

AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE UM ALGORITMO BASEADO NO COMPORTAMENTO DE FORMIGAS EM PROBLEMAS DE CAMINHO DE MÍNIMO CUSTO EM AMBIENTES RASTER

Ant colony algorithm performance assessment on solving least-cost-path problems in raster environments

Juan Martín Bravo¹
Walter Collischonn¹
Jorge Víctor Pilar²
Alexandre Gonçalves³

¹Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Instituto de Pesquisas Hidráulicas
Av. Bento Gonçalves, 9500. CEP: 90650-001. Porto Alegre, RS, Brasil.
jumarbra@yahoo.com.ar; collischonn@iph.ufrgs.br

²Universidad Nacional del Nordeste
Facultad de Ingeniería
Av. Las Heras, 727. CP: 3503. Resistencia, Chaco, Argentina
jpilar@ing.unne.edu.ar

³Universidade Técnica de Lisboa
Instituto Superior Técnico
Av. Rovisco Pais, 1049-001. Lisboa, Portugal
alexg@civil.ist.utl.pt

RESUMO

Analogias baseadas na capacidade de algumas espécies de formigas de encontrar o caminho mais curto entre seu ninho e uma fonte de alimento deram origem a uma técnica heurística de otimização denominada *Ant Colony Optimization*. Essa técnica tem sido amplamente utilizada na resolução de problemas de caminho de mínimo custo em ambientes vetoriais. Neste trabalho é apresentada uma versão do algoritmo *Max-Min Ant System* adaptada para a resolução de problemas de caminho de mínimo custo em ambientes raster. O algoritmo encontra, muito provavelmente, o caminho ótimo dado o ponto de início do caminho, o ponto final, um campo de atrito em formato raster e uma função que define os custos incrementais de passagem entre duas celas vizinhas. Essa função depende do valor do atrito nessas celas. Foram realizados cinco testes hipotéticos com níveis crescentes de complexidade, incluindo dois sobre o traçado de obras de engenharia. Embora não foram utilizadas funções de custo reais os resultados obtidos são coerentes e mostram as vantagens do algoritmo. O algoritmo foi capaz de encontrar múltiplas soluções num problema com múltiplos caminhos ótimos. Ainda em outros testes o algoritmo conseguiu identificar caminhos complexos e sinuosos como os que definem o traçado de canais de irrigação ou estradas em zonas de montanha. O algoritmo foi implementado num programa na linguagem Visual Fortran permitindo o seguimento dos resultados parciais na tela do computador.

Palavras chaves: Otimização por colônias de formigas, caminhos de mínimo custo, ambientes raster.

ABSTRACT

Ant colony optimization is a set of heuristic optimization techniques that emulate real ant's colony foraging behavior to find the shortest path between its nest and a food source. Those techniques have been widely used in order to solve least-cost-path problems based on vector's representations. This study presents an adaptation of the traditional Max-Min Ant System algorithm to solve least-cost-path problems on the grid or raster structure, usually used in Geographical

Information Systems. The algorithm finds, generally, the optimal path given a cost-of-passage surface in raster format, the path start and end points and a function that defines the incremental cost-of-passages between two neighboring cells. Five hypothetical tests with increasing complexity are made aiming to assess the model performance, including two of optimal routes identification for linear engineering structures, like canals or roads. Although real cost functions were not used, the results were coherent and showed the algorithm's capabilities. The algorithm was able to find multiple solutions in a problem with multiple optimal paths. In other tests the algorithm was also able to identify complex paths that would define, for example, trajectories of irrigation channels or roads in mountainous zones. The algorithm was programmed in Visual Fortran language allowing partial results presentation on the computer screen.

Keywords: Ant colony optimization, least-cost-path, grid – raster environments.

1. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, pesquisadores de diferentes áreas têm sido inspirados pela observação da natureza para desenvolver novos métodos heurísticos de otimização baseados no comportamento de colônias de insetos. Essas metodologias criaram uma nova área de pesquisa conhecida como *Swarm Intelligence* ou Inteligência Coletiva (BONABEAU *et al.*, 1999; BONABEAU *et al.*, 2000) que se baseia na aplicação do conhecimento adquirido acerca de como colônias de insetos realizam atividades coletivas no desenvolvimento de novos algoritmos de simulação e otimização.

A base biológica que sustenta essas técnicas estabelece que os diversos integrantes de uma colônia de insetos realizam suas atividades por meio de *stigmergy*, uma forma de comunicação indireta através de modificações no ambiente que podem ser percebidas pelos diferentes indivíduos.

Um dos insetos que maior atenção tem recebido são as formigas. A comunicação indireta entre formigas quando procuram alimentos ocorre através de uma substância química que depositam ao se movimentar (BONABEAU *et al.*, 1999). Essa substância produz mudanças no ambiente que são percebidas por outras formigas como um sinal para induzir a escolha de uma determinada trilha. Após um certo período de tempo, os caminhos mais curtos que ligam o ninho à fonte de alimento apresentam os maiores conteúdos dessa substância sendo escolhidos pela maioria dos indivíduos.

Nesse sentido, DORIGO *et al.* (1996) apresentaram um trabalho pioneiro que utilizou uma analogia com o comportamento de formigas na procura de alimentos para desenvolver um método de otimização conhecido como *Ant Colony Optimization*. Essa técnica inclui diversos modelos, como por exemplo, *Ant Systems* (DORIGO *et al.*, 1996); *Max-Min Ant System* (STÜTZLE e HOOS, 1997) e *Ant Colony System* (DORIGO e GAMBARDILLA, 1997). As primeiras aplicações foram realizadas em problemas conhecidos como *least-cost-path* (caminho de mínimo custo) devido a sua evidente analogia com o comportamento real das formigas (DORIGO *et al.*, 1996; DORIGO e GAMBARDILLA, 1997; STÜTZLE e HOOS, 1997; ALMIRÓN, 2000).

Em seguida a aplicabilidade dessas técnicas se expandiu a outros problemas diversos. Foram

desenvolvidos, por exemplo, algoritmos de otimização global (TOKSARI, 2005; YIN, 2003; ZECCHIN *et al.*, 2006; AFSHAR, 2005; JAYARAMAN *et al.*, 2000), algoritmos de solução de problemas sequenciais ou dinâmicos (BAYKASOGLU *et al.*, 2005; ARAÚJO e VITTORI, 2002; ZHANG *et al.*, 2005) e algoritmos de classificação ou mineração de dados (MAIER *et al.*, 2006; YANG e KAMEL, 2006; ADMANE *et al.*, 2006; SHELOKAR *et al.*, 2004; CHEN *et al.*, 2005). Ainda essas técnicas foram aplicadas em problemas de localização muito diversos como RAHOUAL *et al.* (2002), para o problema de cobertura de conjuntos; LEVANOVA e LORESH (2004), para o problema de p-mediana e MATOS (2005) para o problema de roteamento de veículos.

Os problemas de caminho de mínimo custo são problemas particulares de otimização. O problema consiste em encontrar o caminho de menor custo entre dois pontos previamente definidos, dada uma rede de pontos e de arcos unindo esses pontos e dados os custos incrementais associados a cada arco (DOUGLAS, 1994; COLLISCHONN e PILAR, 2000).

Esses problemas podem ser representados num ambiente raster, sendo cada ponto uma cela de uma grade e os arcos os segmentos que unem celas vizinhas. Cada cela tem associado um custo de passagem (atrito) que permite o cálculo de custos incrementais associados a cada arco em função dos custos das celas dos extremos do arco.

