

Revista Brasileira de Cartografia (2014) N^o 66/6: 1305-1314
Sociedade Brasileira de Cartografia, Geodésia, Fotogrametria e Sensoriamento Remoto
ISSN: 1808-0936

DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO COM GPS

Determination of Deformation Parameters with GPS

João Carlos Chaves¹ & Paulo Cesar Lima Segantine²

¹Universidade Estadual Paulista – UNESP

Departamento de Cartografia, Faculdade de Ciências e Tecnologia
Rua Roberto Simonsen, 305 – Presidente Prudente – SP – Brasil – 19060-900
jcchaves@fct.unesp.br

²Universidade de São Paulo - USP

Engenharia de Transportes, Escola de Engenharia de São Carlos
Av. Trabalhador São-carlense, 400 – São Carlos – SP – Brasil – 13566-590
seganta@sc.usp.br

Recebido em 21 de Abril, 2014/ Aceito em 21 de Agosto, 2014
Received on April 21, 2014/ Accepted on August 21, 2014

RESUMO

O Sistema de Posicionamento Global (GPS – Global Positioning System) vem se destacando como uma tecnologia capaz de dar suporte no controle de deformações de estruturas. O objetivo deste artigo é apresentar uma metodologia para fornecer parâmetros de análise do comportamento de uma estrutura, por meio de simulações com o uso do GPS. A determinação do estado de deformação de um corpo é possível com base nos deslocamentos e nos parâmetros de deformação estimados, neste caso específico, com a realização de simulações. Utiliza-se uma placa para simular estes parâmetros, os quais se relacionam com as observações em função de um modelo matemático. Elementos adicionais como dilatação e deformações principais, além de alongamentos unitários e distorções são determinados. Para verificação de estabilidade, realiza-se o Teste de Congruência Global (TCG).

Palavras chaves: Deformação, Deslocamento, GPS, Estrutura.

ABSTRACT

The aim of this paper is to determine parameters for analysis of the behavior of a structure, by using simulation model and Global Positioning System (GPS). Determination of displacements and of strain parameters becomes possible with simulations. A plate is used to simulate these parameters and the mathematical model relates them with observations. Dilation or the principal strains are determined. In order to verify stability, it is carried out a Global Congruent Test (GCT).

Keywords: Strain, Displacement, GPS, Structure.

1. INTRODUÇÃO

Os pontos de um corpo (perfeitamente elástico, homogêneo e isotrópico) com suas posições originais, ao movimentarem-se, ocupam novas posições. Estes movimentos (deslocamentos) correspondem às variações

das coordenadas destes pontos com relação a um referencial. Os deslocamentos relativos entre os pontos resultam numa mudança de configuração, ou seja, numa deformação. Portanto, ao definir-se um vetor deslocamento de um corpo, descreve-se sua deformação.

As posições e os deslocamentos de cada ponto do corpo podem ser descritos em função de suas coordenadas originais, ou, em função de suas coordenadas finais, após o corpo sofrer deformação. Estas descrições são conhecidas como descrição de Lagrange e descrição de Euler, respectivamente, conforme Valliappan (1981).

Considerando a distância entre dois pontos num corpo, atinge-se o estado de deformação quando ocorre variação desta componente (base: distância entre dois pontos), tanto no comprimento quanto na direção. Assim, os segmentos formados por estes pontos podem sofrer translações, rotações e deformações.

Considerando o referencial cartesiano (X, Y, Z) e assumindo que os deslocamentos são funções contínuas das coordenadas, o gradiente do vetor deslocamento representa o tensor de deformação, segundo Chaves (2001), o qual pode ser decomposto em duas componentes, uma simétrica e outra assimétrica. Vanícek & Kwimbere (1988) denominam de *simetrização* a técnica mais popular para interpretar este tensor. A parte simétrica representa a deformação pura num ponto e denomina-se *tensor de deformação pequena*, enquanto a parte assimétrica representa o movimento do corpo rígido e denomina-se *tensor de rotação*. Sokolnikoff (1946) refere-se a esta parte assimétrica como o deslocamento do corpo rígido, ou, deslocamentos rígidos, consistindo de *translações e rotações*.

Neste trabalho, para contribuir com a interpretação geométrica destas componentes, utiliza-se uma placa para simular modelos de deformação e relacioná-los com as soluções obtidas dos processamentos das observações GNSS (*Global Navigation Satellite System*) do Sistema de Posicionamento Global – GPS (*Global Positioning System*). Desta maneira, estimam-se os parâmetros de deformação dos modelos que simulam o estado de deformação do corpo, ou seja, as componentes de deformação (alongamentos unitários em cada direção e a distorção relacionada com as respectivas direções). Destas componentes é possível, também, estimar outros parâmetros como dilatação, as componentes *shear strain*, e as deformações principais. Para verificação do estado não deformado, utiliza-se do Teste de Congruência Global (TCG), o qual analisa a

estabilidade do ponto investigado, com base na hipótese básica da esperança matemática do vetor deslocamento do respectivo ponto ser nula.

2. DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO

Utilizando-se de uma prancha de madeira (1,00 X 0,80 m) para desenho, e de uma placa de *invar* (1,05 X 0,74 m) para calibração de câmaras fotográficas, perfurou-se a primeira com a segunda servindo de gabarito para realizar esta tarefa. Assim, obteve-se uma “placa” com pontos espaçados de dez centímetros, totalizando oitenta furos.

A Figura 1 ilustra esta placa. Com estes recursos, pode-se simular um estado de deformação num sistema bidimensional.

Considerando-se a configuração inicial das antenas (A, B, C) na Figura 1, pode-se simular uma mudança de suas posições (A, B', C'), por exemplo, para a configuração apresentada na Figura 2.

Esta simulação pressupõe um corpo com três pontos (A, B e C), dos quais, somente dois (B e C) mudam de posição (B', C'). A Figura 3 ilustra a configuração inicial deste corpo (triângulo tracejado) e a configuração deformada (triângulo contínuo), ou seja, simula-se que o corpo sofra uma deformação. As posições destes pontos, na placa, são: A(5, 2); B(5, 6); B'(5, 8); C(8, 2) e C'(10, 2).

3. COLETA E PROCESSAMENTO DE DADOS GPS

A antena do receptor Z-XII (ponto A) manteve-se na mesma posição, em ambas as configurações. As antenas dos receptores 4600LS (pontos B e C) mudaram de posição (pontos B' e



Fig. 1 – Placa para simular deformação.

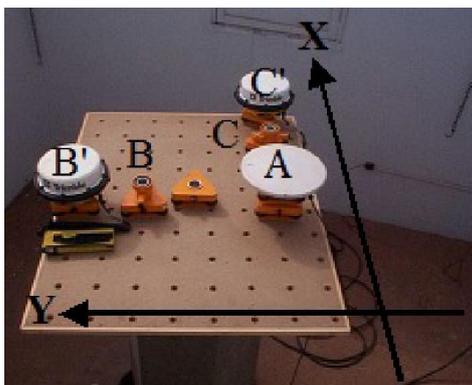


Fig. 2 – Simulação de deformação.

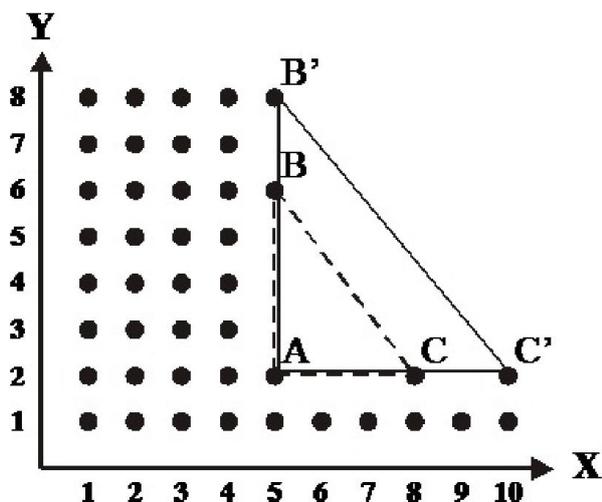


Fig. 3 – Configurações da 1ª simulação.

C'). Estabelecendo-se um sistema bidimensional (X, Y) na placa, na configuração original (círculos tracejados), a antena do receptor Z-XII encontrava-se na posição (5, 2), e as dos receptores 4600LS nas posições (5, 6) e (8, 2).

Ao simular a deformação, a antena do receptor Z-XII manteve-se na mesma posição (5, 2), enquanto as dos receptores 4600LS encontravam-se nas posições (5, 8) e (10, 2). Portanto, na configuração final (círculos contínuos), somente as antenas dos receptores 4600LS mudavam de posição.

A Figura 4 ilustra o esquema das antenas, nesta simulação (1ª. simulação).

Os dados GPS coletados no pilar EP01, localizado no Campus da UNESP de Presidente Prudente, para realizar esta simulação, foram processados com software Trimble, GPSurvey, cujos resultados diferem de poucos milímetros quando comparados com o TGO, segundo Likhari et al. (2002), disponível no Laboratório de Topografia, Geodésia e Astronomia (LATOGEO) do Departamento de Cartografia/FCT/UNESP.

Os elementos necessários para a determinação das componentes de deformação e para o TCG foram obtidos com estes processamentos.

