponderado pelo inverso da distância euclidiana entre o ponto a ser interpolado e seus vizinhos (Equação 3). Assim, normalmente, o peso (*w*) atribuído à distância é ajustado por um expoente (*p*) (SOUZA *et al.*, 2011). Este peso pode ser pré-determinado pelo usuário, sendo que ao se atribuir valores maiores, menor será a influência dos pontos mais distantes, enquanto que para valores menores, maior será a influência de pontos distantes sobre o ponto a ser estimado (ARAUJO *et al.*, 2015).

$$Z_k = \frac{\sum_i^n (w_i \cdot Z_i)}{\sum_i^n (w_i)} \quad (2)$$

$$w_i = \frac{1}{dist_{(i,k)}^p} \quad (3)$$

Porém, quanto maior o valor atribuído à ponderação da distância, mais próximo o resultado é de uma interpolação com polígonos de *Voronoi* (*Thiessen*), “onde para a área em análise são criados polígonos, e a estes são atribuídos o valor do ponto correspondente assumindo que seja uma aproximação aceitável e que este seja valor constante dentro do polígono” (MATOS, 2008).

Os melhores resultados da interpolação são obtidos quando a amostragem é densa em relação à variação local que se está tentando simular, ao passo que se a amostragem for em número insuficiente ou com distribuição espacial inadequada à característica da superfície a ser modelada, os resultados podem não representar suficientemente a superfície desejada (ESRI, 2016).

2.6 Interpolador *Spline*

Segundo Matos (2008), interpoladores do tipo *Spline* consistem em conjunto de polinômios aplicáveis individualmente a um subconjunto de observações (pode ser utilizado em estruturas baseadas em redes triangulares ou quadrangulares). Este método permite a suavização da superfície, porém pode gerar picos ou depressões não existentes nos dados originais, devido a forma com que os polinômios se ajustam para gerar a superfície. Sendo assim, este interpolador pode apresentar valores anômalos na superfície gerada.

Ainda segundo Matos (2008), é chamada interpolação polinomial quando se ajusta uma superfície através de expressões polinomiais aos valores pontuais conhecidos onde os parâmetros são em geral estimados por mínimos quadrados.

Pavão *et al.* 2011, explicita que o interpolador *Spline* pode não utilizar um único polinômio de ordem elevada para realizar a modelagem, este realiza uma subdivisão da área a ser interpolada a fim de utilizar diversos polinômios de menor grau. Assim, o interpolador *Spline*, normalmente, pode ser classificado como determinístico quanto sua modelagem matemática, regional quanto sua abrangência e, aproximado quanto seu ajuste. Estas características de abrangência e ajuste podem ser diferentes dependendo do algoritmo utilizado nos *softwares*.

De acordo com o ESRI (2016), este método de interpolação calcula os valores a partir de uma função matemática que minimiza a curvatura global da superfície.

Este interpolador é muito útil quando se trata de áreas com leve variação do terreno e suaves transições, porém tende a exagerar o valor dos pontos interpolados para áreas com mudanças bruscas em pequenas distâncias (MATOS, 2005).

2.7 Interpolador Vizinho Natural

O interpolador Vizinho Natural (*Natural Neighbor*) é um estimador determinístico local, pois apenas os efeitos locais são predominantes e não são realizadas inferências estatísticas sobre a variabilidade espacial do fenômeno (MULER & FILHO 2015).

Este interpolador utiliza equação idêntica à do interpolador *IDW* (Equação 2), porém realiza de forma diferente o cálculo dos pesos assim como o método usado para selecionar o subconjunto de pontos amostrais utilizados para a interpolação (RIGHI & BASSO, 2016).

O algoritmo utilizado pelo interpolador Vizinho Natural utiliza-se de pesos obtidos através das áreas proporcionais dos polígonos de *Voronoi* (*Thiessen*) vizinhos ao ponto não-amostrado, criando uma superfície contínua sem picos, depressões, cristas ou vales (SANTOS, 2015). De forma mais clara, o algoritmo cria polígonos de *Thiessen* com base no conjunto de pontos amostrais, assim, cada ponto amostral terá um polígono de influência. Em seguida, insere o ponto a ser interpolado junto aos amostrais e gera, novamente, um outro conjunto de polígonos de *Thiessen*. O peso para cada ponto amostral ao redor do ponto a ser interpolado é dado em relação à proporção de área que o polígono de cada ponto amostral está sobreposto em relação ao polígono de *Thiessen* do ponto a ser interpolado.

2.8 Interpolador *TIN* - Rede Irregular de Triângulos (*Triangulated Irregular Network*)

Segundo Oliveira (2011) é denominada *TIN* uma rede triangular que corresponde a uma “estrutura topológica de dados vetoriais, no qual pontos (nós) com coordenadas planialtimétricas conhecidas são ligados por linhas (arestas) formando triângulos irregulares (o mais próximo possível de equiláteros) e contíguos”. Dessa forma, é possível obter uma estrutura de rede de triângulos a partir de qualquer padrão de distribuição amostral, seja regular ou irregular.

Dentre os métodos disponíveis para geração desses triângulos, a triangulação de *Delaunay* é a mais utilizada. Esta triangulação consiste em um conjunto de triângulos ligados, mas não sobrepostos, onde uma rede é formada por círculos circunscritos de cada triângulo e nenhum ponto da rede pode ser interior a estes (LI *et al.*, 2005). Segundo Matos (2008) a triangulação de *Delaunay*, “segue o princípio de que pontos mais próximos influenciam mais do que os mais distantes, restringindo, porém, essa influência a três pontos mais próximos e ignorando os pontos restantes”.

