Revista Brasileira de Cartografia (2017), Nº 69/3: 533-539
Sociedade Brasileira de Cartografia, Geodésia, Fotogrametria e Sensoriamento Remoto
ISSN: 1808-0936

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A AVALIAÇÃO DO RESULTADO DE UM AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES

Some Considerations about the Result Evaluation of Observation Adjustment

Quintino Dalmolin

Universidade Federal do Paraná – UFPR
Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas
81.531-990 – Centro Politécnico - Curitiba Paraná - Brasil
qdalmolin@ufpr.br

Recebido em 31 de Outubro, 2016/ Aceito em 8 de Março, 2017
Received on October 31, 2016/ Accepted on March 8, 2017

RESUMO

A solução de um sistema de equações normais com um número mínimo de injunções é o primeiro passo sugerido para avaliar a qualidade do resultado de um ajustamento de observações. Se a variância da unidade de peso estimada *a posteriori* for maior que a variância da unidade de peso arbitrada *a priori*, pode ser devido a alguma das seguintes causas: Erros de cálculos; erros observacionais (grosseiros); modelo matemático funcional não adequado com a realidade física das observações; estabilização da solução (convergência); *pesos* inadequados atribuídos às observações e mal condicionamento do sistema de equações normais. Neste trabalho, são discutidas alternativas e testes estatísticos que podem ajudar a detectar e a contornar situações que prejudicam a qualidade dos resultados no ajustamento de observações. Também, apresenta-se um teste estatístico para analisar se o ajustamento realizado com mais injunções que o mínimo necessário, tem influência ou não nos resultados.

Palavras-chave: Avaliação do Ajustamento de Observações, Análise Qualitativa do Resultado do Ajustamento, Testes Estatísticos para a Análise do Resultado do Ajustamento, Avaliação da Qualidade do Ajustamento de Observações.

ABSTRACT

The solution for normal equations system with minimum constraints is the first step suggested to evaluate the quality of an adjustment result. If the *a posteriori* variance of unit weight is bigger than the *a priori* variance one, that may be due to one of the following reasons: calculation error, observable error (blunders), mathematical model not suitable to the physical reality of observations, solution stabilizations (convergence), inappropriate weight attributed to the observations and ill conditioning system of the normal equations. In this paper, alternatives and statistical tests may help detect and by-pass situations which harm the result quality in the observation adjustment. Also, a statistical test is presented to verify if the adjustment with more constraints than the minimum necessary, influences the result, or it doesn't.

Keywords: Evaluation of Adjustment Observation, Quality Assessment of Adjustment Results, Statistical Analysis of Adjustment Results, Evaluation of the Quality of an Adjustment.

1. INTRODUÇÃO

Desde a introdução do método dos mínimos quadrados por Gauss e Legendre no final do século dezoito e início do século dezenove, somente nas últimas cinco ou seis décadas é que ele pôde ser plenamente aplicado à solução de grandes sistemas de equações. Esta possibilidade se tornou viável graças ao desenvolvimento da informática computacional e a otimização de algoritmos matemáticos, dando velocidade e precisão no cálculo das variáveis envolvidas no processo. Paralelamente a isto, as técnicas e métodos estatísticos também avançaram para a análise e avaliação dos resultados. Técnicas de controle e análise dos dados a serem processados como também, dos resultados alcançados após a solução do sistema, foram desenvolvidas e implementadas. Atualmente a tarefa de calcular um conjunto de parâmetros (variáveis) a partir de observações utilizando a técnica dos mínimos quadrados se tornou rotina, principalmente nas áreas das Ciências Geodésicas. Ela tem se tornado cada vez mais importante para avaliar as observações e os resultados em termos de qualidade e uniformidade. Hoje em dia, se têm consciência da necessidade em priorizar a análise do planejamento dos trabalhos de campo para a coleta de observações que atendam a certos objetivos em termos de acurácia e precisão (pré-análise). Nos tópicos que se seguem, serão apresentadas situações que normalmente ocorrem, quando se faz a análise estatística dos resultados auferidos pelo ajustamento de observações em determinados problemas. Discute-se a adequação do modelo matemático à realidade física do conjunto de observações com suas precisões; analisa-se a influência da ponderação inadequada às observações no ajustamento; finalmente são avaliados os efeitos e tendências nos resultados devido à presença de *outliers*.

