



Comparação entre abordagens absoluta e relativa em determinações altimétricas baseadas em observações GNSS e Modelos Globais do Geopotencial

Comparison between absolute and relative approaches in altimetric determinations based on GNSS observations and Global Geopotential Models

*Eurico Nicacio*¹
*Regiane Dalazoana*²

Recebido em novembro de 2017.
Aprovado em fevereiro de 2018.

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo comparar altitudes normais-ortométricas calculadas analiticamente por meio de observações GNSS e com a utilização de modelos globais do geopotencial (MGGs) sob a óptica relativa em detrimento da tradicional determinação pelo método absoluto. Esta abordagem diferenciada visa viabilizar determinações mais acuradas e inseridas no estado-da-arte de recomendações e disponibilidade de informações relacionadas ao campo da gravidade terrestre. Para tanto, utilizou-se como área de estudo o estado do Paraná, sobre o qual foram selecionadas as estações da rede SAT-GPS conectadas a Rede Altimétrica Fundamental Brasileira (RAFB), ambas do IBGE; estas estações, denominadas neste trabalho de estações GNSS-RN, possibilitam o cálculo altimétrico controlado por possuírem informações de altitude elipsoidal e altitude normal-ortométrica. Para modelagem da altitude normal-geoidal, foram empregados os MGGs EGM2008, EIGEN-6C4, GOCO05C e XGM2016, em diferentes graus de desenvolvimento e segundo as funcionais altitude geoidal e anomalia de altitude. Além disso, utilizou-se o modelo geoidal nacional MAPGEO2015 no comparativo, tendo em vista seu amplo conhecimento e emprego em nível nacional. Os resultados finais indicaram que, quando do uso dos MGGs, independentemente de grau de desenvolvimento, funcional ou modelo, a utilização do método relativo sempre traz maior acurácia do que o método absoluto. Já para o uso do MAPGEO2015, não se pôde concluir de maneira similar, sendo suas respostas variadas de acordo com o conjunto de pontos utilizados. Por fim, frisou-se ainda que a acurácia média obtida com o uso dos MGGs segundo o método relativo é sempre superior, nas condições testadas, ao uso do MAPGEO2015 segundo o método absoluto. Tal constatação traz consigo a

¹Eurico Nicacio. Programa de Pós-graduação em Ciências Geodésicas, Brasil. E-mail: euriconicaciojr@gmail.com

²Regiane Dalazoana. Programa de Pós-graduação em Ciências Geodésicas, Brasil. E-mail: regiane@ufpr.br

recomendação para divulgação e uso da associação entre método relativo e MGGs em determinações altimétricas, tendo em vista a clara obtenção de resultados mais precisos do que pela clássica abordagem com método absoluto e modelo geoidal nacional.

PALAVRAS-CHAVE: Determinações Altimétricas. Método Relativo. Modelos Globais do Geopotencial. MAPGEO2015.

ABSTRACT

The present paper aims at comparing normal-orthometric heights calculated analytically through GNSS observations and the usage of Global Geopotential Models (GGMs) under a relative approach rather than the traditional determination by the absolute approach. This differentiated method intends to generating more accurate determinations, inserted into the state-of-art recommendations and the availability of information related to the terrestrial gravity field. To do so, the state of Paraná was used as the study area, on which the stations of the SAT-GPS network connected to the Brazilian Fundamental Altimetric Network (BFAN), both from IBGE, were selected; these stations, named in this paper as GNSS-RN stations, allow a controlled altimetric calculation, by having information of both ellipsoidal and normal-orthometric heights. For the modeling of the normal-geoidal heights, GGMs EGM2008, EIGEN-6C4, GOCO05C and XGM2016 were used, developed up different development degrees and according to the functionals geoid height and height anomaly. In addition, the national geoid model MAPGEO2015 was used in the comparison, considering its widespread knowledge and employment at a national level. The final results indicated that, when using the GGMs, regardless of the degree of development, functional or model, the use of the relative method always brings better accuracy than the absolute method. For the use of MAPGEO2015, it was not possible to conclude in a similar way, and its answers varied according to the set of points used. Finally, it was emphasized that the average accuracy obtained with the use of GGMs with the relative method is always superior, under the conditions tested, to the use of MAPGEO2015 by the absolute method. This confirmation brings the recommendation for dissemination and use of the association between relative method and GGMs in altimetric determinations, considering the clear attainment of more accurate results than the classic approach with absolute method and national geoidal model.

KEYWORDS: Altimetric Determinations. Relative Method. Global Geopotential Models. MAPGEO2015.

* * *

Introdução

Conforme já discorrido por renomados geodestas, tais como Hofmann-Wellenhof e Moritz (2006) e Gemael (2012), o objetivo primordial da Geodésia é determinar a forma e a dimensão da Terra, bem como do campo da

gravidade em seu exterior e suas variações temporais. Entretanto, ao longo das últimas décadas este objetivo tem passado por drásticas mudanças, principalmente devido à evolução das técnicas aplicadas no processo de observações e dos métodos computacionais empregados em seu processamento. Concomitantemente a estes avanços, os problemas clássicos da Geodésia foram expandidos, e sua função primária de medição da superfície terrestre foi ampliada para a detecção dos efeitos de mudanças globais e da geodinâmica (DREWES, 2006).

Neste contexto, quando se trata de informações altimétricas, conforme preconizado por IAG (2015), a busca pela definição de um Sistema Vertical de Referência Global (do inglês, *International Height Reference System – IHRS*) e sua materialização em forma de rede (do inglês, *International Height Reference Frame – IHRF*) deve ser realizada tomando-se como base uma superfície de referência equipotencial do campo da gravidade – o geoide, com valor de geopotencial $W_0 = 62.636.853,4 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$. Adicionalmente, IAG (2015) determina que as coordenadas verticais primárias para tal sistema de referência sejam mensuradas segundo o número geopotencial C_p , expresso conforme a Equação 1, na qual W_0 representa o valor do geopotencial na superfície de referência e W_p representa o valor do geopotencial no ponto de cálculo. Equação 1:

$$C_p = -\Delta W_p = W_0 - W_p \quad (1)$$

Estas considerações e realizações são possíveis, na atualidade, devido principalmente a avanços tecnológicos ocorridos nas últimas décadas. Graças ao surgimento de modernas técnicas de análise do campo gravitacional, aliado ao precípua desenvolvimento analítico e matemático segundo formulação adequada, não há mais a dependência de observações de campo ou observações terrestres como fonte única de dados. Um exemplo desta modernização pode ser visualizado nas informações obtidas de missões

espaciais que têm por objetivo determinar as perturbações nas órbitas dos satélites. Estas perturbações são induzidas pelo efeito gravitacional de heterogeneidades de massas relativamente a uma distribuição esférica homogênea, gerando conhecimento das anomalias associadas às feições de longos e médios comprimentos de onda deste campo, e sendo completados com dados de outras fontes para modelagem dos curtos comprimentos de onda. Quando associadas ao potencial centrífugo, viabilizam o estabelecimento de Modelos Globais do Geopotencial – MGGs (MELO, 2011).

Os MGGs são gerados a partir de um conjunto de coeficientes do desenvolvimento do potencial gravitacional em série de funções harmônicas esféricas. A expressão fundamental do desenvolvimento do geopotencial em harmônicos esféricos e maiores detalhes sobre o referido desenvolvimento são fornecidos em momento oportuno do presente trabalho. Todo esse arcabouço de informações, por fim, propicia a realização de determinações para implantação do IHRs, ao qual as observações altimétricas devem estar vinculadas.

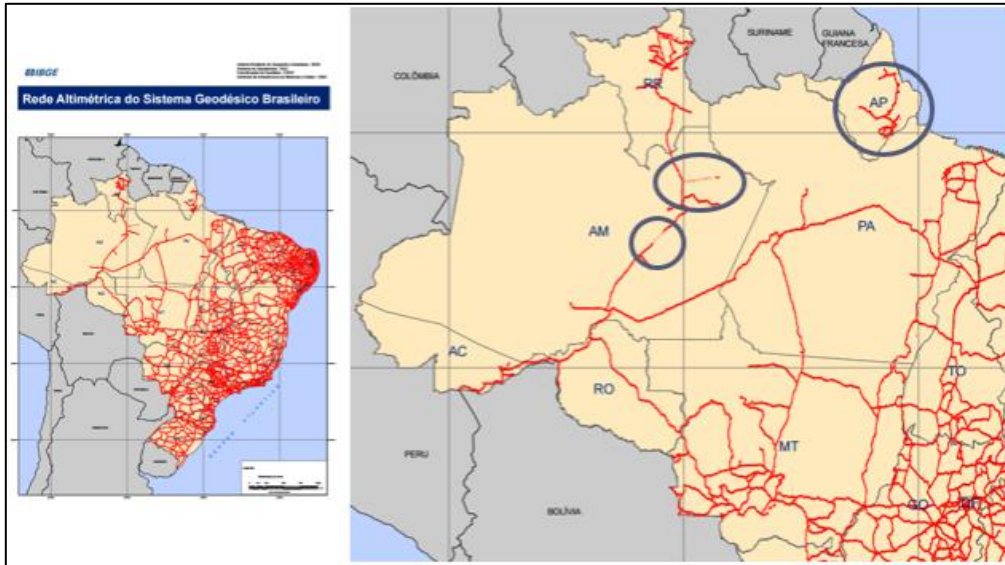
No entanto, tais modificações e avanços não vêm a depor totalmente contra os dados altimétricos já existentes em cada país. A integração entre estes dados já coletados pelos órgãos competentes em cada país, visando à adequação à nova modelagem vertical e a eliminação de discrepâncias entre os *data* verticais nacionais e o *datum* vertical global, pode ser realizada conforme a formulação apresentada pela Equação 2, como discorrido por Nicacio (2017), expressa em função da diferença entre os números geopotenciais de um ponto de cálculo P obtidos segundo o *datum* global (C_P) e o *datum* nacional (C_{P_i}).

$$C_P - C_{P_i} = W_0 - W_{0_i} = \delta W_i = \underbrace{[W_0 - (U_P + T_P)]}_I - \underbrace{\sum_j g_{mj} \cdot \Delta n_j}_{II} \quad (2)$$

Note-se que o desenvolvimento da diferença de números geopotenciais à esquerda da Equação 2 culmina na diferença dos termos I e II. O termo I contém a diferença entre geopotencial na superfície de referência e a soma do esferopotencial U_p e do potencial perturbador T_p no mesmo ponto P – o primeiro é padronizado, como já indicado; para o segundo, há fácil equacionamento matemático; para o terceiro, busca-se alternativas na atualidade para sua determinação plena – por meio da solução do Problema de Valor de Contorno da Geodesia (PVCG) – em pontos da superfície. Já o termo II contém o somatório de produtos discretos entre valores médios da gravidade g_m e desníveis Δn , característicos de conjugação de operações de nivelamento e gravimetria, formando a parte prática do equacionamento. Dessa forma, considerando-se a existência de uma rede de nivelamento com densidade adequada e conjugada com informações de gravimetria ao longo de seu levantamento, é possível unir este conhecimento prático à modelagem matemática teórica cabível e proporcionar o alinhamento com diretrizes que buscam a definição do IHRS.