O método da Triangulação assume que o comportamento da variável é linear entre os pontos amostrados e procura gerar um conjunto ótimo de triângulos conectados para formar a superfície do terreno.

Li *et al.* (2005) afirmam que as linhas definidoras do relevo, como linhas de cumeadas e talvegues, podem ser inseridas na triangulação, de modo a ter uma melhor representação da superfície modelada. Assim, tem-se o método da “triangulação de *Delaunay* com restrições”, que segue o mesmo princípio do círculo circunscrito (cabendo exceções), e com uma condição que nenhum triângulo corte a linha definidora do relevo.

2.9 Interpolador *Topo To Raster*

O interpolador *Topo To Raster* foi desenvolvido por Hutchinson (1989), na Austrália e é baseado no algoritmo *ANUDEM* (*Australian National University's Digital Elevation Model*). Este modelo foi especificamente desenvolvido para gerar um MDE hidrograficamente condicionado (MDEHC) e obter uma melhor representação da característica anisotrópica do relevo (SAITO, 2011). A interpolação é baseada em diferenças finitas iterativas para gerar uma grade regular a partir de curvas de nível e/ou pontos cotados, possibilitando a imposição de linhas características tais como divisores de água e rede de drenagem (ESRI, 2016).

Segundo o ESRI (2016) a ferramenta *Topo to Raster* utiliza uma técnica iterativa de interpolação de diferenças finitas, trabalhando da mesma forma que os métodos de interpolação local, como interpolação ponderada à distância (*IDW*), sem perder a continuidade de superfície de métodos de interpolação global, como Krigagem. “É essencialmente uma técnica de *Spline* (WAHBA, 1990) para a qual a penalidade de rugosidade é modificada para permitir que o MDE ajustado siga mudanças abruptas no terreno, tais como córregos, cumes e falésias” (ESRI, 2016).

O procedimento de interpolação com *Topo to Raster* utiliza-se de informações e características conhecidas das superfícies de elevação permitindo que vários dados de entrada sejam anexados ao processo, como curvas de nível, pontos cotados, delimitações de rios ou lagos, entre outros, que acabam por otimizar a resolução MDE, e melhor a qualidade do produto gerado (HUTCHINSON, 1989).

De acordo com Carmo *et al.*, (2015) “a interpolação dos dados é feita utilizando a soma ponderada dos quadrados dos resíduos a partir dos dados de elevação da superfície representada pela grade amostral”.

Marcuzzo *et al.* (2011) afirmam que o módulo interpola os dados de elevação em uma grade regular, gerando grades sucessivamente menores,

minimizando a soma de uma penalização de rugosidade e a soma dos quadrados dos resíduos.

2.10 Controle de Qualidade Posicional

De acordo com Egg (2012) diversos usuários utilizam-se de dados espaciais para diversas finalidades, estes dados, no entanto precisam estar acessíveis e compatíveis as necessidades relacionadas a escala e qualidade dos produtos gerados para contribuírem ao propósito empregado.

Existem vários fatores que determinam se um produto possui boa qualidade, se atende a determinadas especificações, se está dentro dos padrões exigidos; e no caso específico da representação do terreno, se o produto gerado é o mais fidedigno possível a realidade da superfície terrestre.

Neste contexto, busca-se um controle de qualidade em dados espaciais, uma vez que “não adianta gerar dados, sem que seja informada a incerteza associada a este dado e para qual finalidade o mesmo pode ser utilizado” (EGG, 2012), “Esta incerteza pode se referir à qualidade da posição dos elementos/feições representados, dos atributos que os descrevem, de suas relações com demais elementos e também à realidade existente à época de sua construção” (OLIVEIRA, 2011).

Nogueira Jr. (2003) afirma que qualquer produto poderá ser identificado como satisfatório ou não para o fim a que se destina quando submetido a um teste de controle de qualidade. Assim, é necessário submeter o produto gerado ao controle de qualidade para analisar a eficiência do mesmo. Este mesmo autor ainda afirma que a qualidade dos produtos cartográficos deve ser garantida por leis e normas específicas que apresentem os parâmetros mínimos de qualidade necessários à satisfação das necessidades dos usuários.

No Brasil, o controle de qualidade posicional é realizado de acordo com as Instruções Reguladoras das Normas Técnicas da cartografia nacional,

estabelecidas no Decreto-lei n°. 89.817 de 1984 (BRASIL, 1984; OLIVEIRA, 2011).

Em se tratando de atividades cartográficas, a acurácia posicional indica a “qualidade da posição planialtimétrica de uma grandeza medida ou parâmetro estimado, tomando-se como referência uma grandeza com qualidade posicional superior” (OLIVEIRA, 2011).

A discrepância posicional é a medida utilizada para comparar posicionalmente o produto avaliado. Esta discrepância (d) pode ser descrita como a diferença entre a coordenada observada no produto cartográfico e a coordenada de referência para a componente planimétrica ou altimétrica, podendo ser descrita através da Equação 4 (SANTOS, 2010):

$$d_z = Z_{test} - Z_{ref} \quad (4)$$

Oliveira (2011) define o *RMS* (*Root Mean Squared*) como a medida de acurácia que reúne os efeitos de tendência e precisão de uma grandeza. Segundo Rodrigues (2008) o *RMS* é dado como a raiz quadrada da razão entre o somatório das discrepâncias posicionais ao quadrado pelo tamanho da amostra (n) subtraído de uma unidade (Equação 5).

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i)^2}{n - 1}} \quad (5)$$

Nessa pesquisa foi dada ênfase na acurácia posicional, que mostra o quão próximo um dado espacial está em relação à sua realidade no terreno. Para tanto, procurou-se obedecer às normas definidas pelo Decreto n° 89.817 de 20 de junho de 1984.