Os problemas de caminho de mínimo custo em ambientes raster têm sido geralmente resolvidos através do algoritmo de Dijkstra. Outras técnicas alternativas que podem ser utilizadas para resolver esses problemas são apresentadas em DOUGLAS (1994), LEE e STUCKY (1998), COLLISCHONN e PILAR (2000) e GONÇALVES (2006).

Neste trabalho é apresentada uma versão do algoritmo *Max-Min Ant Systems* (MMAS) (STÜTZLE e HOOS, 1997) adaptada para resolução de problemas de caminho de mínimo custo em ambientes raster. O algoritmo foi implementado num programa na linguagem Visual Fortran que permite o seguimento dos resultados parciais na tela do computador. Por fim, a aplicabilidade do algoritmo é avaliada em cinco testes com diferentes graus de complexidade.

2. BASE BIOLÓGICA

As colônias de formigas são capazes de

encontrar o caminho mais curto entre uma fonte de alimento e seu ninho sem a utilização de dados visuais compartilhando informações em forma indireta. Enquanto se movimentam, as formigas depositam no solo uma substância química denominada feromônio. Essas trilhas de feromônio podem ser percebidas por outras formigas e alterar seu comportamento induzindo a escolha de caminhos com maiores conteúdos dessa substância (DENEUBOURG *et al.* (1989) *apud* BONABEAU *et al.* (1999); GOSS *et al.* (1989) *apud* DORIGO e STÜTZLE (2004); SUMPTER e BEEKMAN, 2003).

Ao início, as primeiras formigas em sair do ninho se movimentam em forma praticamente aleatória. Entretanto, as que saem posteriormente têm sua escolha do caminho a seguir influenciada pelos diferentes conteúdos de feromônio depositados previamente. Os caminhos com maiores conteúdos de feromônio possuem maior probabilidade de serem escolhidos. Dessa forma, as trilhas de feromônio são reforçadas e mais formigas seguem esse caminho.

Na figura 1 é apresentado um exemplo simplificado do comportamento das formigas na procura de alimentos. No início (figura 1(a)), a colônia de formigas está se movimentando através de uma linha reta (trilha de feromônio) que liga o ninho a uma fonte de alimento. Ao surgir um obstáculo (figura 1(b)) que interrompe o caminho anterior, as primeiras formigas que chegam ao obstáculo não podem seguir a trilha de feromônio e escolhem aleatoriamente ir pela esquerda ou pela direita (dado que não existe feromônio ainda nesses caminhos). Assim, pode-se esperar que 50% das formigas escolhem ir pela esquerda e 50% pela direita.

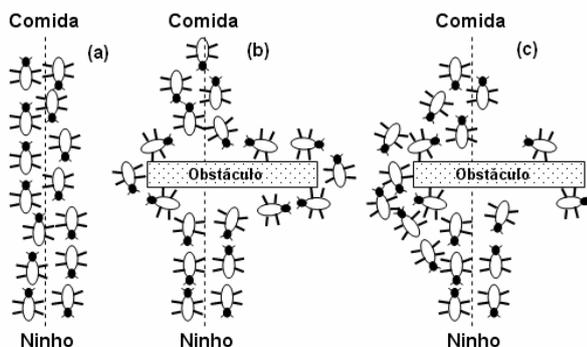


Fig. 1 - Comportamento simplificado das formigas na procura de alimentos.

As formigas que escolheram por acaso o caminho mais curto para contornar o obstáculo encontraram mais rapidamente a trilha original de feromônio em comparação àquelas formigas que escolheram o caminho mais comprido. Dessa forma, o caminho mais curto recebe maiores quantidades de feromônio por unidade de tempo provocando que um número maior de formigas escolha esse caminho. Assim, a escolha das formigas deixa de ser aleatória, possuindo o caminho com maior conteúdo de feromônio uma maior probabilidade de ser escolhido. Finalmente, a maioria das formigas escolherá o caminho mais curto após um certo período de tempo devido a maiores

diferenças de conteúdo de feromônio com o caminho alternativo (figura 1(c)).

É importante ressaltar que embora o comportamento das formigas pareça ser ótimo, na realidade isso não acontece em problemas dinâmicos (GOSS *et al.* (1989) *apud* DORIGO e STÜTZLE (2004)). Se no exemplo apresentado na figura 1 eliminamos o obstáculo após a colônia de formigas tem escolhido ir pelo caminho mais curto contornando o obstáculo, a colônia de formigas continuará pelo mesmo caminho sendo incapaz de encontrar o caminho em linha reta original.

Isto se deve a que a taxa de evaporação do feromônio é muito lenta, e em consequência, tendo um caminho sendo escolhido pela maioria das formigas, a elevada concentração de feromônio nesse caminho não permite encontrar caminhos alternativos.

3. ALGORITMO MMAS PARA PROBLEMAS EM AMBIENTES RASTER

Os algoritmos de otimização baseados no comportamento de colônias de formigas utilizam indivíduos conhecidos como formigas artificiais que imitam o comportamento das formigas reais. Três conceitos do comportamento das formigas reais são bases do funcionamento das formigas artificiais:

- A comunicação indireta entre formigas através de trilhas de feromônio.
- A preferência por caminhos com maiores conteúdos de feromônio.
- A maior taxa de crescimento do conteúdo de feromônio em caminhos mais curtos (nesse caso de menor custo).

As formigas artificiais possuem outros atributos, como a memória e a visão, que favorecem ao melhor desempenho da analogia na resolução de problemas (DORIGO *et al.*, 1996; DORIGO e STÜTZLE, 2004). O significado desses atributos depende do problema analisado e nesse trabalho eles representam:

- A memória permite às formigas artificiais lembrar o caminho que fizeram do ninho até o alimento e, em consequência, eliminar os laços no seu caminho de volta.
- A visão leva em conta o campo de atrito pelo qual estão se movimentando as formigas artificiais e influencia as probabilidades de escolha do sentido e direção de seu avance.

O algoritmo MMAS (STÜTZLE e HOOS, 1997) foi inicialmente desenvolvido e aplicado em problemas de caminho de mínimo custo com representação vetorial, como problemas do caixeiro viajante (STÜTZLE e HOOS, 1997; DORIGO e STÜTZLE, 2004). Entretanto, sua aplicabilidade em problemas de caminho de mínimo custo em ambientes

raster ainda não foi avaliada.

É importante ressaltar que em ambientes raster os resultados obtidos (caminhos de menor custo) são compostos por segmentos de retas que ligam os baricentros de diferentes celas vizinhas. O custo incremental de passagem pelo segmento S_{ij} , que liga duas celas vizinhas i e j é calculado através de uma função que leva em conta o valor do atrito nessas celas como, por exemplo, é apresentado na equação 1:

$$C_{ij} = \frac{A_i + A_j}{2} \quad (1)$$

onde C_{ij} é o custo de passagem pelo segmento S_{ij} ; A_i é o valor de atrito da cela i e A_j é o valor de atrito da cela j .

O algoritmo desenvolvido inicia alocando m formigas (colônia) no ponto inicial do caminho (ninho) e definindo o valor inicial de conteúdo de feromônio (valor constante em tudo o campo) em cada segmento. Posteriormente, cada formiga sai do ninho na procura da fonte de alimento (ponto final do caminho). A escolha da direção e do sentido de avance de cada formiga, numa iteração, é realizada numa janela de 3×3 em forma probabilística conforme a figura 2 e a equação 2. Nesse trabalho uma iteração é um passo de uma formiga na procura da fonte de alimento. Entretanto, um ciclo representa o processo no qual a colônia de formigas sai do ninho, encontra a fonte de alimento e volta ao ninho.