No que diz respeito à integração brasileira a esta tendência mundial, verificava-se, à época da realização dos estudos, carência na união entre prática e teoria. À época, a Rede Altimétrica Fundamental Brasileira (RAFB), mantida pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e vinculada ao Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) conta com 69.859 estações de altitude normal-ortométrica conhecidas distribuídas ao longo de todo o território nacional (IBGE, 2011). Todavia, a maneira não uniforme com que se distribui, a carência de informações, as possíveis estações destruídas ou danificadas e a descontinuidade em algumas regiões específicas – como no caso da Região Amazônica, conforme exibido na Figura 1 – traziam à tona um problema maior do que a aparentemente simples conversão e adequação às normativas do IHRS vindouro: as deficiências atuais da RAFB. É possível verificar que, na Região Amazônica, deve haver um esforço para preenchimento de informações altimétricas, visando a uma melhor solução para o alinhamento ao IHRS.

Figura 1 – Deficiências da Rede Altimétrica Fundamental Brasileira.



Fonte: Adaptado de IBGE (2016).

Surge, então, a perspectiva de modelagem das altimétrica nas regiões de vazio tomando por base altitudes elipsoidais h – provenientes de observações GNSS discretas – e valores de altitude geoidal N – provenientes de cálculos de funcionais de MGGs. Esta modelagem baseia-se na resolução da Equação 3, descrita como método absoluto, e cujos termos já foram definidos para um dado ponto P (GEMAEL, 2012).

$$h_p \cong H_p + N_p \Leftrightarrow H_p \cong h_p - N_p \quad (3)$$

Todavia, chama-se a atenção para o seguinte fato: tanto os MGGs que dão origem às altitudes geoidais desejadas, quanto outros modelos de ondulação geoidal, como o nacional MAPGEO2015, também mantido pelo IBGE, contêm erros inerentes ao sistema e a seu modo de obtenção da forma $N_p^{modelo} = N_p^{real} + \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = N_p^{modelo} - N_p^{real}$, que variam segundo parâmetros de especificação do modelo (BARTHELMES e KÖHLER, 2016). Para solucionar este problema, Featherstone (2001) e Nicacio (2017) propõem a utilização do método relativo ao invés do método absoluto, o qual se baseia na utilização de um ponto origem 0 como referência, com altitude normal-ortométrica H_0 ,

altitude elipsoidal h_0 e altitude geoidal N_0 conhecidas e pela abordagem matemática apresentada na Equação 4.

$$\begin{cases} H_0 = h_0 - N_0^{modelo} = h_0 - N_0^{real} - \varepsilon \\ H_P = h_P - N_P^{modelo} = h_P - N_P^{real} - \varepsilon \end{cases} \Rightarrow H_P = H_0 - h_0 + h_P + N_0 - N_P \quad (4)$$

A alternativa apresentada anteriormente é reforçada por Sánchez (2016), principalmente sob o aspecto de consecução de sistemas de referência vertical. Segundo esta referência, as atuais técnicas geodésicas, principalmente aquelas apoiadas por posicionamento por satélite, demandam requisitos de precisão superiores àqueles gerados por determinações realizadas pela Equação 3. Sendo assim, a utilização do método relativo para correlacionar altitudes elipsoidal e normal-ortométrica com a altitude geoidal, conforme descrito na Equação 4, deve ser feita para fins de maior precisão e para a viabilização de sistemas de referência vertical modernos e precisos.

Desta forma, a abordagem de determinação de altitude normal-ortométrica pelo método relativo, com o uso de observações GNSS discretas e informações geoidais provenientes de Modelos Globais do Geopotencial, apresenta grande potencial de solução para a problemática existente na RAFB em regiões com carência de informação altimétrica. Justifica-se, portanto, a realização do presente trabalho, que visa a verificar a possibilidade e a viabilidade da referida abordagem para a área estudada.

2 Fundamentação Teórica

2.1 Modelos Globais do Geopotencial e suas funcionais

Os modelos do geopotencial são constituídos por um conjunto de parâmetros terrestres e coeficientes do potencial anômalo expresso em harmônicos esféricos, os quais são determinados a partir de dados obtidos com uso de técnicas terrestres e espaciais (SEEBER, 2003). Estes modelos

preservam como propriedade básica, como o próprio nome já diz, a capacidade de representação do potencial gravitacional de modo global, donde se derivam valores da gravidade e de suas funcionais.

De um modo geral, conforme Sansò e Sideris (2013), um MGG consiste de um conjunto de valores numéricos para certos parâmetros, as estatísticas dos erros a eles associados (expressos, por exemplo, por meio de uma matriz variância-covariância) e uma coleção de expressões matemáticas, valores numéricos e algoritmos particulares. Estes dados devem possibilitar ao usuário a realização de duas atividades básicas, a saber: síntese, isto é, cálculo dos valores numéricos de grandezas relacionadas ao potencial gravitacional – as já citadas funcionais do geopotencial – dada a posição do ponto de cálculo; e propagação de erros, isto é, cálculo dos erros esperados para a funcional calculada, inferidos a partir dos erros dos parâmetros definidores do MGG. Uma abordagem sobre sua evolução histórica é omitida deste trabalho, para fins de brevidade, mas pode ser verificada em Rapp (1998) e, mais modernamente, em Nicacio e Dalazoana (2017).

Sansò e Sideris (2013) enumeram, ainda, alguns possíveis usos para os MGGs, como segue:

- Aplicações de determinação de órbita, necessárias para levantamentos espaciais, como a detecção, o rastreamento e a predição posicional de objetos que orbitam a Terra;
- Aplicações de navegação inercial, utilizadas para determinação de trajetórias de aviões e mísseis;
- Aplicações oceanográficas que requerem a estimativa da Topografia Dinâmica do Oceano (do inglês, *Dynamic Ocean Topography* – DOT) e sua variação, grandezas estas diretamente relacionadas a circulação de correntes oceânicas;
- Cálculos de ondulação geoidal, necessários para transformar a altitude geométrica ou elipsoidal em uma elevação referenciada a uma superfície equipotencial;

- Aplicações de prospecção geofísica, nas quais um MGG combinado com informações cabíveis, como dados sísmicos, pode trazer importantes injunções a serem empregadas na determinação de distribuições de massas abaixo da superfície;
- Um único MGG preciso e de alta resolução pode ser utilizado para prover uma superfície de referência para realização de um *Datum Vertical Global*.

A expressão geral para definição de um MGG é aquela expressa na Equação 5, sendo característicos de sua singularidade os coeficientes C_{nm} e S_{nm} de seu desenvolvimento, denominados coeficientes de Stokes (NICACIO, 2017). Nesta mesma expressão, a é o semieixo maior do elipsoide associado ao modelo, ω é a velocidade angular, GM é a constante gravitacional geocêntrica, r é a distância do ponto de cálculo ao geocentro do modelo adotado, φ é a latitude geodésica do ponto de cálculo, λ é a longitude geodésica do ponto de cálculo e P_{nm} representam as funções de Legendre associadas para grau n e ordem m . Desde que definido o elipsoide de referência sobre o qual se deseja obter a modelagem e o ponto de cálculo, os coeficientes C_{nm} e S_{nm} são os termos que diferenciam os MGGs e que os tornam únicos segundo algum aspecto. Sua variação ocorre principalmente devido à fonte dos dados para geração do modelo – observações satelitais, gravimétricas, altimétricas ou uma combinação destas, por exemplo.

$$W(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) \right] + \frac{1}{3} \omega^2 r^2 [1 - P_{20}(\sin \varphi)] \quad (5)$$

Conforme preconizado por Barthelmes (2013), funcionais do geopotencial são grandezas físicas derivadas da expressão do geopotencial, tais como a própria gravidade real \vec{g} , a gravidade teórica γ , o potencial

perturbador T , a anomalia da gravidade Δg , a anomalia de altitude ζ , a altitude geoidal N , entre outros. Uma abordagem válida para a obtenção das funcionais do geopotencial seria por meio da utilização da equação 5 e algumas outras relações básicas tradicionais da Geodésia Física para migração do geopotencial para a funcional desejada.

Neste contexto, considere-se por exemplo a funcional altitude geoidal N . Segundo Barthelmes (2013), para um determinado ponto de coordenadas geodésicas (h, φ, λ) , esta funcional pode ser obtida por meio do geopotencial $W(h, \varphi, \lambda)$ e pela aplicação de um procedimento iterativo baseado em i valores aproximadamente iguais a $N(\varphi, \lambda)$, do qual são funções a gravidade teórica do ponto $\gamma(0, \varphi)$ e o esferopotencial U_0 , como descrito na Equação 6, caracterizando uma das relações básicas tradicionais mencionadas.

$$N_{i+1}(\varphi, \lambda) = N_i(\varphi, \lambda) + \frac{1}{\gamma(0, \varphi)} [W(N_i, \varphi, \lambda) - U_0] \quad (6)$$

Com formulação e manipulação matemáticas adequadas, obtém-se a Equação 7 para desenvolvimento da altitude geoidal em harmônicos esféricos (BARTHELMES, 2013).

$$N(\varphi, \lambda) = \frac{GM}{r \gamma(r, \varphi)} \sum_{n=0}^{n \max} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sen m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) - \frac{2\pi G\rho}{\gamma(r, \varphi)} \left[a \sum_{n=0}^{n \max} \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sen m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) \right]^2 \quad (7)$$

De um modo geral, todas as funcionais do geopotencial podem ser obtidas de forma similar. Isto denota uma grande facilidade para sua obtenção e para uma eventual modelagem matemática sobre seus resultados. Atenção especial deve ser dada, ainda, à possibilidade de obtê-las para qualquer ponto da superfície terrestre com coordenadas (h, φ, λ) conhecidas,

abrindo possibilidade para a realização de uma modelagem global consistente.

2.2 O estado-da-arte de redes verticais de referência e o IHRF

Mueller (1985) define que o propósito de uma rede de referência – ou *reference frame*, segundo texto original – é prover meios de materializar um sistema de referência para uma descrição quantitativa de posições e movimentos. Para o caso de sistemas de referência verticais, as redes a eles associadas nada mais são que materializações ou realizações físicas de suas coordenadas. Ao longo deste tópico, discorre-se sobre a maneira como é ou como pretende-se realizar a materialização nas principais redes verticais abordadas neste trabalho.