2. A TÉCNICA DE CÁLCULO

Para facilitar a compreensão dos tópicos seguintes, usar-se-á a técnica de ajustamento de observações através do método das equações de observação (Método paramétrico). Para tanto, define-se os seguintes elementos representativos do método paramétrico: L_b é a matriz n x 1, das observações de campo; Σ_{L_b} é a matriz variância covariância das observações; $P=\sigma_0^2\Sigma_{L_b}^{-1}$ é a matriz dos pesos das observações, em que σ_0^2 é a variância da unidade de peso arbitrada *a priori*, ou seja, um escalar, que normalmente é considerado igual a unidade. Salienta-se que este escalar não interfere no resultado do ajustamento.

Cada quantidade observada será expressa como uma função dos parâmetros através do modelo de ajustamento dado por:

$$L_a = F\,(X_a) \qquad (1)$$

onde, L_a é o vetor teórico das quantidades observadas ajustadas; F representa o modelo matemático ou a função que gera o sistema de equações de observação, também conhecido como modelo funcional; X_a é o vetor teórico dos parâmetros ajustados.

Considerando o caso mais geral em que F é uma função não linear, a aplicação dos mínimos quadrados requer a linearização do sistema de equações. Portanto, a linearização é obtida a partir da expansão do modelo de ajustamento (1) em séria de Taylor, nas vizinhanças de um vetor inicial aproximado X_0, desprezando-se os termos de ordem dois e superiores da série. A recuperação destes termos é feita através da solução do sistema iterativamente (DALMOLIN, 2010).

O modelo em sua forma linearizada é,

$$V = AX + L \qquad (2)$$

onde, V é vetor dos resíduos; $A=\left.\frac{\partial F}{\partial X_a}\right|_{X_a=X_0}$ é a matriz dos coeficientes das variáveis definida no ponto de expansão do vetor aproximado X_0; $X = X_a - X_0$ é o vetor das correções ao vetor aproximado X_0, também conhecido como vetor estimado; $L = F(X_0) - L_b$ é o vetor dos termos independentes.

A solução do sistema (2) pelo método dos mínimos quadrados é conduzida pela expressão:

$$X = -(A^TPA)^{-1}A^TPL \qquad (3)$$

que fornece o vetor das correções aos parâmetros aproximados, resultando o vetor dos parâmetros ajustados, $X_a = X_0 + X$.A matriz variância covariância dos parâmetros ajustados é,

$$\Sigma_{X_a} = \hat{\sigma}_0^2 (A^T P A)^{-1} \quad (4)$$

Na expressão (4), o escalar σ_0^2 representa a variância da unidade de peso *a posteriori*, isto é, calculado após o ajustamento ter sido realizado. Considerando um sistema originado de **n** observações envolvendo **u** parâmetros, com n>u, a esperança matemática da soma dos quadrados dos resíduos, segundo Hamilton, 1964 é: $E(V^TPV) = \sigma_0^2$ (n-u). A partir desta premissa, a expressão para a variância *a posteriori* é dada por,

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{n-u} \quad (5)$$

Para qualquer trabalho de ajustamento, após a obtenção das observações em campo, as mesmas devem passar por uma verificação de consistência isentando-as de erros grosseiros. Para isto, um pré-ajustamento pode ser realizado com a fixação de um mínimo de injunções necessárias na solução do sistema de equações. Toma-se como exemplo, o ajustamento de uma rede geodésica qualquer. Se somente direções e ângulos forem observados, as coordenadas de um ponto, um azimute e uma distância, ou as coordenadas de dois pontos são fixadas. Nos casos em que direções, distâncias e azimutes tenham sido medidos, então somente as coordenadas de um ponto são suficientes a ser fixadas. Certamente, haverá várias possibilidades de combinações do acima exposto. É importante lembrar que não fixando coisa alguma, a matriz das equações normais, (A^TPA) de dimensões (u x u) apresentará deficiência de posto *(rank)*, isto é, $r(A^TPA)<u$. O número de quantidades apropriadamente selecionadas a serem fixadas é a diferença: $u-r(A^TPA)$. Solucionando o sistema com o mínimo de quantidades fixadas (injunção mínima), um V^TPV é obtido, o qual será igual ao V^TPV obtido usando a inversa generalizada (Pseudo-Inversa) sem fixar valor algum, (FADDEEV & FADDEEVA, 1963). Para se ter um valor numérico apropriado do V^TPV, pode ser necessário o uso de iterações na solução do sistema (caso o modelo funcional seja não linear). Ou, se algum tipo de equação de condição ou modelo mais sofisticado for usado no sistema, então a solução deve ser feita através do processo iterativo, como recomenda Alan Pope (1972). O processo da solução iterativa, em detalhes, pode ser encontrado em Dalmolin (1976), Gemael (1994), Dalmolin (2010).

