

Revista Brasileira de Cartografia (2016), N° 68/7: 1241-1256
Sociedade Brasileira de Cartografia, Geodésia, Fotogrametria e Sensoriamento Remoto
ISSN: 1808-0936

UTILIZAÇÃO DE MODELOS EMPÍRICOS PARA A RETIFICAÇÃO DE IMAGENS OMNIDIRECIONAIS CATADIÓPTICAS

Using Empirical Models for Rectification of Omnidirectional Catadioptric Images

André Luís Olivete^{1,2} & Antonio Maria Garcia Tommaselli¹

¹Universidade Estadual Paulista - UNESP
Faculdade de Ciências e Tecnologia – Departamento de Cartografia
Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas
Rua Roberto Simonsen, 305, 19060-900 Presidente Prudente, SP - Brasil
tomaseli@fct.unesp.br

²Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP
Campus de Presidente Epitácio - Departamento de Informática
Rua José Ramos Júnior, 27-50 - 19470-000 Presidente Epitácio, SP - Brasil
olivete@ifsp.edu.br

Recebido em 16 de Setembro, 2015/Aceito em 11 de Maio, 2016
Received on September 16, 2015/ Accepted on May 11, 2016

RESUMO

A crescente utilização de sistemas catadiópticos nas áreas de visão computacional, robótica e Fotogrametria à curta distância requer a modelagem desses sensores para a posterior retificação das imagens capturadas a partir desses dispositivos. Neste trabalho são apresentadas as características do sistema omnidirecional catadióptico construído e uma comparação entre vários modelos empíricos utilizados para relacionar as coordenadas do espaço imagem e objeto. Na comparação entre os modelos foram utilizadas imagens geradas por simulação e imagens reais, tomadas em campo. Os modelos matemáticos empíricos utilizados nos experimentos foram o modelo de funções racionais (RFM), o modelo de distâncias polares e o modelo de coordenadas polares. Os resultados da análise dos resíduos e das discrepâncias nos pontos de verificação mostraram que é possível utilizar modelos empíricos para a retificação das imagens catadiópticas. Nas imagens simuladas, os modelos que utilizam distâncias polares alcançaram os melhores resultados, porém nas imagens reais utilizadas, o RFM obteve resultado similar ao modelo de coordenadas polares. Estas diferenças ocorrem devido à falta de alinhamento entre o eixo óptico da câmara e o eixo de formação do cone existentes em um sistema real, efeitos que não foram considerados na simulação.

Palavras-Chave: Imagem Omnidirecional, Sistemas Catadiópticos, Modelos Empíricos.

ABSTRACT

The increasing use of catadioptric systems in computer vision, robotics and close range-photogrammetry has create a need for sensor modeling for later rectification of the captured images. This paper presents some details of the catadioptric omnidirectional system as well as the comparison of several empirical models used to relate the coordinates in the object and image space. For this practical assessment, simulated and real images were used. The empirical models used in the experiments were the rational function model (RFM), model of polar distances, and model of polar coordinates. The analysis of residuals on ground control points and checkpoints showed that is feasible the use of empirical models in the rectification of the catadioptric omnidirectional images. With simulated images, the model with polar

distances achieved the best results, but in real images, RFM achieved results comparable with this one. These differences are mainly due to the misalignment between the camera's optical axis and the axis of the cone, an effect that was not considered when generating simulated images.

Keywords: Omnidirectional Image, Catadioptric Systems, Empirical Models.

1. INTRODUÇÃO

Os sistemas de imageamento omnidirecionais são frequentemente utilizados em visão computacional e robótica, principalmente na geração de imagens panorâmicas empregadas na tomada de decisão para a navegação autônoma de veículos e robôs.

Um sistema de imageamento omnidirecional é aquele que permite a aquisição de imagens com um campo de visão aumentado. Geralmente, esses sistemas possuem visão hemisférica, sendo que o imageamento não é contínuo na direção zenital.

Esses sistemas podem ser obtidos através da combinação de imagens provenientes de uma única câmara, que gira em torno de um eixo, de imagens oriundas de diversas câmaras, de câmaras com lentes *fish-eye* ou através da combinação de uma câmara com um espelho (SANTOS FILHO *et al.*, 2005).

Os sistemas formados por câmaras e espelhos são conhecidos por câmaras catadióptricas, e com essas imagens podem ser geradas imagens panorâmicas ou com vista aérea.

A retificação dessas imagens requer um modelo para o sensor, sendo que este modelo pode ser rigoroso ou empírico. Em um modelo rigoroso há significado físico em todos os parâmetros do modelo (CAUCHOIS *et al.*, 1999). Nos modelos empíricos, por outro lado, os parâmetros não são relacionados às grandezas físicas.

No presente trabalho foi construído um sistema catadióptrico utilizando um espelho cônico e realizada uma análise de modelos empíricos para a retificação e geração de vistas aéreas a partir das imagens omnidirecionais catadióptricas utilizando imagens simuladas e reais.

A análise foi realizada com base em 3 modelos empíricos: o modelo de funções racionais - RFM (*Rational Function Model*), que utiliza razões entre dois polinômios para o mapeamento dos pontos do espaço imagem para o espaço objeto (HU *et al.*, 2004); o modelo de distâncias polares, no qual uma função modela a variação radial de escala, e; o modelo de coordenadas polares, onde são utilizadas funções para modelar a distância polar e o ângulo horizontal.

2. SISTEMAS OMNIDIRECIONAIS

Os sistemas de visão omnidirecional permitem a aquisição de imagens com um campo de visão horizontal de 360°, possibilitando a expansão deste campo de visão em relação a uma câmara convencional.

Esses sistemas podem ser construídos de várias formas e apresentam problemas, que estão relacionados ao custo de seu desenvolvimento, dificuldade na modelagem matemática, dificuldade de sincronismo e grande complexidade de processamento para a retificação das imagens.

Os sistemas multicâmaras, formados por várias câmaras dispostas ao redor de um ponto em forma de círculo ou esfera, geram uma imagem panorâmica com alta resolução geométrica. Entretanto, tais sensores têm maior custo, devido à grande quantidade de dispositivos de imageamento utilizados, como também problemas com a sincronização e fusão das imagens, além de não possuir um centro perspectivo único (SAWHNEY & KUMAR, 1999; SWAMINATHAN & NAYAR, 1999).

Os sensores rotativos utilizam motores para executar o movimento de rotação de uma câmara em torno de um eixo com uma velocidade angular constante, capturando um conjunto de imagens do ambiente. Esses sistemas possuem construção mais complexa e geram imagens com grande resolução. A imagem omnidirecional é formada com a mosaicação do conjunto de imagens capturadas em diferentes instantes (HAGGREN *et al.*, 2004). Caso o eixo de rotação passe pelo ponto nodal da câmara, a imagem omnidirecional terá um ponto de vista único.

A câmara *fish-eye* permite adquirir uma imagem instantânea com um grande ângulo de visão. A câmara com lentes *fish-eye* aumenta a escala dos objetos que estão no centro da imagem e diminui para os objetos que estão nos extremos da imagem. Isso significa que a imagem obtida possui boa resolução na região central e mais pobre nas áreas periféricas (YAGI, 1999).

Os sensores catadióptricos são formados por lentes e espelhos. Os principais espelhos utilizados na construção desse tipo de sensor são planos, cônicos, hiperbólicos, parabólicos e esféricos.

A determinação das relações entre os pontos da cena e os da imagem envolve um processo de calibração detalhado e a modelagem depende do formato do espelho (BAKER & NAYAR, 1999).

Alguns destes sistemas podem possuir um único ponto de vista, para o qual todos os raios do espaço objeto convergem, e são conhecidos como sensores omnidirecionais centrais e esta propriedade facilita a modelagem, calibração e retificação, quando comparados aos sensores com múltiplos pontos de vista.

Baker e Nayar (1999) fizeram uma análise matemática detalhada dos formatos dos espelhos atualmente utilizados em câmaras catadióptricas e concluíram que apenas os espelhos hiperbólicos e parabólicos possuem a característica de um efetivo ponto de vista único.

Nalwa (1996) propôs um sistema omnidirecional catadióptrico com espelhos planos, no qual os espelhos são montados em um formato de pirâmide e cada um dos lados dessa pirâmide é imageado por uma câmara precisamente posicionada, com o objetivo de formar um efetivo ponto de vista único. Essa solução depende do posicionamento correto das câmaras e do ângulo exato de inclinação dos espelhos, além de ser uma solução patenteada.