Seguindo este raciocínio tem-se como estado-da-arte preconizado pela IAG (*International Association of Geodesy*) a busca pela materialização de uma Rede Vertical de Referência Global (do inglês, *International Height Reference Frame* – IHRF), a qual nada mais é que uma materialização do já citado IHRF. O uso do futuro do pretérito se deve ao fato de que, até a data de elaboração deste trabalho, não há estações IHRF que materializem o IHRF.

Segundo SÁNCHEZ et al. (2015) e SÁNCHEZ (2016), a principal dificuldade para o estabelecimento de uma realização do IHRF reside no fato que, atualmente, não se pode satisfazer os requisitos para o estabelecimento do GGOS (do inglês, *Global Geodetic Observing System*), – uma rede de referência geodésica global com precisão milimétrica, estabilidade e homogeneidade duradouras, remoção de inconsistências relacionadas à geometria terrestre e a seu campo da gravidade, e o esboço de padrões que permitam definição e realização consistentes. Isto porquê uma materialização do IHRF seria similar a uma materialização do ITRS (*International Terrestrial Reference System*), ou seja, por meio de uma rede global com coordenadas verticais precisas e continuamente monitoradas, apoiada por

densificações nacionais e regionais, que implicaria em integração e transformação entre sistemas de altitudes existentes.

Sob uma óptica mais moderna, Ihde et al. (2017) definem as principais convenções para concretização do IHRF como:

- a) O valor de referência do geopotencial W_0 é obtido através de melhores estimativas. O procedimento para determinação de W_0 deve ser documentado em convenções e guias para assegurar reprodução e interpretação de mudanças; aceita-se o valor de W_0 obtido por IAG (2015);
- b) O elemento central do IHRF é um MGG; isto porque a disponibilidade de MGGs de alta resolução, tais como o EGM2008 ou o EIGEN-6C4, possibilita o cálculo direto de $W(P)$ introduzindo as coordenadas ITRF \vec{X} de qualquer ponto nas equações de expansão em harmônicos esféricos que representam os MGGs; segundo Rummel et al. (2014, apud IHDE et al., 2017), a precisão média esperada após aplicar um destes modelos é da ordem de $\pm 4 \text{ cm}$ a $\pm 6 \text{ cm}$ em regiões bem levantadas, e da ordem de $\pm 20 \text{ cm}$ a $\pm 40 \text{ cm}$, com casos extremos de $\pm 1 \text{ m}$ em regiões esparsamente levantadas;
- c) A diferença de potencial $-\Delta W_p$ em relação ao valor convencionado W_0 deve ser conhecida por meio de uma rede de estações de observações geodésicas de maior precisão existente, onde as observações possam ser geradas para derivar os elementos definidores no maior nível de qualidade possível, consistentes com outros sistemas e redes de referência;
- d) A rede de referência IHRF deve seguir a mesma hierarquia da rede de referência ITRF, isto é, uma rede global com densificações nacionais e regionais. Esta rede deve ser disposta juntamente com:

- a) Marégrafos de referência (pontos locais de datum vertical);
- b) Principais pontos nodais de redes de nivelamento;
- c) Pontos limítrofes conectando vizinhanças de datum vertical;
- d) Estações de referência geométricas (ITRF e densificações);
- e) Observáveis geodésicas fundamentais (conexão entre W_0 , o tempo atômico internacional TAI e gravidade absoluta).

Além disso, estas estações devem, no mínimo, ser continuamente monitoradas para detecção de deformações na rede de referência; referidas ao ITRS/ITRF para conhecimento preciso de suas coordenadas tridimensionais geocêntricas; e conectadas por nivelamento com o datum vertical local, para conhecer precisamente o valor local do número geopotencial e, conseqüentemente, possibilitar unificação do *datum* vertical.

No contexto de América Latina e Caribe, as discussões e os trabalhos para unificação dos data verticais e da adesão ao IHRF são encargo do Grupo de Trabalho “*Datum Vertical*” (GT-III) do Projeto SIRGAS (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas), atualmente presidido pelo Prof. Dr. Silvio Rogério Correia de Freitas. Segundo De Freitas (2016), desde 1997 o GT-III atua para o estabelecimento de um Sistema Vertical de Referência para o SIRGAS (SVRS) na área supramencionada. Bienalmente, é realizado um *workshop* (*Taller SIRGAS*) com representantes nacionais dos países membros do SIRGAS, renomados geodestas e representantes de outros órgãos de interesse, tais como a IAG, para envidar esforços para a adoção de modernas redes verticais, viabilizando uma futura unificação continental e, dentro em breve, uma unificação global.

2.3A Rede Altimétrica Fundamental Brasileira do Sistema Geodésico Brasileiro (RAFB/SGB)

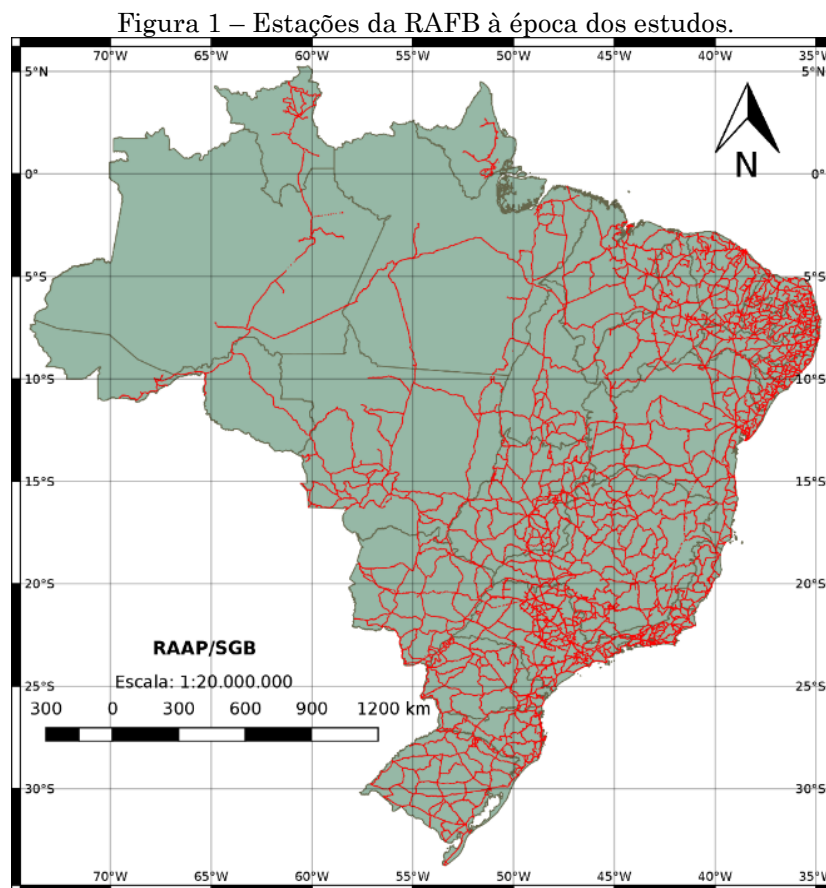
A fundamentação teórica a respeito da Rede Altimétrica Fundamental Brasileira do Sistema Geodésico Brasileiro foi adaptada de LUZ (2008) e IBGE (2011), e baseia-se no ajustamento da rede vigente à época dos estudos. Em julho de 2018, houve o lançamento do reajustamento da rede em função de números geopotenciais, passando a representar as referências de nível em termos de altitudes normais (IBGE, 2018). Maiores detalhes e aprofundamentos sobre a referida rede podem ser encontradas nas referências em questão.

A RAFB teve seu estabelecimento iniciado no ano de 1945, sob a coordenação do então Conselho Nacional de Geografia (CNG). Nos primeiros anos, foram realizados trabalhos de conexão com as redes de nivelamento implantadas pelo Serviço Geográfico do Exército (SGE, 1950, apud LUZ, 2008) e pelo Instituto Geográfico e Geológico de São Paulo (IGG, 1962, apud LUZ, 2008), principalmente na região Sul do país. Deste ponto, a RAFB progrediu, por meio de altitudes niveladas, em direção ao norte do país, através das regiões litorâneas de maior desenvolvimento econômico e demográfico, chegando também à capital federal Brasília.

A partir da década de 1970 e até meados de 2014, a implantação da RAFB foi direcionada ao interior do país, visando a substituir redes de outras instituições e reconstituir trechos destruídos. À época dos estudos, a referida rede contava com 69.859 referências de nível (RRNN) (INDE, 2016b), materializadas por meio de chapas cravadas em estruturas pré-existentes ou por meio de marcos de concreto em formato tronco-piramidal, e distribuídos ao longo do Brasil conforme apresentado na Figura 2. Nos anos mais recentes – mais especificamente entre os anos de 2015 e 2016 – a implantação e reocupação de RRNN tem sido realizada pelo IBGE com um enfoque na conexão dos *data* verticais de Santana e Imbituba, na região do Amapá (DE FREITAS et al., 2016). Todavia, como o trabalho em questão ainda está em

desenvolvimento, seus produtos não são explorados, tampouco mencionados e utilizados ao longo da presente pesquisa.

As altitudes materializadas pela RAFB, por sua vez, eram caracterizadas como altitudes normais-ortométricas ou altitudes pseudo-ortométricas (GEMAEL, 2012). Tais altitudes não estavam em concordância com os pressupostos de alinhamento ao IHRS/IHRF, por não possuírem pleno significado físico. Oriundas de altitudes niveladas, as altitudes normais-ortométricas são obtidas após a aplicação de uma correção denominada correção normal-ortométrica δH^{Nort} , a fim de compensar o não-paralelismo das superfícies equipotenciais, ao desnível de cada seção de nivelamento, atribuindo-lhes um mínimo significado físico (LUZ, 2008).



Fonte: elaborada pelos autores.

A expressão da correção normal-ortométrica descrita por esta referência é apresentada na Equação 8, na qual H_m é a média das altitudes niveladas dos extremos de uma dada seção de nivelamento, $\Delta\varphi$ a correspondente diferença de latitudes, φ_m é o valor médio das latitudes e os parâmetros $\alpha_1 = 0,002644$ e $\alpha_2 = 0,000007$ são oriundos da fórmula de Helmert para a gravidade normal (HELMERT, 1884 apud LUZ 2008).

$$\delta H^{NOrt} \approx -2\alpha_1 H_m \Delta\varphi \sin(2\varphi_m) [1 + (\alpha_1 - 2\alpha_2/\alpha_1) \cos(2\varphi_m)] \quad (8)$$

2.4 Modelagem de altitude normal-geoidal para a RAFB

Conforme abordado por Ferreira et al. (2013), o fato do comportamento das altitudes normais-ortométricas não apresentarem um significado completamente físico faz com que estas estejam referidas a uma superfície de referência diferente das tradicionais – geóide e quase-geóide. Desta forma, tais altitudes não são capazes de suportar a determinação de altitudes físicas pela simples aplicação das Equações 3 e 4.