O Decreto n°. 89.817 de 1984 (BRASIL, 1984) reúne um conjunto de parâmetros que regulam e norteiam os processos de determinação e quantificação da acurácia posicional de produtos cartográficos, neste são

estabelecidos os valores de tolerância para o Padrão de Exatidão Cartográfica (PEC) e Erro Padrão (EP) para a planimetria e altimetria dos documentos cartográficos, segundo três classificações quanto à acurácia, podendo ser visto através da Tabela 1 (SANTOS, 2010).

A Tabela 1 apresenta os valores de planimetria e altimetria do PEC e EP para cada classe no padrão do Decreto 89817.

De acordo com Santos (2010), DSG (2010) e BRASIL (1984), para classificar um produto cartográfico quanto à sua qualidade posicional, deve-se atender duas condições:

- a) 90% dos pontos bem definidos no produto cartográfico, quando testados no terreno, não deverão apresentar discrepância superior ao PEC para a escala e classe testada;
- b) O *RMS* da amostra de discrepância deve ser menor ou igual ao EP (tolerância chamada de Erro Padrão), para a classe e escala testada.

Tabela 1 – Valores de planimetria e altimetria segundo o artigo 9º do Decreto 89.817/84.

Classe	Planimetria		Altimetria	
	PEC	EP	PEC	EP
A	$0.25 \text{ mm} * \text{den}$	$0.15 \text{ mm} * \text{den}$	$1/4 \text{ eq}$	$1/6 \text{ eq}$
B	$0.5 \text{ mm} * \text{den}$	$0.3 \text{ mm} * \text{den}$	$1/2 \text{ eq}$	$1/3 \text{ eq}$
C	$0.8 \text{ mm} * \text{den}$	$0.5 \text{ mm} * \text{den}$	$3/5 \text{ eq}$	$2/5 \text{ eq}$

Fonte: Elaborada pelos autores.

den: denominador da escala;

eq: equidistância vertical entre curvas de nível.

Caso alguma dessas duas pressuposições falhe o produto não é classificado para a classe testada e em seguida o produto é disposto a novos testes para classes ou escalas inferiores (SANTOS, 2010).

3 Materiais e Métodos

Inicialmente foi realizada a escolha da área de estudo com base nos pré-requisitos necessários para o desenvolvimento desta pesquisa. Esta área com 0,97 ha, encontra-se dentro da Universidade Federal de Viçosa, município de Viçosa – Minas Gerias ($20^{\circ} 45'14''$ Sul, $42^{\circ} 52'53''$ Oeste). Algumas características da área de estudo, como o solo nu, vegetação arbustiva e árvores de porte médio podem ser visualizadas através da Figura 3.

Figura 3 – Área de estudo com vista superior (a), e fotografia da área com visada lateral, (b).



Fonte: Elaborada pelos autores.

A escolha do local se deu devido a algumas características principais, como a variabilidade do relevo, constituída por regiões planas e de declividade acentuada, com cobertura vegetal diversificada.

As características acima citadas qualificaram a área selecionada como viável para esta pesquisa possibilitando a análise de diferentes aspectos em relação a amostragem e à adequação dos interpoladores na geração de um MDE.

3.1 Materiais

Os materiais utilizados no desenvolvimento desta pesquisa, no que se refere ao levantamento de campo bem como para o processamento dos dados, são:

- a) *Laser Scanner* terrestre 3D, VZ-400 da RIEGL;
- b) Receptor *Global Navigation Satellite System (GNSS)* de duas frequências *Javad Triumph-1*;
- c) *Software RiSCAN PRO 2.0* da RIEGL;
- d) *Software ArcGis 10.2*.

3.2 Metodologia

O levantamento dos dados em campo foi realizado com a utilização do aparelho *Laser Scanner* terrestre 3D RIEGL modelo VZ-400, que possui as seguintes características: ângulo varredura horizontal de 360°; alcance de até 600m; distância mínima de 1,5m; acurácia de 5mm; precisão de 3mm e uma taxa de medição de até 122000 pontos/seg.

Para recobrir toda a área de interesse, foi necessário estacionar o aparelho *Laser Scanner* em 5 posições diferentes. Em cada posição utilizou-se do receptor *GNSS Javad Triumph Ntrip* para obter as coordenadas geodésicas das mesmas.

Na etapa de processamento dos dados, cada nuvem de pontos, resultante de cada posição do LST, foi registrada com as coordenadas obtidas com o receptor *GNSS*. Em seguida, procedeu-se a rotação das nuvens e por fim, o ajustamento das mesmas. Para tanto, foram utilizadas as coordenadas rastreadas com o receptor *GNSS* e alvos pré-sinalizados em campo, para realizara a concatenação da nuvem de pontos de cada visada, em uma única densa nuvem de pontos.

Com a nuvem de pontos devidamente ajustada foi realizado o procedimento de filtragem, que para o presente trabalho, foi aplicada de forma automática, pela função *Terrain Filter* já implementada no *software RiSCAN PRO*.

A filtragem foi dividida em duas etapas: na primeira etapa foi utilizado o Filtro *OCTREE*, (filtro com estrutura de árvore), para minimizar a dispersão de cada conjunto de dados, mantendo a representação da superfície real; a segunda etapa consistiu em retirar o ruído que apresentasse uma resposta diferente da refletância da vegetação local. Para isso foi aplicado o filtro de vegetação e em seguida o filtro de objeto sobre a nuvem de pontos.

Como a varredura do LST é realizada com giro de 360°, foi necessário limitar os dados coletados para definição da área de estudo, através de um recorte na nuvem de pontos que resultou em um arquivo com 58 mil pontos. Posteriormente a nuvem de pontos foi exportada no formato “.LAS” para manipulação no *ArcGIS*.