A representação gráfica dos resultados dos processamentos dos pontos, antes da deformação (A, B e C) e após a mudança de suas posições (A, B' e C'), encontra-se na Figura 5. As denominações destes pontos, no processamento, para o estado não deformado foram: A52, B56j e C82j.

Para contribuir com o entendimento desta sistematização, realiza-se outra simulação com a placa (2ª. simulação), considerando-se um corpo com três pontos (A, B e C), dos quais, somente dois (B e C) mudam de posição (B', C'). A Figura 6 ilustra a configuração inicial deste corpo (triângulo tracejado) e a configuração deformada, ou seja, simulando que o corpo sofra uma deformação (triângulo contínuo). Espera-se uma maior distorção nesta simulação do que na

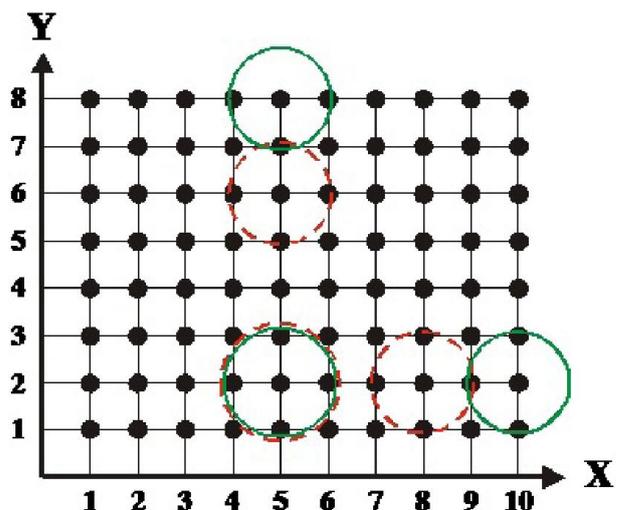


Fig. 4 – Esquema das antenas na 1ª simulação.

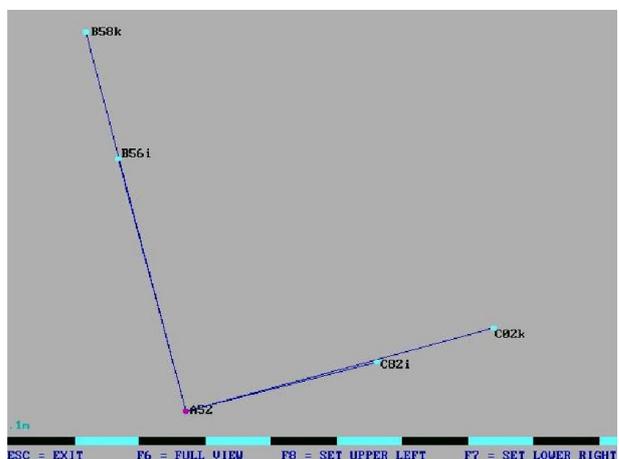


Fig. 5 – Representação dos pontos processados na 1ª simulação.

primeira, e menores deformações lineares.

A antena do receptor Z-XII manteve-se na mesma posição (A), em ambas as configurações. As antenas dos receptores 4600LS (B, C) mudam de posição (B', C'). O esquema das antenas, nesta segunda simulação de deformação, encontra-se na Figura 7, a qual ilustra a configuração original (círculos tracejados), com a antena do receptor Z-XII na posição (6, 3), e as do 4600LS nas posições (6, 7) e (9, 3). Após simular a deformação, a antena do receptor Z-XII mantém-se na mesma posição (6, 3), enquanto as do 4600LS encontram-se nas posições (7, 8) e (10, 4). Portanto, na configuração final (círculos contínuos), somente as antenas dos receptores 4600LS mudam de posição.

A representação gráfica dos resultados dos processamentos dos pontos simulados (A, B, C, B' e C'), encontra-se na Figura 8. As denominações destes pontos, no processamento, para o estado não deformado são: A63, B67j e C93j. Para o estado deformado, tem-se: A63, B78k e C04k.

Após realizar a coleta e o processamento dos dados GPS relacionados com esta investigação, é necessário verificar a estabilidade dos pontos de interesse com a aplicação do TCG, testando a igualdade das esperanças matemática do vetor deslocamento entre as épocas consideradas. A determinação dos parâmetros de deformação, etapa seguinte à verificação do TCG, se faz com base na função deslocamento que relaciona as observações com os respectivos parâmetros e suas componentes.