Em virtude disso, a referência supracitada ainda descreve a dependência entre as altitudes elipsoidais e as altitudes normais-ortométricas aos moldes da Equação 9, na qual η é por ele denominada de altitude normal-geoidal, em analogia à altitude normal-ortométrica.

$$h_p \cong H_p^{NOrt} + \eta_p \Leftrightarrow H_p^{NOrt} = h_p - \eta_p \quad (9)$$

Isto introduziu uma variável adicional a ser considerada no trabalho, tendo em vista que Ferreira et al. (2011) verificou que, tomadas diferentes aproximações para a separação entre o geóide e o quase-geóide, a altitude normal-geoidal η é levemente melhor modelada pela anomalia de altitude ζ do que pela altitude geoidal N , em um estudo-de-caso aplicado a estações ao sul do Brasil. No entanto, a discussão mais aprofundada do tratamento dado

a esta variável é realizada em momento oportuno do presente trabalho. Adicionalmente Nicacio, Dalazoana e De Freitas (2018) realizaram um estudo mais aprofundado demonstrando que esta adequação varia de acordo com a região estudada no território brasileiro.

2.5 Obtenção de altitude normal-ortométrica por GNSS e funcionais do geopotencial

Dentre as técnicas utilizadas para modelagem de altitude geoidal conhecidas e amplamente utilizadas, destaca-se aquela proveniente da conjugação de informações oriundas de observações GNSS e informações oriundas de operações de nivelamento, tal como discorrido por Gemael (2012). Novamente, ao longo dos anos diversos autores utilizaram tal técnica para de fato modelar altitudes geoidais, tais como Ihde (1995) e Sánchez (2013), ou mesmo para densificar informações geoidais já existentes, como Soycan (2014). Todavia, do ponto de vista prático, sabida a relação existente entre as três variáveis envolvidas no cálculo, o conhecimento de quaisquer duas informações permite determinar a terceira.

De um modo análogo, à luz do observado por Ferreira et al. (2011) e já discorrido no item anterior, sabida a relação existente entre altitude elipsoidal h , altitude normal-ortométrica H^{Nort} e a altitude normal-geoidal η , o conhecimento de quaisquer duas informações permite determinar a terceira. Com esta ideia central, propõe-se determinar a altitude normal-ortométrica a partir de altitudes elipsoidais e da melhor escolha entre anomalia de altitude e altitude geoidal para modelagem da altitude normal-geoidal, segundo geração de extratos de MGG.

Entretanto, de maneira próxima à abordada na Introdução, esta determinação pode ser realizada segundo duas ópticas: a absoluta e a relativa. A primeira delas corresponde ao método tradicional para tal determinação, expresso na Equação 9; a segunda abordagem vem, novamente, com o princípio de eliminar erros aditivos já mencionados e, analogamente ao

apresentado na Equação 10, análoga à Equação 4, cujas variáveis também já foram descritas.

$$\begin{cases} H_0^{NOrt} = h_0 - \eta_0^{modelo} = h_0 - \eta_0^{real} - \varepsilon \\ H_P^{NOrt} = h_P - \eta_P^{modelo} = h_P - \eta_P^{real} - \varepsilon \end{cases} \Rightarrow H_P^{NOrt} = H_0^{NOrt} - h_0 + h_P + N_0 - N_P \quad (10)$$

3 Materiais e métodos

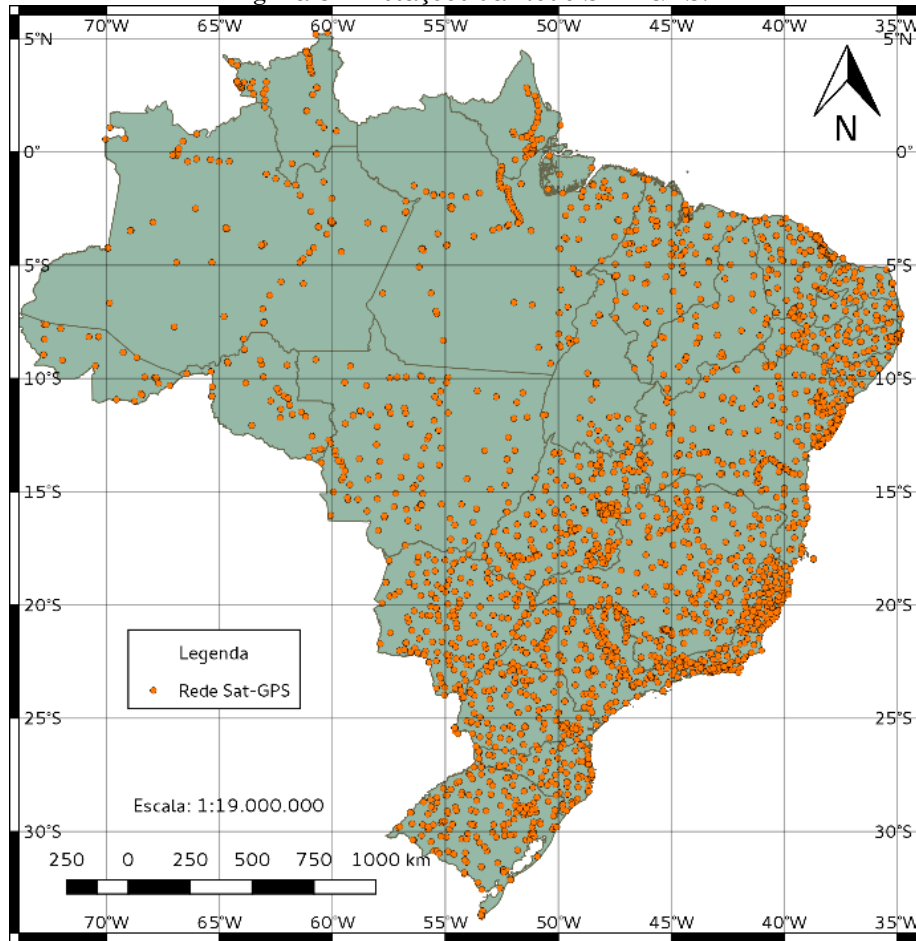
3.1 Dados altimétricos e GNSS

Conforme discorrido por IBGE (2017), o Sistema Geodésico Brasileiro – SGB – é composto fundamentalmente pelas redes altimétrica, planimétrica e gravimétrica. Com o advento das tecnologias espaciais de posicionamento e apoio, estas redes abrangem na atualidade todo o território nacional.

No que diz respeito à rede planimétrica, uma de suas vertentes, na atualidade, é a rede geodésica planimétrica composta por estações SAT-GPS, ou seja, estações cujas coordenadas foram determinadas por meio de rastreamento e obtenção de informações da constelação GPS. Ainda segundo a referência citada, a rede SAT-GPS fornece um referencial planimétrico de alta precisão e de abrangência nacional para usuários que precisem de informações posicionais para diversos fins, como apoio ao mapeamento, demarcação de unidades político-administrativas, obras de engenharia, regulamentação fundiária, posicionamento de plataformas de prospecção de petróleo, delimitação de regiões de pesquisas geofísicas, entre outros. Além de informações planimétricas, as estações GNSS fornecem também coordenadas altimétricas referenciadas ao elipsoide – as altitudes elipsoidais.

Atualmente a rede SAT-GPS conta com 2964 estações (INDE, 2016c), as quais são exibidas na Figura 3.

Figura 3 – Estações da Rede SAT-GPS.



Fonte: elaborada pelos autores.

A obtenção das informações das estações SAT-GPS foi realizada por meio de acesso ao sítio da INDE – Infraestrutura Nacional de Dados. No sítio em questão, é disponibilizada uma ferramenta *web* denominada “Visualizador da INDE” (INDE, 2016a), para visualização e *download* de dados geoespaciais oriundos de autarquias competentes em todas as esferas – inclusive as redes geodésicas nacionais providas e mantidas pelo IBGE. Optou-se por realizar o acesso às informações geoespaciais por meio do Visualizador da INDE por ser possível realizar o *download* das referidas informações em formato *shapefile* (INDE, 2016c). Quando da obtenção dos arquivos vetoriais, cada estação representada por um ponto tem sua correspondente instância na tabela de atributos, na qual estão presentes informações como nome da estação, coordenadas geodésicas em formato grau decimal e sexagesimal, altitude

elipsoidal, precisões das referidas coordenadas e altitude, data de realização da medição, entre outras. Na atualidade, o banco de dados geodésicos do IBGE já conta com ferramenta similar, inexistente à época dos estudos.

Para a obtenção de dados da RAFB, também foi utilizado o Visualizador da INDE, com operação similar e visando a alcançar as vantagens já citadas, em formato *shapefile* (INDE, 2016b). Uma visualização da RAFB foi apresentada na Figura 2.

Conforme discorrido no item anterior, a realização do cálculo tanto pelo método absoluto quanto pelo método relativo pressupõe o conhecimento de dois dos três valores envolvidos nas equações 6 e 7. Para fins da comparação e avaliação proposta por este trabalho, entretanto, devem ser conhecidos os três valores em cada ponto de cálculo, com o objetivo de comparar a discrepância entre o valor calculado e o valor de referência. Desta forma, foi necessário realizar uma operação espacial de interseção entre os dois arquivos anteriores, de modo a encontrar, para a área de estudo, quais estações da rede SAT-GPS possuem conexão com a RAFB. Os pontos resultantes são doravante denominados estações GNSS-RN – pontos nos quais são conhecidas as altitudes elipsoidal e normal-ortométrica.

3.2 Modelos Globais do Geopotencial empregados

Um importante marco na evolução histórica dos MGGs foi o surgimento de modelos gravitacionais baseados não apenas na solução de estimativas de um conjunto de anomalias de gravidade provenientes de observações de órbitas satelitais, mas também providos de observações gravimétricas, observações sobre a topografia do terreno e de altimetria por satélite (adaptado de PAVLIS et al., 2008). O primeiro modelo deste tipo foi o EGM2008, um modelo considerado revolucionário à época de sua elaboração e lançamento, devido à grande quantidade de informações utilizadas para geração dos coeficientes de seu desenvolvimento em harmônicos esféricos e, conseqüentemente, de seu possível desenvolvimento até grau 2190.

Levando-se em consideração esta mesma característica, foram selecionados para emprego no presente trabalho modelos combinados – ou seja, modelos que integram informações gravitacionais derivadas de estudo de órbitas de satélites, informações de gravimetria terrestre e informações de altimetria por satélite – com possibilidades compatíveis com as do modelo EGM2008, principalmente no que diz respeito ao alto grau de desenvolvimento e à alta resolução espacial. A lista e as características dos modelos utilizados encontram-se na Tabela 1. Nesta tabela, verifica-se qual ano de disponibilização do modelo, qual seu máximo grau de desenvolvimento e quais fontes de dados foram utilizadas em seu desenvolvimento. Estes e outros modelos encontram-se disponíveis no sítio do ICGEM (*International Centre for Global Earth Models*), organização responsável por armazenar, gerir e disponibilizá-los ao usuário (BARTHELMES e KÖHLER, 2016).