3. TESTANDO ESTATISTICAMENTE O V^TPV

De posse do valor do V^TPV correspondente ao ajustamento com as restrições mínimas, usa-se o teste estatístico "chi quadrado" (χ^2) para avaliar a aderência do resultado. Em outras palavras, se a hipótese nula H_0 indicar alguma anormalidade fora do esperado com respeito ao resultado. Então: Se, $\frac{V^TPV}{\sigma_0^2} > \chi^2_{GL,\alpha/2}$ ou $\frac{V^TPV}{\sigma_0^2} < \chi^2_{GL,(1-\alpha/2)}$,a hipótese H_0 será rejeitada. De outra forma, ela não será rejeitada. O valor de V^TPV é obtido a partir do ajustamento e o σ_0^2 é variância da unidade de peso *a priori* (normalmente considerada igual a unidade). O χ^2 é extraído de tabelas estatísticas com GL = (n-u) graus de liberdade a um determinado nível de significância α. Em alguns casos, quando o V^TPV for "muito grande", é necessário recorrer ao teste unilateral da função de distribuição. Se, $\frac{V^TPV}{\sigma_0^2} > \chi^2_{GL,\alpha}$, a hipótese nula é rejeitada, caso contrário, não. É normal usar-se o nível de significância de 0,05 (5%) para realizar a avaliação, embora os níveis de 0,1(10%) e 0,01(1%) também possam ser usados. Se, tabelas do χ^2 não estiverem disponíveis, pode-se usar as tabelas da distribuição F, lembrando que, $\chi^2_{GL,\alpha} = GL.F_{\upsilon,\infty.\alpha}$. Se a hipótese for rejeitada, sendo ela verdadeira, a probabilidade de se ter cometido o "erro tipo I" é α. Se a hipótese não for rejeitada sendo ela falsa, a probabilidade de se cometer o "erro tipo II" é β, o qual requer uma longa e penosa explicação que pode ser vista em Baarda (1968) ou Hamilton (1964). Nestas notas nos limitaremos a aceitar que, se a hipótese H_0 não for rejeitada considera-se que o resultado do ajustamento é "aceitável". De outra forma, se a hipótese for rejeitada, é um alerta de que o V^TPV é "muito grande" e o sistema de equações apresenta problemas que devem ser investigados, localizados e eliminados. Às vezes não se constitui uma tarefa fácil de localizá-los, porque existem várias combinações possíveis das diversas fontes de erros, além, é lógico, do efeito de espalhamento dos erros observacionais causado pela solução de mínimos quadrados.

Quando o V^TPV for "muito grande", a primeira coisa a observar é existência deque há problemas no ajustamento. Estes problemas podem ser devidos às observações ou aos pesos a elas atribuídos. Neste caso, é normal que os resíduos calculados sejam "grandes" e em consequência as ponderações atribuídas às observações inadequadas ou não compatíveis em termos da precisão das mesmas. Entretanto, fica claro que, as observações podem ser suficientemente boas quanto possível na sua estimação com pesos adequados e os problemas no ajustamento persistirem. Então, deve-se atentar para alguma outra possível causa que faz com que o V^TPV seja "grande", implicando na rejeição da hipótese básica. Entre as causas que podem contribuir para a rejeição da hipótese básica, estão: Sistema mal condicionado; erros de cálculo; modelo matemático funcional inadequado; influência de termos de ordem mais elevado omitidos no modelo (falta de iterações); Pesos estimados incorretamente e erros grosseiros nas observações.