O espelho hiperbólico é o mais utilizado na construção de imagens omnidirecionais, pois a câmara a ser utilizada é perspectiva e há um efetivo ponto de vista único. Os problemas na utilização de espelhos hiperbólicos estão relacionados ao posicionamento da câmara em relação ao espelho e à complexidade na sua confecção, sendo necessária a utilização de equipamentos mais sofisticados e com maior precisão no processo de usinagem (BAKER & NAYAR, 1999). Além disto, há grande degradação na resolução da imagem à medida que o ponto se afasta do centro da imagem.

O espelho cônico possui um único ponto de vista no topo do cone, sendo praticamente impossível em câmaras reais posicioná-lo em coincidência com o ponto nodal anterior. Lin e Bajcsy (2006) propuseram cortar o topo do cone

para fazer esse posicionamento. A exigência do posicionamento da câmara, precisamente muito próxima ao espelho, resulta em dificuldades na captura, como também ocasiona uma diminuição na iluminação.

A solução proposta por Spacek (2005) consiste em colocar a câmara em uma distância arbitrária confortável com boa área de captura útil, porém com múltiplos pontos de vista, dispostos em um círculo ao redor da ponta do cone. Esse relaxamento da distância da câmara representa um benefício concreto em relação aos espelhos hiperbólicos ou a abordagem de Lin e Bajcsy (2006).

As grandes vantagens do espelho cônico, segundo Spacek (2005), são: o processo de usinagem do espelho é bem simples, pois não possui curvatura radial; e devido a não existência da curvatura radial, não há um aumento nas distorções radiais.

2.1 Modelo Rigoroso

Os artigos de Cauchois *et al.* (1999) e Brassart *et al.* (2000) apresentam uma modelagem rigorosa do sistema SYCLOP, formado por uma câmara e um espelho cônico. A Figura 1 apresenta a geometria do sistema proposto com os três sistemas de coordenadas diferentes, onde o eixo óptico da câmara deve estar alinhado com o eixo de formação do cone.

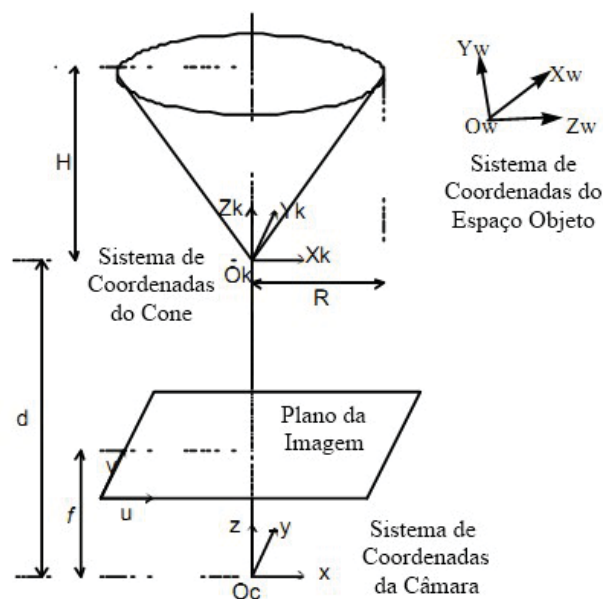


Fig. 1 - Geometria do sistema proposto por Cauchois *et al.* (1999) com os três sistemas de coordenadas diferentes. Fonte: Adaptado de Cauchois *et al.* (1999).

O modelo completo de transformação dos pontos do espaço objeto para o espaço imagem definido por Brassart et al (2000) é composto de três etapas.

Na primeira etapa é realizada uma transformação do sistema de coordenadas do espaço objeto para o sistema de coordenadas do cone por meio de três rotações e três translações, não havendo mudança de escala.

A segunda etapa consiste na transformação do sistema de coordenadas do cone para o sistema de coordenadas da câmara, realizando-se a reflexão do ponto no espelho cônico. Para isso são necessários os parâmetros R e H, que são respectivamente, o raio do cone refletor e altura desse cone. Na última etapa é utilizada a projeção perspectiva, com a correção da distorção causada pelo conjunto de lentes.

Spacek (2003) propõe uma modelagem rigorosa para um sistema omnidirecional catadióptrico estereoscópico com duas câmaras e dois espelhos cônicos. Esse sistema é utilizado para navegação autônoma e estimação de movimento de um robô, no qual é possível estimar as distâncias dos objetos que estão próximos ao robô.

Yagi *et al.* (1994) propõem outro modelo rigoroso para um sistema catadióptrico com espelho cônico, denominado COPIS (*Conic Projection Image Sensor*), utilizado para navegação autônoma guiada por visão.

Burbridge *et al.* (2008) desenvolveram modelos rigorosos de projeções para imagens omnidirecionais, onde não é necessário o alinhamento perfeito entre o eixo de formação do cone e o eixo óptico da câmara.

2.2 Modelos Generalizados ou Empíricos

A modelagem do sistema catadióptrico com espelho cônico pode ser realizada utilizando modelos generalizados ou não rigorosos, como o Modelo de Funções Racionais (RFM) e os modelos baseados na distância polar.

O Modelo de Funções Racionais é um modelo empírico baseado em funções polinomiais que permite a modelagem de sensores e seus parâmetros são conhecidos como Coeficientes Polinomiais Racionais (*Rational Polynomial Coefficients* - RPC).

O RFM faz o mapeamento entre os pontos do espaço objeto e no espaço imagem através de

razões entre polinômios (HU *et al.*, 2004), como representadas pelas equações (1) e (2).

$$c_n = \frac{p_1(X_n, Y_n, Z_n)}{p_2(X_n, Y_n, Z_n)} = \frac{\sum_{i=0}^{m_1} \sum_{j=0}^{m_2} \sum_{k=0}^{m_3} a_{ijk} X_n^i Y_n^j Z_n^k}{\sum_{i=0}^{m_1} \sum_{j=0}^{m_2} \sum_{k=0}^{m_3} b_{ijk} X_n^i Y_n^j Z_n^k} \quad (1)$$

$$l_n = \frac{p_3(X_n, Y_n, Z_n)}{p_4(X_n, Y_n, Z_n)} = \frac{\sum_{i=0}^{m_1} \sum_{j=0}^{m_2} \sum_{k=0}^{m_3} c_{ijk} X_n^i Y_n^j Z_n^k}{\sum_{i=0}^{m_1} \sum_{j=0}^{m_2} \sum_{k=0}^{m_3} d_{ijk} X_n^i Y_n^j Z_n^k} \quad (2)$$

onde:

- l_n e c_n são as coordenadas normalizadas (linha e coluna) de um pixel;
- X_n , Y_n e Z_n são as coordenadas normalizadas do espaço objeto e;
- a_{ijk} , b_{ijk} , c_{ijk} e d_{ijk} são coeficientes polinomiais.

Para a normalização do conjunto de dados, inicialmente determinam-se o menor elemento e a amplitude do conjunto. A normalização de um elemento do conjunto é razão entre o elemento subtraído do menor elemento do conjunto pela amplitude do conjunto.

A solução do sistema de equações formado com as coordenadas no espaço imagem e as correspondentes no espaço objeto é obtida pelo método dos mínimos quadrados na forma direta ou iterativa (HU *et al.*, 2004 e TAO & HU, 2001).

Existem outros modelos não rigorosos que poderiam ser utilizados, como o modelo polinomial e a DLT (*Direct Linear Transformation*), porém alguns destes modelos são casos particulares do Modelo de Funções Racionais.

Uma abordagem não rigorosa bastante comum para o mapeamento entre as coordenadas do espaço imagem e as coordenadas planimétricas no espaço objeto em imagens omnidirecionais catadióptricas é a utilização de uma função para modelar a variação de escala da distância radial na imagem em função da distância radial no espaço objeto.

Essas distâncias possuem simetria radial, sendo que a razão entre a distância polar no espaço imagem e sua correspondente no espaço objeto é apenas uma variação de escala que pode ser modelada utilizando um polinômio unidimensional (SPACEK, 2005).

Em Luber e Reulke (2010) é proposta a utilização de um polinômio para modelar as variações das razões entre as distâncias radiais no espaço imagem e objeto. Esse modelo foi utilizado na modelagem de câmaras com lentes *fisheye* e câmaras catadióptricas com projeção central, abordagem também utilizada por Kanala e Brandt (2006) e Sturm *et al.* (2010).