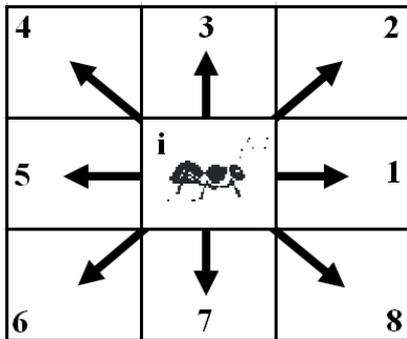


Fig. 2 - Janela de 3×3 celas para escolha da direção e sentido de avance de uma formiga artificial numa iteração.

$$P_{ij}^k = \frac{(\tau_{ij}^k)^\alpha \times (\eta_{ij}^k)^\beta}{\sum_{l=1}^8 [(\tau_{il}^k)^\alpha \times (\eta_{il}^k)^\beta]} \quad \forall j \in [1,8] \quad (2)$$

onde τ_{ij}^k é o conteúdo de feromônio do segmento S_{ij} na iteração k ; η_{ij}^k é a visão da formiga no segmento S_{ij} na iteração k ; P_{ij}^k é a probabilidade de escolha da direção e sentido definida pelo segmento S_{ij} na iteração k de uma formiga localizada na cela i ; α e β são dois parâmetros do algoritmo que definem os pesos relativos entre a informação definida com base no conteúdo de feromônio do segmento e de visão das formigas artificiais.

O valor de visão (η_{ij}) no segmento S_{ij} depende

do custo incremental de passagem (C_{ij}) e pode ser definido, por exemplo, como indicado na equação 3:

$$\eta_{ij} = \frac{1}{C_{ij}} \quad (3)$$

Observa-se que o termo de visão privilegia a escolha de segmentos de menor custo incremental.

Cada formiga artificial segue um caminho escolhendo sua direção e sentido de avance com base na equação 2 até chegar à fonte de alimento (ponto final). Finalmente, todas as formigas se encontram na fonte de alimento sendo conhecido seu caminho ninho-comida. Ainda são conhecidos os custos incrementais de cada segmento que compõe o caminho ninho-comida de cada formiga. Entretanto, os caminhos percorridos pelas formigas artificiais podem apresentar laços que devem ser eliminados no caminho de volta. Os laços são eliminados fazendo uso da memória de cada formiga. Posteriormente é calculado o custo acumulado do caminho ninho-comida sem laços definido por cada formiga artificial utilizando a equação 4:

$$CA^Z = \sum_{Nsemlaços^Z} C_{ij} \quad Z=1,m \quad (4)$$

onde CA^Z é o custo acumulado do caminho sem laços seguido pela formiga Z ; C_{ij} é o custo incremental de passagem pelo segmento S_{ij} ; $Nsemlaços^Z$ identifica os segmentos que fazem parte do caminho ninho-comida sem laços seguido pela formiga Z .

Ao chegar aqui, todas as formigas artificiais se encontram no ponto final do caminho (fonte de alimento) sendo conhecido o caminho ninho-comida sem laços de cada formiga e o custo acumulado de dito caminho. A seguir, a formiga com o caminho de menor custo acumulado neste ciclo é identificada (Z^*) e o custo acumulado de seu caminho sem laços definido pela equação 5:

$$C_K^* = \min(CA^Z) \quad Z=1,m \quad (5)$$

onde C_K^* é o custo acumulado do caminho de menor custo encontrado no ciclo K .

Em seguida, C_K^* é comparado com C^+ (caminho de menor custo encontrado até o ciclo $K-1$). No caso que C_K^* seja menor que C^+ , o valor de C^+ é atualizado e passa a ser igual a C_K^* .

Posteriormente inicia o retorno de cada formiga ao ninho pelo caminho ninho-comida sem laços. No seu retorno as formigas depositam em cada segmento do caminho percorrido uma determinada quantidade de feromônio. A forma em que o conteúdo de feromônio dos diferentes segmentos é atualizado após cada ciclo diferencia aos algoritmos de otimização baseados no comportamento de colônias de formigas. No modelo MMAS, a formiga Z^* cujo caminho resultou com um custo acumulado igual a C_K^* deposita, em cada segmento sendo atravessado na sua volta ao ninho, uma

quantidade constante de feromônio (STÜTZLE e HOOS, 1997). Essa quantidade depende do valor do custo acumulado previamente calculado. Assim, os segmentos do caminho que apresentou o menor custo acumulado nesse ciclo recebem incrementos no seu conteúdo de feromônio. A quantidade de feromônio depositada em cada segmento é dada pela equação 6:

$$\Delta\tau^* = \frac{1}{C^*_{\text{K}}} \quad \text{se } S_{ij} \text{ pertence Nsemlaços}^{Z^*} \quad (6)$$

$$\Delta\tau^* = 0 \quad \text{se } S_{ij} \text{ não pertence Nsemlaços}^{Z^*}$$

onde $\Delta\tau^*$ é a quantidade de feromônio depositada pela formiga Z^* em cada segmento percorrido.

Entretanto, a uma determinada frequência de ciclos (aqui denominada *delta*), o incremento de feromônio é depositado nos segmentos correspondentes à melhor solução encontrada até esse ciclo (C^+) (DORIGO e STÜTZLE, 2004). Isto evita a perda de informação valiosa reforçando o conteúdo de feromônio nesses segmentos. Nesse caso, o incremento de feromônio é calculado pela equação 7:

$$\Delta\tau^+ = \frac{1}{C^+} \quad \text{se } S_{ij} \text{ pertence Nsemlaços}^{Z^+} \quad (7)$$

$$\Delta\tau^+ = 0 \quad \text{se } S_{ij} \text{ não pertence Nsemlaços}^{Z^+}$$

onde $\Delta\tau^+$ é a quantidade de feromônio depositada nos segmentos da melhor solução até o ciclo atual. Por fim, a equação 8 define o conteúdo de feromônio de cada segmento do campo após o ciclo K da colônia de formigas artificiais.

$$\tau_{ij}^{K+1} = \tau_{ij}^K \times (1-\rho) + \Delta\tau^{*ou+} \quad (8)$$

onde τ_{ij}^{K+1} é o conteúdo de feromônio no segmento S_{ij} no ciclo K+1; τ_{ij}^K é o conteúdo de feromônio do segmento S_{ij} no ciclo K; $\Delta\tau^{*ou+}$ é a quantidade de feromônio depositada pela formiga Z^{*ou+} em cada segmento; ρ é a taxa de evaporação do feromônio ($0 < \rho < 1$).

Com o objetivo de evitar engarrafamentos o modelo MMAS considera patamares (τ_{max} e τ_{min}) no conteúdo de feromônio dos segmentos (STÜTZLE e HOOS, 1997; DORIGO e STÜTZLE, 2004). Os engarrafamentos se apresentam quando a colônia de formigas artificiais converge rapidamente a uma única solução, eliminando a possibilidade de continuar explorando outros segmentos do campo (DORIGO *et al.*, 1996; STÜTZLE e HOOS, 1997).

Os valores de τ_{max} e τ_{min} são definidos com base no problema analisado. Nesse trabalho, o valor de τ_{max} foi calculado através da equação 9 (DORIGO e STÜTZLE, 2004):

$$\tau_{\text{max}}^{K+1} = \frac{1}{\rho \times C^+} \quad (9)$$

onde τ_{max}^{K+1} é o conteúdo máximo de feromônio de um segmento no ciclo K+1; ρ é a taxa de evaporação e C^+ é o custo acumulado da melhor solução encontrada até esse ciclo.

