

Revista Brasileira de Cartografia (2015) N^o 67/2 287-305
Sociedade Brasileira de Cartografia, Geodésia, Fotogrametria e Sensoriamento Remoto
ISSN: 1808-0936

PRECISÃO NA DETERMINAÇÃO DAS COORDENADAS DOS VÉRTICES DE IMÓVEIS URBANOS

Precision in Determining of Urban Property Boundary Coordinates

Luis Augusto Nunes Coelho & João Carlos Chaves

Universidade Estadual Paulista – UNESP
Departamento de Cartografia, Faculdade de Ciências e Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas
Rua Roberto Simonsen, n^o 305 –Presidente Prudente – SP – 19060-900
guto_coc@msn.com
jcchaves@fct.unesp.br

Recebido em 25 de Fevereiro, 2014/ Aceito em 29 de Janeiro, 2015
Received on February 25, 2014/ Accepted on January 29, 2015

RESUMO

No Brasil, a inexistência de uma lei específica para determinar a precisão das coordenadas dos vértices de imóveis urbanos motiva o estudo de novas metodologias e o aperfeiçoamento das existentes, não só na determinação da precisão das coordenadas dos marcos geodésicos e dos pontos topográficos pertencentes à Rede de Referência Cadastral Municipal (RRCM), mas como dos próprios vértices de imóveis urbanos. Uma RRCM é implantada em Presidente Prudente (SP) e utilizando-se de uma estação total, apoiada nesta rede, determinam-se as coordenadas dos vértices dos imóveis urbanos. As coordenadas no Sistema Cartesiano Geodésico dos marcos geodésicos são transformadas para o Sistema Curvilíneo Geodésico e, posteriormente, para o Sistema Topográfico Local (STL). Com base no método de poligonação, determinam-se os pontos topográficos e, apoiados nestes, as coordenadas dos vértices limítrofes dos imóveis urbanos são determinadas, utilizando-se dos métodos de irradiação e interseção à vante. A lei de propagação de variância-covariância é utilizada em todo levantamento cadastral e, para ajustar as coordenadas dos pontos topográficos, aplica-se o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).

Palavras chaves – Levantamento Cadastral Urbano, Estação Total, Propagação de Variância, Sistema Topográfico Local.

ABSTRACT

In Brazil, the lack of a specific law to determine the precision of urban property boundary coordinates motivates the study of new methods and improvement of existing, not only in determining the precision of the coordinates of geodetic marks and the topographic points belonging to the Municipal Cadastral Reference Network (RRCM), but as the property boundary. A RRCM is implanted in Presidente Prudente (SP) and using a total station, the coordinates of the urban properties boundary are determined. The coordinates in the Geodetic Cartesian System of the geodetic marks are converted to Geodesic System and, later to the Local Topographic System (STL). Based on traverse method, topographic points were determined, and these supported the urban property boundary coordinates are estimated using the radial method and the forward intersection. The law of propagation of variance-covariance is used throughout cadastral survey and, to adjust the coordinates of the topographic points applies the method of least squares (LSM).

Keywords – Cadastral Urban Survey, Total Station, Propagation of Variance, property boundary, Local Topographic

System.

1. INTRODUÇÃO

Na Europa, o conceito de Cadastro é baseado no levantamento dos limites da parcela territorial (WILLIAMSON, 1983, DALE & MCLAUGHLIN, 1988 e MCLAUGHLIN & NICHOLS, 1997 apud CARNEIRO, 2003, p. 23). O termo parcela territorial refere-se a uma porção delimitada da superfície terrestre que alguém exerce o direito de propriedade (FIG, 1995).

Segundo Pimentel e Carneiro (2012), considerando essa definição, a unidade cadastrada (no Brasil, o imóvel) pode ser constituída por mais de uma parcela territorial, como exemplo, de um imóvel urbano no Brasil situado à beira-mar. Se a parcela for definida pela homogeneidade de domínio, este imóvel passa a ser formado por duas parcelas: uma com propriedade privada, incidindo regime jurídico privado com taxaço por parte da prefeitura e outra com domínio da União (terreno de marinha).

Neste artigo, o conceito de Cadastro designa a determinação do limite físico do imóvel, seja formado por várias ou uma única parcela. Para se referir a este mesmo conceito de Cadastro, no Brasil, utiliza-se o termo cadastro técnico.

No momento do levantamento, o profissional considera o limite do imóvel com base no que se vê. Este é o limite físico, e na maioria das situações difere do legal que é a descrição geométrica do imóvel registrada no cartório. Ambos os limites apresentam uma maior probabilidade de se coincidirem quando se faz o *as built* do loteamento, ou seja, o profissional demarca, medi, gera a descrição geométrica de cada imóvel e registra no cartório de imóveis. Isto não acontece no Brasil, pois, quando se aprova um loteamento no cartório, automaticamente registram-se as descrições geométricas do imóvel, em seguida o profissional demarca este imóvel e os muros são construídos diferentes do que foram projetados. Portanto, a única alternativa de ter um Cadastro legal no Brasil, é retificar os levantamentos topográficos realizados com base nos limites físicos dos imóveis, assim, este limite se torna legal.

Alguns estudos como Botelho (2003), Miyashita (2008) e Gama (2012) apresentam

metodologias de levantamentos cadastrais para determinar as coordenadas e a precisão dos vértices de imóveis urbanos. Estas coordenadas são derivadas de levantamentos com base no posicionamento por satélite, métodos convencionais, fotogramétricos e por sensoriamento remoto.

Dentre os métodos de posicionamento por satélite, o Estático e o RTK (*Real Time Kinematic*) são os mais utilizados nos levantamentos cadastrais urbanos, principalmente na determinação das coordenadas dos pontos da Rede de Referência Cadastral Municipal (RRCM), pois materializam-se estes pontos em locais que não há obstrução do sinal do satélite que chega ao receptor. Em situações contrárias, utilizam-se os métodos terrestres de medições angulares e lineares com estação total, que é comum em áreas urbanas.

Neste artigo, utilizou-se do método de posicionamento GPS (*Global Positioning System*) estático para determinar as coordenadas dos marcos geodésicos pertencentes à RRCM e, apoiado nesta rede de pontos com coordenadas conhecidas, empregou-se os métodos terrestres de medição com a estação total e, as coordenadas dos vértices dos imóveis urbanos foram determinadas com base no método de irradiação e interseção à vante.

A área teste para este experimento localiza-se na Avenida R. Celso Assumpção, ao lado do Campus da Unesp de Presidente Prudente, e apresenta como características, árvores e muros altos na vizinhança dos vértices dos imóveis urbanos, além de uma intensa movimentação de veículos, que prejudica o desenvolvimento da poligonal topográfica, situações comuns em áreas urbanas.

Para integrar o GPS com a estação total, realizaram-se transformações de coordenadas do Sistema Cartesiano Geodésico para o Sistema Curvilíneo Geodésico e, posteriormente, para o Sistema Topográfico Local. A propagação dos erros foi considerada em todo o levantamento cadastral, desde a implantação da RRCM até a determinação das coordenadas dos vértices dos imóveis urbanos. Assim, obtidas as precisões destes vértices, pode-se concluir se os valores teóricos de precisões (ver seção 4) determinados

por Romão et al. (1996), Brandão (2003, p. 82), Miyashita (2008, p. 95) e Rocha (1994 apud GAMA, 2012, p. 232) atendem na prática, aos levantamentos cadastrais urbanos, pois no Brasil ainda não existe uma tolerância para estes levantamentos, diferente do que acontece para os imóveis rurais.

Portanto, este artigo adota as recomendações da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) e do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), dentre tais normas, destacam-se, “A Execução de Levantamentos Topográficos” (ABNT NBR 13.133, 1994), “Implantação de Rede de Referência Cadastral” (ABNT NBR 14.166, 1998), “Execução de Levantamento Planimétrico e Cadastral de Imóvel Urbanizado com área até 25.000 m², para fins de estudos, projetos e edificações” (ABNT NBR 14.465, 2001) e “Recomendações para Levantamento Relativo Estático – GPS” (IBGE, 2008).

2. A REDE DE REFERÊNCIA CADASTRAL MUNICIPAL (RRCM)

A determinação confiável dos limites do imóvel urbano deve ser vinculada as redes geodésicas do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), como exemplo, da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS (RBMC). Para a implantação de uma RRCM necessita-se da densificação desta rede geodésica para o interior do município.

A norma da ABNT de número 14.166 (1998, p. 10) apresenta as estruturas de um RRCM de forma hierárquica decrescente, e para o presente trabalho discute-se o caso planimétrico:

- Marco geodésico de precisão: obtido com base no transporte de coordenadas dos marcos geodésicos pertencentes ao SGB (ABNT NBR 14.166, 1998, p.3). Neste artigo, o marco geodésico de precisão foi transportado com base em dois marcos da RBMC;

- Marco geodésico de apoio imediato: obtido com base no transporte de coordenadas do marco geodésico de precisão (ABNT NBR 14166, 1998, p. 3); e,

- Pontos topográficos: pontos de coordenadas planimétricas implantados e materializados no terreno, determinados por poligonal topográfica (ABNT NBR 14166, 1998,

p. 4).

A compatibilização de coordenadas em um mesmo sistema de referência é tarefa essencial quando envolve a determinação da precisão das coordenadas dos vértices de imóveis urbanos. Neste artigo, os pontos determinados com base no posicionamento por satélite, em especial o GPS, fazem referência ao Sistema SIRGAS 2000, onde a origem localiza-se no centro geométrico do elipsoide de referência (*Geodetic Reference System - GRS80*). Quando da utilização da estação total para as medições em campo de ângulos e distâncias, faz-se referência ao plano topográfico local.