Nesses modelos, primeiramente é realizada a transformação das coordenadas cartesianas (X , Y) de pontos do espaço objeto em coordenadas polares (Θ , R), com a utilização das Equações em (3), onde Θ é o ângulo horizontal formado com o eixo X e R é a distância polar medida entre a origem do sistema e as coordenadas planimétricas do ponto (X , Y) no espaço objeto.

$$\Theta = \arctg\left(\frac{Y}{X}\right); R = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (3)$$

Uma função de mapeamento das distâncias no espaço objeto R para o espaço imagem r é utilizada para a transformação da distância polar R no espaço objeto na distância polar r no espaço imagem. Normalmente são utilizadas funções polinomiais, com Θ sendo o ângulo polar no espaço objeto e θ o ângulo correspondente no espaço imagem. As Equações em (4) representam essa transformação.

$$r = F(R); \theta = \Theta \quad (4)$$

Com a distância polar r no espaço imagem e o ângulo horizontal θ é realizada a conversão para as coordenadas cartesianas (x , y) no espaço imagem, com a utilização das Equações (5) (KANNALA & BRANDT, 2006).

$$x = r \cdot \cos(\theta); y = r \cdot \sin(\theta) \quad (5)$$

Os modelos com distâncias polares requerem a posição do ápice do cone na imagem e um conjunto de pontos de apoio planimétrico, que não necessitam cobrir toda a área da cena. Supõe-se que o terreno seja plano e que a inclinação do sensor seja negligenciável.

Os modelos generalizados ou empíricos são alternativas quando não se dispõe de dados e informações necessárias para a utilização de modelos rigorosos.

3. METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO

Neste tópico serão apresentados alguns aspectos do sistema omnidirecional catadióptrico construído e os modelos empíricos utilizados no processo de calibração e retificação das imagens omnidirecionais catadióptricas são detalhados.

3.1 Construção do Sistema Omnidirecional Catadióptrico

O sistema omnidirecional catadióptrico, apresentado na Figura 2, foi construído para ser embarcado em veículo automotor, visando a captura e posterior utilização de imagens omnidirecionais em várias aplicações, como a geração automática de cenas e pontos de controle, criação de panoramas e imagens esféricas, mapeamento de rodovias, ferrovias e áreas urbanas.

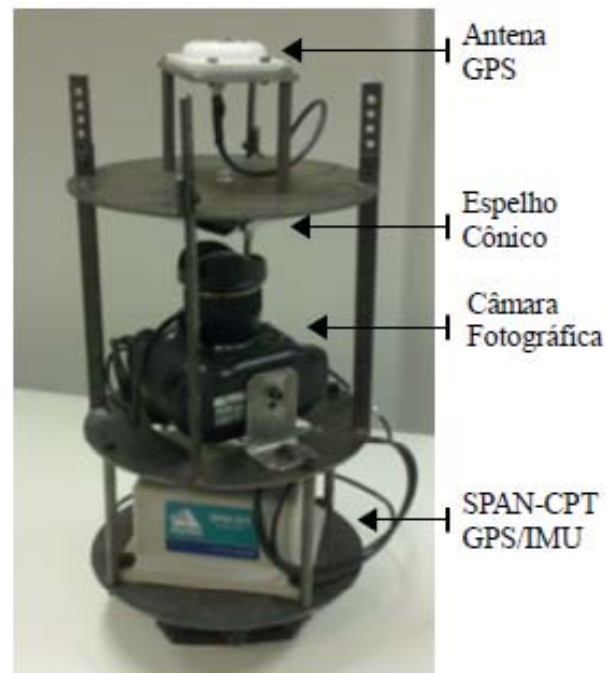


Fig. 2 - Sistema catadióptrico construído.

O modelo de espelho cônico foi selecionado para o desenvolvimento do projeto devido à não existência de curvatura radial e ao processo de usinagem mais simples.

O perfil do espelho cônico (ângulo do topo de 136° e diâmetro do espelho de 20 cm) foi definido considerando a necessidade de fotografar as bordas e cruzamentos das rodovias com o sistema instalado sobre um veículo.

O espelho foi confeccionado através da usinagem de um cilindro de alumínio aeronáutico

com raio de 10,5 cm e altura de 5 cm, utilizando um torno manual de precisão. A peça usinada foi lixada e polida para minimizar a rugosidade da superfície e finalmente passou por um processo químico de cromagem para torná-la reflexiva como um espelho.

A lente utilizada na câmara foi uma *fisheye* Bower de 8mm, escolhida por aumentar o campo de visão.

As medidas do espelho, a distância da câmara e as dimensões do sistema SPAN-CPT da Novatel foram a base para o projeto do sistema de imageamento catadióptrico georreferenciado.

A Figura 3 apresenta o sistema omnidirecional catadióptrico desenvolvido, instalado sobre o veículo automotor para a captura das imagens omnidirecionais.



Fig. 3 - Sistema Omnidirecional instalado sobre veículo para aquisição das imagens.

3.2 Modelagem Empírica do Sensor Omnidirecional

Nesse trabalho foram investigadas formas empíricas para a modelagem do sistema construído. Um projeto paralelo de modelagem rigorosa foi desenvolvido por Marcato Júnior (2014), no qual foram consideradas informações físicas do sistema, como ângulo do topo do

espelho, distância entre o espelho e a câmara e diâmetro do espelho, como também foi tratada a falta de alinhamento entre a câmara e o espelho.

Na modelagem não rigorosa do sensor foram utilizados três modelos diferentes: o modelo de funções racionais, o modelo de distâncias polares e o modelo de coordenadas polares. Os parâmetros foram estimados com um ajustamento pelo método dos mínimos quadrados, utilizando de coordenadas planimétricas de pontos de controle no espaço objeto (campo) e suas correspondentes no espaço imagem.

3.3 Modelo de Funções Racionais

O Modelo de Funções Racionais foi a primeira forma de modelagem do sistema proposto, mas devido às características da aplicação, onde considerou-se um terreno plano, foi realizada uma alteração na RFM visando a transformação entre as coordenadas planimétricas no espaço objeto e as coordenadas no espaço imagem.

A simplificação também se deve ao fato de não haver informações sobre a variação de relevo nos locais onde serão posteriormente capturadas as imagens. Os Modelos Digitais de Terreno globais existentes, por exemplo, o SRTM, não possuem precisão compatível com a resolução das imagens usadas. Por outro lado, como o sistema foi planejado para ser usado em rodovias, as variações de relevo mais significativas ocorrerão fora da área de domínio destas, sem afetar significativamente a imagem na área de interesse.

O modelo de funções racionais adaptado para o terreno plano é representado pelas equações (6) e (7).

$$c_n = \frac{p_1(X_n, Y_n)}{p_2(X_n, Y_n)} = \frac{\sum_{i=0}^{m_1} \sum_{j=0}^{m_2} a_{ijk} X_n^i Y_n^j}{\sum_{i=0}^{m_1} \sum_{j=0}^{m_2} b_{ijk} X_n^i Y_n^j} \quad (6)$$

$$l_n = \frac{p_3(X_n, Y_n)}{p_4(X_n, Y_n)} = \frac{\sum_{i=0}^{m_1} \sum_{j=0}^{m_2} c_{ijk} X_n^i Y_n^j}{\sum_{i=0}^{m_1} \sum_{j=0}^{m_2} d_{ijk} X_n^i Y_n^j} \quad (7)$$

3.4 Modelo das Distâncias Polares

O Modelo de Distâncias Polares utiliza coordenadas polares e uma função para modelar a distância radial na imagem em função da distância radial no espaço objeto (SPACEK, 2005).