Ao considerar um valor de τ_{min} a probabilidade de escolha de um determinado segmento que liga duas celas vizinha pode ser relativamente baixa, mas sempre será um valor maior que zero. Assim, segmentos que não receberam incrementos no seu conteúdo de feromônio até o ciclo atual ainda podem ser escolhidos.

Nas aplicações prévias do algoritmo MMAS em representações vetoriais o mesmo valor de τ_{min} foi considerado para todos os segmentos (STÜTZLE e HOOS, 1997). Entretanto, em ambientes raster parece mais conveniente definir um valor de τ_{min} com base na janela de 3x3 celas que as formigas artificiais utilizam em cada iteração. Assim, nesse trabalho o valor de τ_{min} é definido com base no conteúdo de feromônio dos segmentos que ligam uma cela central (i) às oito vizinhas (j=1,8) e aplicado somente a esses oito segmentos (equação 10). Embora o valor absoluto de τ_{min} não seja o mesmo para todos os segmentos do campo, seu valor representa uma porcentagem do total de feromônio existente nos segmentos da janela de 3x3 celas. O valor dessa porcentagem permanece constante em todos os segmentos do campo.

$$\tau_{\text{min}}^{i,K+1} = \phi \times \sum_{j=1}^8 \tau_{ij}^K \quad (10)$$

onde $\tau_{\text{min}}^{i,K+1}$ é o conteúdo mínimo de feromônio de um segmento que liga a cela i a qualquer das oito celas vizinhas no ciclo K+1; ϕ é um parâmetro de valor constante ($0 < \phi < 0,05$); τ_{ij}^K é o conteúdo de feromônio do segmento S_{ij} no ciclo K. Dessa forma, o conteúdo de feromônio de cada segmento do campo após o ciclo K da colônia de formigas artificiais (definido pela equação 8) deve se encontrar dentro dos patamares τ_{min} e τ_{max} .

Finalmente, todas as formigas se encontram novamente no ponto inicial do caminho (ninho) tendo alterado o campo de feromônio com base nos resultados obtidos ao se movimentar na procura da fonte de alimento. Os segmentos do caminho com menor custo acumulado receberam incrementos de feromônio. A seguir, inicia um novo ciclo com a saída de cada formiga na procura da fonte de alimento. O processo se repete um número determinado de ciclos até satisfazer o critério de parada.

A estrutura do algoritmo pode ser descrita como a seguir:

1. Dados de entrada

- Campo de atrito em formato raster;
- Ponto inicial (ninho) e ponto final (fonte de alimento) do caminho;
- Função para o cálculo do custo incremental de passagem por um segmento;
- Número de indivíduos da colônia de formigas artificiais (m);
- Número máximo de ciclos (c_{max}) da colônia de

formigas;

2. Iniciar

- $K = 1$ (K identifica o ciclo atual);
- colocar as m formigas no ninho (ponto inicial do caminho);

3. Processo iterativo

Em cada ciclo ($K=1, cmax$) e para cada formiga ($Z=1, m$) num ciclo:

- Saída do ninho na procura da fonte de alimento. É utilizada uma janela 3×3 para definição do segmento a ser seguido com base na equação 2;
- Definição do caminho ninho-comida e dos custos incrementais dos segmentos percorridos;
- Identificação do caminho ninho-comida sem laços;
- Cálculo do custo acumulado do caminho ninho-comida sem laços;

Todas as formigas no ponto final:

- Identificação da formiga com o caminho de menor custo acumulado no ciclo K (Z^*);
- Identificação da formiga com o caminho de menor custo acumulado até o ciclo K (Z^+);

Todas as formigas retornam ao ninho:

- Depósito do incremento de feromônio $\Delta\tau^*$ ou $\Delta\tau^+$ no caminho sem laços da solução Z^* ou Z^+ ;
- Atualização do conteúdo de feromônio nos segmentos com base na equação 8;
- Cálculo de τ_{min} e τ_{max} através da equação 9 e da equação 10;
- Verificação do conteúdo de feromônio nos segmentos dentro dos limites;

Todas as formigas no ponto inicial.

Salva caminho ninho-comida sem laços com menor custo acumulado até o ciclo K .

Final do processo iterativo.

4. Resultados

- Segmentos que definem o caminho de menor custo acumulado em cada ciclo e valor correspondente do custo acumulado.

4. APLICAÇÕES DO ALGORITMO

O algoritmo matemático foi implementado na linguagem de programação Visual Fortran. A seguir foram realizados dois conjuntos de testes. No primeiro conjunto foram resolvidos três problemas hipotéticos de caminho de mínimo custo com níveis crescentes de complexidade. O segundo conjunto inclui dois problemas de definição de caminho de mínimo custo em obras de engenharia: o traçado de um canal para irrigação e o traçado de uma estrada numa zona montanhosa.

Os valores dos parâmetros α , β , ρ e ϕ do algoritmo foram os mesmos para todos os problemas resolvidos, $\alpha=1$; $\beta=1$; $\rho=0,01$ e $\phi=0,02$. O número de indivíduos da colônia de formigas para o primeiro conjunto de problemas foi $m=25$. Entretanto, dada a maior complexidade do segundo conjunto de problemas, nesse caso foi utilizado $m=100$.

4.1 Um obstáculo simples

O primeiro problema resolvido apresenta um campo de atrito inicialmente homogêneo ao qual foi agregado um obstáculo que interrompe a linha reta que ligaria dois pontos do campo. Dessa forma esse problema (Fig. 3) apresenta uma situação similar à existente na figura 1. O campo de atrito possui celas “chão” (na cor branca) que apresentam um atrito unitário, e celas “obstáculo” (na cor preta) que apresentam um atrito igual a 100 unidades. O campo possui 50 filas por 15 colunas.

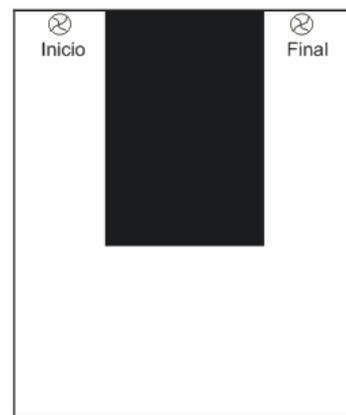


Fig. 3 - Esquema do primeiro problema resolvido.

O custo incremental de passagem pelos diferentes segmentos foi calculado utilizando a equação 1. Assim, dentro do campo homogêneo (celas da mesma cor) um passo da formiga em diagonal, horizontal ou em vertical apresenta um mesmo custo incremental.

Este primeiro teste tenta simular o comportamento das colônias de formigas na natureza e mostrar a grande capacidade do algoritmo de encontrar caminhos de menor custo contornando obstáculos. A figura 4 apresenta os resultados parciais obtidos entre diferentes ciclos. Observa-se na figura 4(a) que os caminhos de menor de custo encontrados pelas formigas nos ciclos iniciais já evitam o obstáculo. Na medida em que cresce o número de ciclos (fig. 4(b) e fig. 4(c)) os caminhos de menor custo acumulado vão sendo aperfeiçoados (eliminação dos segmentos horizontais nas laterais do obstáculo e dos segmentos verticais embaixo do obstáculo). Finalmente na figura 4(d) são apresentados os caminhos de mínimo custo encontrados pelo algoritmo depois de 6000 ciclos.