4. TESTE DE CONGRUÊNCIA GLOBAL

Para a verificação da estabilidade do ponto A52, utiliza-se o TCG. Este teste consiste na formulação da hipótese básica (ou, nula) da esperança matemática do vetor deslocamento (entre duas épocas) do ponto investigado ser nula, ou seja:

$$H_0 : E\{\hat{d}\} = E\{\hat{X}_k\} - E\{\hat{X}_j\} = 0. \quad (1)$$

As coordenadas estimadas \hat{X}_j e \hat{X}_k nas duas épocas, e suas respectivas matrizes variância-covariância, $\Sigma\hat{X}_j$ e $\Sigma\hat{X}_k$, foram obtidas dos processamentos com software GPSurvey da Trimble. Assumindo que não havia correlação entre as coordenadas estimadas nas duas épocas.

Portanto, o teste estatístico para esta

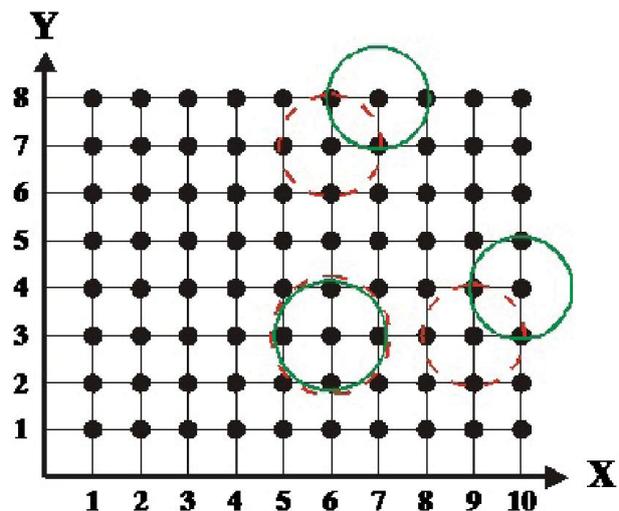


Fig. 7 – Esquema das antenas na 2ª. Simulação.

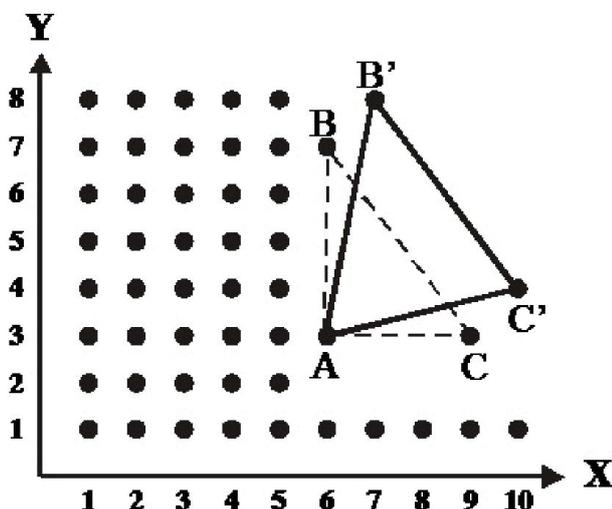


Fig. 6 – Configurações da 2ª simulação.

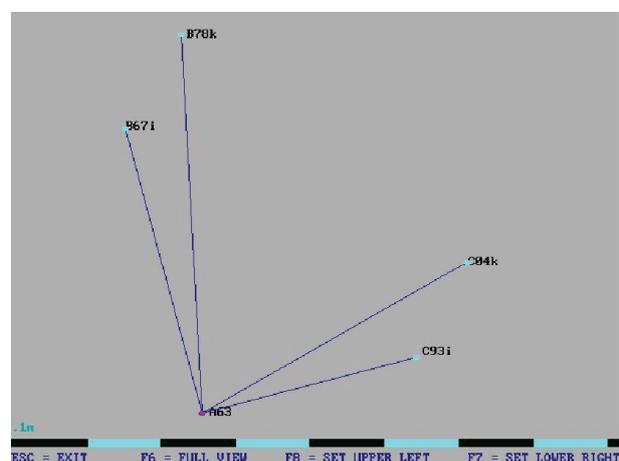


Fig. 8 – Representação dos pontos processados na 2ª simulação.

hipótese, segundo Dodson (1990), é expresso da seguinte forma:

$$T = \frac{\Omega}{h\hat{\sigma}_0^2}, \quad (2)$$

na qual, $\Omega = \hat{d}^T (\Sigma \hat{d})^{-1} \hat{d}$, h é a característica da matriz variância-covariância do vetor deslocamento ($\Sigma \hat{d} = \Sigma \hat{X}_j + \Sigma \hat{X}_k$),

$$\text{e } \hat{\sigma}_0^2 = (r_j \hat{\sigma}_j^2 + r_k \hat{\sigma}_k^2) / r$$

Os graus de liberdade no ajustamento de cada época (r_j, r_k) e respectivas variâncias ($\hat{\sigma}_j^2, \hat{\sigma}_k^2$) são fornecidos nos processamentos dos dados GPS. O valor de r corresponde à soma dos graus de liberdade das observações GPS de cada época utilizada.