Tabela 1 – MGGs utilizados no trabalho.

Modelo	Ano	Grau Máximo	Fontes de dados
XGM2016	2017	719	S (GOCO05s), G, A
GOCO05c	2015	720	S, G, A
EIGEN-6c4	2014	2190	S (GOCE, GRACE, LAGEOS), G, A
EGM2008	2008	2190	S (GRACE), G, A

Fonte: adaptado de Barthelmes e Köhler (2016).

Para a obtenção de extratos de funcionais dos MGGs a partir do serviço de cálculo no sítio do ICGEM, optou-se por uma abordagem ponto-a-ponto em detrimento de uma geração em grade e posterior interpolação, a fim de preservar a precisão e as características de cada modelo. Para tanto, foi empregada a ferramenta SPGG – Single Point GEM [Global Earth Models] Generator, uma aplicação *standalone* capaz de gerar extratos dos modelos globais do geopotencial de forma pontual, utilizando uma lista de pontos elaborada e formatada pelo usuário e com a interação direta com o serviço *web* do ICGEM (NICACIO, 2016). Optou-se por esta abordagem com base nos resultados obtidos por Nicacio e Dalazoana (2016), os quais mostraram-se idênticos aos obtidos por inserção ponto-a-ponto no próprio serviço de cálculo.

Utilizando-se a ferramenta em questão e considerando-se os diferentes graus máximos de desenvolvimento dos modelos empregados e as diferentes funcionais do geopotencial, os extratos foram obtidos conforme configurações apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2 – Extratos dos MGGs obtidos para a pesquisa.

Modelo	Graus de desenvolvimento		Funcionais
XGM2016	-	719	Altitude
GOCO05c	-	720	Geoidal (N) e
EIGEN-6c4	2190	720	Anomalia de
EGM2008	2190	720	Altitude (ζ)

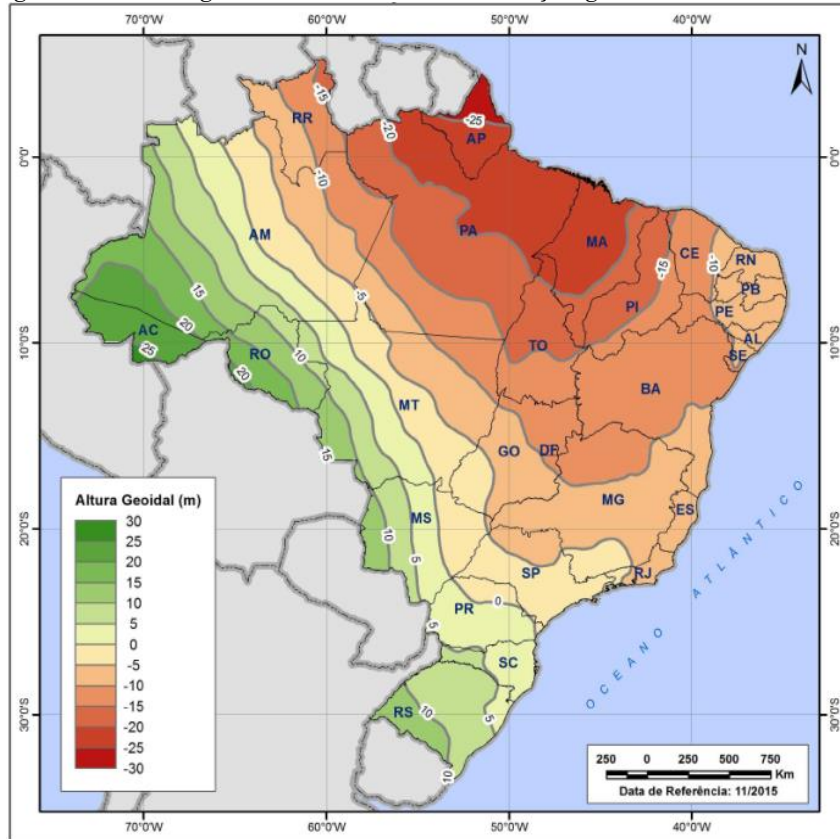
Fonte: adaptado de Barthelmes e Köhler (2016).

3.3O Modelo Geoidal Nacional MAPGEO2015

Tendo em vista sua grande popularidade nacional e o objetivo de verificar a validade das hipóteses ora testadas também em dados provenientes de seu uso, além dos MGG descritos anteriormente, foi utilizado para geração da funcional altitude geoidal o modelo geoidal nacional MAPGEO2015. Elaborado em conjunto pelo IBGE e pela EPUSP – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, este é um produto fruto de mais de duas décadas de cooperação entre estes órgãos, contando com melhorias de versões anteriores – a saber: MAPGEO92, MAPGEO2004 e MAPGEO2010.

Trata-se de um modelo de ondulação geoidal disponibilizado juntamente com um sistema de interpolação que possibilita a usuários a obtenção de altitude geoidal em um ponto ou em um conjunto de pontos do território nacional a partir de suas coordenadas planimétricas. Sua abrangência cobre a área compreendida pelas latitudes 6° N e 35° S e pelas longitudes 75° W e 30° W, referenciadas ao SIRGAS 2000, conforme apresentado na Figura 4 (IBGE, 2015).

Figura 4 – Abrangência do modelo de ondulação geoidal MAPGEO2015.



Fonte: IBGE (2015).

No que diz respeito a sua avaliação, ainda segundo IBGE (2015), o MAPGEO2015 foi avaliado utilizando como referência as altitudes geoidais obtidas pela diferença entre as altitudes normais-ortométricas oriundas do nivelamento geométrico de 592 RRNN em conexão com pontos SAT e as respectivas altitudes elipsoidais referidas ao SIRGAS2000 obtidas por técnica GNSS. Adicionalmente, o MAPGEO2015 foi comparado com seu antecessor MAPGEO2010 nas mesmas RRNN, com vistas de análise de melhorias alcançadas, e com outros MGGs utilizados neste trabalho, conforme mostrado por BLITZKOW et al. (2016). Para esta comparação, foram obtidos os valores estatísticos dispostos na Tabela 3, na qual RMQD representa a raiz média quadrática da diferença.

Tabela 3 – Análise estatística da discrepância de modelos geoidais em relação a conexões GNSS/nivelamento no Brasil (valores em metros).

Modelo	Média	RMQD	Máx	Mín
MAPGEO2015	0,00	0,17	0,49	-0,49
MAPGEO2010	-0,03	0,21	0,90	-0,75
EIGEN-6c4 (grau 2190)	0,05	-0,19	0,74	-1,01
EGM2008 (grau 2190)	0,04	0,27	2,49	-2,85

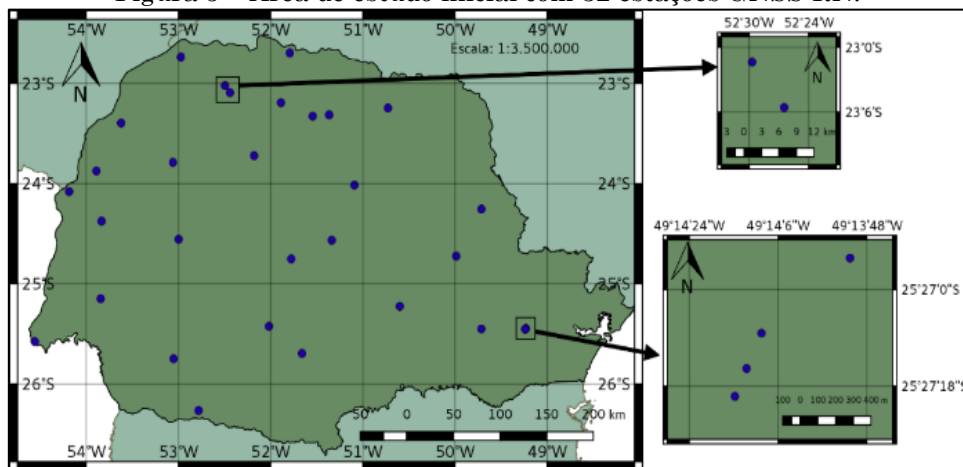
Fonte: Adaptado de Blitzkow et al. (2016).

Desta forma, levando-se em consideração a ampla utilização em âmbito nacional e as características de melhoria por ele impostas, também se utilizou o modelo geoidal MAPGEO2015 no presente trabalho para realizar a comparação proposta.

3.4 Caracterização da área de estudo

Para fins de validação da comparação entre abordagens ora desenvolvidas, escolheu-se como área de estudo o estado do Paraná, localizado na região Sul do Brasil, entre os meridianos 55° W e 50° W e paralelos 22° S e 27° S. Dentro dos conceitos já apresentados, esta região contava inicialmente com 32 estações GNSS-RN, distribuídas de forma não homogênea, conforme Figura 5.

Figura 5 – Área de estudo inicial com 32 estações GNSS-RN.



Fonte: elaborada pelos autores.

Entretanto, ainda na Figura 5, pode-se verificar que apesar da área de estudo inicial apresentar boa distribuição de pontos, ela é não-homogênea, conforme realces inseridos. Isto, para fins de elaboração da comparação proposta, representa um problema, visto que a inferência de padrão de comportamento dos MGGs por área seria afetada pela maior concentração de pontos em uma porção em detrimento de áreas menos concentradas, o que geraria uma tendência (*bias*) ao resultado final e poderia até mesmo invalidá-lo. Desta forma, optou-se por utilizar os critérios de identificação e eliminação de estações GNSS/RN descritos a seguir:

- a) para identificação de estações a serem eliminadas, baseou-se num critério de distâncias mútuas, tomado o limite de distância máxima coerente relativo à resolução espacial do MGG, conforme proposto por SEEBER (2003) e regrado pela Equação 8, na qual n representa o grau em que o MGG foi desenvolvido. Estas distâncias foram obtidas para cada par de pontos por meio do processo iterativo inverso proposto por VINCENY (1975);