A figura 4(d) mostra que o resultado deste problema é um conjunto de soluções que apresentam o mesmo valor de custo acumulado, como era esperado. Isto pode ser considerado uma grande vantagem da técnica desenvolvida devido a que outros algoritmos, como por exemplo o algoritmo de Dijkstra, apenas encontrariam uma dessas soluções a cada rodada de simulação.

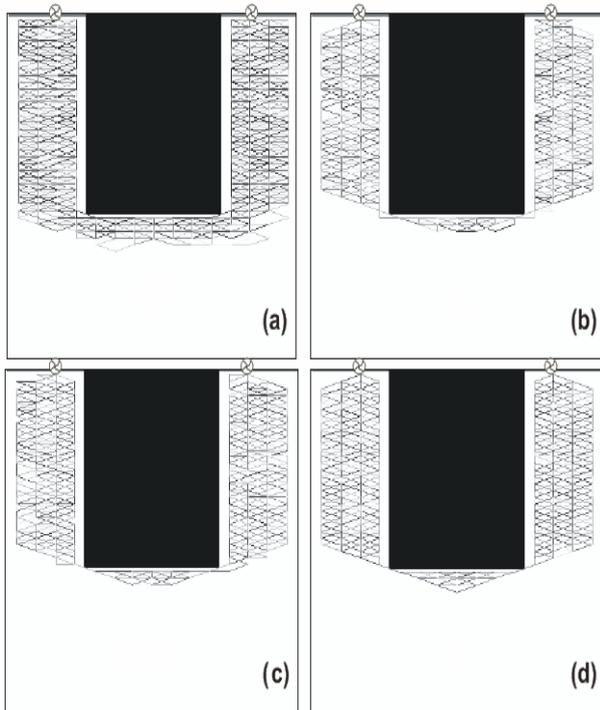


Fig. 4 – Caminhos de mínimo custo obtidos no primeiro problema em função do número de ciclos: (a) até o ciclo 500; (b) entre o ciclo 501 e 1000; (c) entre o ciclo 1001 e 2000; (d) resultados obtidos depois de 6000 ciclos.

A figura 5 apresenta algumas estatísticas dos resultados obtidos. Observa-se na figura 5(a) que 400-

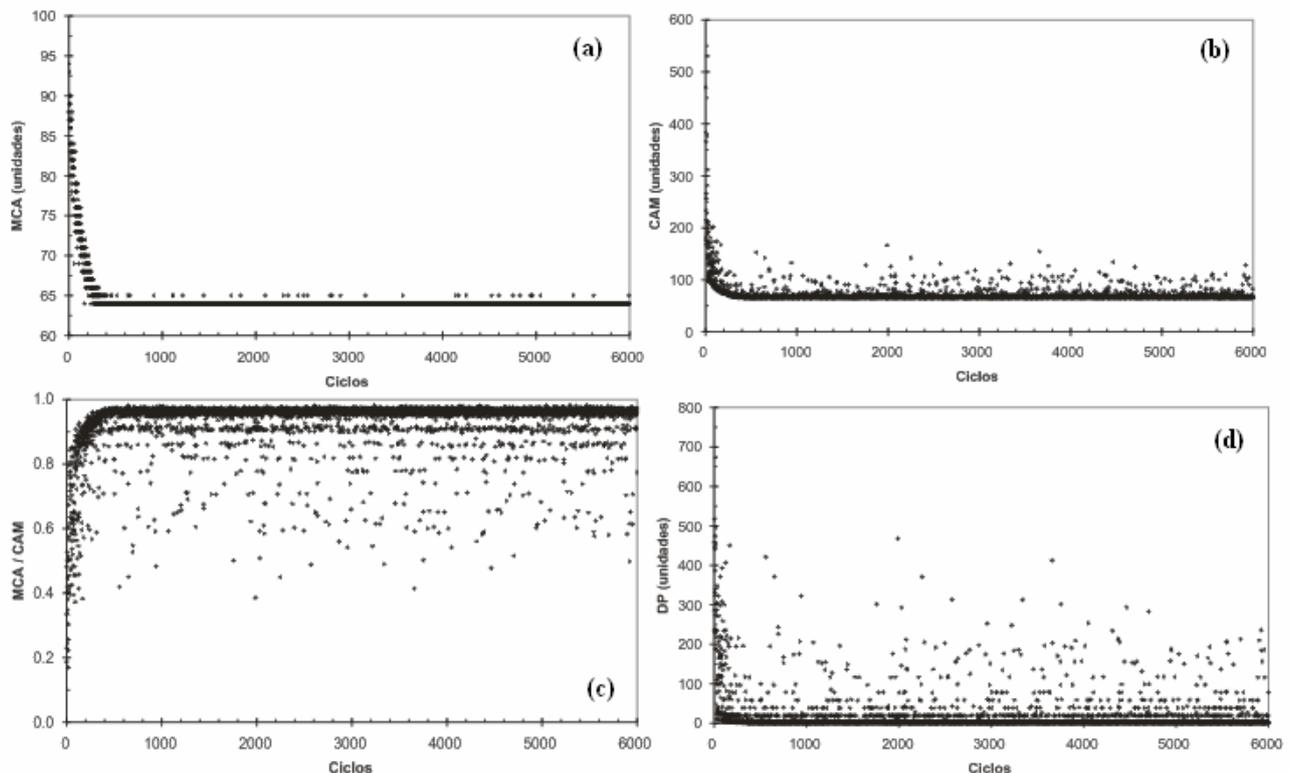


Fig. 5 - Resultados do primeiro problema em função do número de ciclos: (a) Custo acumulado do caminho de menor custo (MCA); (b) Custo acumulado médio dos caminhos definidos pela colônia de formigas (CAM); (c) Relação MCA/CAM; (d) Desvio padrão do custo acumulado dos caminhos da colônia de formigas (DP).

500 ciclos são necessários para encontrar caminhos com o valor mínimo de custo acumulado (MCA=64) que contornam o obstáculo. Por sua vez, as restantes figuras (fig. 5(b)-5(c)-5(d)) mostram que o algoritmo continua na busca de novas soluções alternativas às já encontradas. Na figura 5(d) o desvio padrão (DP) nunca é igual a zero, na figura 5(b) o valor do custo acumulado médio (CAM) apresenta maiores valores que o correspondente ao caminho de menor custo acumulado e na figura 5(c) o quociente MCA/CAM alcança um valor próximo a um, mas é sempre inferior. Isto pode ser de grande utilidade em problemas dinâmicos onde o caminho de menor custo pode mudar ao longo do tempo.

4.2 Um obstáculo mais complexo

O segundo problema resolvido apresenta um campo de atrito similar ao do primeiro problema. Nesse caso, o atrito das celas obstáculo (cor preta) é igual a 10 unidades e o obstáculo apresenta uma abertura (fig. 6(a)) que define um caminho de menor custo acumulado passando por sobre duas celas obstáculo. A resolução desse problema teve o objetivo de avaliar a capacidade do algoritmo de encontrar soluções ótimas embora contenha segmentos que a visão das formigas penaliza (a visão privilegia a escolha de segmentos de menor custo incremental, isto é, segmentos que ligam celas da mesma cor).