3.1 Sistema mal condicionado

O mal condicionamento de um sistema de equações pode ser detectado através do cálculo dos assim chamados números condicionais (FADDEEV & FADDEEVA, 1963; LUGNANI, 1975). Um valor "muito pequeno" do determinante da matriz das equações normais é um forte indício de mal condicionamento. Na maioria das vezes é causado pela má geometria na distribuição dos pontos de controle (restrições ou injunções) ou a alta correlação entre as observações. O mal condicionamento também pode ser detectado através de um exame cuidadoso dos coeficientes de correlação da matriz variância covariância dos parâmetros, $\Sigma_x = (A^TPA)^{-1}$. Se a correlação entre o i-ésimo e j-ésimo parâmetro for calculada usando a expressão $r_{ij} = \frac{q_{ij}}{\sqrt{q_{ii}.q_{jj}}} \; i \neq j$, onde, os q_{ij} são elementos da matriz Σ_x, e o valor de *r* for menor que -1 ou maior que +1, isto é, estiver fora do intervalo de ±1, pode-se esperar que o sistema seja mal condicionado. Nestas condições, nada se pode fazer em termos de eliminar o problema. O que pode ser feito é melhorar computacionalmente a geometria da distribuição do apoio, a fim de alterar parcialmente o vetor dos termos independente. A real melhoria só pode ser realizada com novos trabalhos de campo e alterando a geometria do apoio do projeto original do levantamento.

3.2 Erros de cálculo

Dentro do rol dos erros de cálculo estão os chamados erros de avaliação das derivadas parciais, erros de sinais, erros de programação e erros de truncamento nas casas decimais. Normalmente estes erros são detectáveis através do reprocessamento com procedimentos diferentes. Ou a repetição dos cálculos no processo iterativo, avaliando a convergência e estabilização do vetor solução.

3.3 Modelo matemático inadequado

Quando se fala em modelo matemático funcional para realizar algum tipo de ajustamento, escolhe-se o modelo teórico que melhor represente a realidade física do fenômeno envolvido. Em Ciências Geodésicas os modelos são largamente testados e bem definidos, sugerindo não apresentarem questionamentos maiores. Contudo, em alguns casos, erros sistemáticos podem ser introduzidos no modelo através das observações coletadas com instrumentos não aferidos e/ou não calibrados; super ou sub-dimensionar o modelo de acordo com a precisão das observações; não considerar certos detalhes na modelagem, como por exemplo, a constante interna do aparelho; não considerar o excesso esférico em figuras geométricas observadas sobre superfícies não planas; negligenciar a correção da inclinação horizontal e/ou vertical; não considerar o efeito da refração atmosférica; não considerar as condições ambientais no instante da coleta das observações, entre outros, que certamente levam a uma inconsistência na modelagem do fenômeno e em consequência no V^TPV.

3.4 Influência dos termos de ordem mais elevada

É possível que determinado problema de ajustamento exija a aplicação de um modelo matemático na forma de polinômio. Adequar o grau do polinômio às vezes não é uma tarefa fácil. Pode haver mais termos (super) ou menos termos (sub) no dimensionamento do grau do modelo. Lembrando que a sofisticação do modelo deve estar em concordância com a sofisticação da precisão das observações. Se isto não for observado, o fato se refletirá no valor do V^TPV e também na matriz variância covariância. Testar a significância dos coeficientes polinomiais (parâmetros), através da decomposição das componentes principais (autovalores e autovetores), da matriz variância co-variância dos parâmetros é uma boa maneira de adequar o grau do polinômio à qualidade das observações (MARQUES, 1994; SILVA, 1995). No caso de modelos não lineares, a consequente linearização por Taylor, desprezando os termos de ordem dois e superiores para a aplicação do MMQ, leva a um V^TPV, “grande”, havendo a necessidade de realizar iterações para estabilizar a solução.

3.5 Pesos inadequadamente estimados

Em primeiro lugar, deve-se ter em mente que um teste global só pode ser conduzido caso se tenha certeza de que a variância das observações seja corretamente estimada. A variância da unidade de peso *a priori* σ_0^2, que normalmente é considerada como unitária, pode ser cuidadosamente determinada usando a população com extensivas e apropriadas amostragens, ou adotando o resultado de um ajustamento prévio onde somente um tipo de observação é usado. Se uma variância *a priori* for definida para um determinado grupo de observações e um possível intervalo de confiança para elas, é justificável que os valores podem variar até os limites deste intervalo. O que jamais se pode mudar é a variância das observações, atribuindo-lhes pesos arbitrários. Deve-se adotar um critério prioritário para o ajustamento como um todo. O valor da variância da unidade de peso *a priori* σ_0^2, selecionado para o ajustamento, não tem qualquer influência sobre o teste estatístico, porque a razão, V^TPV/σ_0^2 é invariante com respeito ao σ_0^2 (UOTILA, 1974).