Desta forma, na seção 5 deste artigo, as coordenadas curvilíneas geodésicas, latitude (ϕ) e longitude (λ), dos marcos geodésicos pertencentes à RRCM foram transformadas em plano retangulares (X_L e Y_L), conforme a formulação da norma da ABNT NBR 14.166 (1998, p. 15). Implantou-se um Sistema Topográfico Local (STL), cuja origem ($X_L = 150.000$ m e $Y_L = 250.000$ m) é a intersecção do plano horizontal com a vertical de um ponto de coordenadas geodésicas conhecidas.

É importante salientar que cada município brasileiro pode adotar o seu próprio plano topográfico local, desde que as dimensões máximas sejam de aproximadamente 70 km, contada da origem do respectivo sistema (ABNT NBR 14.166, 1998, p. 5 e 7).

3. LEVANTAMENTO CADASTRAL

Esta seção aborda o uso do GPS na determinação das coordenadas dos marcos geodésicos pertencente à RRCM, e o uso da estação total na determinação das coordenadas dos pontos topográficos e dos vértices de imóveis urbanos. Mais detalhe encontra-se em Coelho (2013).

3.1 O uso do GPS no levantamento cadastral

Uma vantagem da tecnologia GPS, quando comparada ao uso da estação total, é que não há a necessidade de intervisibilidade entre as estações. Portanto, o GPS é muito utilizado na implantação da RRCM, por meio do posicionamento relativo estático. Apesar desta vantagem, apresenta limitações, como a perda e o multicaminho do sinal refletido do satélite

ao receptor, causado pelas edificações, árvores, torres, pontes, entre outros. Com a presença de tais obstruções, utiliza-se deste instrumento integrado com a estação total, com base nos métodos convencionais.

Segundo Monico (2008, p. 333), o princípio do método de posicionamento relativo estático se baseia em um receptor (base) que se mantém fixo coletando os dados, enquanto o outro receptor móvel (*rover*) percorre as estações de interesse. O tempo de ocupação do *rover* deve ser superior a 20 minutos para que seja resolvida a ambiguidade dos vetores linhas de base. Com o advento das redes ativas de monitoramento, dispondo de apenas um receptor, o usuário efetua este posicionamento ao acessar os dados de uma ou mais estações da RBMC.

Os efeitos de primeira ordem da refração ionosférica podem ser minimizados, neste posicionamento, quando se dispõe da observável (L1) em linhas de base inferiores a 20 km, ou quando se utiliza as observáveis (L1 e L2) em linhas de base maiores que 20 km, com base nas combinações lineares das respectivas observáveis.

Para minimizar os erros dos osciladores dos satélites presentes no posicionamento, pode-se utilizar das efemérides precisas produzidas pelo *International GNSS Service* (IGS).

3.2 O uso da estação total no levantamento cadastral

A estação total acopla em um único equipamento, o teodolito, um distanciômetro, um microprocessador e uma memória interna para armazenar o grande número de informações coletadas em campo.

Ao se tratar de medições terrestres a serem aplicadas em um levantamento cadastral urbano, neste artigo, são apresentados os métodos de poligonação, interseção à vante e irradiação.

O método de poligonação será utilizado para determinar as coordenadas dos pontos topográficos (P1, P2 e P3), georreferenciadores dos vértices de imóveis urbanos. As coordenadas dos pontos topográficos serão determinadas com base na compensação angular e linear da poligonal. O Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) será aplicado nesta poligonal, considerando as coordenadas dos pontos (P1, P2 e P3) como parâmetros no ajustamento para que suas

precisões sejam determinadas e propagadas para as coordenadas dos vértices dos imóveis urbanos, com base no método de irradiação e interseção à vante. Como no ajustamento optou-se pela injunção relativa, as precisões das observações do vetor (Lb) foram consideradas na diagonal principal da matriz peso (P).

Com base na Matriz Variância e Covariância (MVC) obtidas do ajustamento das coordenadas das estações ajustadas e dos vértices dos imóveis urbanos, utiliza-se da representação geométrica da elipse dos erros para analisar a posição estimada destes pontos em uma região compreendida dentro de uma elipse padrão com 95% de confiabilidade.

3.2.1 Método de poligonação

Segundo Fonte e Vicente (2007, p. 60), uma poligonal é formada por um conjunto de segmentos contíguos de retas que formam uma linha poligonal, dos quais são medidas as extensões dos lados e as amplitudes dos ângulos por eles formados.

A Figura 1 ilustra uma poligonal enquadrada, especificada na norma da ABNT NBR 13.133 (1994, p. 18), como “Classe II PRC - Poligonal auxiliar da RRCM destinada à determinação dos pontos referenciadores de quadras ou de glebas”. A poligonal é do Tipo 2 – “Apoiada e fechada em direções e pontos distintos com desenvolvimento curvo”.

Em respeito ao atendimento das técnicas de observações angulares e lineares, as quais devem ser realizadas conforme preconiza a norma da ABNT NBR 13.133 (1994, p. 18), na seção 5.3.1.1 descreve que as medidas angulares e lineares devem ser realizados com observações recíprocas (vante e ré), com duas leituras conjugadas, posições direta e inversa, com estação total classe 2 ou melhor, com desvios padrão angular $\leq \pm 7''$ e linear $\pm 5 \text{ mm} + 5 \cdot 10^{-6} \cdot D$, onde “D” é a distância medida em km.

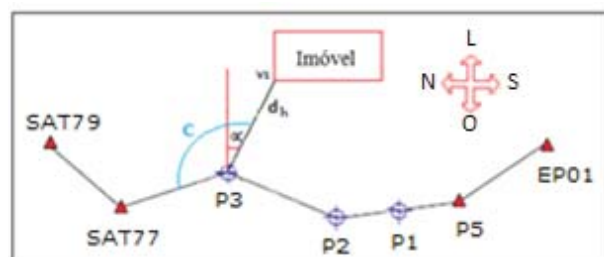


Fig. 1 – Poligonal enquadrada e vértice irradiado.

Nesta poligonal enquadrada, de enlace ou apoiada, são conhecidas as coordenadas dos pontos de partida (EP01 e P5) e de chegada (SAT77 e SAT79). Ela permite a verificação dos erros de fechamento linear e angular. Este tipo de poligonal é bastante utilizado em caminhamentos longitudinais, quando se quer mensurar uma grande quantidade de imóveis em um levantamento cadastral. Por este motivo e, também devido ao fato de Botelho (2003) e Gama (2012) terem utilizado em seus levantamentos uma poligonal fechada, neste artigo, decidiu-se implantar uma poligonal enquadrada para verificar a precisão das estações após o ajustamento pelo MMQ.

3.2.2 Método de irradiação

Apoiado nesta poligonal aplica-se o método de irradiação na determinação das coordenadas dos vértices de imóveis urbanos. Neste método, instala-se o equipamento, estação total, em P3 (Figura 1), medem-se o ângulo horizontal horário (C) e a distância horizontal (d_h). O azimute (Az) (Az) é calculado pela seguinte equação:

$$Az = \left[\arctg \frac{(X_{P3} - X_{SAT77})}{(Y_{P3} - Y_{SAT77})} \right] + C - 180^\circ \quad (1)$$

onde:

X_{SAT77} , Y_{SAT77} e X_{P3} , Y_{P3} são as coordenadas conhecidas dos pontos SAT77 e P3, respectivamente. O ângulo horizontal horário (C) é estimado com a diferença entre as leituras nas direções vante e ré.

Assim, obtém as coordenadas (X_{v1} e Y_{v1}) do vértice do imóvel irradiado pelas seguintes equações:

$$X_{v1} = X_{P3} + d_h \cdot \text{sen}(Az) \quad (2)$$

$$Y_{v1} = Y_{P3} + d_h \cdot \text{cos}(Az) \quad (3)$$

3.2.3 Método de interseção à vante

Segundo a ABNT 14.645-1 (2001, p. 4), o método da interseção à vante é recomendado no levantamento cadastral quando os pontos a serem visados não podem ser determinados com o método de irradiação. Assim, com base em duas amarrações nos vértices da poligonal topográfica, podem-se determinar as coordenadas dos

imóveis urbanos.

Neste método, segundo Kahmen (2005), as coordenadas X_{v1} e Y_{v1} (Figura 2) são calculadas conforme a formulação matemática especificada nas equações (4) e (5).

$$X_1 = \left(\frac{X_{P3} \tan \beta + X_{P2} \tan \alpha + (Y_{P3} - Y_{P2}) \tan \alpha \tan \beta}{\tan \alpha + \tan \beta} \right) \quad (4)$$

$$Y_1 = \left(\frac{Y_{P3} \tan \beta + Y_{P2} \tan \alpha + (X_{P3} - X_{P2}) \tan \alpha \tan \beta}{\tan \alpha + \tan \beta} \right) \quad (5)$$

onde:

X_{P2} , Y_{P2} e X_{P3} , Y_{P3} : coordenadas conhecidas dos pontos P2 e P3, respectivamente.

α e β : ângulos horizontais internos observados em campo.

No Brasil, uma grande problemática para o cadastro urbano é a delimitação do imóvel materializado por um muro de concreto, o qual impede a visada dos vértices localizados no fundo do imóvel com uso de equipamentos como teodolito e estação total. Quando se trata da testada do imóvel, as texturas e as cores dos muros especificam as divisas e são importantes referências para o profissional.

4. A PROPAGAÇÃO DE VARIÂNCIA NO LEVANTAMENTO CADASTRAL

A propagação dos erros evidencia a inferior qualidade posicional dos pontos determinados em relação aos pontos que serviram de amarração. Esta condição foi considerada em todo o levantamento cadastral.