O processo de amostragem deu-se inicialmente pela escolha do tamanho da amostra. A nuvem de pontos original continha 58 mil pontos (100% dos dados – 0% de redução) e a partir desta foram realizadas reduções sistemáticas do número de pontos conforme apresentado na Tabela 2.

Quando se realiza levantamentos de campo com equipamentos topográficos convencionais, geralmente a área de interesse é levantada utilizando poucos pontos de controle bem definidos que consigam representar a área como um todo. Assim, buscando uma relação entre o levantamento convencional e a amostragem da nuvem de pontos, optou-se pelo limiar final de 100 pontos, que pode representar um levantamento convencional realizado para a área em questão.

Tabela 2 – Número de pontos e Redução em porcentagem do número de pontos total.

Número de Pontos	Redução (%)	Densidade de Pontos (n° pts./m ²)	Pontos a cada 100m ²
50000	12,87	5,145	5,155
40000	30,30	4,116	4,124
30000	47,72	3,087	3,093
20000	65,15	2,058	2,062
10000	82,57	1,029	1,031
5000	91,29	0,515	0,515
4000	93,03	0,412	0,412
3000	94,77	0,309	0,309
2000	96,51	0,206	0,206
1000	98,26	0,103	0,103
500	99,13	0,051	0,052
250	99,56	0,026	0,026
100	99,83	0,010	0,010

Fonte: Elaborada pelos autores.

O total de pontos foi submetido a amostragens reduzidas com diferentes tipos de grids amostrais: aleatórios, sistemáticos quadrados, sistemáticos triangulares e sistemáticos hexagonais. Todo o processamento foi realizado em ambiente *ArcGis*, resultando em um total de 52 amostras (13 tamanhos amostrais vezes 4 tipos de grids).

Foi construído inicialmente, um MDE de referência, que utilizou todos os 58 mil pontos. Este MDE foi utilizado para análise da qualidade dos interpoladores e das amostragens geradas posteriormente.

Na geração do MDE de referência, foi utilizado o interpolador *Topo to Raster*, com a média das distâncias entre os pontos de 50 centímetros. A escolha deste interpolador justifica-se pelos bons resultados apresentados para modelagem do terreno (GIACOMIN *et al.*, 2014). Entretanto, “quando a quantidade de dados é grande, a maioria das técnicas de interpolação apresentam resultados similares” (FELGUEIRAS, 2001).

Em seguida foram aplicados os interpoladores a todas as amostragens separadamente: *IDW*, *Spline*, Vizinho Natural e *TIN*. Resultando assim, para 4 cada tamanho amostral utilizado (Tabela 2) e para cada tipo de grid amostral (aleatória, sistemática quadrada, triangular e hexagonal) um total de 208 MDE's com resolução espacial de 50 centímetros.

O Controle de Qualidade Posicional foi realizado de acordo com o Decreto nº 89.817. Primeiro, calculou-se a discrepância entre o MDE de teste e o MDE de referência, realizada a partir de uma subtração pixel a pixel entre os MDE's em questão (*raster*), resultando em uma amostra de avaliação de qualidade posicional com cerca de 39 mil pontos. Em seguida obteve-se os valores do *RMS* e conseqüentemente a qualidade posicional de acordo com a classificação da acurácia posicional altimétrica pelo Decreto Lei 89.817, para a equidistância vertical entre curvas de nível de 1 metro.

4 Resultados

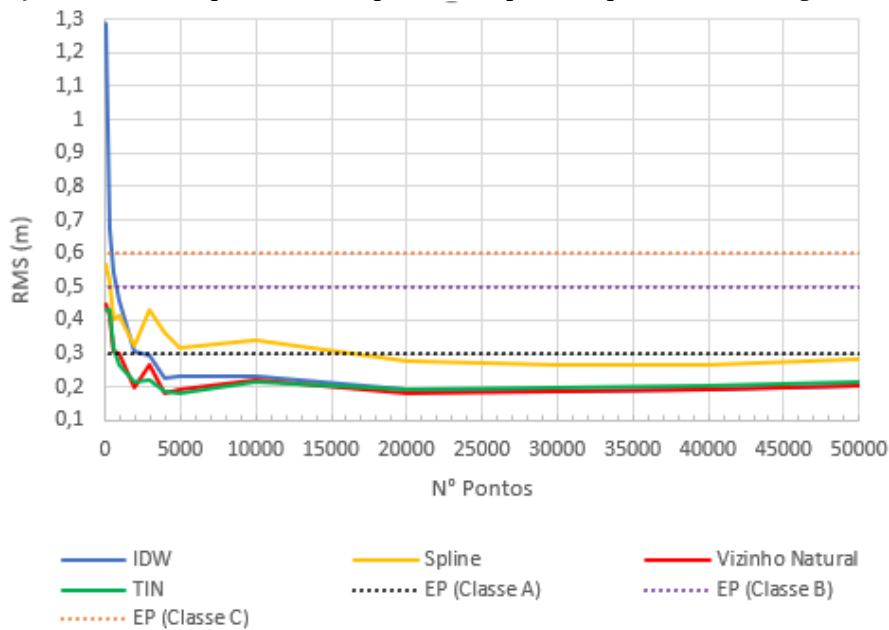
A seguir serão apresentados os resultados obtidos quanto ao processo de amostragem, interpolação e controle de qualidade posicional de acordo a metodologia proposta nesta pesquisa.

A análise da qualidade dos MDE's gerados, foi realizada a partir do cálculo da discrepância pixel a pixel entre os MDE's de teste e o MDE referência.

As discrepâncias são ferramentas importantes para as análises de controle de qualidade posicional, uma vez que os cálculos para classificação da acurácia posicional são realizados através dos valores das discrepâncias.