3.6 Erros grosseiros nas observações

Ao se realizar o ajustamento com mais injunções que o mínimo necessário e constatar que o V^TPV resultou “grande”, levanta-se a hipótese de que existem inconsistências nas observações. Neste procedimento, usando mais injunções que o mínimo necessário, a detecção das observações suspeitas de erros grosseiros se torna muito difícil, pois o método dos mínimos quadrados dilui os erros e contamina outras observações no processo de ajustamento (espalhamento). O ideal, neste caso, é usar o mínimo de injunções necessárias e realizar o ajustamento. É de nosso conhecimento que a obtenção das matrizes variância-covariância, tanto dos parâmetros como das observações e consequentemente dos resíduos são afetadas pela variância da unidade de peso. É importante notar que a correlação entre os resíduos e valores dos parâmetros ajustados é nula. Portanto, são valores independentes. Se as observações são consideradas independentes, a variação dos resíduos v_s, causada pelas mudanças dos valores das l_i observações, correspondem aos valores da i-ésima linha e j-ésima coluna com i=j da matriz variância-covariância dos resíduos. Esclarecendo melhor o acima exposto, a matriz variância covariância dos resíduos é dada pela diferença entre a matriz variância covariância dos valores observados e a matriz variância covariância dos valores observados ajustados $\Sigma_V = \Sigma_{L_b} - \Sigma_{L_a}$. É importante notar que, quando os valores das variâncias das observações ajustadas vão diminuindo, os valores das variâncias dos resíduos vão aumentando e vice versa. O que se espera é que as variâncias dos valores observados ajustados sejam tão próximas quanto possível das variâncias das observações. Isto significa que as variâncias dos resíduos e os próprios resíduos são pequenos. O tamanho dos resíduos é dependente da qualidade das observações, mas deve-se ter em mente que, pelo acima exposto, é também dependente da matriz dos coeficientes das incógnitas (matriz projeto A) e da geometria e distribuição do apoio. Fica claro que, no ajustamento pelo método dos mínimos quadrados, o uso do critério de 3σ como parâmetro para afirmar a existência de erro grosseiro, não é válido. Também é importante notar que um elevado número de graus de liberdade, não quer dizer que vai melhorar o teste dos3σ. Ao invés disto, sugere-se que, para a detecção de erros grosseiros, o uso da técnica dos resíduos padronizados desenvolvida por W. Baarda em 1968, que utiliza a distribuição F no controle simultâneo dos erros do tipo I e do tipo

II é muito pertinente. Assim, quando a razão $\left|\frac{v}{\sigma_v}\right|$, em módulo, for maior que 1, "suspeita-se" da existência de um erro grosseiro. Isto não quer dizer que aquela observação seja a eivada do erro, mas é suspeita e com grande probabilidade de estar contaminada (BAARDA, 1968). Se for possível fazer o ajustamento sem as observações suspeitas de erros grosseiros, então, faz-se o ajustamento e repete-se o teste acima mencionado. Ou toma-se o problema com um mínimo de observações necessárias para o ajustamento e vai-se adicionando uma observação de cada vez e realizando o teste acima, tantas vezes quanto for necessário, a fim de encontras as observações que causam aumento inaceitável ao V^TPV, indicando a presença de erro grosseiro. Como consequência, pode haver a necessidade de retornar a campo para coletar novas observações em substituição às consideradas suspeitas de erros grosseiros, lembrando que cada observação descartada, perde-se um grau de liberdade.