Alguns programas computacionais (aplicativos) de processamento de dados GPS não dispõem, no relatório de ajustamento dos dados, as precisões da latitude (ϕ) e longitude (λ) dos pontos ajustados. Estes valores são necessários na propagação de variância entre o Sistema Geodésico (ϕ , λ) e o STL (X_L ,

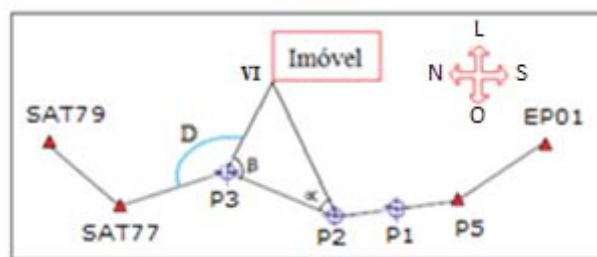


Fig. 2 – Método de posicionamento por interseção à vante.

Y_L). Uma alternativa é fazer a propagação na transformação de coordenadas do Sistema Cartesiano Geodésico (X, Y, Z) para o Sistema Curvilíneo Geodésico (ϕ, λ), cuja formulação está especificada em Aguiar et al. (2002), pois o relatório dos programas comerciais fornecem as coordenadas cartesianas geodésicas e as respectivas precisões. Obtidos os desvios padrão das coordenadas geodésicas curvilíneas ($\sigma_\phi, \sigma_\lambda$) transformam-se as coordenadas do Sistema Geodésico (ϕ, λ) para o STL (X_L, Y_L), conforme as formulações especificadas em Coelho (2013).

Assim, obtêm-se as coordenadas das estações da RRCM no STL, utilizando-se das propagações de variância-covariância para o método de irradiação e interseção à vante e determinam-se as precisões das coordenadas dos vértices dos imóveis urbanos.

Segundo Romão et al. (1996), as coordenadas dos vértices do imóvel devem atingir precisões entre 3 e 5 cm, quando ligados à RRCM com precisões de coordenadas inferiores a 3 cm. Brandão (2003, p. 82) e Miyashita (2008, p. 95) apresentam, teoricamente, o valor de 10 e 6 cm, respectivamente, resultantes do erro máximo de 5 % permitido na área de um imóvel (BRASIL, 2002) e nas dimensões mínimas de um imóvel localizado em área urbana (BRASIL, 1979). Botelho (2003, p. 65) define que para uma RRCM com coordenadas de precisões de 5 cm, o valor de 7 cm é esperado como precisão para as coordenadas dos vértices de imóveis urbanos, quando se utiliza do método de irradiação em distâncias menores que 500 m. Rocha (1994 apud GAMA, 2012, p. 232) apresenta o valor de 10 cm como resultado da propagação dos erros ocasionados no processo de demarcação de loteamentos e parcelamentos de propriedades urbanas. Gama (2012) apresenta o valor de 7,5 cm ao aplicar o método de interseção para determinar as coordenadas dos vértices de imóveis em uma área isenta de obstruções, apoiada a uma RRCM com coordenadas de precisões melhores que 1 cm. É importante salientar que Romão et al. (1996) e Gama (2012) apresentaram precisões melhores que 3 e 1 cm, respectivamente, para a RRCM, ao contrário de Botelho (2003).

A inexistência de uma tolerância para

o cadastro urbano conduz à necessidade de estudos que comprovem se as tolerâncias obtidas teoricamente atendem aos levantamentos na prática, com base na propagação dos erros.

Ao se tratar do cadastro rural brasileiro, o Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária (INCRA) publicou a Norma Técnica Para Georreferenciamento de Imóveis Rurais (INCRA, 2013) que estabelece a tolerância de 50 cm na determinação das coordenadas dos vértices dos imóveis rurais, disponibilizando um manual técnico de posicionamento para orientar os profissionais com os tipos de posicionamentos aceitáveis para o georreferenciamento de imóveis e o manual técnico de confrontação que fornece especificações sobre os limites físicos encontrados em campo.

A propagação de variância aplicada ao método de irradiação

A formulação matemática para o cálculo das coordenadas (X_{v1}, Y_{v1}) do vértice do imóvel pode ser visto nas equações (2) e (3).

A precisão das coordenadas do ponto P_3 deve ser propagada para as coordenadas do vértice V_1 , quando o imóvel é irradiado. Isto permite que as coordenadas do vértice (V_1) tenham as suas precisões determinadas. Calcula-se a MVC das coordenadas X_{v1} e Y_{v1} , com base na seguinte equação:

$$\Sigma X_{V1}, Y_{V1} = D \Sigma d_h, Az, X_{P3}, Y_{P3} \cdot D^T \quad (6)$$

onde:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial X_{V1}}{\partial d_h} & \frac{\partial X_{V1}}{\partial Az} & \frac{\partial X_{V1}}{\partial X_{P3}} & \frac{\partial X_{V1}}{\partial Y_{P3}} \\ \frac{\partial Y_{V1}}{\partial d_h} & \frac{\partial Y_{V1}}{\partial Az} & \frac{\partial Y_{V1}}{\partial X_{P3}} & \frac{\partial Y_{V1}}{\partial Y_{P3}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Desta forma:

$$D = \begin{bmatrix} \text{sen } d_h & d_h \cos Az & 1 & 0 \\ \cos Az & -d_h \text{sen } Az & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

e D^T é a sua transposta.

Obtém-se a matriz diagonal

$\sum d_h, A, X_{P_3}, Y_{P_3}$ que contém a variância de cada observação, cujas covariâncias são nulas, pois as observações foram consideradas não correlacionadas:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{d_h}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{Az}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{X_{P_3}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{Y_{P_3}}^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$\sigma_{X_{P_3}}$ e $\sigma_{Y_{P_3}}$ = desvios padrão das coordenadas de P_3 em X e Y, respectivamente;

σ_{Az} = desvio padrão do azimute, e,

σ_{d_h} = desvio padrão linear da estação total.

O desvio padrão linear (σ_{d_h}) corresponde ao da estação total GPT 3007W utilizada nesta pesquisa. O cálculo é mostrado na equação (10), segundo Wolf & Ghilani (1997):

$$\sigma_{d_h} = \left(\frac{2}{1000} \right) + \left(d_h \times \frac{2}{1000000} \right) \quad (10)$$

Como o desvio padrão do azimute (σ_{Az}) não é conhecido, efetua-se o cálculo da propagação de variância para obter a sua magnitude, com base na equação (1). A MVC do azimute ($\sum Az$) é calculada com base na seguinte equação:

$$D \sum X_{SAT77}, Y_{SAT77}, X_{P_3}, Y_{P_3}, C \cdot D^T \quad (11)$$

onde:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial Az}{\partial X_{SAT77}} & \frac{\partial Az}{\partial Y_{SAT77}} & \frac{\partial Az}{\partial X_{P_3}} & \frac{\partial Az}{\partial Y_{P_3}} & \frac{\partial Az}{\partial C} \end{bmatrix} \quad (12)$$

e D^T é a sua transposta.

As respectivas derivadas são apresentadas, a seguir:

$$\frac{\partial A}{\partial X_{SAT77}} = \frac{(Y_{SAT77} - Y_{P_3})}{(Y_{SAT77} - Y_{P_3})^2 + (X_{SAT77} - X_{P_3})^2} \quad (13)$$

$$\frac{\partial A}{\partial Y_{SAT77}} = \frac{(X_{P_3} - X_{SAT77})}{(Y_{SAT77} - Y_{P_3})^2 + (X_{SAT77} - X_{P_3})^2} \quad (14)$$

$$\frac{\partial A}{\partial X_{P_3}} = \frac{(Y_{P_3} - Y_{SAT77})}{(Y_{SAT77} - Y_{P_3})^2 + (X_{SAT77} - X_{P_3})^2} \quad (15)$$

$$\frac{\partial A}{\partial Y_{P_3}} = \frac{(X_{SAT77} - X_{P_3})}{(Y_{SAT77} - Y_{P_3})^2 + (X_{SAT77} - X_{P_3})^2} \quad (16)$$

$$\frac{\partial A}{\partial C} = 1 \quad (17)$$

Obtém-se a matriz diagonal de $\sum X_{SAT77}, Y_{SAT77}, X_{P_3}, Y_{P_3}, C$ que contém a variância de cada observação:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{X_{SAT77}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{Y_{SAT77}}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{X_{P_3}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{Y_{P_3}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_C^2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$\sigma_{X_{SAT77}}$ e $\sigma_{Y_{SAT77}}$ = precisão das coordenadas do SAT77 em X e Y;

$\sigma_{X_{P_3}}$ e $\sigma_{Y_{P_3}}$ = precisão das coordenadas de P_3 em X e Y; e,

σ_C = desvio-padrão angular da estação total, em radianos

Após obter a MVC do azimute ($\sum Az$), substitui-se o valor do desvio padrão do azimute (σ_{Az}) na equação (9) e calcula-se o erro propagado para as coordenadas do vértice do imóvel urbano (X_{v1}, Y_{v1}).

A resultante planimétrica é calculada com base na seguinte equação:

$$\sigma_{plan} = \sqrt{\sigma_{X_{V1}}^2 + \sigma_{Y_{V1}}^2} \quad (19)$$

A propagação de variância aplicada ao método de interseção a vante

A formulação matemática para o cálculo das coordenadas (X_{v1}, Y_{v1}) do vértice do imóvel urbano pode ser visto nas equações (4) e (5). A

Figura 2 ilustra o método de interseção à vante.

Calcula-se a MVC das coordenadas (X_{VI} , Y_{VI}) com base na seguinte equação:

$$\Sigma X_{VI}, Y_{VI} = D \Sigma \alpha, \beta, X_{P2}, X_{P3}, Y_{P2}, Y_{P3} \cdot D^T \quad (20)$$

onde:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial X_v}{\partial \alpha} & \frac{\partial X_v}{\partial \beta} & \frac{\partial X_v}{\partial X_{P2}} & \frac{\partial X_v}{\partial X_{P3}} & \frac{\partial X_v}{\partial Y_{P2}} & \frac{\partial X_v}{\partial Y_{P3}} \\ \frac{\partial Y_v}{\partial \alpha} & \frac{\partial Y_v}{\partial \beta} & \frac{\partial Y_v}{\partial X_{P2}} & \frac{\partial Y_v}{\partial X_{P3}} & \frac{\partial Y_v}{\partial Y_{P2}} & \frac{\partial Y_v}{\partial Y_{P3}} \end{bmatrix} \quad (21)$$

e D^T é a sua transposta.