Os gráficos (Figura, 4, 5, 6 e 7) relacionam o número de pontos e o respectivo *RMS*, em metros, para os diferentes interpoladores testados. Ainda é apresentado uma linha pontilhada referente à tolerância altimétrica EP do Decreto nº 89.817, para as classes A, B e C na equidistância vertical de 1 metro entre curvas de nível. Se a curva do interpolador estiver abaixo da linha pontilhada do EP, o *RMS* da respectiva amostragem atende à segunda condição para classificação da acurácia posicional vertical do Decreto nº 89.817, conforme item 2.10. Vale ressaltar que para classificação dos MDE's foram verificadas as duas condições metodológicas do Decreto nº 89.817.

Figura 4 – Gráfico representando o valor do RMS em metros das discrepâncias altimétricas em relação Número de pontos e ao tipo de interpolador para a Amostragem Aleatória.

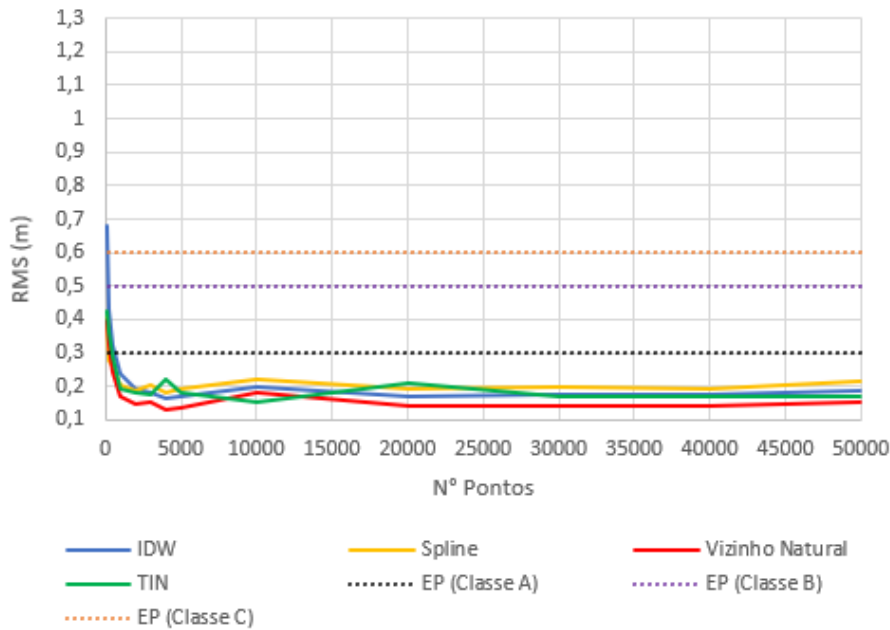


Fonte: Elaborada pelos autores.

Os resultados da amostragem Aleatória estão apresentados no gráfico da Figura 4, para os interpoladores *IDW*, *Spline*, *Vizinho Natural* e *TIN*, com um total de 50 mil, 40 mil, 30 mil, 20 mil, 10 mil, 5 mil, 4 mil, 3 mil, 2 mil, 1 mil, 500, 250, 100 pontos (Tabela 2). Neste caso, observa-se que os interpoladores *Vizinho Natural*, *IDW* e *TIN* apresentam praticamente os mesmos valores de *RMS* até aproximadamente 10 mil pontos, o que faz com que no gráfico acima os interpoladores “coincidam” em uma classificação “A”. Quanto ao interpolador *Spline* ainda que possua a mesma classificação que os demais até 15 mil pontos, apresenta valores de *RMS* mais elevados. De fato, a diferença é acentuada quando a amostragem alcança valores inferiores a 5 mil pontos onde o interpolador *Spline* passa a apresentar classificação B e as curvas entre os demais interpoladores agora apresentam-se distintas. É notável que em amostragens com baixos números de pontos (500, 250 e 100 pontos) os interpoladores *Vizinho Natural* e *TIN* passam a apresentar uma classificação B, enquanto que o *Spline* uma classificação C e o interpolador *IDW* não possui classificação já que possui um *RMS* próximo de 1,3 metros.

Os resultados apresentados para amostragem Sistemática Quadrada estão no gráfico da Figura 5, para os interpoladores *IDW*, *Spline*, Vizinho Natural e *TIN*, com um total de 50 mil, 40 mil, 30 mil, 20 mil, 10 mil, 5 mil, 4 mil, 3 mil, 2 mil, 1 mil, 500, 250, 100 pontos (Tabela 2).