Após a obtenção de uma solução aceitável com o mínimo de injunções necessárias, faz-se o ajustamento com todas as injunções disponíveis no problema. É óbvio que o V^TPV calculado com todas as injunções será diferente do V^TPV calculado com o mínimo de injunções. Admita-se que a solução obtida com o mínimo de injunções seja representada por $(V^TPV)_1$ e que a solução obtida com as injunções mínimas juntamente com as adicionais **b**, seja representada por $(V^TPV)_2$. Testa-se a hipótese H_0para verificar se não houve deformação significativa no resultado através da expressão seguinte: Se $\frac{(V^TPV)_2-(V^TPV)_1}{(V^TPV)_1}\cdot\frac{b}{DF}>F_{b,n-u,\alpha}$ rejeita-se H_0. Caso contrário, a hipótese H_0 não será rejeitada. Se a hipótese H_0 for rejeitada, significa que as injunções adicionadas **b,** não estão em conformidade com as demais. Uma das possibilidades é que podem estar em sistemas diferentes ou com valores a elas atribuídos não corretos. Quando a rejeição for feita, pode-se detectar qual ou quais delas causam a deformação da solução, introduzindo sequencialmente uma de cada vez ao conjunto de injunções mínimas e realizar o ajustamento, testando sempre o resultado. Caso não seja possível identificá-la(s) desta maneira, resta reconhecer que o trabalho como um todo apresenta problema.

4. COCLUSÕES

Neste trabalho foram discutidas algumas questões normalmente levantadas pelos usuários do ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados na solução do sistema de equações normais. A aplicação do número mínimo de injunções necessárias para georreferenciar o conjunto de observações a um sistema e as suas possíveis consequências na avaliação do resultado final do ajustamento foram apresentadas. Também, a inclusão de mais injunções ao número mínimo necessário foi abordado em detalhes, discutindo-se as possíveis consequências no resultado final. Um teste estatístico para identificar as causas, quando a variância *a posteriori* não se apresenta dentro dos padrões esperados foi apresentado. As variações e consequências destes procedimento em trabalhos que exigem a aplicação do MMQ foram discutidas e apresentadas com o objetivo de minimizar as dúvidas dos usuários de como proceder na a análise final de um ajustamento de observações.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICAS

BAARDA, W. A Testing Procedure for Use in Geodetic Network. **Netherlands Geodetic Comission. Publications in Geodesy**, New series Vol.2, n. 5, Delft, 1968. 97p.

DALMOLIN, Q**. Ajustamento por Mínimos Quadrados - 3ª. Ed. Revisada**. Curitiba, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas – UFPR, 2010. 177p.

DALMOLIN, Q. **Ajustamento de Observações pelo Processo Iterativo**. Curitiba. Tese de mestrado, Curso de Pós-Graduação em C. Geodésicas/UFPR. 1976. 96p.

FADDEEV, D.C. & FADDEEVA, V. M. **Computational Methods of Linear Algebra.** W. H. Freeman Company, London, 1963. 252p.

GEMAEL, C. **Introdução ao Ajustamento de Observações: Aplicações Geodésicas**. Curitiba, Ed. UFPR, 1994. 319p.

HAMILTON, W. C. **Statistics in Phisic Science: Estimation, Hypothesis Testing and Least Squares**. New York,. The Ronald Press Company, 1964. 230p.

LUGNANI, J. B. **O Problema dos Sistemas de Equações Lineares Mal Condicionados e suas Implicações em Geodésia**. Curitiba. Tese de Mestrado – Curso de Pós-Graduação em C. Geosésicas – UFPR, 1975. 107p.

MARQUES, J. M. **O Método da Análise das Componentes Principais na Detecção e Identificação de Outlies Multiplos em Fototriangulação**. Curitiba. Tese de Doutorado – Curso de Pós-Graduação em C. Geodésicas – UFPR, 1994. 135p.

POPE, A. Some Pitfalls to be Avoided in the Iterative Adjustment on Nonlinear Problems. **Proceedings of the 38th Annual Meeting**, ASP, 1972. 449-477pp.

SILVA, D. C. **Considerações Práticas em Fotogrametria a Curta Distância Aplicada ao Levantamento de um Tanque e a Questão da Precisão e Exatidão**. Curitiba, Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em C. Geodésicas - UFPR , 1995. 110p.

UOTILA, U. A. **Statistical Tests as Guidelines in Analysis of Adjustment of Control Nets**. 14th Congress of International Federation of Surveyors (FIG), Washinton, D.C, 1974. 47-52pp.