As respectivas derivadas são mostradas a seguir:

$$\frac{dX_{VI}}{d\alpha} = [(\text{sen}\beta \cdot \text{cosec}^2(\beta + \alpha) \sin\beta)(y_{P3} - y_{P2})] + \cos\beta(x_{P2} - x_{P3}) \quad (22)$$

$$\frac{dX_{VI}}{d\beta} = \text{sen}\alpha \cdot \text{cosec}^2(\beta + \alpha) [((y_{P3} - y_{P2}) \text{sen}\alpha) + \cos\alpha(x_{P3} - x_{P2})] \quad (23)$$

$$\frac{dX_{VI}}{dX_{P2}} = \cos\beta \cdot \text{sen}\alpha \cdot \text{cosec}(\beta + \alpha) \quad (24)$$

$$\frac{dX_{VI}}{dX_{P3}} = \text{sen}\beta \cdot \cos\alpha \cdot \text{cosec}(\beta + \alpha) \quad (25)$$

$$\frac{dX_{VI}}{dY_{P2}} = \text{sen}\beta \cdot \text{sen}\alpha(-\text{cosec}(\beta + \alpha)) \quad (26)$$

$$\frac{dX_{VI}}{dY_{P3}} = \text{sen}\beta \cdot \text{sen}\alpha \cdot \cos(\beta + \alpha) \quad (27)$$

$$\frac{dY_{VI}}{d\alpha} = (\text{sen}\beta \cdot \text{cosec}^2(\beta + \alpha))((x_{P2} - x_{P3}) \text{sen}\beta) + \cos\beta(y_{P2} - y_{P3}) \quad (28)$$

$$\frac{dY_{VI}}{d\beta} = \text{sen}\alpha \cdot \text{cosec}^2(\beta + \alpha) [((x_{P2} - x_{P3}) \text{sen}\alpha) + \cos\alpha(y_{P3} - y_{P2})] \quad (29)$$

$$\frac{dY_{VI}}{dX_{P2}} = \cos\beta \cdot \text{sen}\alpha \cdot \text{cosec}(\beta + \alpha) \quad (30)$$

$$\frac{dY_{VI}}{dX_{P3}} = \text{sen}\beta \cdot \cos\alpha \cdot \text{cosec}(\beta + \alpha) \quad (31)$$

$$\frac{dY_{VI}}{dY_{P2}} = \text{sen}\beta \cdot \text{sen}\alpha \cdot \cos(\beta + \alpha) \quad (32)$$

$$\frac{dY_{VI}}{dY_{P3}} = \text{sen}\beta \cdot \text{sen}\alpha(-\cos(\beta + \alpha)) \quad (33)$$

Obtém-se a matriz diagonal de $\Sigma \alpha, \beta, X_{P2}, X_{P3}, Y_{P2}, Y_{P3}$ que contém a variância de cada observação:

$$\begin{bmatrix} \sigma_\alpha^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\beta^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{X_{P2}}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{X_{P3}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{Y_{P2}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{Y_{P3}}^2 \end{bmatrix} \quad (34)$$

σ_α = desvio padrão do ângulo α ;

σ_β = desvio padrão do ângulo β ;

$\sigma_{X_{P3}}$ e $\sigma_{Y_{P3}}$ = desvio padrão das coordenadas de P_3 em X e Y; e,

$\sigma_{X_{P2}}$ e $\sigma_{Y_{P2}}$ = desvio padrão das coordenadas de P_2 em X e Y.

É importante salientar que uma alternativa para verificar se o cálculo da propagação de variância para a interseção à vante está correto, é colocar o valor do ângulo α igual a β e as mesmas precisões para as coordenadas X_{P2} , Y_{P2} , X_{P3} , Y_{P3} (ver Figura 2). O resultado da propagação são precisões iguais para as coordenadas (X_{VI} , Y_{VI}) do vértice do imóvel urbano determinado.

5. PRECISÃO DAS COORDENADAS

Esta seção apresenta a metodologia adotada nos experimentos realizados e a análise dos seus resultados para a Área Teste. Nela foi implantada uma RRCM, aplicando-se o método de posicionamento com GPS e estação total. As coordenadas dos vértices dos imóveis urbanos foram determinadas com a estação total, com base nos métodos de interseção à vante e de irradiação.

A seguir, descreve-se cada etapa, cuja ordem de apresentação e análise dos resultados segue a propagação dos erros, considerada em todo levantamento cadastral.

5.1 Materiais e métodos

Inicialmente, realizou-se o posicionamento relativo estático com o GPS para estimar as coordenadas do marco geodésico de precisão (SAT82) em frente ao estádio Prudentão, com base em duas estações da RBMC (ROSA e ILHA). O SAT82 está localizado a 2,5 km de distância da Área Teste. Esta distância justificase, pois nem sempre a origem da RRCM localiza-se perto do levantamento cadastral. Portanto, densificam-se os marcos de apoio imediato com base no marco geodésico.

Apesar de a Área de Estudo localizar-se em Presidente Prudente (SP), não utilizou-se da estação PPTTE da RBMC, porque esta pesquisa contribui com os municípios brasileiros que não possuem uma estação da RBMC, ou melhor, uma estação da rede geodésica de referência, o que implica na materialização de uma RRCM. Optou-se pela RBMC por serem estações pertencentes à rede nacional.

Desta forma, com base no SAT82 determinaram-se as coordenadas dos marcos geodésicos de apoio imediato (SAT77, SAT79, EP01 e P5) localizados no Campus da UNESP em Presidente Prudente, parte da Área Teste (Figura 3, ver subseção 5.4). As variâncias das coordenadas geodésicas do SAT82 foram propagadas para os marcos geodésicos de apoio imediato.

As coordenadas dos marcos geodésicos de apoio imediato foram transformadas do Sistema Cartesiano Geodésico (X, Y, Z) para o Sistema Curvilíneo Geodésico (Φ, λ) e, posteriormente, para o STL (X_L, Y_L), cuja origem é o marco SAT82. Em todas as transformações foram realizadas propagações de variâncias.

Empregando-se os marcos geodésicos de apoio imediato, utilizou-se da estação total para o levantamento de uma poligonal enquadrada para a determinação dos pontos topográficos P1, P2 e P3 (Figura 3, ver subseção 5.4). As coordenadas destes pontos foram calculadas com base nas compensações angular e linear da poligonal.

A poligonal foi ajustada com base no MMQ, onde se utilizou como parâmetros as coordenadas dos pontos topográficos. Embora realizadas as compensações angular e linear, o ajustamento foi aplicado para estimar as precisões das coordenadas dos pontos topográficos (P1, P2

e P3).

Os métodos de irradiação e interseção à vante foram empregados para determinar as coordenadas dos vértices dos imóveis urbanos na Área Teste. Os resultados foram analisados e comparados.

Utilizou-se da representação geométrica com base na elipse dos erros para analisar a posição estimada das coordenadas de cada estação, assim como a dos vértices dos imóveis, em uma região compreendida dentro de uma elipse padrão com 95% de confiabilidade.

Para realizar o posicionamento por satélite, empregou-se um par de receptores Hiper Lite, que, segundo o Manual do operador (disponível em <http://www.gpssul.com.br/docs/manuais/GPS/HiPer/HiPer_Port.pdf>), para o posicionamento relativo estático tem precisão horizontal de $3 \text{ mm} + 1 \times 10^{-6} \times$ (comprimento do vetor linha de base) ao utilizar as combinações lineares das frequências L1 e L2, e de $5 \text{ mm} + 1,5 \times 10^{-6} \times$ (comprimento do vetor linha de base) ao utilizar apenas a frequência L1.

O processamento e o ajustamento das observações GPS foram executados no programa *Trimble Business Center* (TBC), disponível pelo Departamento de Cartografia da UNESP de Presidente Prudente.

Para o posicionamento com base nos métodos terrestres de medição utilizou-se de uma estação total GPT 3007W da marca Topcon com precisão (σ) angular de $7''$ e linear de $2 \text{ mm} + 2 \times 10^{-6} \times D_h$ (modo de leitura fina) e um conjunto de dois prismas refletores posicionados sobre os tripés.

Os cálculos das compensações angular e linear e do ajustamento com base no MMQ da poligonal topográfica foram realizados no programa ADJUST desenvolvidos por Wolf e Ghilani (1997).

As formulações das transformações entre os sistemas de coordenadas estão disponíveis em Coelho (2013) e foram desenvolvidas no programa SCILAB. Para o método de irradiação e interseção à vante foram desenvolvidos os programas IRRADIAÇÃO e INTERSEÇÃO_VANTE, com base nas formulações das subseções 4.1 e 4.2, deste artigo, respectivamente.

5.1.1 Marco geodésico de precisão

As coordenadas geodésicas do marco

origem (SAT82) foram determinadas com base nas estações ROSA e ILHA, localizadas em Rosana (SP) e Ilha Solteira (SP), respectivamente, ambas pertencentes à RBMC. O SAT82 localiza-se na frente do estádio Prudentão, na Praça Nicola Mandredini, em Presidente Prudente (SP).

As coordenadas geodésicas do SAT82 foram determinadas com base no posicionamento relativo estático. O tempo de rastreamento de 4 horas e intervalo de coleta de 15 segundos foi proporcional ao comprimento dos vetores linhas de base (inferior a 185 km) entre as estações que serviram de referência (ILHA e ROSA) e o marco coletado. As informações como o tempo de rastreamento e o intervalo de coleta estão disponíveis em IBGE (2008).