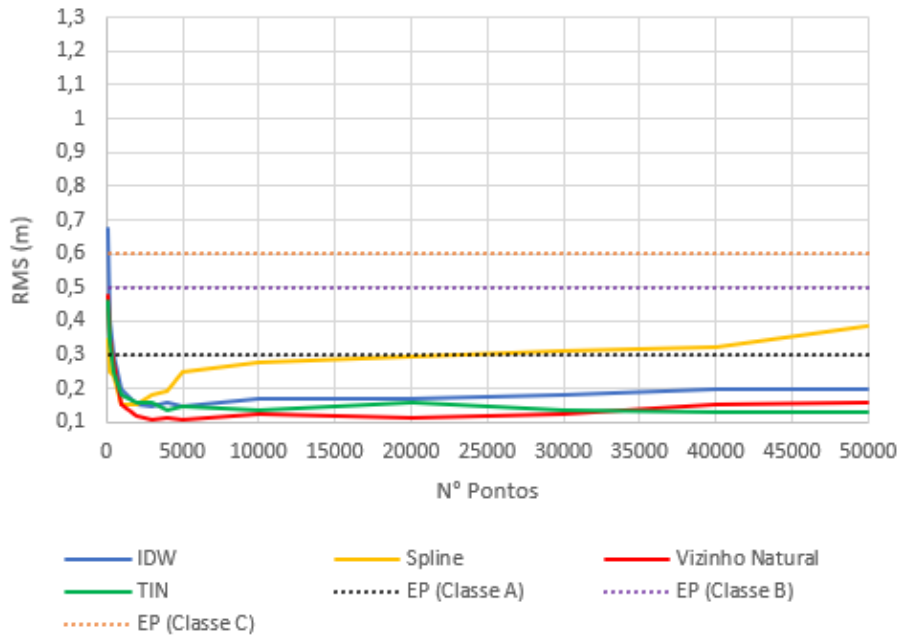
Figura 5 – Gráfico representando o valor do RMS em metros das discrepâncias altimétricas em relação Número de pontos para a Amostragem Sistemática Quadrada.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Ao analisar o gráfico da Figura 5, nota-se que ainda que as curvas de cada interpolador apresentem valores distintos de *RMS*, todos apresentam bons resultados sendo Classificados como “A” até o tamanho amostral de 5 mil pontos. No momento em que a amostragem alcança tamanho amostral de 100 pontos é possível notar que novamente o interpolador *IDW* não possui classificação enquanto que os demais se classificam como “B”.

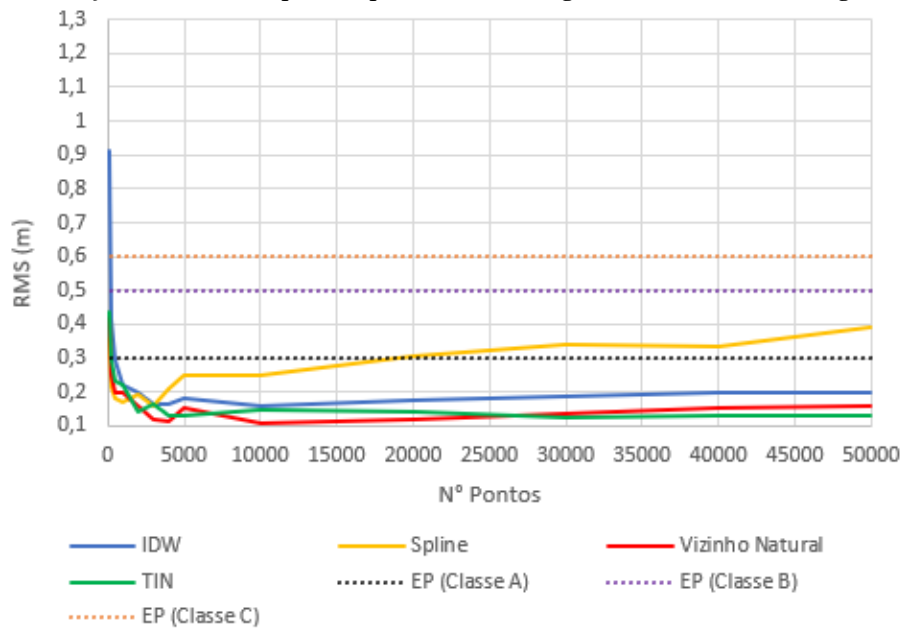
Figura 6 – Gráfico representando o valor do RMS em metros das discrepâncias altimétricas em relação Número de pontos para a Amostragem Sistemática Triangular.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Quanto aos resultados da amostragem Sistemática Triangular, apresentados no gráfico da Figura 6, observa-se que os interpoladores *IDW*, *TIN* e *Vizinho Natural* apresentaram resultados semelhantes com classificação “A” até 5 até o tamanho amostral de 500 pontos. Para o tamanho amostral de 100 pontos, o interpolador *IDW* não possui classificação, enquanto que os restantes possuíram classificação “B”. Quanto ao interpolador *Spline*, utilizando um tamanho amostral grande obteve-se uma classificação “B”, já para tamanho amostrais menores a classificação foi “A”, ao contrário dos demais interpoladores. Este fato pode ser explicado pela formulação deste interpolador, que consiste em um conjunto de polinômios aplicáveis individualmente a um subconjunto de observações, gerando superfícies suavizadas que podem gerar ondulações que não existem nos dados originais.

Figura 7 – Gráfico representando o valor do RMS em metros das discrepâncias altimétricas em relação Número de pontos para a Amostragem Sistemática Hexagonal.



Fonte: Elaborada pelos autores.

De acordo com os resultados para a amostragem Sistemática Hexagonal apresentados no gráfico da Figura 7 acima, nota-se que os interpoladores *TIN*, *Vizinho Natural* e *IDW* possuíram resultados semelhantes com classificação “A” até o tamanho amostral de 250 pontos. Para 100 pontos, os interpoladores *TIN* e *Vizinho Natural* apresentam Classificação “B” enquanto novamente o interpolador *IDW* não possui classificação para a equidistância vertical de 1m entre curvas de nível

Semelhante ao acontecido com a amostragem Sistemática Triangular, o interpolador *Spline* possui uma classificação diferentes dos demais. Este interpolador apresentou uma classificação “B” para as amostras com tamanho amostral maior que 20 mil pontos, e classificação “A” para tamanho amostral inferiores a 20 mil pontos. Para 100 pontos o *Spline* volta a classificação “B”.

De acordo com os resultados apresentados, pode-se notar que o melhor grid amostral foi a amostragem Sistemática, especificamente o Hexagonal e Triangular que apresentou performance similar. Para os interpoladores, o *TIN* e o *Vizinho Natural* se sobressaíram em relação aos demais, gerando resultados idênticos na maioria dos casos analisados.