Considerando a Figura 4, onde o eixo X do espaço objeto coplanar ao eixo c' , e o ponto $P(\Theta, R)$ no espaço objeto, o ponto $p(\theta, r)$ no espaço imagem, a origem do sistema de coordenadas no espaço objeto e a origem do sistema de coordenadas no espaço imagem também coplanares, a relação entre o ponto P e seu correspondente p na imagem é dada pelas Equações em (8).

$$\theta = \Theta; \quad r = F(R) \quad (8)$$

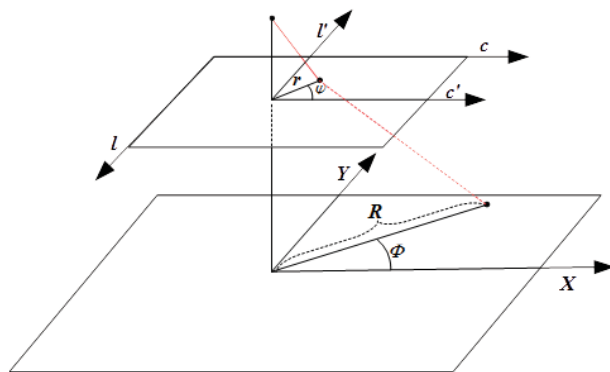


Fig. 4 - Relação entre os pontos no espaço imagem e objeto no modelo de distâncias polares.

onde a função $F(R)$, Equação (8), é um polinômio de grau n que permite modelar a relação entre o raio R no espaço objeto e r no espaço imagem, representado pela Equação (9).

$$F(R) = a_0 + a_1 \cdot R + a_2 \cdot R^2 + \dots + a_n \cdot R^n \quad (9)$$

Considerando um conjunto de pontos $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ no espaço objeto e suas respectivas projeções $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ no espaço imagem, onde $P_i(X_i, Y_i)$ é um ponto planimétrico i no espaço objeto e $p_i(c_i, l_i)$ sua projeção no espaço imagem, o processo de estimação dos parâmetros do modelo é realizado conforme as etapas a seguir.

1. Transformação das coordenadas cartesianas (X_i, Y_i) do espaço objeto em coordenadas polares (Θ_i, R_i) , com as Equações (10) e (11);

$$\theta_i = \text{atan} \left(\frac{Y_i}{X_i} \right) \quad (10)$$

$$R_i = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2} \quad (11)$$

2. Transformação das coordenadas cartesianas (c_i, l_i) do espaço imagem em coordenadas polares (θ_i, r_i) , onde primeiramente deve-se fazer a translação para a origem $o(c_o, l_o)$ e reflexão no eixo l' , conforme as equações (12), (13) e (14);

$$\begin{pmatrix} c'_i \\ l'_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_i - c_o \\ -l_i + l_o \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$\theta_i = \text{atan} \left(\frac{l'_i}{c'_i} \right) \quad (13)$$

$$r_i = \sqrt{c'^2_i + l'^2_i} \quad (14)$$

3. Com os pares R_i, r_i , que são, respectivamente, o raio da coordenada polar no espaço objeto e no espaço imagem do ponto P_i são estimados os parâmetros a_i do polinômio $F(R)$ da Equação (9) pelo método dos mínimos quadrados.

A reamostragem da imagem é realizada com a definição de uma grade regular, onde o nível de cinza para cada um dos pixels da imagem reamostrada é determinado a partir dos níveis de cinza da imagem omnidirecional original utilizando o processo de interpolação bilinear, conforme apresentado na Figura 5.

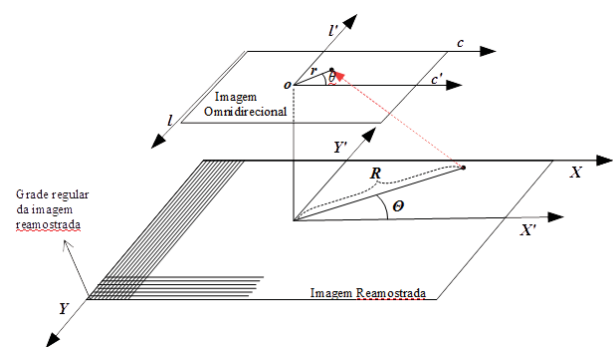


Fig. 5 - Reamostragem da imagem omnidirecional.

O processo de determinação dos valores de brilho (ou cores) de cada pixel da imagem reamostrada consiste nas seguintes etapas:

1. Transformação das coordenadas (X, Y) da grade da imagem resultante do processo de reamostragem em (X', Y') através da translação para a origem no ponto $P_c(X_c, Y_c)$ centro da

grade da imagem reamostrada e a reflexão no eixo X' , utilizando a Equação (15);

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X - X_c \\ -Y + Y_c \end{pmatrix} \quad (15)$$

2. Transformação das coordenadas cartesianas (X', Y') pertencentes à imagem reamostrada em coordenadas polares (θ, R) , com as Equações (16) e (17);

$$\theta = \text{atan} \left(\frac{Y'}{X'} \right) \quad (16)$$

$$R = \sqrt{X'^2 + Y'^2} \quad (17)$$

3. Estimativa das coordenada (θ, r) , com base nos parâmetros do polinômio $F(R)$ previamente estimados, utilizando as Equações em (8);
4. Transformação das coordenadas polares (θ, r) em coordenadas cartesianas (c', l') utilizando as Equações (18) e (19);

$$c' = r \cdot \cos(\theta) \quad (18)$$

$$l' = r \cdot \text{sen}(\theta) \quad (19)$$

5. Transformação das coordenadas cartesianas (c', l') em (c, l) através da reflexão em relação ao eixo l' e a translação para o canto superior esquerdo do sistema de coordenadas da imagem, utilizando a Equação (20);

$$\begin{pmatrix} c \\ l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c' \\ -l' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_o \\ l_o \end{pmatrix} \quad (20)$$

na qual c_o e l_o são, respectivamente, coluna e linha, no sistema de coordenadas da imagem, onde há a projeção na imagem do ápice (centro) do cone, ou seja, a coluna e linha referente à origem do sistema c', l' na imagem.

6. Interpolação do valor de brilho (ou cores) utilizando os vizinhos de c, l e atribuição deste valor à célula X, Y da imagem reamostrada.

O Modelo das Distâncias Polares utiliza poucos recursos computacionais, porém é dependente do alinhamento entre o eixo óptico da câmara e o eixo do cone. A falta desse

alinhamento faz com que uma distância polar r no espaço imagem possua diferentes distâncias polares R no espaço objeto, dependendo do ângulo horizontal utilizado, pois a condição de simetria não é mais garantida.

Com o objetivo de melhorar o modelo que relaciona a variação de escala entre as distâncias no espaço objeto e as distâncias no espaço imagem também foram utilizadas outras duas funções.

Na segunda abordagem foi utilizada a função exponencial apresentada em (21), na qual a e b são os parâmetros do modelo a serem ajustados, R (distância polar no espaço objeto) são valores considerados conhecidos e r (distância polar no espaço imagem) são as observações.

$$r = a \cdot \sqrt[3]{R} + b \cdot R \quad (21)$$

A terceira abordagem utilizou uma razão entre polinômios unidimensionais, dada pela Equação (22).

$$r = \frac{a_1 \cdot R + a_2}{R^2 + b_1 \cdot R + b_2} \quad (22)$$

onde:

- a_p, a_r, b_p, b_r são os parâmetros do modelo, que são estimados através de um ajustamento pelo MMQ;

- R é a distância polar no espaço objeto;

- r é a distância polar no espaço imagem.

Essas funções foram utilizadas por modelarem melhor a distribuição da relação entre as distâncias no espaço objeto e imagem.

A seleção das funções foi realizada empiricamente utilizando-se experimentos com a ferramenta *Curve Fitting Tool* (cftool) do MATLAB, que possibilita, com base no conjunto de dados e em modelos pré-definidos, verificar gráfica e numericamente a curva que melhor se ajusta aos dados. Nesta ferramenta é possível visualizar os resíduos resultantes do ajustamento realizado com várias funções.

3.5 Modelo de Coordenadas Polares

A abordagem de ajustamento de coordenadas polares é uma versão ampliada do modelo de distâncias polares, com o objetivo de minimizar os problemas (distorções assimétricas)

causados pela falta de alinhamento entre o eixo óptico da câmara e o eixo do cone.

No modelo de coordenadas polares proposto é utilizado um polinômio para modelar também as variações no ângulo horizontal na imagem em relação ao ângulo correspondente no espaço objeto, permitindo minimizar o problema de alinhamento (rotação) entre os eixos dos sistemas de coordenadas do espaço imagem e objeto, como também nas assimetrias causadas pela falta de alinhamento entre o eixo óptico e o eixo do cone.

Esse modelo utiliza as equações em (8) para transformar as coordenadas cartesianas no sistema local do espaço objeto em coordenadas polares (Θ, R) e a equação (9), juntamente com os coeficientes previamente estimados, para estimar a distância polar no espaço imagem.