5.1.1.2 Processamento e ajustamento do marco geodésico de precisão

Para o processamento das observações, utilizou-se das frequências L1 e L2 e optou-se por linhas de base independente no formato radial, onde cada vetor linha de base (estação – ponto coletado) é processado individualmente e não se processa o vetor ILHA-ROSA.

As coordenadas curvilíneas geodésicas (ϕ , λ , h) e as respectivas precisões das estações ILHA e ROSA foram injuncionadas de forma relativa no TBC. Estas informações foram obtidas no memorial descritivo de cada estação, disponível no site do IBGE. O objetivo é propagar os erros resultantes destas estações para todo levantamento cadastral.

As efemérides precisas foram obtidas no site do IGS e utilizadas no processamento do marco geodésico de precisão (SAT82). O ajustamento foi aprovado no teste Qui Quadrado a um nível de significância de 95%.

As coordenadas no sistema UTM (E, N) em SIRGAS 2000, na época 2000.4, e as respectivas precisões resultantes do processamento e ajustamento no TBC utilizando-se das efemérides precisas, estão na Tabela 1, para cada ponto identificado (ID).

As precisões das coordenadas (E, N) do SAT82 têm magnitudes iguais a 4 mm. Com base na elipse dos erros obtidas no TBC, o SAT82 tem 95% de probabilidade de ter sua posição estimada dentro de uma elipse com semieixo maior ($a = 6$ mm), semieixo menor ($b = 4$ mm)

e ângulo crítico de 26° .

5.1.2 Marcos geodésicos de apoio imediato

Os marcos geodésicos de apoio imediato pertencentes à RRCM situam-se nas dependências do Campus da UNESP de Presidente Prudente. Para a obtenção de suas coordenadas utilizou-se da alternância das posições de dois receptores. Esta metodologia é denominada em Silva et al. (2003) de “salto de rã”. A vantagem é que não necessita de um receptor (base) estático durante todo o levantamento da RRCM.

As coordenadas geodésicas dos pontos coletados foram determinadas com base no posicionamento relativo estático, com tempo e intervalo de coleta de 30 minutos e 15 segundos, respectivamente.

5.1.2.1 Processamento e ajustamento dos marcos geodésicos de apoio imediato

No processamento e ajustamento das observações utilizou-se das efemérides precisas, e apenas a frequência L1 foi processada, pois o comprimento dos vetores linhas de base são inferiores a 20 km.

As coordenadas no sistema UTM (E, N) dos marcos geodésicos de apoio imediato, no referencial SIRGAS 2000, as respectivas precisões resultantes do ajustamento e as componentes das elipses de erros com 95 % de confiança estão apresentados nas Tabela 2 e 3.

A precisão da coordenada E varia de 8 mm (SAT79) a 10 mm (EP01 e P5). Para a coordenada N, de 8 mm (SAT77 e SAT79) a 9 mm (EP01 e P5).

5.2 Propagação de variância - covariância na transformação entre os sistemas de coordenadas geodésicas

O conteúdo a seguir trata da transformação das coordenadas do Sistema Cartesiano Geodésico (X, Y, Z) para o Sistema Curvilíneo Geodésico (ϕ, λ, h) do marco geodésico de precisão e dos marcos geodésicos de apoio imediato, cujas coordenadas resultantes encontram-se na Tabela 6. Posteriormente, realizou-se a transformação das coordenadas geodésicas em plano retangulares, associadas ao STL (X_L, Y_L). O objetivo destas transformações foi compatibilizar o referencial geocêntrico com o topográfico local.

Tabela 1: Coordenadas no sistema UTM em SIRGAS 2000 e as respectivas precisões do marco geodésico de precisão.

| ID do ponto | E (m) | N (m) | σ (cm) | |
|-------------|------------|-------------|---------------|-----|
| | | | E | N |
| ILHA | 464178,025 | 7741141,411 | 0,1 | 0,1 |
| ROSA | 299223,778 | 7507938,289 | 0,1 | 0,1 |
| SAT82 | 456995,395 | 7556347,606 | 0,4 | 0,4 |

Tabela 2: Coordenadas UTM em SIRGAS 2000 e as respectivas precisões dos marcos geodésicos de apoio imediato.

| ID do ponto | E (m) | N (m) | σ (cm) | |
|-------------|------------|-------------|---------------|-----|
| | | | E | N |
| EP01 | 457963,926 | 7553544,203 | 1 | 0,9 |
| P5 | 457906,511 | 7553594,345 | 1 | 0,9 |
| SAT77 | 457821,729 | 7553834,958 | 0,9 | 0,8 |
| SAT79 | 457876,355 | 7553951,876 | 0,8 | 0,8 |

Tabela 3: Semieixos maior (a) e menor (b) e o ângulo crítico (T) da elipse de erros das coordenadas UTM dos marcos geodésicos de apoio imediato

| ID do ponto | a (cm) | b (cm) | T |
|-------------|--------|--------|-----|
| EP01 | 1,2 | 1,1 | 71° |
| P5 | 1,2 | 1,1 | 71° |
| SAT77 | 1,1 | 1,1 | 82° |
| SAT79 | 1,0 | 1,0 | 79° |

5.2.1 Propagação de variância na transformação do Sistema Cartesiano Geodésico (X, Y, Z) para o Sistema Curvilíneo Geodésico (ϕ, λ, h)

As Tabelas 4 e 5 advêm do relatório de ajustamento do TBC. As coordenadas cartesianas geodésicas e suas respectivas precisões foram utilizadas para a transformação entre o Sistema Cartesiano Geodésico e o Sistema Curvilíneo Geodésico. Portanto, desenvolveu-se o programa CONVERT 1, no *excel*, com base nas formulações especificadas em Aguiar et al. (2002).

As Tabelas 6 e 7 apresentam as coordenadas curvilíneas geodésicas e as respectivas precisões em metros, como resultado da propagação de variância na transformação entre os sistemas de coordenadas dos marcos geodésicos pertencentes à RRCM.

Os marcos geodésicos apresentam precisões variando de 0,7 a 1,7 cm para a latitude (ϕ), sendo o menor valor para o SAT82 e o maior valor para o EP01 e P5, ambos de iguais magnitudes. Para a longitude (λ), tem-se uma variação entre 1,1 a 2,4 cm, sendo o menor valor para o SAT82 e o maior valor para o P5.

5.2.2 Propagação de variância na transformação do Sistema Curvilíneo Geodésico para o Sistema Topográfico Local

Para a propagação de variância entre os sistemas, desenvolveu-se o programa CONVERT2, no *excel*, com base nas formulações especificadas em Coelho (2013). A Tabela 8 apresenta as coordenadas (X_L, Y_L) no STL e as respectivas precisões em metros, como resultado da propagação de variância na transformação entre os sistemas de coordenadas dos marcos pertencentes à RBMC.

Os marcos pertencentes à RRCM apresentam uma variação na precisão de 1,4 a 2,4 cm em X_L , sendo o menor valor para o SAT82 e os demais apresentam a mesma magnitude. Em Y_L a variação é de 1,0 a 1,8 cm, sendo o menor valor para o SAT82 e o maior valor para o P5 e EP01, ambos de iguais magnitudes.

O SAT82 foi considerado a origem do STL, apresentando as menores incertezas, tanto em X_L como em Y_L .

5.3 Pontos topográficos

A poligonal enquadrada apresentada na

Tabela 4: Coordenadas cartesianas geodésicas dos marcos geodésicos pertencentes à RRCM

| ID do ponto | X (m) | Y (m) | Z (m) |
|-------------|-------------|--------------|--------------|
| EP01 | 3687632.898 | -4620673.696 | -2387161.182 |
| P5 | 3687599.241 | -4620723.393 | -2387114.121 |
| SAT77 | 3687585.491 | -4620841.105 | -2386887.941 |
| SAT79 | 3687654.705 | -4620839.719 | -2386778.944 |
| SAT82 | 3687557.361 | -4622120.391 | -2384571.348 |

Tabela 5: Precisões das coordenadas cartesianas geodésicas dos marcos geodésicos pertencentes à RRCM

| ID do ponto | σ_x (cm) | σ_y (cm) | σ_z (cm) |
|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| EP01 | 2,1 | 2,7 | 1,6 |
| P5 | 2,2 | 2,7 | 1,6 |
| SAT77 | 2,1 | 2,6 | 1,5 |
| SAT79 | 2,1 | 2,5 | 1,5 |
| SAT82 | 1,1 | 1,2 | 0,7 |

Tabela 6: Coordenadas curvilíneas geodésicas dos marcos geodésicos pertencentes à RRCM

| ID do ponto | LATITUDE (ϕ) | LONGITUDE (λ) | h (m) |
|-------------|---------------------|-------------------------|---------|
| EP01 | -22°07'21,4357" | -51°24'27,3344" | 436,738 |
| P5 | -22°07'19,7999" | -51°24'29,3338" | 435,551 |
| SAT77 | -22°07'11,9670" | -51°24'32,2706" | 427,667 |
| SAT79 | -22°07'08,1693" | -51°24'30,35299" | 425,618 |
| SAT82 | -22°05'50,1749" | -51°25'00,8738" | 465,973 |

Tabela 7: Precisões das Coordenadas curvilíneas geodésicas dos marcos geodésicos pertencentes à RRCM

| ID do ponto | σ_ϕ (cm) | σ_λ (cm) | σ_z (cm) |
|-------------|--------------------|-----------------------|-----------------|
| EP01 | 1,7 | 2,3 | 2,4 |
| P5 | 1,7 | 2,4 | 2,4 |
| SAT77 | 1,6 | 2,3 | 2,3 |
| SAT79 | 1,6 | 2,3 | 2,2 |
| SAT82 | 0,7 | 1,1 | 1,1 |

Tabela 8: Coordenadas plano retangulares no STL e as respectivas precisões dos marcos pertencentes à RRCM

| ID do ponto | X_L (m) | Y_L (m) | σ_{XL} (cm) | σ_{YL} (cm) |
|-------------|------------|------------|--------------------|--------------------|
| EP01 | 150961,280 | 247192,696 | 2,4 | 1,8 |
| P5 | 150903,976 | 247243,017 | 2,4 | 1,8 |
| SAT77 | 150819,817 | 247483,970 | 2,4 | 1,7 |
| SAT79 | 150874,787 | 247600,790 | 2,4 | 1,7 |
| SAT82 | 150000,000 | 250000,000 | 1,4 | 1,0 |

Figura 3 foi estabelecida para transportar as coordenadas que estão no STL, dos vértices EP01, P5, SAT77 e SAT79 para os pontos topográficos P1, P2 e P3.

