



Revista Brasileira de Cartografia (2016), N° 68/10: 1873-1884
Sociedade Brasileira de Cartografia, Geodésia, Fotogrametria e Sensoriamento Remoto
ISSN: 1808-0936

MAPGEO2015: O NOVO MODELO DE ONDULAÇÃO GEOIDAL DO BRASIL

MAPGEO2015: the New Geoidal Undulation Model of Brazil

**Denizar Blitzkow¹, Ana Cristina Oliveira Cancoro de Matos¹,
Wagner Carrupt Machado², Marcelo Alessandro Nunes³, Natália Vargas Lengruber³,
Eduardo Michalzechen Liberal Xavier³ & Luiz Paulo Souto Fortes⁴**

**¹Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – EPUSP
Laboratório de Topografia e Geodésia; EPUSP-PTR**

Av. Prof. Almeida Prado travessa 2 ,n:83 –sala1, Cidade Universitária, CEP05508-070, São Paulo, SP, Brasil
dblitzkow@usp.br, acocmatos@gmail.com

**²Universidade Federal de Uberlândia – UFU
Faculdade de Engenharia Civil/Laboratório de Topografia e Geodésia -LTGEO**

Rod LMG 746, km 01, s/n, bloco 1.CEP 38500-000, Monte Carmelo, MG, Brasil
wagnercarrupt@ufu.br

**³Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE
Coordenação de Geodésia – CGED**

Av. Brasil, 15671/B1.III-B/3ºandar, Parada de Lucas, Rio de Janeiro, RJ, Brasil
{marcelo.nunes, natalia.lengruber, eduardo.xavier}@ibge.gov.br

**⁴Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ
Departamento de Engenharia Cartográfica**

PJLF - 4º andar - Sala 4020 Bloco B, Rio de Janeiro, RJ, Brasil
luiz.paulo.fortes@gmail.com

*Recebido em 16 de Agosto, 2016/ Aceito em 8 de Outubro, 2016
Received on August 16, 2016/ Accepted on October 8, 2016*

RESUMO

Este artigo apresenta o novo modelo de ondulação geoidal oficial do Brasil, denominado MAPGEO2015. Resultado de uma parceria do IBGE com a EPUSP, este produto é constituído de uma grade de pontos com valores de ondulação geoidal espaçados de 5". O objetivo é prover uma alternativa baseada em dados gravimétricos para a transformação das altitudes geométricas obtidas por posicionamento GNSS em um valor de altitude com sentido físico, ou seja, referenciada à superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra. A abrangência do produto corresponde a uma área compreendida pelas latitudes 6°N e 35°S e pelas longitudes 75°W e 30°W. Para este novo modelo foram utilizados 947.953 pontos gravimétricos terrestres no Brasil e países vizinhos de fronteira validados pelo programa *DIVA*, um modelo digital de elevação baseado no SRTM e o modelo geopotencial global EIGEN-6C4 até grau e ordem 200. Os curtos comprimentos de onda foram estimados pela transformada rápida de Fourier, enquanto os longos e médios comprimentos de onda foram removidos e repostos no final com a técnica *remover-calcular-repor*. Regiões que dispunham de pequenos vazios de informação gravimétrica foram densificadas utilizando a metodologia de *Redes Neurais Artifi-*

ciais (RNA). Os valores de altitudes normais-ortométricas de 592 pontos de nivelamento geométrico (RRNN) da Rede Altimétrica de Alta Precisão do Sistema Geodésico Brasileiro, foram utilizados para avaliar a consistência do modelo de ondulação geoidal, observando-se uma melhoria de aproximadamente 20% em relação à versão divulgada em 2010.

Palavras chave: Modelo Geoidal, Altitude, Gravimetria, GNSS, Nivelamento Geométrico, Redes Neurais.

ABSTRACT

This paper presents the new official geoidal undulation model of Brazil called MAPGEO2015. Computed in a cooperation between IBGE and EPUSP, this product is based on a $5^\circ \times 5^\circ$ grid of geoidal undulations. The main objective is to provide an alternative, based on gravimetric data, to transform the ellipsoidal heights derived from GNSS to a height with physical meaning, referred to an equipotential surface of the gravity field. The area of the model is limited by the latitudes 6°N and 35°S and the longitudes 75°W and 30°W . Terrestrial gravity data from 947.953 points in Brazil and neighbor countries validated with *DIVA* software, a digital terrain model based on SRTM and the EIGEN-6C4 global geopotential model to degree and order 200 were used. The short wavelength components were computed by Fast Fourier Transform, while the long and medium wavelength components were removed and restored at the end through the *remove-compute-restore* technique. In areas where sufficient data were available, *neural network* technique was used to complete the gravity anomaly information. Through the values of normal-orthometric heights of 592 geometric leveling points (RRNN) of the Brazilian Geodetic System High Precision Altimetric Network, it was possible to evaluate the consistency of the geoid undulation model, observing an improvement of approximately 20% compared to the version published in 2010.

Keywords: Geoidal Model, Height, Gravimetry, GNSS, Geometric Leveling, Neural Networks.