A correção das diferenças entre os ângulos horizontais do espaço imagem (θ) e espaço objeto (Θ) pode ser realizada por uma constante, se for considerado somente uma rotação entre os sistemas. Porém, quando se considera a falta de alinhamento entre o eixo óptico da câmara e o eixo de formação do cone torna-se necessário um polinômio como o expresso em (23).

$$\theta = \sum_{i=0}^n b_0 + b_1 \cdot \Theta + b_2 \cdot \Theta^2 + \dots + b_n \cdot \Theta^n \quad (23)$$

no qual θ é o ângulo horizontal a partir do eixo x da imagem previamente transladada para o ponto de projeção do centro do cone, n é o grau do polinômio para cálculo do ângulo horizontal, e b_0, b_1, b_2 e b_n são os coeficientes do polinômio, que deverão ser previamente estimados.

A distância polar r , calculada com base no polinômio da equação (9), com seus coeficientes estimados previamente e o ângulo horizontal θ , calculado a partir do polinômio da equação (23) com seus coeficientes já estimados, definem as coordenadas polares no espaço imagem, que podem ser transformadas em linha (l) e coluna (c) pela equação (24).

$$c = r \cdot \cos(\theta), \quad l = r \cdot \sin(\theta) \quad (24)$$

O processo de estimação dos coeficientes dos polinômios das equações (9) e (23) (calibração

do modelo) é detalhado nos passos a seguir.

- 1 – Realizar medidas (c, l) no espaço imagem e (X, Y) no espaço objeto, conforme detalhado no processo de definição dos parâmetros da projeção (considerar Z constante);
- 2 – Nas medidas (c, l) , fazer a translação para o local da imagem onde é projetado o centro do cone, para que os dois sistemas estejam com a origem na mesma posição (este valor é constante e definido a priori);
- 3 – Transformar as coordenadas (c, l) em coordenadas polares (θ, r) no espaço imagem e as coordenadas (X, Y) em coordenadas polares (Θ, R) no espaço objeto;
- 4 – Considerando as distâncias polares R no espaço objeto e as respectivas distâncias polares r no espaço imagem, realizar um ajustamento pelo método dos mínimos quadrados utilizando polinômio da equação (9) com grau 6 ($n = 6$) para a estimação dos coeficientes a_0, a_1, \dots, a_n , que são utilizados na projeção das distâncias do espaço objeto para o espaço imagem.
- 5 – Com os ângulos φ no espaço imagem, e os respectivos ângulos horizontais Φ no espaço objeto e a função polinomial (terceiro grau) da equação (23), realizar um ajustamento visando estimar os coeficientes b_0, b_1, b_2 e b_n para a transformação entre os ângulos do espaço objeto e espaço imagem.

3.6 Calibração do sistema com os Modelos Empíricos

No contexto deste projeto, a calibração é um processo que visa estimar os parâmetros do modelo matemático utilizado para relacionar as coordenadas dos pontos no espaço objeto com suas respectivas coordenadas no espaço imagem. Esses parâmetros são estáveis durante um período de tempo.

O modelo matemático utilizado nesse projeto para o relacionamento entre os dois espaços não é rigoroso, portanto não há parâmetros físicos. Nesse contexto, utiliza-se o termo calibração para o processo de estimar os parâmetros do modelo para a reamostragem das imagens, mas entende-se que estes parâmetros não definem variáveis físicas e são válidos para um intervalo de tempo limitado, devendo ser estimados no início de cada projeto.

O processo de estimação dos parâmetros do modelo necessita de um conjunto de coordenadas

medidas no espaço objeto e suas correspondentes no espaço imagem.

O conjunto de medidas é obtido através da aquisição de imagens de uma área com pontos de apoio pré-sinalizados, e a posterior medição desses pontos na imagem.

3.7 Campo de Calibração

O campo de calibração utilizado nesse projeto foi uma área plana com marcações pré-existentes no solo, visíveis durante a aquisição da imagem e que permitem a realização de medidas na imagem. Essas marcações devem cobrir o máximo de área visível da imagem e permitem a definição de uma grade quase regular de pontos.

Embora uma única imagem seja necessária para a calibração, são tomadas várias imagens do campo de calibração sem alterações na configuração do sistema de captura, com as mesmas configurações a serem usadas no trabalho de campo. Isto permite redundância para avaliar internamente o processo de calibração.

O campo de calibração utilizado nesse projeto foi um estacionamento, onde há marcações das vagas, formando uma grade regular. O campo de calibração é apresentado na imagem da Figura 6.

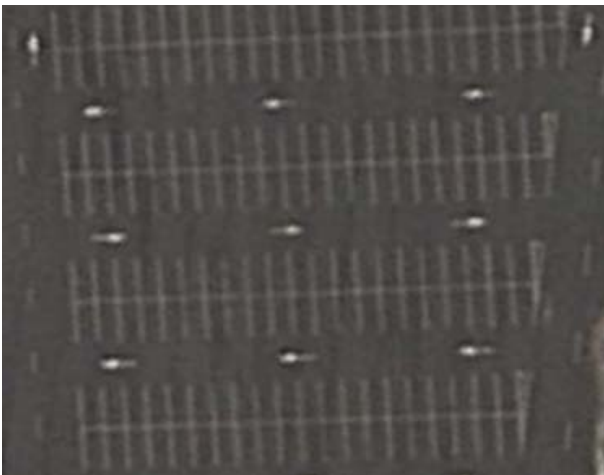


Fig. 6 - Estacionamento utilizado como campo de calibração.

Nessa área foi definido um sistema de coordenadas planas com a origem no local onde o eixo do sistema omnidirecional (formado pelo eixo óptico e o eixo do cone) atravessa o solo, sendo o eixo Y definido pelo sentido de movimento da plataforma (veículo) e o eixo X perpendicular a esse, seguindo a mesma

orientação do sistema da imagem.

A Figura 7 apresenta o sistema de coordenadas definido no espaço objeto.

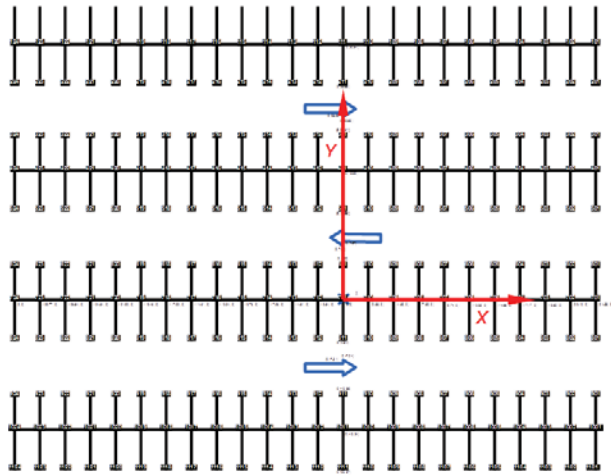


Fig. 7 - Sistema de coordenada local definido para o espaço objeto.

As imagens para a calibração podem ser adquiridas utilizando o veículo equipado com o sistema omnidirecional, sendo necessário apenas o posicionamento do veículo na origem do sistema local definido e o acionamento do dispositivo para tomada da imagem.

Essa abordagem evita erros relativos à altura da câmara, pois não realiza nenhuma alteração na disposição do sistema, porém parte do veículo cobriria algumas marcações pertencentes à grade de pontos e haveria uma dificuldade no posicionamento do veículo sobre a origem do sistema.

Uma outra forma para a tomada das imagens é a medição da altura da câmara sobre o veículo e a colocação do sistema sobre um tripé com base niveladora, onde o eixo do sistema omnidirecional deverá ficar alinhado com a origem do sistema local definido e os eixos das colunas e linhas da imagem alinhados como os eixos X e Y desse sistema, respectivamente, com uma altura igual à altura real de coleta sobre o veículo.

As coordenadas dos pontos de controle no espaço objeto podem ser determinadas utilizando um conjunto de medidas de distâncias sobre os eixos X e Y no espaço objeto. Outra forma precisa para o levantamento desses pontos é a utilização de equipamentos de precisão como estações totais combinadas com um receptor GNSS (*Global Navigation Satellite System*),

que permitem a definição das coordenadas com precisão milimétrica, dependendo das características e tempo de rastreamento.

4. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Para a avaliação dos modelos foram realizados dois experimentos. No primeiro foi utilizada uma imagem gerada por simulação e o segundo foram utilizadas imagens capturadas com o sistema omnidirecional catadióptrico construído, em ambiente real apoiado sobre tripé.