Os ângulos e distâncias horizontais foram medidos com base no método de reiteração, com duas leituras conjugadas em atendimento às especificações da ABNT 13.133 (1994, p. 18). O prisma e a estação total se alternaram sobre as bases nivelantes para efetuar a técnica de centragem forçada.

A correção atmosférica (42,23 ppm) foi

determinada com base na pressão atmosférica (690 mmHg) e na temperatura (35 °C), corrigidas em campo no momento do levantamento topográfico. A correção atmosférica e a constante do prisma (-30 mm) foram configuradas na estação total para a correção automática das distâncias horizontais observadas em campo.

Com base na propagação de variância-covariância e nas leituras conjugadas, determinou-se o desvio padrão angular de 19,78" e o linear que variou de 3,9 a 4,3 mm para as distâncias resultantes. A amplitude do desvio padrão linear



Fig. 3 – Poligonal enquadrada.

depende da distância do equipamento ao alvo, ao contrário do desvio padrão angular de 7” que é o mesmo para cada ângulo observado.

Os cálculos dos azimutes, das coordenadas dos pontos topográficos, as compensações angulares e lineares e as respectivas tolerâncias da poligonal foram realizados no programa ADJUST.

Após o cálculo dos erros angular ($e_a = 11''$), linear planimétrico ($e_p = 1,4$ cm) e relativo ($1/23800$), referente à poligonal topográfica, verificou-se que ambos atendem às tolerâncias angular ($T_a = 2'39,15''$) e linear ($T_p = 0,213$ m), calculadas conforme a formulação da norma ABNT NBR 13.133 (1994, p. 19-22).

5.3.1 Ajustamento da poligonal topográfica com base no MMQ

O Método dos Mínimos Quadrados será aplicado nesta poligonal com base no programa ADJUST, pois é necessário determinar as precisões das coordenadas dos pontos (P1, P2 e P3). Portanto, consideraram-se como parâmetros, no ajustamento, as coordenadas destes pontos topográficos.

No ajustamento, optou-se pela injunção relativa e considerou-se a precisão das coordenadas das estações de referência (EP01, P5, SAT77 e SAT79), e o desvio padrão dos ângulos e distâncias horizontais observados pela estação total. É importante salientar, que neste ajustamento as coordenadas das estações de referência (EP01, P5, SAT77 e SAT79) também são ajustadas e novas precisões são obtidas.

No ajustamento, há um total de 19 observações (n): 6 distâncias horizontais, 5 ângulos e 8 coordenadas ($X_{EP}, Y_{EP}, X_{P5}, Y_{P5}, X_{SAT77}, Y_{SAT77}, X_{SAT79}, Y_{SAT79}$). São 14 parâmetros (u) a estimar: número de pontos da poligonal multiplicado por 2, ou seja, pelas coordenadas X e Y. Assim, o número de graus de liberdade do sistema de equações se totaliza em 5, ou seja, $(19 - 14)$.

O ajustamento não passou no teste de hipótese com 95% de confiança, onde o χ^2_c calculado (0.96) foi comparado em um teste bilateral, sendo maior que o $\chi^2_{5,0.05/2}$ tabelado (0.83) e menor que o $\chi^2_{1-0.05/2}$ tabelado (12.83).

A variância *a-posteriori* calculada foi de 0.1 e para *a-priori* foi definido como valor unitário. Foram necessárias duas iterações para que os elementos do vetor dos parâmetros $|X|$ fossem menores que o critério de parada (0,001 metros).

Nas Tabelas 9 e 10, encontram-se os valores das coordenadas (X_L, Y_L) no STL, obtidas no ajustamento das estações com base no MMQ, as respectivas precisões, os semi-eixos maior (a) e menor (b), além do ângulo crítico da elipse de erros, ao nível de significância de 95 %.

As estações ajustadas apresentam uma variação na precisão de 0,4 a 0,6 cm na coordenada X_L , sendo o maior valor para

Tabela 9: Coordenadas (X_L, Y_L) ajustadas no STL e as respectivas precisões

| ID do Ponto | X_L (m) | Y_L (m) | σ_{XL} (cm) | σ_{YL} (cm) |
|-------------|------------|------------|--------------------|--------------------|
| EP01 | 150961.285 | 247192.691 | 0,6 | 0,4 |
| P5 | 150903.974 | 247243.013 | 0,5 | 0,3 |
| P1 | 150865,731 | 247347,136 | 0,4 | 0,3 |
| P2 | 150821,613 | 247434,671 | 0,5 | 0,3 |
| P3 | 150814,634 | 247457,981 | 0,5 | 0,3 |
| SAT77 | 150819.814 | 247483.970 | 0,5 | 0,3 |
| SAT79 | 150874.787 | 247600.798 | 0,6 | 0,4 |

Tabela 10: Semieixos maior (a) e menor (b), ângulo crítico (T) da elipse de erros das coordenadas ajustadas no STL

| ID Ponto | a (cm) | b (cm) | T |
|----------|--------|--------|-----|
| EP01 | 0,6 | 0,4 | 71° |
| P5 | 0,5 | 0,3 | 87° |
| P1 | 0,4 | 0,3 | 87° |
| P2 | 0,5 | 0,3 | 81° |
| P3 | 0,5 | 0,3 | 79° |
| SAT77 | 0,5 | 0,3 | 74° |
| SAT79 | 0,6 | 0,3 | 95° |

as estações SAT79 e EP01, ambas de iguais magnitudes. Para a coordenada Y_L , há uma variação de 0,3 a 0,4 cm, sendo o maior valor para as estações SAT79 e EP01, ambas de iguais magnitudes.

No resultado do ajustamento, os ângulos observados apresentam precisões de magnitude 6.0 a 6.3 segundos de arco. As distâncias variam de 1,2 a 1,4 mm.

Nota-se que as precisões das coordenadas dos pontos topográficos resultantes do ajustamento tiveram magnitude milimétrica. Gama (2012, p. 243) e Botelho (2003, p. 77) aplicaram o MMQ em um poligonal fechada envolvendo uma quadra em área urbana, cujas precisões das coordenadas das estações também foram de magnitude milimétrica. Gama (2012, p. 242) também atingiu precisões de mesma magnitude na aplicação do MMQ em uma poligonal enquadrada. Nestes estudos de caso, o MMQ minimizou os erros propagados na implantação da RRCM.

5.4 Levantamento dos vértices de imóveis com estação total

Com a estação total estacionada nos pontos topográficos foram medidos 11 vértices de imóveis urbanos (Figura 4) com base nos métodos de irradiação e interseção à vante, conforme especifica na norma ABNT NBR 14.645-1 (2001, p. 4).

5.4.1 Método da irradiação aplicado na Área Teste

As estações P2 e P3 foram utilizadas como referência para este levantamento. Os vértices dos imóveis (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11) foram irradiados e as respectivas coordenadas no STL foram obtidas com base no programa IRRADIAÇÃO.

As precisões em X e Y (ver Tabela 9) das coordenadas das estações P2 e P3, assim como os desvios padrão linear ($2 \text{ mm} + 2 \times 10^{-6} \times D_h$) e angular ($7''$) da estação total foram propagados para os vértices dos imóveis irradiados.

Nas Tabelas 11 e 12, encontram-se os valores das coordenadas (X_L , Y_L) no STL, dos vértices irradiados e as respectivas precisões, os semieixos maior (a) e menor (b), além do ângulo crítico da elipse de erros, ao nível de significância de 95%.

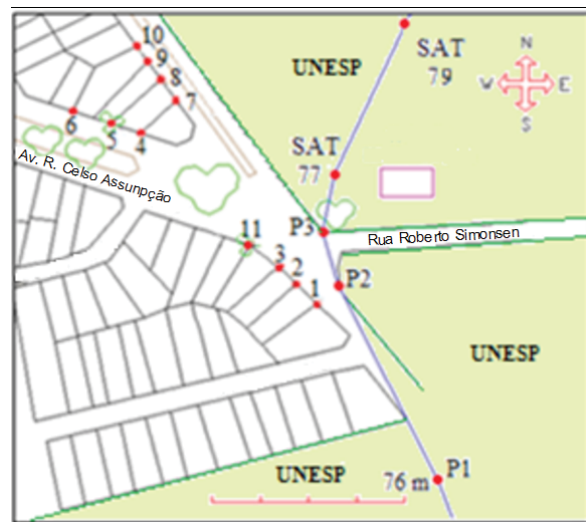


Fig. 4 – Representação da Área Teste, onde os vértices dos imóveis foram determinados. Produto vetorizado no Microstation com base no Google Earth 2013.

As precisões planimétricas (σ_{plan}) dos vértices irradiados são melhores que 0,9 cm. Os vértices irradiados possuem tolerâncias condizentes com o valor de 10 cm estabelecido por Brandão (2003, p. 82) e Rocha (1994 apud GAMA, 2012, p. 232), nas pesquisas relacionadas ao cadastro urbano brasileiro.