Em relação ao número de pontos, percebe-se que MDE's com boas classificações são gerados com até 250 pontos em alguns casos, porém é necessário ressaltar que mesmo que a classificação para uma amostragem com poucos pontos esteja de acordo com os padrões de qualidade cartográfica, é necessário avaliar o *RMS* desta classificação.

Nesse sentido o esforço computacional entre amostras de 250 pontos e 3 mil pontos é razoavelmente o mesmo, quando comparado a amostras de 50 mil e 30 mil pontos, portanto é aconselhável a utilização de amostragem com cerca de 3 mil para a geração de MDE's de qualidade.

5 Conclusão

Mediante os resultados obtidos com a análise dos métodos de amostragem e interpolação empregados nesta pesquisa para modelagem digital de terreno utilizando dados de *Laser Scanner* terrestre, conclui-se que para as técnicas de amostragem o melhor grid amostral é o Sistemática Hexagonal e Triangular. Suas aplicações apresentaram resultados superiores em todos os interpoladores com exceção ao interpolador *Spline*. Ainda sobre as técnicas de amostragem, é possível notar que a amostragem aleatória na maioria dos casos (com exceção ao interpolador *Spline*) foi o pior grid amostral.

Quanto as técnicas de interpolação, para amostragens superiores a 500 pontos, concluem-se que os melhores interpoladores foram *IDW*, *TIN* e Vizinho Natural que possuíram resultados idênticos, enquanto que para amostras com poucos números de pontos os melhores passam a ser *TIN* e Vizinho Natural, uma vez que o *IDW* não apresenta classificação.

É importante ressaltar que o interpolador *Spline* possui comportamento anômalo ao esperado. Espera-se normalmente que quanto maior o número de pontos em uma amostra melhor seja sua caracterização da variável em estudo, uma vez que melhor representaria a população como um todo. No entanto, quando se trata do interpolador *Spline* o que ocorre é

exatamente o inverso para os grids amostrais: Sistemático Hexagonal e Sistemático Triangular. Nota-se que para estes grids quanto maior o número de pontos em uma amostra, pior é a classificação resultante; enquanto que a medida que vão diminuindo o número de pontos das amostras, melhor é o resultado da classificação. Isto pode ser explicado pela formulação deste interpolador, que com quantidades pequenas de pontos é possível que os polinômios gerem superfícies mais suaves com modelagens mais adequadas, encontrando dificuldade em realizar a interpolação com maiores quantidades de informações.

Em relação aos valores de *RMS*, nota-se que com exceção à amostragem aleatória, todos os demais casos estudados para esta área, a partir de um limiar de 3 mil pontos amostrais o valor de *RMS* estabiliza abaixo de 0,2 metros atribuindo assim, classificação “A” aos MDE’s testados. Dessa forma, ao utilizar de grande quantidade de dados para gerar modelos digitais de elevação, a depender da finalidade a qual se destina o produto gerado, não importa o *design* do grid amostral, da mesma forma que com exceção ao *Spline*, dentre os interpoladores estudados todos geraram MDE’s fidedignos. Vale ressaltar que todos os parâmetros de configuração dos interpoladores foram utilizados na sua forma *default* do software.

Como recomendações para trabalhos futuros tem-se a proposição de um estudo em outras áreas com diferentes configurações de relevo com o intuito de analisar o comportamento dos grids amostrais e interpoladores. Também sugere pesquisar outras formas de avaliar a discrepância, não somente *pixel* a *pixel*.

Agradecimentos

Este trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) – Código de

Financiamento 001, do programa de pós-graduação em Engenharia Civil na Universidade de Federal de Viçosa.

Referências

- AFONSO, J. M. N. L. D., **Filtragem de nuvens de pontos para geração de Modelos Digitais do Terreno**. In: Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Informática 2º Semestre, 2013/2014, p. 1-87.
- ARAÚJO, C. F., MELLO, E. L., SILVA, B. B., MERCANTE, E., GOLIN, G. M., Comparação de técnicas de interpolação para espacialização da precipitação pluvial na bacia do rio Piquiri (PR). In: **Anais XVII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto - SBSR**, João Pessoa-PB, Brasil, 25 a 29 de abril de 2015, pp. 5485-5490.
- DAL POZ, A. P., Filtragem de dados de varredura a laser: Princípios e exemplos. In: **Anais XVI Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto - SBSR**, Foz do Iguaçu, PR, Brasil, 13 a 18 de abril de 2013, INPE, pp. 6057-6064.
- DSG. ET-ADGV - Especificação Técnica para a Aquisição de Dados Geoespaciais Vetoriais, In: **Infra-Estrutura Nacional De Dados Espaciais, Diretoria De Serviço Geográfico Do Exército – DSG**, 2010, pp. 1-253.
- EGG, G. C., **GERAÇÃO DE MODELOS DIGITAIS DE SUPERFÍCIE COMPOSTOS UTILIZANDO IMAGENS DO SENSOR PRISM/ALOS**. In: Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, Viçosa-Minas Gerais, 2012, pp. 1-159.
- ENVIRONMENTAL SYSTEMS RESEARCH INSTITUTE (ESRI)**. In: ArcGIS Desktop v10.2 Help, 3D Analyst, 2016.
- FELGUEIRAS, C. A., Modelagem numérica de terreno. In: CÂMARA, Gilberto; DAVIS, Clodoveu; MONTEIRO, Antônio Miguel Vieira (Ed.). **Introdução à ciência da geoinformação**. São José dos Campos: INPE, 2001. (INPE-8081-PRE/3896), pp. 1-38.
- FELGUEIRAS, C. A., **Modelagem Ambiental com Tratamento de Incertezas em Sistemas de Informação Geográfica: O Paradigma Geoestatístico por Indicação**. In: Tese de Doutorado em Computação Aplicada, INPE - São José dos Campos, 2001 pp. 1-213.