O valor calculado pelo teste estatístico (T) foi testado com o valor tabelado $F_{(h,r,\alpha)}$ na distribuição de Fisher, para um determinado nível de significância (α) Segundo Cooper (1987), usualmente, α de 5% é escolhido para este teste.

Se o teste for bem sucedido, isto é, a hipótese básica for aceita, então assume que as duas épocas são congruentes, ou seja, os pontos envolvidos permaneceram estáveis.

Na simulação de deformação proposta, utiliza-se deste teste para verificar a estabilidade do ponto A52. Considerando-se os pontos simulados e a estação UEPP (atual PPTE) da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GNSS (RBMC) do IBGE, realiza-se o TCG, tomando-se por base os resultados dos processamentos das bases com o GPSurvey. O valor calculado para o teste estatístico (T) foi igual a 4.318,54, o qual se compara com o valor tabelado ($F_{h,r,\alpha}$) na distribuição de Fisher: 2,62. Como (T) é maior do que ($F_{h,r,\alpha}$) rejeita-se a hipótese básica, ou seja, os pontos não poderiam ser considerados estáveis entre as épocas processadas (j, k) Realizando-se o mesmo teste para cada ponto, individualmente, obtiveram-se os resultados apresentados na Tabela 1.

Portanto, somente o ponto A52, observado nas duas épocas (j, k) manteve-se na mesma posição, pois o valor calculado foi menor do que o tabelado. Para os demais pontos (B, C), a

hipótese básica foi rejeitada, demonstrando que os deslocamentos destes pontos não poderiam ser considerados nulos.

Processando os dados dos pontos B e C, com relação ao ponto A52 (em razão de sua estabilidade), obteve-se uma nova tabela com os resultados do TCG, comprovando que os pontos analisados (B, C), em conjunto, não permanecem estáveis durante as épocas consideradas, pois o valor calculado (T) foi igual a 533,45 (maior do que $F_{h,r,\alpha} : 2,62$). A Tabela 2 contém os resultados de cada ponto.

Na segunda simulação de deformação proposta, utiliza-se o TCG para verificar a estabilidade do ponto A63. Considerando-se os pontos simulados e a estação UEPP, realiza-se o respectivo teste, tomando-se por base os resultados do processamento das bases com o GPSurvey. O valor calculado para o teste estatístico (T) foi igual a 3.697,37, o qual compara-se com o valor tabelado ($F_{h,r,\alpha}$) na distribuição de Fisher: 2,62. Como (T) foi maior do que ($F_{h,r,\alpha}$) rejeita-se a hipótese básica, ou seja, os pontos não poderiam ser considerados estáveis entre as épocas processadas (j, k) Realizando-se o mesmo teste para cada ponto, individualmente, obtêm-se os resultados apresentados na Tabela 3.

Portanto, somente o ponto A63, observado nas duas épocas (j, k) manteve-se na mesma posição, pois o valor calculado foi menor do

Tabela 1: TCG para cada ponto da 1ª. simulação, com base em UEPP

Pontos	(T)	($F_{h,r,\alpha}$)
A52j e A52k	0,12	2,62
B56j e B58k	756,26	2,62
C82j e C02k	232,25	2,62

Tabela 2: TCG para os pontos B e C da 1ª. simulação, com base em A52

Pontos	(T)	($F_{h,r,\alpha}$)
B56j e B58k	176,31	2,62
C82j e C02k	272,88	2,62

Tabela 3: TCG para pontos da 2ª. simulação

Pontos	(T)	($F_{h,r,\alpha}$)
A63j e A63k	0,20	2,62
B67j e B78k	2408,66	2,62
C93j e C04k	1354,24	2,62

que o tabelado. Para os demais pontos (B, C), a hipótese básica foi rejeitada, demonstrando que os deslocamentos destes pontos não podem ser considerados nulos para as épocas analisadas.

Processando os dados dos pontos B e C, com relação ao ponto A63 (em razão de sua estabilidade), obtém-se uma nova tabela com os resultados do TCG, comprovando que os pontos analisados (B, C), em conjunto, não permaneceram estáveis durante as épocas consideradas, pois o valor calculado (T) foi igual a 2.253,46 (maior do que $F_{h,r,\alpha} : 2,62$).

A Tabela 4 apresenta os resultados individuais de cada ponto.

5. PARÂMETROS DE DEFORMAÇÃO

Considerando que o corpo experimenta somente uma deformação homogênea, então o modelo matemático que relaciona as observações com os parâmetros de deformação é expresso em termos de uma função deslocamento por:

$$dy_i = a_1 x_i + a_2 y_i, \quad (3)$$

$$dy_i = b_1 x_i + b_2 y_i \quad (4)$$

Estas equações relacionam os deslocamentos com as deformações, e são, portanto, denominadas de relações deslocamento-deformação.