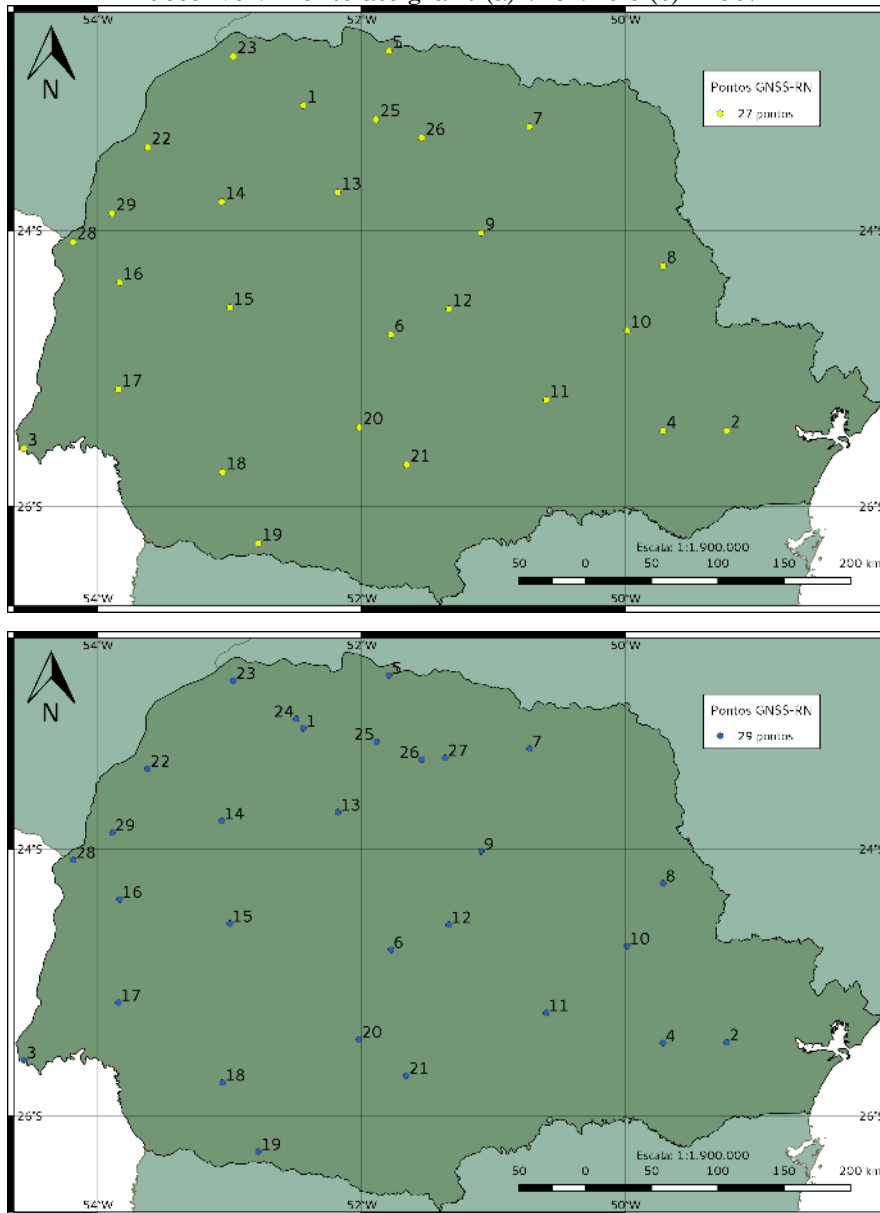
$$\text{Resolução espacial: } D = \frac{20.000}{n} \text{ [km]} \quad (11)$$

- b) para eliminação de estações, optou-se por suprimir aquelas dotadas de menor precisão altimétrica em regiões com maior concentração de estações, com vistas a manter na análise e nos cálculos futuros os pontos mais precisos.

Para exemplificar, tome-se como exemplo a obtenção de extratos de MGG com grau máximo de desenvolvimento 720, cujas resoluções seriam da ordem de $20.000 / 720 \cong 27,78 \text{ km}$, conforme descrito na Equação 11. Assim, estações GNSS/RN que distem menos de $27,78 \text{ km}$ entre si devem ser eliminadas, com exclusão daquelas com menores precisões altimétricas.

Destarte, seguindo estes critérios, a área de estudo final utilizada no presente trabalho, para cada grau de desenvolvimento, é apresentada na Figura 6. Para esta área, foram utilizadas 27 estações para modelos desenvolvidos até grau 720 e 29 para modelos até grau 2190.

Figura 6 – Localização das estações na área de estudo para análise de MGGs com desenvolvimento até graus (a) 719/720 e (b) 2190.



Fonte: elaborada pelos autores.

3.5 Estratégia para comparação entre métodos absoluto e relativo

Para comparar os resultados provenientes da utilização de método absoluto e relativo na determinação de altitude normal-ortométrica, para cada ponto de cálculo P determinou-se seus valores à luz das expressões já descritas nas Equações 9 e 10, nos termos da minimização da discrepância apresentada na Equação 12.

$$\begin{cases} H_P^{NOrt} \\ H_P^{NOrt} \end{cases} \begin{matrix} rel \\ abs \end{matrix} \Rightarrow \min |H_P^{NOrt}_{ref} - H_P^{NOrt}_{calc}| \quad (12)$$

Em suma, para cada ponto, foram comparados os valores absolutos das diferenças entre as altitudes normais-ortométricas de referência ($H_P^{NOrt}_{ref}$) e as altitudes normais-ortométricas calculadas ($H_P^{NOrt}_{calc}$). A escolha do método de melhor desempenho se deu, portanto, naquele que minimizou, na média, esta relação para aquele ponto de cálculo.

Esta comparação entre método absoluto e relativo fomenta, ainda, uma nova decisão: em optando pelo método relativo, como deve ser realizada a escolha do ponto de referência P_0 , a ser utilizado como origem para os cálculos pelo método relativo, conforme regrado pela equação 10? Esta análise aprofundada é omitida deste trabalho, mas adotou-se como ponto P_0 aquele mais próximo do centroide da área de estudo, como aproximação inicial para seu baricentro, tendo em vista dar maior homogeneidade às linhas de base utilizadas na determinação altimétrica.

Desta forma, o ponto identificado como o número 6 nos mapas apresentados na Figura 6 foi adotado como origem para o emprego da metodologia descrita.

4 Resultados e discussões

As Tabelas 4 e 5 apresentam os módulos das diferenças entre os resultados obtidos pela determinação das altitudes normais-ortométricas para MGGs desenvolvidos até grau 2190 e 720, respectivamente, utilizando a funcional anomalia de altitude (ζ) pelos métodos absoluto e relativo comparativamente aos valores de referência, conforme regrado pelas Equações 9 e 10. As diferenças percentuais foram obtidas comparando-se as médias das determinações.

Tabela 4 – Diferenças, em metros, entre método absoluto e relativo para MGGs até grau 2190 e funcional anomalia de altitude na área de estudo.

Modelo	Módulo da Diferença (metros)	Método absoluto	Método relativo	Diferença percentual absoluto/relativo
EGM2008	Mínima	0,1557	0,0171	66,58%
	Média	0,3866	0,1292	
	Máxima	0,6181	0,4930	
EIGEN-6c4	Mínima	0,1076	0,0192	70,94%
	Média	0,3545	0,1030	
	Máxima	0,5474	0,4343	

Fonte: elaborada pelos autores.

Tabela 5 – Diferenças, em metros, entre método absoluto e relativo para MGGs até grau 719 e 720 e funcional anomalia de altitude na área de estudo.

Modelo	Módulo da Diferença (metros)	Método absoluto	Método relativo	Diferença percentual absoluto/relativo
EGM2008	Mínima	0,1556	0,0060	70,73%
	Média	0,3912	0,1145	
	Máxima	0,6502	0,5303	
EIGEN-6c4	Mínima	0,1121	0,0155	71,70%
	Média	0,3572	0,1011	
	Máxima	0,5790	0,4718	
GOCO05c	Mínima	0,1327	0,0015	76,13%
	Média	0,3787	0,0904	
	Máxima	0,6016	0,5213	
XGM2016	Mínima	0,1157	0,0036	74,60%
	Média	0,3689	0,0937	
	Máxima	0,5889	0,5091	

Fonte: elaborada pelos autores.

Analogamente, as Tabelas 6 e 7 apresentam resultados equivalentes aos anteriores, utilizando, contudo, a funcional altitude geoidal (N).

Por fim, a Tabela 8 resume o desempenho do módulo das discrepâncias médias para os métodos relativo e absoluto em relação ao valor de referência para cada modelo, funcional e grau de desenvolvimento.

Tabela 6 – Diferenças, em metros, entre método absoluto e relativo para MGGs até grau 2190 e funcional altitude geoidal na área de estudo.

Modelo	Módulo da Diferença (metros)	Método absoluto	Método relativo	Diferença percentual absoluto/relativo
MAPGEO 2015 (*)	Mínima	0,0022	0,0406	-10,27%
	Média	0,1568	0,1729	
	Máxima	0,5304	0,5873	
EGM 2008	Mínima	0,1353	0,0126	72,98%
	Média	0,4260	0,1151	
	Máxima	0,6810	0,5313	
EIGEN-6C4	Mínima	0,0588	0,0057	72,08%
	Média	0,3936	0,1099	
	Máxima	0,6091	0,4717	

Fonte: elaborada pelos autores.

Tabela 7 – Diferenças, em metros, entre método absoluto e relativo para MGGs até grau 719 e 720 e funcional altitude geoidal na área de estudo.

Modelo	Módulo da Diferença (metros)	Método absoluto	Método relativo	Diferença percentual absoluto/relativo
MAPGEO 2015 (*)	Mínima	0,0022	0,0406	-8,28%
	Média	0,1619	0,1753	
	Máxima	0,5304	0,5873	
EGM2008	Mínima	0,1414	0,0047	73,85%
	Média	0,4313	0,1128	
	Máxima	0,6996	0,5721	
EIGEN-6c4	Mínima	0,0649	0,0096	70,68%
	Média	0,3970	0,1164	
	Máxima	0,6271	0,5125	
GOCO05c	Mínima	0,0855	0,0028	72,46%
	Média	0,4190	0,1154	
	Máxima	0,6526	0,5645	
XGM2016	Mínima	0,0677	0,0017	71,02%
	Média	0,4089	0,1185	
	Máxima	0,6360	0,5486	

Fonte: elaborada pelos autores.

(*) Uma observação no tocante às tabelas 6 a 8 é: quando da aplicação do modelo geoidal nacional MAPGEO2015, não há possibilidade ou mesmo coerência em raciocinar com seu desenvolvimento em diferentes graus, visto que este não configura um modelo global do geopotencial clássico, cujas funcionais são obtidas a partir da expansão do geopotencial em termos de harmônicos esféricos. Desta forma, as linhas com asterisco nas referidas tabelas estão relacionadas à utilização do MAPGEO2015 de maneira clássica sobre os conjuntos de pontos utilizados nos testes para modelos com grau de desenvolvimento 2190 e 720/719, conforme Figura 6.

Tabela 8 – Resumo de discrepâncias médias, para métodos absoluto e relativo, por grau e funcional na área de estudo.