O modelo de RFM com a utilização de coordenadas bidimensionais foi avaliado utilizando polinômios de 3° e 4° graus; o modelo de distâncias polares utilizou polinômios de 6° e 8° graus, e o modelo coordenadas polares foi implementado utilizando um polinômio de 3° para o ângulo horizontal e um polinômio de 6° para as distâncias radiais.

O cálculo dos erros das coordenadas foi realizado através das diferenças entre as coordenadas de pontos projetados do espaço objeto para o espaço imagem com os parâmetros estimados e as coordenadas destes pontos medidas na imagem.

4.1 Experimento com imagens simuladas

Para a geração de dados simulados foi utilizado o software POV-RAY (POV-TEAM, 2011). Na simulação foi definida uma câmara com o eixo óptico orientado para o zênite e sobre essa câmara foi colocado um cone espelhado a uma distância de 50 mm, com o eixo óptico alinhado com o eixo de formação do cone. O cone possui o diâmetro de 200 mm, com altura de 40 mm, e a distância focal da câmara na simulação foi definida como 52 mm.

Para a simulação das feições do espaço objeto, sobre um plano foi traçado um conjunto de linhas verticais e outro de linhas horizontais. As linhas têm largura de 1 m, o espaçamento entre elas é de 1 m e o comprimento de 100 m. A Figura 8 apresenta a configuração do espaço objeto.

O sistema catadióptrico sintético, formado pela câmara e espelho, foi posicionado no centro dos conjuntos de linhas a uma altura de 175 cm, sendo representado pelo ponto no centro da imagem, mostrada na Figura 8.

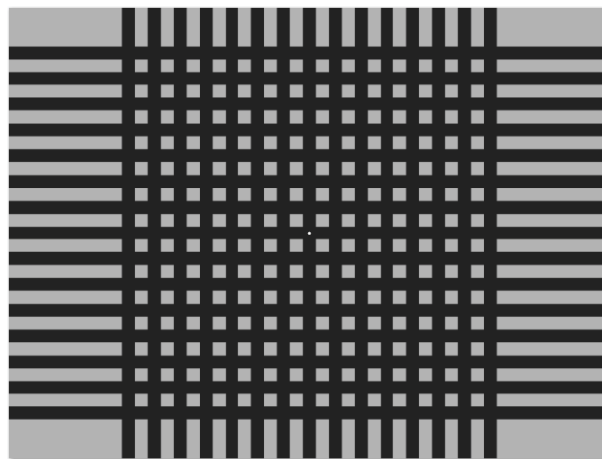


Fig. 8 - Ambiente criado pela simulação.

A imagem formada pelo sistema simulado proposto possui como principal característica uma significativa variação de resolução espacial. Nas áreas próximas à câmara a resolução é maior e diminui nas áreas mais distantes.

A Figura 9 apresenta a imagem gerada pela simulação, sendo possível verificar que o espelho cônico aumenta o campo de visão, possibilitando ver as linhas do início ao final, mesmo com a câmara a uma pequena distância do terreno.

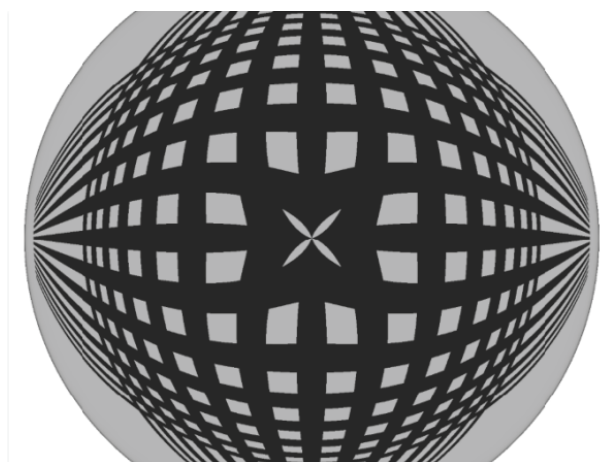


Fig. 9 - Imagem gerada por simulação.

Para a estimação dos parâmetros dos modelos com dados simulados foi utilizada uma malha de 248 pontos de controle com coordenadas planas no espaço objeto e suas respectivas coordenadas no espaço imagem.

A avaliação dos resultados das estimativas dos parâmetros dos modelos foi realizada com um conjunto de 10 pontos de verificação.

A distribuição dos pontos de controle e verificação no espaço objeto e espaço imagem

é apresentada na Figura 10, onde é possível verificar que os pontos de controle no espaço objeto formam uma grade quase regular e os pontos de verificação estão espalhados por todo o espaço da cena.

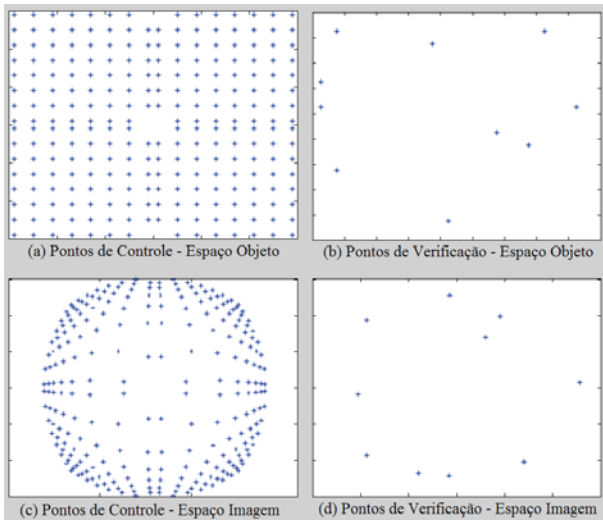


Fig. 10 - Distribuição dos pontos de controle e verificação da simulação.

A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos com a análise das discrepâncias nos pontos de verificação com os modelos utilizados. O modelo de RFM com polinômios de 3º grau obteve um REMQ (raiz do erro médio quadrático) de 4,64 pixels, porém, com a utilização de polinômio de 4º grau, a REMQ diminuiu para 4,41 pixels. Essa diminuição indica que o polinômio de 4º grau modela de forma mais satisfatória as distorções do sistema para a relação entre os pontos do espaço objeto e imagem.

Tabela 1: Resultado da análise das discrepâncias dos pontos de verificação

Modelo	REMQ (pixels)
RFM – 3º grau	4,64
RFM – 4º grau	4,41
Distância Polar – Polinômio 6º grau	1,14
Distância Polar – Polinômio 8º grau	1,21
Coordenadas Polares	1,09

Os modelos de polinômios de distâncias polares de 6º e 8º graus e de coordenadas polares obtiveram, respectivamente, 1,14, 1,21 e 1,09 pixels de REMQ.

Os modelos generalizados que utilizam distâncias polares alcançam melhores resultados

que o modelo RFM, pois o RFM modela localmente as regiões, com base nos pontos levantados e os modelos de distâncias polares modelam a cena como um todo, considerando somente as distâncias polares a partir do ponto central da cena.

4.2 Experimento com Imagens Reais

Para o experimento com dados reais foram acrescentados o modelo de distâncias polares com função exponencial e o modelo de distâncias polares utilizando uma razão entre um polinômio de primeiro grau e um polinômio de segundo grau, como apresentado na seção 3.4, modelos das Equações (21) e (22).

Para a avaliação dos modelos foram utilizados 210 pontos de controle e 21 pontos de verificação. Para o levantamento desses pontos no espaço objeto foi definido um sistema cartesiano bidimensional local com origem no ponto nadir do sistema omnidirecional (ponto onde o eixo do sistema é projetado sobre o solo) e as medições desses pontos foram realizadas a partir da origem desse sistema, com a utilização de uma trena manual. A Figura 11 apresenta a distribuição desses pontos no espaço imagem e objeto, observando-se que no espaço objeto os pontos de controle formam uma grade quase regular.

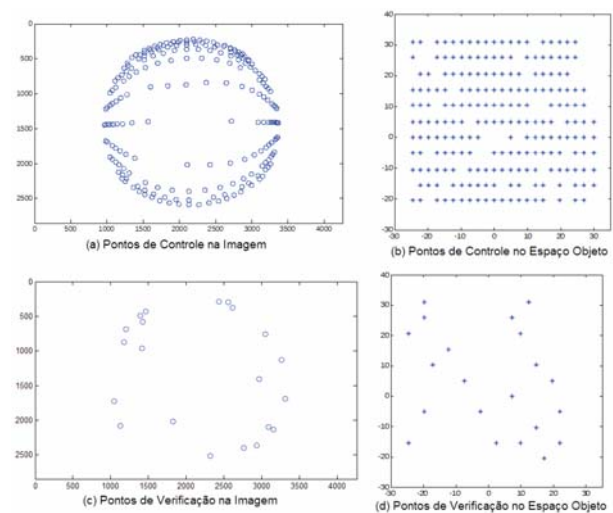


Fig. 11 - Distribuição dos pontos de controle e verificação – imagem do campo de calibração.