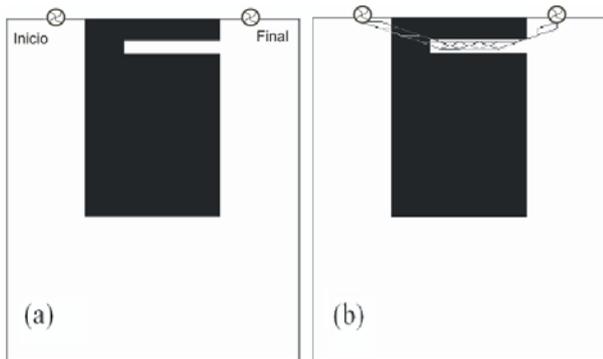


Fig. 6 - (a) Esquema do segundo problema resolvido; (b) Caminhos de menor custo acumulados obtidos depois de 6000 ciclos.

A figura 6(b) mostra que o resultado deste problema também é um conjunto de soluções que apresentam o mesmo valor de custo acumulado, como era esperado. Entretanto, observa-se na figura 7 que já nos ciclos iniciais o algoritmo desenvolvido consegue encontrar caminhos que passando por sobre as duas celas obstáculo chegam ao ponto final através da abertura existente (valores menores a 30).

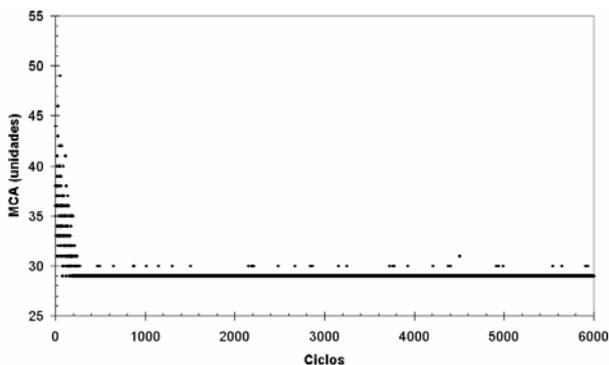


Fig. 7 - Custo acumulado do caminho de menor custo (MCA) em função do número de ciclos no problema 2.

4.3. Problema do labirinto

O terceiro problema resolvido trata-se de um labirinto, um jogo tradicional de encontrar o caminho que comunica dois pontos, o ponto de entrada ao labirinto e o ponto de saída. O arquivo em formato raster desenvolvido é apresentado na figura 8. Nessa representação existem celas “chão” (na cor branca), que possuem um atrito unitário, e celas “parede” (na cor preta) que possuem um atrito igual a 1000 unidades. O campo possui 105 filas por 132 colunas.

Esse problema apresenta um maior nível de complexidade que os anteriores devido ao irregular que resulta o caminho que liga a entrada à saída do labirinto e ainda pelo maior número de celas do campo analisado. A resolução deste problema teve o objetivo de avaliar a capacidade do algoritmo desenvolvido de encontrar caminhos complexos e sinuosos, mas de menor custo acumulado. O custo incremental de passagem pelos diferentes segmentos é calculado através da equação 1.

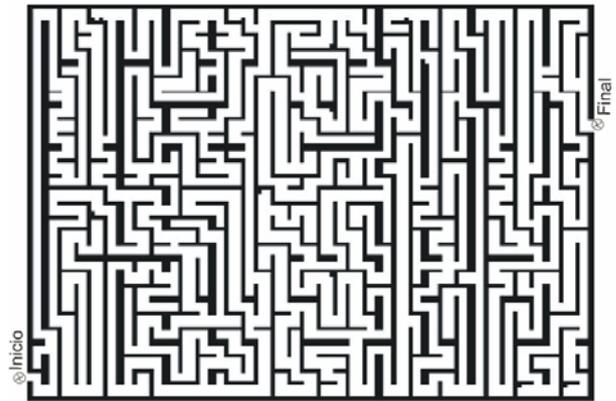


Fig. 8 - Esquema do problema do labirinto.

A figura 9 apresenta a evolução do custo acumulado do caminho de menor custo (MCA) em função do número de ciclos. Observa-se nessa figura que em torno do ciclo número 1000 as formigas artificiais já encontram uma solução próxima ao valor ótimo permanecendo, nos restantes ciclos, com valores muito próximos a dito valor.

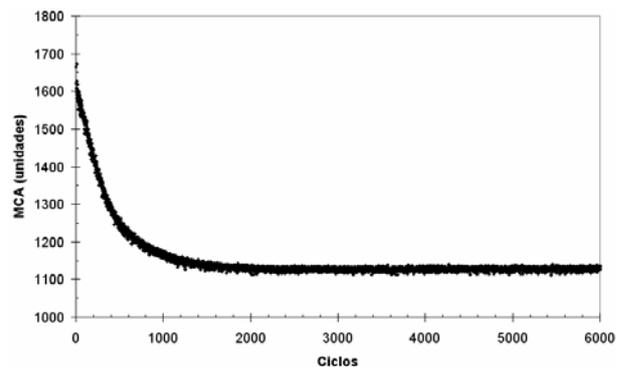


Fig. 9 - Custo acumulado do caminho de menor custo (MCA) em função do número de ciclos no problema do labirinto.

A figura 10 apresenta os resultados parciais desse problema obtidos entre diferentes ciclos. Observa-se na figura 10(a) que os caminhos seguidos pelos diferentes integrantes da colônia de formigas nos ciclos iniciais exploram tudo o campo de atrito. Observa-se ainda que muitos dos caminhos passam por sobre as celas parede. Entretanto, na medida em que cresce o número de ciclos, a colônia de formigas vai abandonando os caminhos que apresentam maiores custos acumulados (evitando cruzar por sobre as celas parede do labirinto) e começa a se observar um caminho preferencial pelo qual a maioria das formigas vai circulando (fig. 10(b)).

Com um maior número de ciclos (fig. 10(c)) o caminho preferencial das formigas é claramente percebido. As formigas já não passam por sobre celas parede. Finalmente na figura 10(d) é apresentado o caminho de menor custo depois de 6000 ciclos do algoritmo.