Modelo	Grau	Discrepância (m)			
		Funcional anomalia de altitude (ζ)		Funcional altitude geoidal (N)	
		Método abs	Método rel	Método abs	Método rel
MAPGEO2015 (*)	2190	-	-	0,1568	0,1729
	720	-	-	0,1619	0,1753
EGM2008	2190	0,3866	0,1292	0,4260	0,1151
	720	0,3912	0,1145	0,4313	0,1128
EIGEN-6C4	2190	0,3545	0,1030	0,3936	0,1099
	720	0,3572	0,1011	0,3970	0,1164
GOCO05C	720	0,3787	0,0904	0,4190	0,1154
XGM2016	719	0,3689	0,0937	0,4089	0,1185

Fonte: elaborada pelos autores.

Além disso, das tabelas dispostas anteriormente, principalmente da própria Tabela 8, pode-se verificar que o desempenho do uso do método relativo é de veras superior ao uso do método absoluto para os MGGs. Isto porque, conforme discorrido nos itens anteriores, este procedimento remove erros sistemáticos inerentes ao processo de geração de um determinado modelo. Pela análise das últimas colunas das Tabelas 4 a 7, pode-se atestar que independentemente da funcional empregada ou do grau de desenvolvimento de obtenção dos extratos dos modelos, é perceptível uma

melhoria média superior a 70% nas determinações de altitude normal-ortométrica pelo método relativo em detrimento do método absoluto.

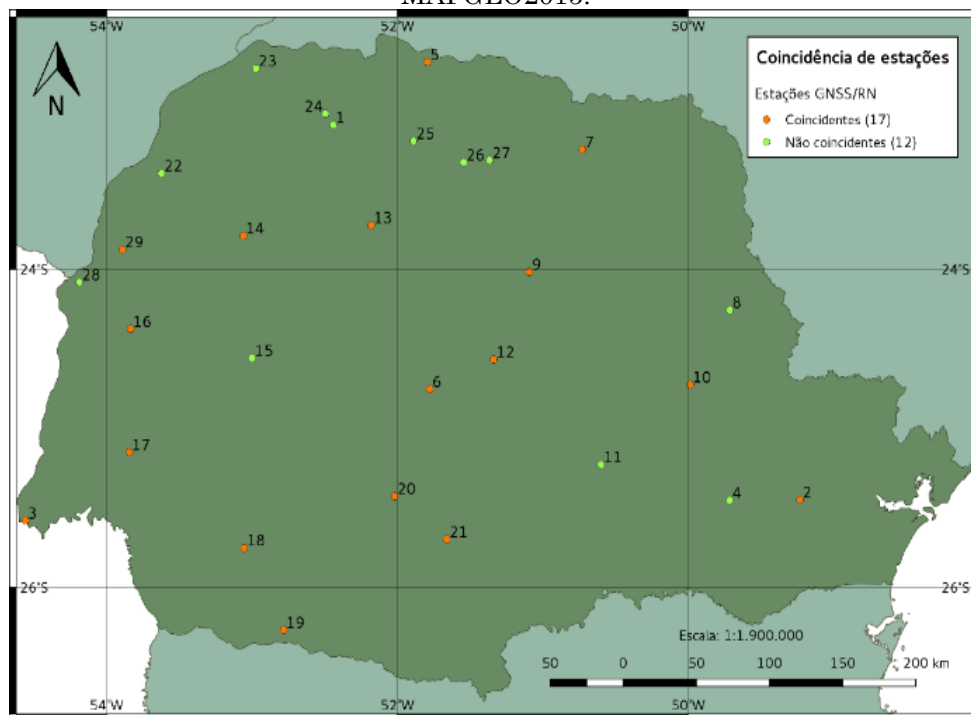
Destacam-se, neste ponto, as melhorias impostas ao MGG GOCO05c em grau de desenvolvimento 720, funcional anomalia de altitude: para o conjunto de 27 pontos utilizados na primeira análise, conforme a tabela 8, há uma diferença média de $0,3787\text{ m} = 37,87\text{ cm}$ entre altitudes normais-ortométricas calculadas pelo método absoluto em relação às altitudes normais-ortométricas de referência, ao passo que esta diferença média é de apenas $0,0904\text{ m} = 9,04\text{ cm}$ pelo uso do método relativo. Todos os outros ganhos merecem atenção, como pode ser comprovado pelo leitor por uma análise direta às tabelas citadas.

Uma exceção a este raciocínio deve ser feita quando se aborda o modelo geoidal nacional MAPGEO2015. Conforme análise das últimas colunas das Tabelas 6 e 7, que representam a funcional altitude geoidal, verifica-se que a conjugação do método relativo com o modelo geoidal nacional implicam, nos casos estudados, em pioras nas qualidades das determinações – sendo estas de 10,27% para os testes referentes até grau 2190, e de 8,28% para aqueles referentes ao grau 720. Associou-se este fato à quantidade e distribuição heterogênea de pontos utilizados para obtenção deste modelo, bem como a existência de um interpolador próprio embutido na ferramenta, a qual viabiliza o cálculo de altitudes geoidais em quaisquer localidades baseado em valores de controle (IBGE, 2015). A existência deste método, um método de interpolação, insere nos valores finais fornecidos pelo modelo erros não-sistemáticos no âmbito do modelo em si, mas dependentes do método de interpolação utilizado. Desta forma, estes erros não puderam ser removidos pelo simples uso do método relativo, podendo a pequena melhoria imposta ser considerada aleatória e dependente do conjunto de pontos utilizados.

Ainda para este modelo, é possível verificar nas mesmas tabelas que o valores mínimos da diferença média para os três conjuntos de pontos são iguais a $0,0022\text{ m} = 2,2\text{ mm}$, ocorrendo no ponto 14 da Figura 6. Realizando-se um comparativo da posição deste ponto com os pontos indicados por IBGE

(2015) como utilizados para a validação do MAPGEO2015, pode-se expandir esta análise para todos os pontos de coincidência entre pontos utilizados para validação do MAPGEO2015 e as estações GNSS/RN utilizadas na área-teste deste trabalho, no conjunto de 29 pontos para grau de desenvolvimento 2190, conforme exibido no mapa da Figura 7. Nesta, as estações GNSS/RN em laranja representam os 17 pontos utilizados em ambos os trabalhos e as estações em verde claro representam os 12 pontos utilizados unicamente neste trabalho.

Figura 7 – Coincidências de estações GNSS/RN utilizadas neste trabalho e na validação do MAPGEO2015.



Fonte: elaborada pelos autores.

Observando-se separadamente as médias dos módulos das diferenças obtidas com o uso do MAPGEO2015 para as estações coincidentes com sua validação e para estações não coincidentes, pode-se gerar a Tabela 9. Para esta tabela, utilizou-se uma formulação que trata as discrepâncias reais, independentemente do sinal, e em módulo, considerando apenas seus valores absolutos por ponto.

Tabela 9 – Resumo de discrepâncias médias, para métodos absoluto e relativo, por grau e funcional na área de estudo.

Pontos	Diferença	Método absoluto		Método relativo	
		Valores reais (m)	Valores em módulo (m)	Valores reais (m)	Valores em módulo (m)
Coincidentes (17)	Máxima	0,2677	0,2678	0,1118	0,4140
	Média	-0,0020	0,1387	-0,1579	0,1788
	Mínima	-0,2582	0,0025	-0,4140	0
Não-coincidentes (12)	Máxima	0,5304	0,5304	0,3745	0,4665
	Média	0,0575	0,1825	-0,0984	0,1634
	Mínima	-0,3106	0,0048	-0,4665	0,0032

Fonte: elaborada pelos autores.

Atentando para a tabela em questão, é notório que o resultado médio obtido considerando valores reais, o uso do método absoluto e em estações coincidentes com pontos de validação do MAPGEO2015 (aproximadamente igual a 2,0 mm) é uma ordem de grandeza melhor do que o resultado equivalente em estações não-coincidentes (aproximadamente igual a 57,5 mm), sendo ambos ainda substancialmente melhores que todos os outros resultados médios com outras combinações possíveis e apresentadas na mesma tabela.

Uma última observação sobre o MAPGEO2015 reside nos dados da Tabela 3 apresentada no item anterior. Nesta tabela, são apresentadas as diferenças máximas e mínimas, considerando valores reais, para os pontos de validação do modelo, em relação ao uso do método absoluto para relacionar altitude normal-ortométrica, altitude elipsoidal e altitude geoidal, nos termos da Equação 3. Para estas diferenças, considerando a região de abrangência nacional, IBGE (2015) aponta uma discrepância máxima e mínima de 0,49 m e -0,49 m, respectivamente (ver Tabela 3). Todavia, considerando-se o emprego de estações da área de estudo não-coincidentes com os pontos de validação e também pertencentes à região Sul, utilizando o mesmo procedimento adotado para a validação, conforme Tabela 9, obtém-se discrepância máxima e mínima de 0,5304 m e -0,3106 m, respectivamente.

Justifica-se o fato do valor mínimo de discrepância obtida nas estações GNSS/RN deste trabalho e não-coincidentes com os pontos de validação do MAPGEO2015 ser superior ao valor obtido quando de sua validação porque a amostra de 29 pontos utilizada para cálculo corresponde a uma fração das conexões utilizadas para validação. Desta forma, as conexões dos outros estados provavelmente apresentam discrepância mínima menor do que para a área de estudo.

Contudo, a discrepância máxima obtida para estações não-coincidentes com pontos de validação (0,5304 m) é maior do que a discrepância máxima nacional do modelo (0,49 m), conforme Tabelas 3 e 9. Desta forma, atesta-se que os valores informados por IBGE (2015) para discrepâncias máxima e mínima, regional ou nacional, aplicam-se somente aos pontos utilizados em sua validação, os quais foram “*selecionados através de criterioso estudo realizado na Rede Altimétrica Brasileira*” (IBGE, 2015).

Regressando à análise global dos módulos das diferenças médias expressos na Tabela 8, extensível às informações presentes nas Tabelas 4 a 7, atesta-se que, quando do uso de MGGs, independentemente de grau de desenvolvimento, funcional ou modelo, a utilização do método relativo sempre traz maior acurácia do que o método absoluto. Para o modelo geoidal nacional MAPGEO2015, entretanto, esta afirmação não é verdadeira, tendo respostas variadas de acordo com o conjunto de pontos calculados. Contudo, conforme a última coluna da Tabela 9, a acurácia média obtida com o uso dos MGGs segundo o método relativo é sempre superior, nas condições testadas e em outras omitidas deste trabalho, ao uso do MAPGEO2015 segundo o método absoluto.

5 Conclusões

Uma comparação entre abordagens absoluta e relativa em determinações altimétricas baseadas em observações GNSS e modelos globais do geopotencial foi apresentada. Discorreu-se brevemente sobre a

fundamentação teórica e o embasamento que a justificam, bem como sobre os parâmetros, as condições e os critérios utilizados para atestar a validade dos resultados obtidos. Incluiu-se, ainda, o modelo geoidal nacional MAPGEO2015 na comparação, tendo em vista seu amplo conhecimento e emprego em âmbito nacional.