4.3 Análise dos resíduos da calibração

O processo de calibração foi realizado utilizando uma imagem do campo de calibração

obtida com o sistema omnidirecional posicionado sobre um tripé, com a mesma altura em relação ao solo do veículo a ser utilizado para a captura das imagens nas rodovias.

O tripé foi utilizado com o objetivo de capturar o maior número possível de pontos do campo de calibração, visto que o veículo a ser utilizado em campo obstrui a visão de vários pontos.

A Tabela 2 apresenta as estatísticas dos resíduos do processo de estimação dos parâmetros do modelo, onde o REMQ é raiz do erro médio quadrático dos resíduos das resultantes.

Tabela 2: Estatística dos resíduos nos pontos de controle no processo de estimação dos parâmetros dos modelos

Modelo	REMQ (pixels)
Distâncias polares com polinomial de 6º grau	39,38
Distâncias polares com polinomial de 8º grau	39,37
Distâncias polares com função exponencial	39,52
Distâncias polares com razão entre polinômios	34,55
RFM com Polinômios de 3º Grau	17,95
RFM com Polinômios de 4º Grau	13,46
Coordenadas Polares	9,25

Na Tabela 2, verifica-se que os resultados do RFM foram melhores que aqueles obtidos com modelos baseados nas distâncias polares, porém, uma análise individual dos resíduos mostra que em áreas com pequena quantidade de pontos o relacionamento entre os dois espaços não é corretamente modelado.

Esses resultados podem ser visualizados através dos gráficos dos resíduos resultantes, mostrados na Figura 12, onde os resíduos em (b) do RFM de 4º grau são bem menores que os resíduos apresentados em (a) do modelo de distâncias polares com razão entre polinômios, que obteve o melhor resultado entre os modelos de distância polar.

No modelo de distâncias polares, a mudança da função que relaciona as medidas no espaço imagem e espaço objeto não causa grande modificação nos resultados do processo de calibração, sendo que a utilização da função com razão entre polinômios alcançou os melhores resultados.

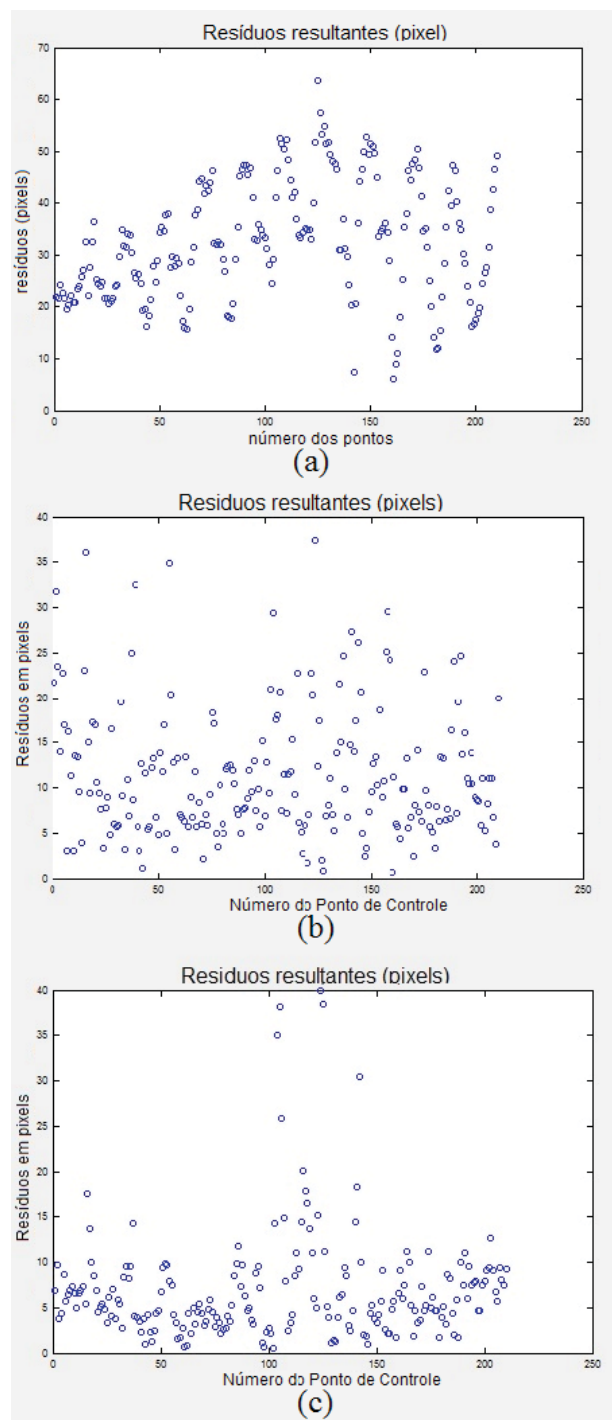


Fig. 12 - Resultantes dos resíduos nos pontos de controle no processo de ajustamento dos modelos: (a) distância polar com ajuste por razão entre polinômios, (b) RFM de 4º grau e (c) coordenadas polares.

Quando utilizado o modelo de coordenadas polares, no qual o ângulo horizontal e a distância são ajustados por polinômios, o efeito causado pela falta de alinhamento entre os eixos do sistema catadióptrico é minimizado, sendo este o modelo que apresenta os melhores resultados

na análise dos resíduos nos pontos de controle.

É possível verificar esse comportamento pela dispersão dos resíduos apresentado na Figura 12: em (a), que utiliza o modelo de distância polares, há uma maior dispersão dos resíduos em relação ao gráfico (c), que utiliza o modelo de coordenadas polares.

4.4 Avaliação das discrepâncias nos pontos de verificação

A avaliação dos pontos de verificação permite analisar as discrepâncias entre os pontos da imagem estimados pelos modelos e os pontos medidos na imagem.

Para o conjunto de pontos de verificação selecionado, as estatísticas das discrepâncias encontradas (vide Tabela 3) foram próximas às estatísticas dos resíduos encontrados durante o processo de estimação dos parâmetros dos modelos.

O REMQ para os modelos que utilizam somente o ajustamento das distâncias polares tiveram uma variação em torno de 0,5 pixel, porém esses resultados ficaram muito acima dos alcançados com os outros modelos.

Tabela 3: Resultado da análise dos pontos de verificação

Modelo	REMQ (pixels)
Distâncias polares com função exponencial	36,31
Distâncias polares com polinômio de 6° Grau	36,00
Distâncias polares com polinômio de 8° Grau	35,97
Distâncias polares com razão entre polinômios	35,77
RFM com polinômios de 3° grau	17,27
Coordenadas polares	9,61
RFM com polinômios de 4° grau	8,57

O modelo RFM com polinômios de 4° grau e o modelo coordenadas polares tiveram resultados similares, com diferença aproximada de 1 pixel.

O resultado foi diferente do encontrado na simulação, quando os resultados com modelos de distâncias polares foram aproximadamente 50% melhores que os resultados com RFM. Isso ocorre porque o eixo óptico da câmara não está perfeitamente alinhado com o eixo do cone no sistema real.

O RFM, por outro lado, não depende da condição de alinhamento entre os eixos

dos componentes do sistema catadióptrico, pois o modelo relaciona de forma pontual as coordenadas dos pontos de controle do espaço imagem e espaço objeto, criando uma forma de grade de deformação.

Outra vantagem da utilização do RFM é não haver a necessidade de se localizar o ponto central da imagem omnidirecional, ou seja, a projeção do topo do cone na imagem, pois o erro na identificação e medição dessa coordenada se propaga nos modelos de distâncias polares.

Analisando os resultados da calibração e das discrepâncias nos pontos de verificação, pode-se afirmar que o RFM de 4° grau e o modelo de coordenadas polares são equivalentes e as melhores entre as soluções abordadas nesse estudo para a retificação das imagens omnidirecionais, para as imagens usadas.