Para atingir a tolerância de 10 cm para os vértices irradiados, pode-se apoiar em uma RRCM com coordenadas com precisões de até 5 cm, utilizando-se uma estação total de classe 2 ou melhor (ABNT NBR 13.133, p.7), e irradiar vértices em distâncias de até 100 metros em diferentes ângulos de visada, conforme mostra a Tabela 13.

Com a estação total em P2 com ré em P1 sendo a precisão em X e Y de 5 cm para ambas estações, simula-se a irradiação dos vértices em 6 ângulos (α) diferentes a uma distância de 100 m da estação.

A Tabela 13 mostra que o ângulo de visada tem uma contribuição de 0,9 cm no erro planimétrico, quando se compara as diferentes precisões obtidas entre o menor (60°) e o maior ângulo (360°). Optou-se pela distância de 100 m, pois é o tamanho padrão de uma quadra em área urbana, distância necessária para evitar obstáculos como árvores e postes no campo de visada.

5.4.2 Método da interseção à vante aplicado na Área Teste

Tabela 11: Coordenadas (X_L , Y_L) no STL dos vértices irradiados, as respectivas precisões.

| Est | V_i | X_L (m) | Y_L (m) | σ (cm) | | |
|-----|-------|------------|------------|---------------|-------|------|
| | | | | X_L | Y_L | Plan |
| P2 | 1 | 150812,310 | 247425,864 | 0,5 | 0,3 | 0,6 |
| | 2 | 150803,988 | 247434,014 | 0,5 | 0,3 | 0,6 |
| | 3 | 150796,024 | 247441,813 | 0,5 | 0,3 | 0,6 |
| | 4 | 150734,123 | 247502,279 | 0,6 | 0,5 | 0,8 |
| | 5 | 150721,094 | 247506,623 | 0,7 | 0,5 | 0,8 |
| | 6 | 150704,344 | 247512,209 | 0,7 | 0,5 | 0,8 |
| | 7 | 150749,883 | 247517,100 | 0,7 | 0,5 | 0,8 |
| | 8 | 150743,178 | 247526,431 | 0,7 | 0,5 | 0,8 |
| | 9 | 150737,349 | 247534,544 | 0,7 | 0,5 | 0,9 |
| | 10 | 150732,452 | 247541,360 | 0,7 | 0,5 | 0,9 |
| P3 | 11 | 150782,592 | 247452,360 | 0,5 | 0,4 | 0,6 |

Tabela 12: Semieixos maior (a) e menor (b), ângulo crítico (T) da elipse de erros dos vértices irradiados.

| V_i | a (cm) | b (cm) | T |
|-------|--------|--------|------|
| 1 | 1,2 | 0,7 | 53° |
| 2 | 1,2 | 0,7 | 178° |
| 3 | 1,2 | 0,8 | 176° |
| 4 | 1,7 | 1,1 | 25° |
| 5 | 1,7 | 1,1 | 26° |
| 6 | 1,7 | 1,0 | 22° |
| 7 | 1,7 | 25 | 25° |
| 8 | 1,8 | 1,1 | 25° |
| 9 | 1,8 | 1,1 | 24° |
| 10 | 1,8 | 1,1 | 22° |
| 11 | 1,2 | 0,9 | 5° |

Tabela 13: Simulação de vértices irradiados, dos erros planimétricos e as respectivas componentes da elipse de erros.

| Alvos | α | Distância (m) | Plan (cm) | a (cm) | b (cm) | T |
|-------|----------|---------------|-----------|--------|--------|------|
| 1 | 60° | 100 | 8,6 | 17 | 12 | 26° |
| 2 | 120° | 100 | 8,7 | 17 | 12 | 26° |
| 3 | 180° | 100 | 9,5 | 19 | 12 | 44° |
| 4 | 240° | 100 | 8,7 | 17 | 12 | 154° |
| 5 | 300° | 100 | 8,7 | 17 | 12 | 26° |
| 6 | 360° | 100 | 9,5 | 20 | 12 | 136° |

As estações P2, P3 e SAT77 foram utilizadas como referência para este levantamento (Fig. 4). Os vértices dos imóveis foram visados sem o auxílio do prisma e, com base nas dimensões angulares, as coordenadas no STL foram calculadas no programa INTERSEÇÃO_VANTE.

As precisões das coordenadas das estações P2, P3 e SAT77 (ver Tabela 9), assim como os erros linear e angular da estação total foram propagadas para as coordenadas dos vértices dos imóveis. Nas Tabelas 14 e 15, encontram-se os valores das coordenadas (X_L , Y_L) no STL, dos vértices visados e as respectivas precisões, os semieixos maior (a) e menor (b), além do ângulo crítico da elipse de erros, ao nível de significância de 95%.

As precisões planimétricas das coordenadas dos vértices determinados com base no método de interseção são melhores que 7,8 cm, portanto, o valor é condizente à tolerância máxima de 10 cm estabelecida por Brandão (2003, p. 82) e Rocha (1994 apud GAMA, 2012, p. 232), nas pesquisas relacionadas ao cadastro urbano brasileiro.

Os pontos topográficos ou geodésicos são comumente materializados próximos aos vértices de cada quadra. Quando se pretende determinar as coordenadas dos vértices de imóveis localizados no extremo de cada quadra, ao utilizar o método de interseção à vante, implica na formação de triângulos com geometria ruim, como os mostrados na Figura 5. Isto é um problema que deve ser considerado no levantamento cadastral

Tabela 14: Coordenadas (X_L , Y_L) dos vértices visados no STL, as respectivas precisões e elipse dos erros, obtidos com base no método de interseção à vante.

| Est | V_i | X_L (m) | Y_L (m) | σ (cm) | | |
|-------------------|-------|------------|------------|---------------|-------|------|
| | | | | X_L | Y_L | Plan |
| P2 e P3 | 1 | 150812,309 | 247425,863 | 0,7 | 0,7 | 0,9 |
| | 2 | 150803,987 | 247434,015 | 0,5 | 0,5 | 0,7 |
| | 3 | 150796,023 | 247441,814 | 0,5 | 0,5 | 0,7 |
| | 4 | 150734,143 | 247502,269 | 3,5 | 2,8 | 4,5 |
| | 5 | 150721,116 | 247506,614 | 4,1 | 3,1 | 5,2 |
| | 6 | 150704,377 | 247512,195 | 5,0 | 3,6 | 6,2 |
| | 7 | 150749,856 | 247517,126 | 3,7 | 3,4 | 5,1 |
| | 8 | 150743,140 | 247526,470 | 4,4 | 4,1 | 6,0 |
| | 9 | 150737,307 | 247534,588 | 5,0 | 4,8 | 7,0 |
| | 10 | 150732,395 | 247541,420 | 5,6 | 5,4 | 7,8 |
| P3 e Sat 77 | 11 | 150782,569 | 247452,345 | 0,7 | 0,7 | 0,9 |

Tabela 15: Semieixos maior (a) e menor (b), ângulo crítico (T) da elipse de erros com base no método de interseção à vante.

| V_i | a (cm) | b (cm) | T |
|-------|--------|--------|------|
| 1 | 2,2 | 0,7 | 44° |
| 2 | 1,4 | 1,0 | 43° |
| 3 | 1,4 | 1,3 | 38° |
| 4 | 8,8 | 6,6 | 19° |
| 5 | 10 | 7,6 | 11° |
| 6 | 12 | 8,9 | 4° |
| 7 | 9,3 | 8,3 | 22° |
| 8 | 11 | 10 | 169° |
| 9 | 13 | 11 | 149° |
| 10 | 15 | 12 | 143° |
| 11 | 1,9 | 1,3 | 43° |

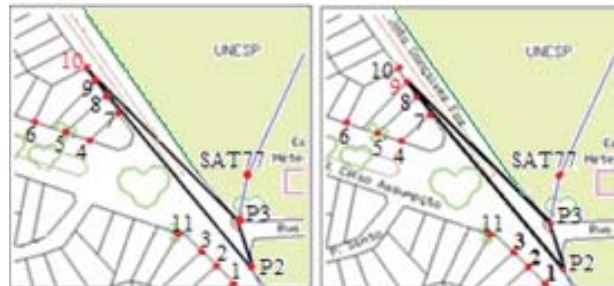


Fig. 5 – Geometrias ruins de triângulos obtidos com base no método de interseção à vante.

urbano e que foi considerado nesta pesquisa na distribuição dos vértices a serem irradiados.

Outro fator importante que merece atenção é a precisão das estações ocupadas neste método que contribui de forma significativa no erro planimétrico da coordenadas dos vértices visados (10 e 2). Ao considerar uma variação de 1 a 5 cm nos valores de precisões para as coordenadas (X_L , Y_L) de P2 e P3, sendo de iguais magnitudes, tem como consequência os valores apresentados nas Tabelas 16 e 17.

Nas simulações apresentadas, como um triângulo de geometria ruim é formado ao visar o vértice 10 com base no método de interseção à vante, o erro planimétrico é melhor que 53 cm,

quando se considera uma precisão de 5 cm em X e Y para os vértices P2 e P3, ambos pertencentes à RRCM.

Para o vértice visado 2, o triângulo formado apresenta uma boa geometria e ao considerar a precisão de 5 cm em X e Y para os vértices P2 e P3, o erro planimétrico foi de 9 cm.