Os resultados obtidos mostram que, a partir de uma análise global do módulo das discrepâncias médias em um dado conjunto de pontos, pode-se verificar que, quando do uso dos MGGs, independentemente de grau de desenvolvimento, funcional ou modelo, a utilização do método relativo sempre traz maior acurácia do que o método absoluto. Para a área de estudo adotada, as melhorias impostas pelo método relativo em detrimento do método absoluto são, em média, superiores a 70%, conforme Tabelas 4 a 7.

Já para o uso do MAPGEO2015, não se pôde concluir de maneira similar, sendo suas respostas variadas de acordo com o conjunto de pontos utilizado. Este modelo apresentou tanto situações de piora em acurácia (10,27% e 8,28%, conforme Tabelas 6 e 7) nas situações apresentadas e oscilando em melhora e piora em outras situações omitidas deste trabalho. Justificou-se estes resultados pelo fato da quantidade e distribuição heterogênea de pontos utilizados para obtenção deste modelo, bem como pela existência de um interpolador próprio intrínseco à ferramenta (IBGE, 2015). Sendo assim, os erros inseridos pela interpolação não puderam ser removidos pelo simples uso do método relativo, sendo a pequena melhoria imposta ser considerada aleatória e dependente do conjunto de pontos empregados. Adicionalmente, verificou-se que as estimativas de discrepâncias do modelo geoidal nacional informadas por IBGE (2015) e Blitzkow et al. (2016), relativas às discrepâncias máxima e mínima, regional ou nacional, aplicam-se somente aos pontos utilizados em sua validação.

Por fim, enfatizou-se que a acurácia média obtida com o uso dos MGGs segundo o método relativo é sempre superior, nas condições testadas, ao uso do MAPGEO2015 segundo o método absoluto. Tal constatação traz consigo a recomendação para divulgação e uso da associação entre método relativo e

MGGs em determinações altimétricas, tendo em vista a clara obtenção de resultados mais precisos do que pela abordagem clássica com método absoluto e modelo geoidal nacional. Indica-se, todavia, como possibilidade para trabalhos futuros um estudo de propagação de erros das variáveis cabíveis e mediante manipulações realizadas.

Referências

- BARTHELMES, F. **Definition of Functionals of the Geopotential and Their Calculation from Spherical Harmonic Models**. Relatório Técnico STR09/02. Helmholtz-Zentrum Potsdam, GFZ German Research Centre for Geosciences.
- BARTHELMES, F.; KÖHLER, W. International Centre for Global Earth Models (ICGEM). In: Drewes, H., Kuglitsch, F. Adám, J. et al., The Geodesists Handbook 2016, **Journal of Geodesy**, vol. 90, n. 10, 2016. pp. 907–1205.
- BLITZKOW, D.; DE MATOS, A. C. O. C.; MACHADO, W. C.; NUNES, M. A.; LENGROBER, N. V.; XAVIER, E. M. L.; FORTES, L. P. S. MAPGEO2015: O novo modelo de ondulação geoidal do Brasil. **Revista Brasileira de Cartografia**, vol. 68, n. 10, 2016. pp. 1873-1847.
- DE FREITAS, S. R. C. Perspectivas de actividades de SIRGAS – GT III em vista del IHRG/IHRF. **Anais do Simpósio SIRGAS 2016**, Quito, Equador, 2016.
- DE FREITAS, S. R. C.; SANTACRUZ JARAMILLO, A. G.; LUZ, R. T.; FERREIRA, V. G.; MONTECINO CASTRO, H. D.; CARRIÓN SÁNCHEZ, J. L. Connection of the two segments of the Brazilian Vertical Reference Network. **Proceedings of the 1st Joint Commission 2 and International Symposium on Gravity, Geoid and Height Systems 2016**, Thessaloniki, Grécia, 2016.
- DREWES, H. The changing objectives in geodetic research. **Zeitschrift für Geodäsie, Geo-Information und Landmanagement**, v. 131, n. 5, 2006. pp. 1–7.
- FEATHERSTONE, W. E. Absolute and relative testing of gravimetric geoid models using Global Positioning System and orthometric height data. **Computers & Geosciences**, v. 27, n. 7, 2001. pp. 807–814.

- FERREIRA, V. G.; DE FREITAS, S. R. C.; HECK, B. A separação entre o geoide e o quase-geóide: uma análise no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Cartografia**, vol. 63, 2011. pp. 39-50.
- FERREIRA, V. G.; ZHANG, Y.; DE FREITAS, S. R. C. Validation of GOCE gravity field models using GPS-leveling data and EGM08: a case study in Brazil. **Journal of Geodetic Science**, vol. 3, n. 3, 2013. pp. 209-218.
- GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Física**. Ed. Atualizada. Curitiba: Editora UFPR, 2012.
- HELMERT, F. R. **Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie**. 1ª Ed. Alemanha, 1884.
- HOFMANN-WELLENHOF, B.; MORITZ, H. **Physical Geodesy**. 2ª Ed. New York: Springer Wien. 2006. 403p.
- IAG - INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY. **Resolution (No. 1) for the definition and realization of an International Height Reference System (IHR)**. Relatório Técnico. München, Alemanha: Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut der Technischen Universität München (DGFI-TUM), 2015.
- IBGE. **Ajustamento Simultâneo da Rede Altimétrica de Alta Precisão do Sistema Geodésico Brasileiro**. Relatório Técnico. Rio de Janeiro, 2011.
- IBGE. **Relatório de Desenvolvimento do MAPGEO2015**. Relatório Técnico. Rio de Janeiro, 2015.
- IBGE. **Rede Altimétrica – Cartograma**. Site: <ftp://geoftp.ibge.gov.br/informacoes_sobre_posicionamento_geodesico/rede_altimetrica/cartograma/altitotal.pdf>. Acesso em: setembro de 2016.
- IBGE. **SGB – Sistema Geodésico Brasileiro**. Site: <http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/default_sgb_int.shtm>. Acesso em: março de 2017.
- IBGE. **Reajustamento da Rede Altimétrica com Números Geopotenciais 2018**. Relatório Técnico, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Rio de Janeiro, 2018.
- IHDE, J. Geoid Determination by GPS and Levelling. In: Sünkel H., Marson I. (eds) **Gravity and Geoid**. International Association of Geodesy Symposia, vol 113. Springer, Berlin, Heidelberg. 1995.

- IHDE, J.; SÁNCHEZ, L.; BARZAGHI, R.; DREWES, H.; FOERSTE, C.; GRUBER, T.; LIEBSCH, G.; MARTI, U.; PAIL, R.; SIDERIS, M.. Definition and Proposed Realization of the International Height Reference System (IHRIS). **Surveys in Geophysics**, vol. 3, 2017. pp. 1–22.
- INDE. **Visualizador da INDE**. Site: <<http://www.visualizador.inde.gov.br/>>. Acesso em: agosto de 2016a.
- INDE. **Informações digitais de dados altimétricos - Referência de Nível (BDG_RN)**. Base de Dados em formato *shapefile*: <<http://www.visualizador.inde.gov.br/>>. Acesso em: agosto de 2016b.
- INDE. **Informações digitais de dados plani-altimétricos - GPS (SAT_GPS)**. Base de Dados em formato *shapefile*: <<http://www.visualizador.inde.gov.br/>>. Acesso em: agosto de 2016c.
- LUZ, R. T. **Estratégias para modernização da componente vertical do Sistema Geodésico Brasileiro e sua integração ao SIRGAS**. Tese de doutoramento. Universidade Federal do Paraná, Programa Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, 2008. 228p.
- MELO, L. F. S. **Avaliação de modelos globais do geopotencial para os estados do Maranhão e Piauí**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Paraná, Programa Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, 2011. 116p.
- MUELER, I. I. Reference Coordinate Systems and Frames: concepts and realization. **Journal of Geodesy**, vol. 85, 1985. pp. 181-188.
- NICACIO, E. L. **SPGG – Single Point GEM Generator**. Disponível em: <<http://www.cienciasgeodesicas.ufpr.br/spgg/>>. Acesso em: dezembro de 2016.
- NICACIO, E. L. **Alternativa para determinação de altitudes normais-ortométricas na Amazônia Legal Brasileira**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Paraná, Programa Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, 2017. 228p.
- NICACIO, E. L., DALAZOANA, R. Análise de extratos de modelos globais do geopotencial gerados ponto-a-ponto a partir de uma aplicação *standalone*. **Anais do Simposio SIRGAS 2016**, Quito, Equador, 2016.

- NICACIO, E. L., DALAZOANA, R. Passado e Presente dos Modelos Globais do Geopotencial: Uma Abordagem Conceitual Sobre sua Evolução. **Revista Eletrônica Multidisciplinar FACEAR**, vol. 2, n. 6, 2017. pp. 1-15.
- NICACIO, E., DALAZOANA, R., DE FREITAS, S. R. C. Evaluation of recent combined global geopotential models in Brazil. **Journal of Geodetic Science**, vol. 8, n. 1, 2018. pp. 72-82.
- PAVLIS, N. K.; HOLMES, S. A.; KENYON, S. C.; FACTOR, J. K. The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). **Journal of Geophysical Research**, vol. 117, n. B04406, 2012. pp. 1–38.
- RAPP, R. H. Past and future developments in Geopotential Modeling. In: Forsberg R., Feissel, M., Dietrich, R. (eds) **Geodesy on the Move**. Berlin-New York: Springer-Verlag, 1998.
- SÁNCHEZ, J. L. C. **Generación de una malla de ondulaciones geoidales por el método GPS/nivelación y redes neuronales artificiales a partir de datos dispersos**. Dissertação de mestrado. Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de la Universidad Nacional de La Plata, Argentina. 2013. 184p.
- SÁNCHEZ, L., IHDE, J., BARZAGHI, R., DREWES, H., FÖRSTE, CH., LIEBSCH, G., MARTI, U., SIDERIS, M. Establishment of an International Height Reference System in the frame of GGOS. **Anais do Simposio SIRGAS 2015**, Santo Domingo, Republica Dominicana, 2015.
- SÁNCHEZ, L. Sistemas de referencia vertical. **Anais do Taller SIRGAS en Sistemas Verticales de Referencia 2016**, Quito, Ecuador, 2016.
- SANSÒ, F., SIDERIS, M. G. S. **Geoid Determination – Theory and Methods**. Lecture Notes in Earth System Sciences. v. 110. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2013. 734 p.
- SEEBER, G. **Satellite Geodesy: foundations, methods and applications**. 2ª Ed. Berlin, New-York: Walter de Gruyter, 2003. 589 p.
- SOYCAN, M. Improving EGM2008 by GPS and leveling data at local scale. **Boletim de Ciências Geodésicas**. Curitiba, v. 20, n. 1, 2014. pp. 3-18.
- VINCENY, T. Direct and inverse solutions of geodesics on the ellipsoid with application of nested equations. **Survey Review**, v. XXIII, n. 176, 1975. pp. 88-93.