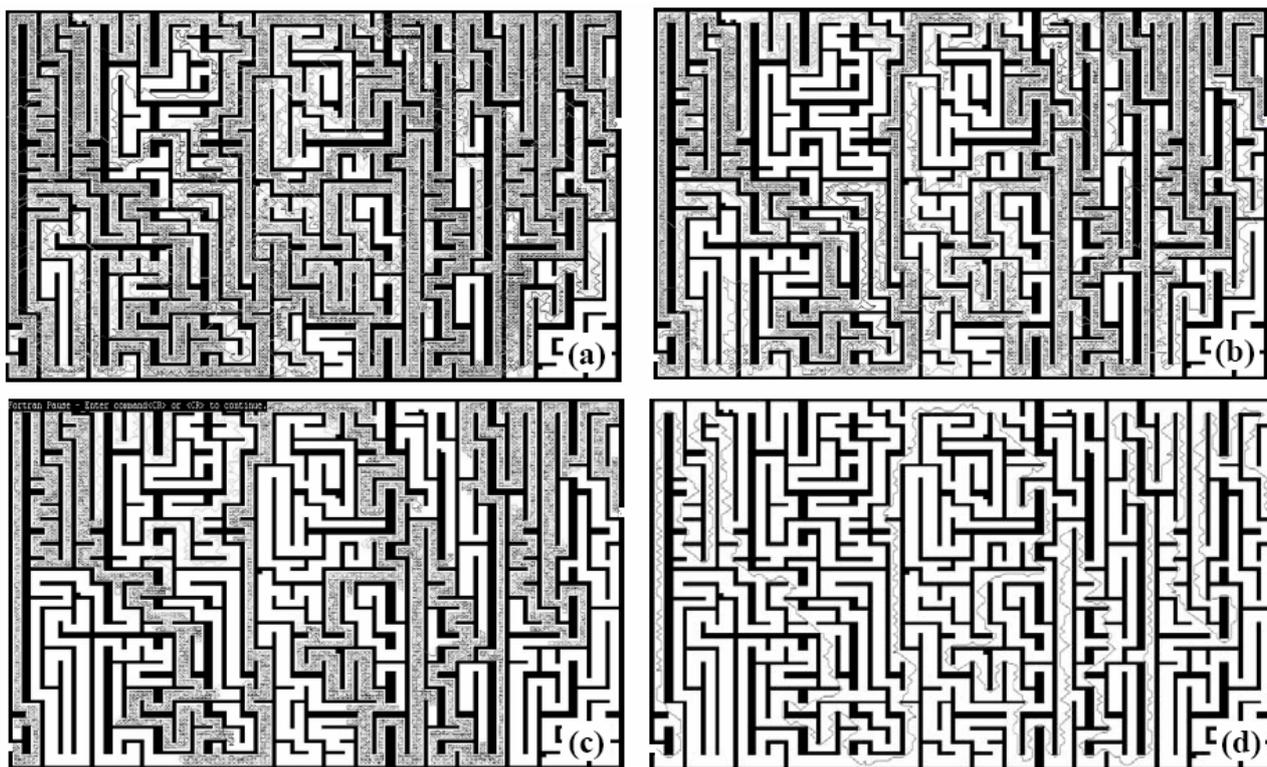


Fig. 10 - Resultados parciais do problema do labirinto: (a) caminhos da colônia de formigas até o ciclo 20; (b) caminhos da colônia de formigas entre o ciclo 21 e 50; (c) caminhos de menor custo entre o ciclo 100 e 1000; (d) caminho de menor custo obtido depois de 6000 ciclos.

4.4. Problemas de engenharia

O algoritmo MMAS adaptado para ambientes raster foi testado sobre dois MNTs (modelos numéricos do terreno) hipotéticos, representando aplicações potenciais no traçado de canais de irrigação e de estradas.

A primeira aplicação é um caso hipotético de otimização do traçado de um canal de irrigação entre dois pontos, sobre um MNT com vales e montanhas. Na definição do traçado de um canal para irrigação, o melhor caminho deve ser curto e nunca deve apresentar declividades negativas (COLLISCHONN e PILAR, 2000).

O MNT foi utilizado para calcular as declividades entre celas vizinhas. A declividade é a variável que será utilizada para definir os custos incrementais de passagem por segmentos que ligam celas vizinhas. A função de custo utilizada (fig. 12) procurou penalizar a declividade negativa com valores de custo muito altos. As posições de início e final do canal foram escolhidas de forma a testar a capacidade do algoritmo de contornar obstáculos.

O MNT utilizado possui 114 filas por 101 colunas e é apresentado na figura 11. As cotas mais elevadas são representadas com cores mais claras.

O traçado ótimo encontrado é apresentado na figura 11 (linha na cor branca). Embora não exista garantia em que seja o verdadeiro valor ótimo do problema, o fato de encontrar esse mesmo traçado ótimo em diferentes inícios do algoritmo faz acreditar que o

valor encontrado é realmente o verdadeiro ótimo do problema. Observa-se que o traçado definido contorna a região mais elevada localizada no centro e na margem superior direita do MNT. Ainda, na parte mais próxima do ponto final do traçado, observa-se que o ingresso ao vale é feito em forma gradual sendo evitadas as declividades negativas e as declividades positivas muito acentuadas.

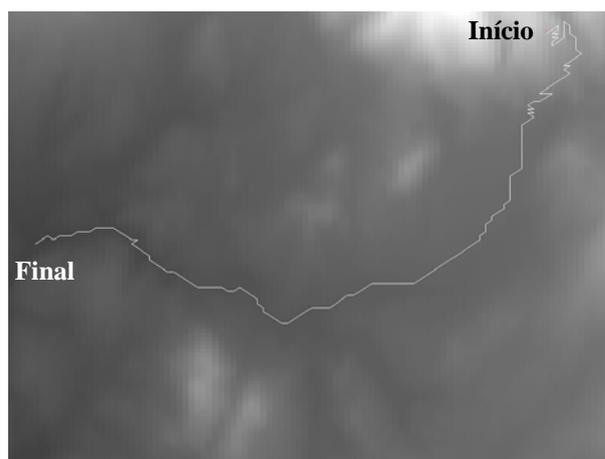


Fig. 11 - Trajetória de menor custo acumulado do canal de irrigação.

A segunda aplicação foi realizada sobre um MNT artificial, na forma de um morro cônico e consiste na otimização do traçado de uma estrada. O MNT utilizado foi criado artificialmente somando a uma

superfície cônica uma superfície aleatória com cotas entre -0,5% e +0,5% das cotas da superfície cônica. O MNT possui 54 filas por 51 colunas. A resolução deste problema tem o objetivo de avaliar a capacidade do algoritmo desenvolvido de encontrar traçados complexos e sinuosos, mas de menor declividade, que representam os traçados de menor custo nessas situações.

A função utilizada nesta aplicação para definir os custos incrementais de passagem (fig. 12) tem um mínimo em uma declividade menor do que a declividade do morro. Ainda apresenta uma forma tal que exige que o traçado ótimo seja um espiral se o morro for um cone perfeito recorrendo uma trajetória mais comprida, mas de menor declividade.

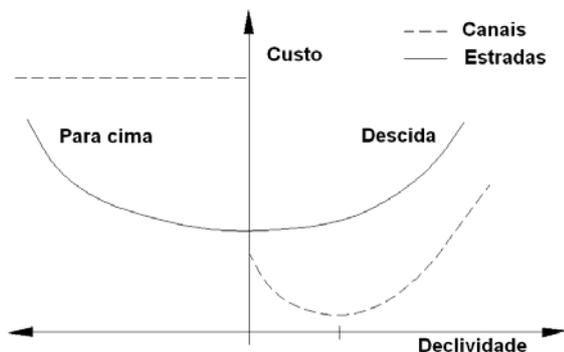


Fig. 12 - Forma geral da função custo incremental vs declividade para um canal de irrigação (linha tracejada) e para estradas (linha contínua).

O resultado desse problema é apresentado na figura 13, onde as cotas mais elevadas são representadas com cores mais claras. O traçado definido pelo algoritmo sobe o morro ao longo de uma trajetória praticamente em espiral, apresentando três pontos de quebra devido às irregularidades da superfície do morro.

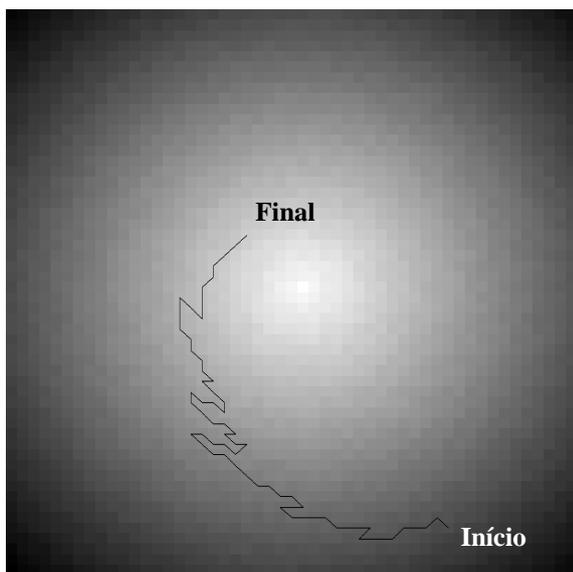


Fig. 13 - Melhor traçado de uma estrada num morro cônico.

5. CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta uma versão do algoritmo MMAS (*Max-Min Ant Systems*) adaptada para resolução de problemas de caminho de mínimo custo em ambientes raster. O algoritmo encontra o melhor caminho dado o ponto de início do caminho, o ponto final, um campo de atrito em formato raster e uma função que define os custos incrementais de passagem por segmentos que ligam duas celas vizinhas. Essa função depende do valor do atrito nessas celas.

Foram realizados cinco testes hipotéticos com níveis de complexidade crescente, incluindo dois sobre o traçado de obras de engenharia. Embora não foram utilizadas funções de custo reais os resultados obtidos são coerentes e mostram as vantagens do algoritmo. O algoritmo foi capaz de encontrar múltiplas soluções num problema com múltiplos caminhos ótimos. Ainda em outros testes, o algoritmo conseguiu identificar caminhos complexos e sinuosos como os que definem o traçado de canais de irrigação ou estradas em zonas de montanha.

Os testes realizados em problemas de engenharia mostram que o algoritmo é versátil na busca de caminhos de mínimo custo que podem ser úteis na fase de planejamento de canais de irrigação, gasodutos, estradas e outras estruturas lineares. Os caminhos encontrados nos dois testes demonstram a capacidade do algoritmo de contornar obstáculos do relevo e de encontrar caminhos que respeitam as restrições da função de custo. Ainda o algoritmo foi implementado num programa na linguagem Visual Fortran permitindo o seguimento dos resultados parciais na tela do computador.

AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece à Universidad Nacional del Nordeste (UNNE, Argentina) pelo financiamento de seus estudos de mestrado no qual iniciou-se esse trabalho e ao CNPQ pela bolsa de doutorado concedida.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADMANE, L.; BENATCHBA, K.; KOUDIL, M.; SIAD, L.; MAZIZ, S. AntPart: an algorithm for the unsupervised classification problem using ants. **Applied Mathematics and Computation**, v. 180, p. 16–28, MES 2006.

AFSHAR, M.H. Improving the efficiency of ant algorithms using adaptive refinement: Application to storm water network design. **Advances in Water Resource**, v. 29, n. 9, p. 1371–1382, 2005.

ALMIRÓN, M. **Ant system**. Dissertação de mestrado (em espanhol), Universidad Nacional de Asunción, 97 p. Asunción, Paraguai, 2000.

- BAYKASOGLU, A.; DERELI, T.; SABUNCU, I. An ant colony algorithm for solving budget constrained and unconstrained dynamic facility layout problems. **OMEGA, The International Journal of Management Science**, v. 34, p. 385–396, 2005.
- BONABEAU, E.; DORIGO, M.; THERAULAZ, G. Inspiration for optimization from social insect behavior. **Nature**, v. 406, n. 6, p. 39–42, 2000.
- BONABEAU, E.; DORIGO, M.; THERAULAZ, G. **Swarm intelligence: from natural to artificial systems**. New York, Oxford University Press, 1999. 320p.
- CHEN, L.; TU, L.; CHEN, H-G. **Data clustering by ant colony on a diagraph**. In Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Guangzhou, 2005. p. 1686–1692. 2005.
- COLLISCHONN, W.; PILAR, J.V. A direction dependent least-cost-path algorithm for roads and canals, **International Journal of Geographical Information Science**, v. 14, n. 4, p. 397–406, 2000.
- DORIGO, M.; MANIEZZO, V.; COLORNI, A. Ant system: optimization by colony of cooperating agents, **IEEE Transactions on systems, man and cybernetics-Part B**, v. 26, n. 1, p. 29–41, 1996.
- DORIGO, M.; GAMBARDILLA, L.M. Ant colonies for the traveling salesman problem, **BioSystems**, v. 43, p. 73–81, 1997.
- DORIGO, M.; STÜTZLE, T. **Ant colony optimization**. Massachusetts, MIT press, 2004. 328p.
- DOUGLAS, D. H. Least-cost-path in GIS using an accumulated cost surface and slope lines. **Cartographica**, v. 31, p. 37-51, 1994.
- GONÇALVES, A. B. **Modelação geográfica de problemas de localização**. Tese de Doutoramento. Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, 253 p. Lisboa-Portugal, 2006.
- JAYARAMAN, V.K.; KULKARNI, B.D.; KARALE, S.; SHELOKAR, P. Ant colony framework for optimal design and scheduling of batch plants, **Computers and Chemical Engineering**, v. 24, p. 1901–1912, 2000.
- LEE, J.; STUCKY, D. On applying watershed analysis for determining least-cost paths on Digital Elevation Models. **International Journal of Geographical Information Science**, v. 12, p. 891-905, 1998.
- LEVANOVA, T. V.; LORESH, M. A. Algorithms of ant system and simulated annealing for the p-median problem. **Automation and Remote Control**, v. 65, n. 3, p. 431–438, 2004.
- MAIER, H.R.; ZECCHIN, A.C.; RADBONE, L.; GOONAN, P. Optimizing the mutual information of ecological data clusters using evolutionary algorithms, **Mathematical and Computer Modelling**, v. 44, n. 5, p. 439–450, 2006.
- MATOS, A. **Meta-heurísticas de optimização por colónias de formigas em problemas periódicos de estabelecimento de rotas**. Tese de Doutoramento em Engenharia de Sistemas. Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa-Portugal, 2005.
- RAHOUAL, M.; HADJI, R.; BACHELET, V. **Parallel ant system for the set covering problem**. In Proceedings of the Third international Workshop on Ant Algorithms. In M. Dorigo, G. D. Caro, M. Sampels (Eds.) Lecture Notes In Computer Science, vol. 2463. Springer-Verlag, Londres, p. 262-267, 2002.
- SHELOKAR, P.S.; JAYARAMAN, V.K.; KULKARNI, B.D. An ant colony classifier system: application to some process engineering problems, **Computers and Chemical Engineering**, v. 28, p. 1577–1584, 2004b.
- STÜTZLE, T.; HOOS, H., **Max-Min ant system and local search for the traveling salesman problem**, In Proceedings of the IEEE International conference on Evolutionary Computation (ICEC'97), IEEE Press, Indianapolis, 1997. p. 309–314. 1997.
- SUMPTER, D.J.T.; BEEKMAN, M. Form nonlinearity to optimality: pheromone trail foraging by ants, **Animal Behaviour**, v. 66, p. 273–280, 2003.
- TOKSARI, M.D. Ant colony optimization for finding global minimum, **Applied Mathematics and Computation**, v. 176, p. 308–316, 2005.
- YANG, Y.; KAMEL, M.S. An aggregated clustering approach using multi-ant colonies algorithms, **Pattern Recognition**, v. 39, p. 1278–1289, 2006.
- YIN, P-Y. Ant colony search algorithms for optimal polygonal approximation of plane curves, **Pattern Recognition**, v. 36, p. 1783–1797, 2003.
- ZHANG, B.; CHEN, D.; ZHAO, W. Iterative ant-colony algorithm and its application to dynamic optimization of chemical process, **Computers and Chemical Engineering**, v. 29, p. 2078–2086, 2005.
- ZECCHIN, A.C.; SIMPSON, A.R.; MAIER, H.R.; LEONARD, M.; ROBERTS, A.J.; BERRISFORD, M.J. Application of two ant colony optimization algorithms to water distribution system optimization, **Mathematical and Computer Modelling**, v. 44, n. 6, p. 451–468, 2006.