A Figura 13 em (a) apresenta a imagem omnidirecional capturada com o sistema no campo de calibração original e em (b) a imagem retificada com base na imagem (a) utilizado o modelo de RFM com polinômios de 4° ordem.

Na imagem retificada ainda podem ser verificadas pequenas imperfeições que não afetam o resultado final da aplicação, pois a imagem retificada é utilizada para a correspondência com uma imagem orbital, onde a resolução é muito menor. A imagem retificada possui GSD de 1 cm e a imagem orbital a ser utilizada possui GSD de 250 cm.

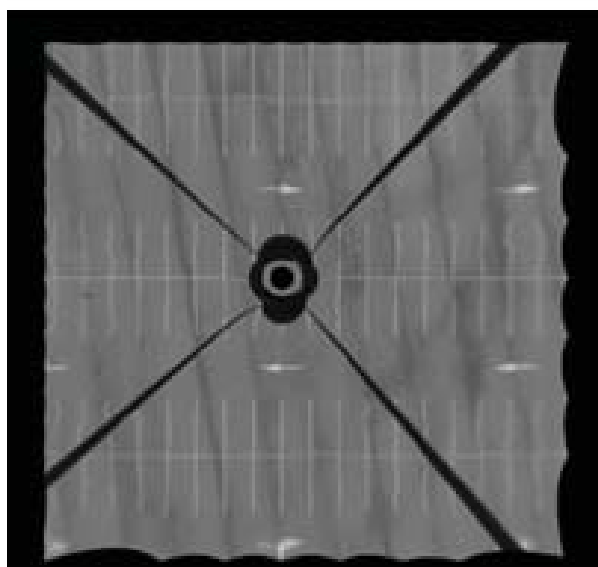
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização de uma modelagem matemática empírica (não rigorosa) mostrou-se uma alternativa efetiva para relacionar o espaço imagem e espaço objeto em sistemas omnidirecionais catadióptricos, principalmente quando não há informações referentes ao relevo da área a ser imageada ou duas imagens da área para estimar as coordenadas tridimensionais. Os modelos empíricos apresentados são alternativas que possuem implementação simples para a retificação das imagens omnidirecionais.

As imagens omnidirecionais geradas a partir de uma simulação foram importantes para verificar a viabilidade do projeto, porém somente as imagens e dados gerados com um experimento em campo foram capazes de confirmar que determinados métodos podem ser utilizados para a resolução do problema.



(a) Imagem Omnidirecional Catadióptica



(b) Imagem Retificada

Fig. 13 - Imagem omnidirecional catadióptica original e retificada do campo de calibração

Na imagem simulada, o modelo com distâncias polares apresentou os melhores resultados. Porém em imagens reais de campo verificou-se que essa abordagem não obtém bons resultados quando não há o alinhamento perfeito entre o eixo do cone e o eixo óptico da câmara.

O alinhamento entre o eixo óptico da câmara e o eixo do cone é uma tarefa mecânica muito difícil, pois esses eixos não são fisicamente visíveis. Devido ao desalinhamento entre os eixos, a modelagem matemática que relaciona as distâncias polares do espaço objeto e imagem

produziu resultados similares a um modelo mais geral, que não necessita desse alinhamento, como o modelo RFM.

A utilização de modelos não rigorosos não será eficiente quando a área imageada possui grandes desníveis, pois os parâmetros desses modelos são estimados em uma área plana.

AGRADECIMENTOS

Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq – proc. 305111/2010-8), SensorMap Geotecnologias e Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de São Paulo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAKER, S.; NAYAR S. K. A Theory of Single-Viewpoint Catadioptric Image Formation. *International Journal of Computer Vision*, v. 35, n. 2, p. 175-196, 1999.

BRASSART, E.; DELAHOUCHE, L.; CAUCHOIS, C.; DROCOURT, C.; PEGARD, C.; MOUADDIB, E. M. Experimental Results got with the Omnidirectional Vision Sensor: Syclop. In: IEEE Workshop on Omnidirectional Vision 2000, Hilton Head Island, South Carolina. *Proceedings...* Hilton Head Island: IEEE, 2000. p. 145-152.

BURBRIDGE, C.; NEHMZOW, U.; CONDELL, J. Omnidirectional Projections with Cone Mirror and Single Mirror Stereo. In: The 8th Workshop on Omnidirectional Vision, Camera Networks and Non-classical Cameras, 2008, Marseille. *Proceedings...*, Marseille, France, 2008.

CAUCHOIS, C.; BRASSART, E.; DROCOURT, C.; VASSEUR, P.; Calibration of the Omnidirectional Vision Sensor: SYCLOP. In: IEEE International Conference on Robotics & Automation, 1999, Detroit. *Proceedings...* Detroit: IEEE, 1999. p. 1287-1292.

HAGGRÉN, H.; HYYPPÄ H.; JOKINEN, O.; KUKKO, A.; NUIKKA M.; PITKÄNEN, T.; PÖNTINEN, P.; RÖNNHOLM, P. Photogrammetric application of spherical imaging. In: Panoramic Photogrammetry Workshop, 2004, Dresden. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. Dresden: ISPRS, 2004. v. XXXIV, n. 5/W16.

- HU, Y.; TAO, V.; CROITORU, A. Understanding the Rational Function Model: Methods and Applications. In: ISPRS, 2004, Istanbul. **The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**. Istanbul: ISPRS, 2004. v. XXXV, n. B4, p. 663–668.
- KANNALA, J., BRANDT, S. A Generic Camera Model and Calibration Method for Conventional, Wide-Angle, and *FishEye* Lenses. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 28, n. 8, p. 1335-1340, 2006.
- LIN, S; BAJCSY, R. Single-viewpoint, catadioptric cone mirror omnidirectional imaging theory and analysis. **Journal of the Optical Society of America A: Optics, Image Science & Vision**, v. 23, n. 12, p. 2997-3015, 2006.
- LUBER, A., AND REULKE, R. A unified calibration approach for generic cameras. In: ISPRS, 2010, Newcastle. **The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**. Newcastle: ISPRS, 2010. v. XXXVIII, n. B5, p. 399-404.
- MARCATO JR., J. **Modelagem fotogramétrica e calibração de um sistema de visão omnidirecional**. 2014. Tese (Doutorado em Ciências Cartográficas). Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, Brasil.
- NALWA, V. S. **A True Omnidirectional Viewer**. Bell Laboratories Technical Report. Homdel, 1996.
- POV-TEAM. **Introduction to POV-Ray: Version 3.6.1**. Disponível em <http://www.povray.org/download/>. Acesso em 18 fev. 2011.
- SANTOS FILHO, R. B.; GIN, R. B. B.; BIANCHI, R. A. C. Sistema de visão omnidirecional para o monitoramento de descargas atmosféricas. Em: VII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente, 2005, São Luís. **Anais do VII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente / II Latin American Robotics Symposium**. São Luís: UFMA, 2005.
- SAWHNEY, H.S.; KUMAR, R. True multi-image alignment and its application to mosaicing and lens distortion correction. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 21, n. 3, p. 235–246, 1999.
- SPACEK, L. **Omnidirectional perspective and stereopsis with conical mirrors**. Research Report CTU–CMP–2003–12, Center for Machine Perception, Czech Technical University, Prague, Czech Republic, 2003.
- SPACEK, L. A Catadioptric Sensor with Multiple Viewpoints. **Journal of Robotics and Autonomous Systems**, v. 51, n. 1, p. 3-15, 2005.
- STURM, P., RAMALINGAM, S., TARDIF, J., GASPARINI, S., AND BARRETO, J. Camera Models and Fundamental Concepts Used in Geometric Computer Vision. **Computer Graphics and Vision**, v. 6, n. 1-2, p. 1-183, 2010.
- SWAMINATHAN, R.; NAYAR, S.K. **Polycameras: Camera Clusters for Wide Angle Imaging**. Technical Report, Department of Computer Science, Columbia University, 1999.
- TAO, V.; HU, Y. A comprehensive study of the rational function model for photogrammetric processing. **Photogrammetric Engineering & Remote Sensing**, v. 67, n. 12, p. 1347–1357, 2001.
- YAGI, Y.; KAWOTO, S.; TSUJI, S., Real time omnidirectional image sensor (COPIS) for vision-guided navigation. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, v. 10, n. 1, p. 11-22, 1994.
- YAGI, Y. Omnidirectional sensing and its applications. **IEICE Transactions on Information and Systems**. v. E82-D, n. 3, p. 568-579, 1999.