- FERNANDES, M. C. & MENEZES, P. M. L., Avaliação de métodos de geração de MDE para a obtenção de observações em superfície real: um estudo de caso no maciço da Tijuca-RJ. In: **Anais XII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto**, Goiânia, Brasil, 16-21, 2005, INPE, pp. 2985-2992.
- GIACOMIN, G., CARVALHO, M. B., SANTOS, A. P., MEDEIROS, N. G. M., FERRAZ, A. S., Análise comparativa entre métodos interpoladores de modelos de superfícies. In: **Revista Brasileira de Cartografia**, No 66/6, 2014 pp. 1315-1329.
- GONÇALES, R., **Dispositivo de varredura laser 3d terrestre e suas aplicações na engenharia, com ênfase em túneis**. In: Dissertação de Mestre em Engenharia de Transportes, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007, pp. 1-103.
- HUTCHINSON, M. F., A new procedure for gridding elevation and stream line data with automatic removal of spurious pits. **Journal of Hydrology**, 106, 1989, pp. 211-232.
- INTERNATIONAL ORGANIZATION OF STANDARDIZATION, Geographic-ISO 19157: information – Data quality, Switzerland, 2013, pp. 1-146.
- LI, Z., ZHU, Q. GOLD, C., **Digital Terrain Modeling: Principles and Methodology**. Boca Raton: CRC press. 2005, pp. 1-340.
- MARCUZZO, F. N., ANDRADE, L. R., MELO, D. C. R., Métodos de Interpolação Matemática no Mapeamento de Chuvas do Estado do Mato Grosso. In: **Revista Brasileira de Geografia Física**, 04 – 2011, p. 793-804.
- MATOS, J. L., **Fundamentos de Informação Geográfica**. Ed. Libel, Lisboa. 2008, pp. 1-326.
- MATOS, R. C. M. & CANDEIAS, A. L. B., Mapeamento de radiação solar fotossinteticamente ativa e interpoladores. In: **II Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnológicas da Geoinformação**. Recife – PE, 2008, p. 07.
- NBR 13.133 – Execução de levantamento topográfico. In: **Associação Brasileira de Normas Técnicas**. Rio de Janeiro, Maio, 1994, p. 1-35.
- NOGUEIRA JR., J. B., **Controle de qualidade de produtos cartográficos: uma proposta metodológica**. Dissertação (Mestrado em Engenharia

Cartográfica) – UNESP, Campus Presidente Prudente, Presidente Prudente. 2003, pp. 1-128.

OLIVEIRA, L. F., **Análise de modelos digitais de superfície gerados a partir de imagens do sensor PRISM/ALOS**. In: Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, Viçosa Minas Gerais, 2011, pp. 1-163.

PAVÃO, C. G., ROIG, H. L., MENEZES, P. H. B. J., FRANÇA, G. S. L. A., ALVES, R. R., Metodologias de interpolação espacial aplicada a dados de espessura crustal na Bacia do Paraná. In: **Anais XV Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto - SBSR**, Curitiba, PR, Brasil, 30 de abril a 05 de maio de 2011, p. 3435-3442.

RIGHI, E., BASSO, L. A., Aplicação e análise de técnicas de interpolação para espacialização de chuvas. **Ambiência Guarapuava (PR)** v.12 n.1, 2016. pp. 101 – 117.

RODRIGUES, D. D., **Topografia: Planimetria para Engenheiros Agrimensores e Cartógrafos**. (em desenvolvimento). Notas de Aula. Universidade Federal de Viçosa. 2008, pp. 1-160.

SAITO, N. S., **Modelos digitais de elevação na sub-bacia hidrográfica do córrego horizonte, alegre-espírito santo**. In: Dissertação (Pós-Graduação em Ciências Florestais do Centro de Ciências Agrárias) Universidade Federal do Espírito Santo. Jerônimo Monteiro, Espírito Santo, 2011, pp. 1-120.

SANTOS, A. P., **Avaliação da Acurácia Posicional em Dados Espaciais com o uso da Estatística Espacial**. In: Dissertação para obtenção de grau Mestre em Engenharia Civil, viçosa, 2010, pp. 1- 110.

SANTOS, G. R., OLIVEIRA, M. S., LOUZADA, J. M., SANTOS, A. M. R. T., KRIGAGEM SIMPLES versus KRIGAGEM UNIVERSAL: QUAL O PREDITOR MAIS PRECISO? In: **Revista Energia na Agricultura** ISSN 1808-8759 Botucatu, vol. 26, n.2, 2011, pp.49-55.

SANTOS, G. R., **Hierarquização geométrica dos preditores geoestatísticos**. Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação Agropecuária) – Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal de Lavras, Lavras. 2010, pp. 1-200.

SOUZA, J. L. L. L., GOMES, T. S. Dias, R. S. OLIVEIRA, G. M. A., SANTOS, R. L., Avaliação de métodos de interpolação aplicados à espacialização das chuvas no território identidade Portal do Sertão / Bahia. In: **Anais XV Simpósio**

Brasileiro de Sensoriamento Remoto - SBSR, Curitiba, PR, Brasil, 30 de abril a 05 de maio de 2011, pp. 4295-4302.

WONG, D.W.S., LEE, J., **Statistical analysis of geographic information with ArcView GIS and ArcGIS**. Editora John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey. 2005, pp. 1-464.

YAMAMOTO, J. K., LANDIM, P. M. B., **GEOESTATÍSTICA, conceitos e aplicações**. Editora:Oficina de Textos, Edição Digital Inc., São Paulo; 2015, pp. 1-215.