Tabela 4: TCG para os pontos B e C da 2ª. simulação, com base em A63

Ponto	(T)	($F_{h,r,\alpha}$)
B67j e B78k	544,19	2,62
C93j e C04k	1112,85	2,62

As componentes de deformação são representadas pelos coeficientes destes polinômios. Nesta simulação, utilizam-se as componentes do estado de deslocamento e as do estado de deformação, para o caso plano, ou seja, para um sistema bidimensional. Assim, as componentes passaram a ser os alongamentos unitários em cada direção ($a_1 = \varepsilon_x; b_2 = \varepsilon_y$) e a distorção relacionada com as respectivas direções ($a_2 = b_1 = \gamma_{xy}$)

Com base nos deslocamentos dos pontos investigados, para as épocas analisadas, na matriz peso de cada processamento, e na matriz das derivadas parciais dos polinômios com relação às posições dos pontos, determinam-se os parâmetros de deformação.

Estes parâmetros também podem ser determinados com base na interpretação geométrica.

Os parâmetros estimados, tanto na interpretação geométrica, quanto no modelo matemático, encontram-se na Tabela 5.

Segundo Chen (1983), na literatura técnica, alguns parâmetros de deformação derivados destas componentes são:

Dilatação ou divergência do vetor deslocamento (Δ): corresponde à mudança em volume por unidade de volume. Para o caso bidimensional, conforme Bibby (1976) *apud* Chen (1983), tem-se, para esta simulação:

$$\Delta = \varepsilon_x + \varepsilon_y = a_1 + b_2. \quad (5)$$

componentes *shear strain* (γ_1, γ_2):

$$\gamma_1 = \varepsilon_x - \varepsilon_y = a_1 - b_2, \quad (6)$$

e

$$\gamma_2 = 2\varepsilon_{xy} = 2a_2 \quad (7)$$

representando a variação angular (distorção angular, tensão de cisalhamento) nos ângulos retos, cujos lados iniciais são orientados ao nordeste (γ_1) e a leste (γ_2)

Outra maneira de representar estas componentes é com a sua resultante (γ) ou seja:

Tabela 5 – Parâmetros de deformação (1ª. simulação)

Parâmetro	Interpretação geométrica		Modelo matemático	
	Placa	GPS	Placa	GPS
a_1 (m/m)	0,667	0,616	0,533	0,552
a_2 (rad)	0,001	0,012	0,105	0,089
b_2 (m/m)	0,500	0,496	0,437	0,016

$$\gamma = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}, \quad (8)$$

com azimute:

$$\text{tg}(2\alpha_\gamma) = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}, \quad (9)$$

na qual, α_γ é o azimute de γ .

As deformações principais [máxima (ε_{\max}) e mínima (ε_{\min})] podem ser calculadas pelas expressões fornecidas por Secord (1985):

$$\varepsilon_{\max} = \frac{1}{2}(\Delta + \gamma) = -\frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + 4\varepsilon_{xy}^2}, \quad (10)$$

$$\varepsilon_{\min} = \frac{1}{2}(\Delta - \gamma) = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + 4\varepsilon_{xy}^2}, \quad (11)$$

com o azimute de ε_{\max} em α_{\max} igual a:

$$\text{tg}(2\alpha_{\max}) = \frac{\gamma_2}{-\gamma_1}. \quad (12)$$

A Tabela 6 apresenta estes elementos, com base nos parâmetros estimados.

Os procedimentos para a elaboração destes cálculos fornecem uma sistemática para a monitoração de deformação com GPS, obtendo-se, no final, os parâmetros de deformação em

função das relações deslocamento-deformação.

Considerando-se o mesmo modelo de deformação da primeira simulação, equações (3) e (4), os parâmetros estimados são apresentados na Tabela 7, da mesma maneira que os resultados da interpretação geométrica.

A Tabela 8 apresenta os demais parâmetros de deformação (ou elementos adicionais) para esta segunda simulação, tanto para a interpretação geométrica, quanto para o modelo matemático, com base nos parâmetros estimados.

Assim, têm-se os resultados das duas simulações de deformações com a placa, para realizar os experimentos propostos.

Com base nos valores dos parâmetros adicionais, p.ex., dilatação e distorção angular (*shear strain*), para as simulações realizadas, conforme Tabelas 6 e 8, a componente dilatação é superior na primeira simulação, enquanto a distorção angular é maior para a segunda simulação, o que era de se esperar.

6. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os parâmetros de deformação obtidos para a primeira simulação apresentam discrepância (placa e GPS) de 0,051 m/m, em valor absoluto, entre os alongamentos unitários na direção do eixo X (a_1), determinados com base na interpretação geométrica; e de 0,004 m/m para b_2 , conforme consta na Tabela 3. Com base no modelo matemático, estes parâmetros apresentam discrepância (placa e GPS) de 0,019 m/m, em valor absoluto, para a_1 , e de 0,032 m/m para b_2 , conforme consta na Tabela 3.

Para a segunda simulação, o parâmetro de deformação linear na direção do eixo X (a_1) é maior do que o da direção do eixo Y (b_2) (segundo Tabela 7), tanto no resultado com a interpretação geométrica, quanto no modelo matemático (em valor absoluto).

Tabela 6: Parâmetros adicionais (1ª. simulação)

Parâmetro	Interpretação geométrica		Modelo matemático	
	Placa	GPS	Placa	GPS
Δ (m/m)	1,167	1,112	0,970	0,957
γ_1 (m/m)	0,167	0,119	0,096	0,146
γ_2 (rad)	0,002	0,025	0,210	0,178
γ (m/m)	0,167	0,122	0,231	0,231
α_γ (rad)	0,779	0,684	0,214	0,344
ε_{\max} (m/m)	0,667	0,617	0,600	0,594
ε_{\min} (m/m)	0,500	0,495	0,370	0,363
α_{\max} (rad)	-0,006	-0,102	-0,571	-0,442

Tabela 7: Parâmetros de deformação (2ª. simulação)

Parâmetro	Interpretação geométrica		Modelo matemático	
	Placa	GPS	Placa	GPS
a_1 (m/m)	0,374	0,387	0,472	0,551
a_2 (rad)	0,442	0,467	-0,198	-0,124
b_2 (m/m)	0,275	0,280	0,080	-0,145

A discrepância entre placa e GPS, para o parâmetro a_1 , é de 0,013 m/m, em valor absoluto, na interpretação geométrica; e de 0,005 m/m para b_2 , conforme consta na Tabela 7. No modelo matemático, tem-se uma discrepância de 0,079 m/m, em valor absoluto, para o parâmetro a_1 ; e de 0,225 m/m para b_2 , conforme consta na Tabela 7.

Ao analisar os resultados dos parâmetros de deformação linear (a_1, b_2), em ambas as simulações, os valores obtidos na primeira

simulação são maiores do que os da segunda (tanto na interpretação geométrica, quanto no modelo matemático). Isto corrobora as simulações testadas, pois as deformações lineares do segundo experimento são menores do que as do primeiro.

A distorção (a_2) da segunda simulação é maior do que o da primeira, com base nos dados das Tabelas 3 e 7, como previsto.

As dilatações calculadas para as duas simulações (Tabelas 4 e 8) mostram que a primeira simulação tem uma variação maior do que a

Tabela 8: Parâmetros adicionais (2ª. simulação)

Parâmetro	Interpretação geométrica		Modelo matemático	
	Placa	GPS	Placa	GPS
Δ (m/m)	0,649	0,667	0,552	0,406
γ_1 (m/m)	0,099	0,107	0,392	0,696
γ_2 (rad)	0,884	0,934	-0,396	-0,248
γ (m/m)	0,890	0,940	0,557	0,739
α_γ (rad)	0,056	0,057	-0,390	-0,614
ϵ_{\max} (m/m)	0,769	0,804	0,555	0,572
ϵ_{\min} (m/m)	-0,120	-0,136	-0,003	-0,166
α_{\max} (rad)	-0,730	-0,728	0,395	0,171

segunda, em valor absoluto, correspondendo às expectativas previstas, conforme se observa nas Figuras 3 e 6.

A resultante das componentes *shear strain* na primeira simulação é menor do que a obtida na segunda simulação, conforme Tabelas 4 e 8, demonstrando que a variação angular nos ângulos retos é menor, segundo Figuras 3 e 6.

Para complementar estas análises, apresentam-se, na Tabela 9, os resultados dos deslocamentos simulados na placa (espaço bidimensional) e os estimados (espaço tridimensional). Estes deslocamentos correspondem à resultante das componentes da base, ponto estável (A) e pontos deslocados (B e C), nas épocas analisadas (j, k) em ambas as simulações.

Com base na Tabela 9, realiza-se uma análise de discrepância entre os deslocamentos (simulado e estimado) obtidos em cada ponto. Os resultados da discrepância em cada simulação foram: 1 mm para o ponto B e de 15 mm para o ponto C, na primeira simulação; e de 6 mm e 7 mm para os pontos B e C, respectivamente, na segunda.