CONCLUSÃO

A precisão planimétrica das coordenadas no Sistema UTM (E, N) do marco geodésico de precisão (Tabela 1) e dos marcos geodésicos de apoio imediato (Tabela 2), processadas no programa TBC com efemérides precisas, com base no posicionamento relativo estático, foram

Tabela 16: Simulação do erro planimétrico e componentes da elipse de erros do vértice 10, quando visado simultaneamente das estações P2 e P3 ao considerar uma variação de precisão nestas estações.

| P2 | | P3 | | Vértice 10 visado | | | |
|---------------|-------|---------------|-------|-------------------|------|------|-----|
| σ (cm) | | σ (cm) | | σ (cm) | a | b | T |
| X_L | Y_L | X_L | Y_L | Plan | (cm) | (cm) | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 12 | 24 | 18 | 44° |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 22 | 47 | 26 | 44° |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 32 | 70 | 36 | 44° |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 42 | 93 | 44 | 44° |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 53 | 117 | 57 | 44° |

Tabela 17: Simulação do erro planimétrico e componentes da elipse de erros do vértice 2, quando visado simultaneamente das estações P2 e P3 ao considerar uma variação de precisão nestas estações.

| P2 | | P3 | | Vértice 2 visado | | | |
|---------------|-------|---------------|-------|------------------|------|------|------|
| σ (cm) | | σ (cm) | | σ (cm) | a | b | T |
| X_L | Y_L | X_L | Y_L | Plan | (cm) | (cm) | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1,8 | 3,4 | 2,9 | 136° |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 3,6 | 6,8 | 5,8 | 136° |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 5,5 | 10 | 8,7 | 136° |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 7,3 | 13 | 11 | 136° |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 9,0 | 17 | 14 | 136° |

melhores que 0,5 e 1,3 cm, respectivamente.

Na transformação das coordenadas do marco geodésico de precisão e dos marcos geodésicos de apoio imediato, do Sistema Cartesiano Geodésico para o Sistema Curvilíneo Geodésico, com base no programa CONVERT1, as precisões planimétricas foram melhores que 2,9 cm (Tabela 7).

Na transformação das coordenadas do marco geodésico de precisão e dos marcos geodésicos de apoio imediato, do Sistema Curvilíneo Geodésico para o STL com base no programa CONVERT2, as precisões foram melhores que 3 cm (Tabela 8).

A poligonal topográfica enquadrada determinada com base no uso da estação total, aplicando-se o método de poligonização com centragem forçada, apresentou o erro angular de 11", e o erro de fechamento linear planimétrico de 1,4 cm, quando calculadas no programa ADJUST.

No ajustamento da poligonal com base no MMQ realizado pelo programa ADJUST, os marcos geodésicos de apoio imediatos foram reajustados e apresentaram precisões planimétricas melhores que 0,7 cm (Tabela 9).

Na determinação das coordenadas dos vértices dos imóveis urbanos com base no método de irradiação, realizado no programa IRRADIAÇÃO, as coordenadas apresentaram precisões planimétricas melhores que 0,9 cm (Tabela 11). Para o método de interseção à vante realizado no programa INTERSECAO_VANTE, as precisões planimétricas foram melhores que

7,8 cm (Tabela 14)

Cabe salientar que, além de obter coordenadas mais precisas do que o método de interseção à vante, o método de irradiação mostrou-se mais eficiente, uma vez que a estação total ocupa apenas uma estação de referência, ao contrário do método de interseção à vante que necessita de duas ocupações. Apesar destas vantagens, existem situações no levantamento cadastral urbano em que o vértice visado não pode ser ocupado pelo prisma, assim, utiliza-se do método de interseção à vante.

A precisão das coordenadas dos vértices de imóveis urbanos determinada com base nos métodos de irradiação (0,9 cm) e interseção à vante (7,8 cm) foram condizentes com a tolerância de 10 cm estabelecida por Brandão (2003, p. 82) e Rocha (1994 apud GAMA, 2012, p. 232).

Realizaram-se simulações com a precisão de 5 cm para a RRCM, tanto no método de irradiação quando no de interseção a vante, porque em algumas situações as precisões dos pontos topográficos como dos marcos geodésicos são prejudicados. Isto acontece principalmente em um levantamento cadastral de uma favela com relevo bem acidentado, onde muitas vezes a poligonal tem lados de apenas 5 metros para entrar em um beco.

Desta forma, ao considerar uma estação total de classe 2 ou melhor (ABNT 13.133, p.7), apoiada em uma RRCM com precisões de coordenadas melhores que 5 cm, com irradiações de distâncias inferiores a 100 metros em qualquer

ângulo de visada, obtém-se o vértice irradiado com precisão melhores que 10 cm para as coordenadas X e Y.

Mas, o método de interseção à vante é um problema que deve ser considerado no levantamento cadastral urbano e que deve ser evitado, quando a figura do vértice visado implicar na formação de um triângulo de geometria ruim.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIAR, C. R.; CAMARGO, P. O.; GALO, M. Transformação de Coordenadas e *Datum* com Propagação de Covariâncias, Simpósio Brasileiro de Geomática. Presidente Prudente, Brasil, 9-13 junho de 2002. **Anais eletrônicos**. Disponível em: <http://docs.fct.unesp.br/departamentos/cartografia/eventos/2002_1_SBG/htm/artigos/pdf/A_050.pdf>. Acessado em: 17 jul. 2012.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Execução de Levantamento Topográfico**. NBR 13133. Rio de Janeiro, 1994. 35 p.

_____. **Rede de Referência Cadastral Municipal**. NBR 14166. Rio de Janeiro, 1998. 23 p.

_____. **Execução de Levantamento Planimétrico e Cadastral de Imóvel Urbanizado com área até 25000m², para fins de estudos, projetos e edificações**. NBR 14645 – parte 1. Rio de Janeiro, 2001. 9 p.

BOTELHO, F. J. L. **Métodos de Racionalização Construtiva para posicionamento preciso de edificações prediais**. 2003. 125 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas e Tecnologia de Geoinformação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

BRANDÃO, A. C. **O princípio da vizinhança geodésica no levantamento cadastral de parcelas Territoriais**. 2003. 129 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção). Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, Florianópolis.

BRASIL. **Lei 6.766, de 19 de dezembro de 1979**. Dispõe sobre o Parcelamento do Solo Urbano. p. 11.

BRASIL. **Lei 10.406, de 10 de janeiro de 2002**. Institui o Novo Código Civil, em vigor a partir

de 10/01/2003. p. 244.

CARNEIRO, A. F. T. **Cadastro Imobiliário e Registro de Imóveis**. 1. Ed. Porto Alegre: Editora Sérgio Antônio Fabris, 2003. 272p.

COELHO, L. A. N. **Acurácia na determinação das coordenadas de imóveis urbanos**. 2013. 176 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista de Presidente Prudente.

DALE, P. F.; MCLAUGHLIN, J. D. **Land Information Management – An Introduction with Special Reference to Cadastral Problems in Third World Countries**. 1. Ed. New York: Oxford University Press, 1988. 300p.

FIG. **Statement on the cadastre**. FIG Bureau, Canberra, Australia, 1995. 22 p.

GAMA, L. F. Implantação e Análise de Estruturas Geodésicas Planimétricas Obtidas por GPS e Estação Total: Aplicações em Levantamentos Cadastrais Urbanos. **Revista Brasileira de Cartografia**, Nº. 64/2, p. 227-247, marc. 2012.

HASENACK, M.; CABRAL, C. R.; PHILIPS, J. W. A Percepção da Carta Cadastral no Brasil. **Revista Brasileira de Cartografia**, Nº. 65/2, p. 283-291, abr. 2012.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Recomendações Para Levantamentos Relativos Estáticos – GPS**: IBGE 2008. Rio de Janeiro, Abr. 2008. 35 p.

INSTITUTO NACIONAL DE COLONIZAÇÃO E REFORMAAGRÁRIA. **Norma Técnica Para Georreferenciamento De Imóveis Rurais**: INCRA 2013. 3.ed. 2013. 4 p.

KAHMEN, H. **Vermessungskunde: Angewandete Geodesie**. De Gruyter, 20. Aufl., 2005.

FONTE, C. M. P.; VICENTE, M.A.F. **Textos de Apoio de Topografia**. Departamento de Matemática Faculdade de Ciências e Tecnologia Universidade de Coimbra, 2007. 130 p.

MCLAUGHLIN, J. D.; NICHOLS, S. E. **Parcel - Based Land Information Systems. Surveying and Mapping**, v.47, n.1 marc. 1997, p.11-29.

MIYASHITA, P. M. **Avaliação de uma metodologia de baixo custo para o cadastro de**

propriedades em áreas de expansão e vazios urbanos. 2008. 131 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista de Presidente Prudente.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS:** Descrição, Fundamentos e Aplicações. 2.ed. São Paulo: Editora UNESP, 2008. 476p.

PIMENTEL, J. S.; CARNEIRO, A. F. T. Cadastro Territorial Multifinalitário em Município de Pequeno Porte de Acordo com os Conceitos da Portaria N° 511 do Ministério das Cidades. **Revista Brasileira de Cartografia**, N°. 64/2, p. 201-212, jan. 2012.

ROMÃO, V. M. C.; CARNEIRO, A. F. T.; PHILIPS, J.; SILVA, T. F. Rede de Referência Cadastral Municipal: Uma proposta do grupo de

trabalho sobre cadastro Municipal (GTCM) do DECart –UFPE. **Anais II Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário – COBRAC.** Florianópolis. 1996. 6 p.

SILVA, D. C.; BOTELHO, F. J. L.; CARVALHO, P. R. C. Ajustamento de Poligonais Levantadas com GPS. In: XXI Congresso Brasileiro de Cartografia, 2003, Belo Horizonte. **Anais.** 2003.

WILLIAMSON, I. P. **A modern cadastre for New South Wales.** 1983. 257 f. Dissertation (Ph.D)-University of New South Wales, Sydney, Australian.

WOLF, P. R.; GHILANI, C. D. **Adjustment computations: statistics and least squares in surveying and GIS.** 3ed. New York: John Wiley & Sons Inc., 1997. 562p.