Para fins de análise de precisão dos deslocamentos simulados e estimados, as variâncias destes deslocamentos foram obtidas, com base na Lei de Propagação de Covariâncias. Com base nestas, têm-se os desvios padrão dos respectivos deslocamentos: 2,6 mm para o ponto B e de 4,8 mm para o ponto C, na primeira simulação; 1,9 mm e 1,4 mm para os pontos B e C, respectivamente, na segunda simulação.

Um motivo do desvio padrão do ponto C, na primeira simulação, ser maior do que os demais, é a não fixação da ambigüidade no processamento da segunda época desta simulação; a única solução “float” de todos os processamentos realizados nestes experimento.

Uma análise importante que se deve fazer é

Tabela 9: Deslocamentos simulados e estimados

Si.	Componentes da base (m)						Deslocamento (m)	
	dx_k-dx_j		dy_k-dy_j		dz_k-dz_j		B	C
	B	C	B	C	B	C		
1' S	Zero	0,200	0,200	zero	-	-	0,200	0,200
E	0,004	0,153	-0,083	0,093	0,181	0,047	0,199	0,185
2' S	0,100	0,100	0,100	0,100	-	-	0,141	0,141
E	0,100	0,097	-0,002	-0,010	0,109	0,112	0,147	0,148

Si.: Simulação; S: Simulado; E: Estimado

a comparação entre discrepância e desvio padrão do mesmo deslocamento. Neste experimento, ressaltar-se a comparação para o ponto B, na primeira simulação, na qual, obtém-se um desvio padrão maior do que a discrepância.

7. CONCLUSÕES

Uma estrutura, artificial ou natural, ao sofrer esforços e sua configuração geométrica original for alterada, deforma-se, ou seja, atinge o seu estado de deformação.

Com base nos deslocamentos ocorridos em pontos que representam esta estrutura, os parâmetros de deformação são determinados, em função de um modelo matemático que relaciona deslocamento-deformação.

Parâmetros adicionais como dilatação/distorções e deformações principais são estimados para fins de auxiliar na interpretação das alterações sofridas pela estrutura analisada.

Portanto, estes parâmetros são essenciais para a análise conceitual da deformação de uma estrutura. Os procedimentos metodológicos contemplados neste experimento simulado (controlado), com base no posicionamento por GPS, colaboram com o tema sobre análise de deformação.

As componentes derivadas destes parâmetros, dentre elas a dilatação e a distorção angular, permitem concluir que as simulações realizadas, primeira e segunda, previam um valor da componente de dilatação da primeira simulação maior do que o da segunda, o que ficou comprovado.

Para a distorção angular, a segunda simulação tem valor superior, também constatado neste trabalho, corroborando com o assunto de monitoramento de estrutura com ensaio controlado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CHAVES, J. C. **Uso da tecnologia GPS na monitoração de deformação**: sistemas, etapas e experimentos. 2001. Tese (Doutorado em

Transportes) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001. Disponível em: < <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18137/tde-24102001-155402/>>. 155p.

CHEN, Y. **Analysis of deformation surveys – A generalized method**. Fredericton, Apr. 1983. 262p. Thesis (Ph.D.) – Department of Surveying Engineering Technical Report, n. 94, University of New Brunswick, Fredericton, New Brunswick, Canada. 1983. 262p.

COOPER, M. A. R. **Control surveys in civil engineering**. Londres, Collins. 1987. 381p.

DODSON, A. H. Analysis of control networks and their application to deformation monitoring. In: KENNIE, T. J. M.; PETRIE, G., eds. **Engineering surveying technology**. Glasgow, Blackie. Cap. 5, p. 146-173. 1990.

LIKHAR, S.; KULDARNI, M. N.; TOMAR, V. S.; PILLAI, P. A comparative study of results from GPS data processing software. In: Trends in GPS data processing. New Delhi, 2002. **Proceedings**. New Delhi, p. 121-124. 2002.

SECORD, J. M. **Implementation of a generalized method for the analysis of deformation surveys**. Fredericton. 161p. Thesis (M.Sc.E.) – Department of Surveying Engineering Technical Report, n. 117, University of New Brunswick, Fredericton, New Brunswick, Canada. 1985.

SOKOLNIKOFF, I. S. **Mathematical theory of elasticity**. 1946. 373p.

VALLIAPPAN, C. **Continuum Mechanics Fundamental**. Rotterdam, Netherlands, A. A. Balkema. 1981. 228p.

VANICEK, P.; KWIMBERE, M. D. J. Displacement versus strain. In: INTERNATIONAL (FIG) SYMPOSIUM ON DEFORMATION AND MEASUREMENTS. 5., Fredericton, 1988. **Proceedings**. Fredericton, UNB. p. 557-62. 1988.