1. INTRODUÇÃO

Em função de sua rapidez e precisão na obtenção de coordenadas tridimensionais, os Sistemas Globais de Navegação por Satélite (GNSS - *Global Navigation Satellite Systems*) revolucionaram as atividades que necessitam de posicionamento. Entretanto, a altitude determinada utilizando um receptor GNSS não está relacionada com a superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra que mais se aproxima do nível médio do mar não perturbado (superfície do geóide), mas com a superfície de um elipsoide de referência com dimensões específicas. A altitude obtida desta maneira possui significado meramente geométrico. Portanto, torna-se necessário conhecer a separação entre as superfícies do geóide e do elipsoide, isto é, a altura (ou ondulação) geoidal, para que se possa obter a altitude ortométrica, que possui significado físico. Desta forma, existe um grande interesse por um modelo de ondulação geoidal brasileiro cada vez mais acurado para aplicações nas áreas de mapeamento e engenharia. O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE, através da Coordenação de Geodésia, e a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – EPUSP vêm trabalhando em conjunto nas últimas décadas visando o refinamento dos modelos geoidais para o Brasil, atualmente denominados MAPGEO (ver http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/modelo_geoidal.shtm). Com o software

de interpolação, disponibilizado em conjunto com o modelo de ondulação geoidal, os usuários podem obter a ondulação geoidal em um ponto ou conjunto de pontos do território nacional a partir das suas coordenadas planimétricas. Esse artigo apresenta e avalia o novo modelo de ondulação geoidal do Brasil denominado MAPGEO2015. O modelo abrange a área compreendida pelas latitudes de 6°N e 35°S e pelas longitudes de 75°W e 30°W referenciadas ao SIRGAS2000 (Figura 1).

2. INFORMAÇÕES UTILIZADAS

A obtenção de um modelo de ondulação geoidal para o Brasil exige a disponibilidade de informações, sobretudo gravimétricas, não só no território brasileiro, mas também em sua vizinhança. Nos últimos anos ocorreu uma melhoria na qualidade e disponibilidade das informações necessárias para o cálculo das ondulações geoidais na maioria dos países sul-americanos. Os dados gravimétricos foram submetidos a cuidadosos processos de validação visando assegurar sua qualidade enquanto que a cobertura de informações gravimétricas foi melhorada com novos levantamentos (BLITZKOW *et al.*, 2015). A Subcomissão da Gravidade e do Geóide da América do Sul (SCGGSA), por meio de um projeto denominado SAGS (South American Gravity Studies), tem contribuído para dinamizar este trabalho contando, para tanto, com o apoio da Associação Internacional de Geodésia

(IAG - *International Association of Geodesy*) por intermédio do Serviço Internacional do Geóide (ISG - *International Service for the Geoid*). Com isso, algumas dezenas de milhares de novas estações gravimétricas foram determinadas na Argentina, no Brasil, no Chile, no Paraguai e no Uruguai (BLITZKOW *et al.*, 2015). Além deste esforço, o avanço tecnológico trazido pelas novas missões espaciais, notadamente dos satélites LAGEOS (*Laser Geodynamics Satellite*), GRACE (*Gravity Recovery and Climate Experiment*) e GOCE (*Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer*), introduziu uma grande melhoria nos modelos globais do geopotencial. Em particular, o último satélite incorporou um gradiômetro, equipamento que permite a observação do campo gravitacional com três pares de acelerômetros em eixos perpendiculares entre si, obtendo as componentes de tensor gravitacional, o que proporcionou uma melhor resolução dos longos e médios comprimentos de onda das ondulações geoidais (DRINKWATER *et al.*, 2003).

2.1 Gravimetria terrestre

No final da década de 80, levantamentos gravimétricos na América do Sul foram iniciados com o *South American Gravity Project* (SAGP - GREEN & FAIRHEAD, 1993). A partir do *Anglo-Brazilian Gravity Project* (ABGP), iniciado no começo da década de 90, que foi possível ampliar a cobertura gravimétrica terrestre dos vazios existentes no Brasil. Ao final da mesma década, outra colaboração foi estabelecida, denominada SAGS. Essa está em atividade até os dias de hoje e que estendeu as observações gravimétricas aos países vizinhos ao Brasil. Todos os projetos são resultantes de parceria da EPUSP com o IBGE e várias instituições civis e militares da América do Sul, além do *Geophysical Exploration Technology* (GETECH), contando ainda com o apoio do *National Geospatial-Intelligence Agency* (NGA).

O banco de dados gravimétricos da América do Sul implantado na EPUSP possui, atualmente, 947.953 pontos, sendo aproximadamente 45.000 provenientes de levantamentos realizados pelo IBGE (BLITZKOW *et al.*, 2015). O número total de pontos gravimétricos no Brasil é de 450.589. O norte e o nordeste apresentam mais pontos gravimétricos do que as outras regiões do País. No entanto, essas informações estão localizadas em determinadas áreas de interesse da PETROBRAS. Ao mesmo tempo, essas mesmas regiões apresentam as maiores áreas com vazios gravimétricos (Figura 2).

Para este novo modelo foram incluídos dados de novos levantamentos gravimétricos terrestres executados, desde a última versão, no país e em vizinhos próximos, como a Argentina, Paraguai e Venezuela. Somente no Brasil, são 18.485 novos pontos que podem ser visualizados em azul na Figura 2.

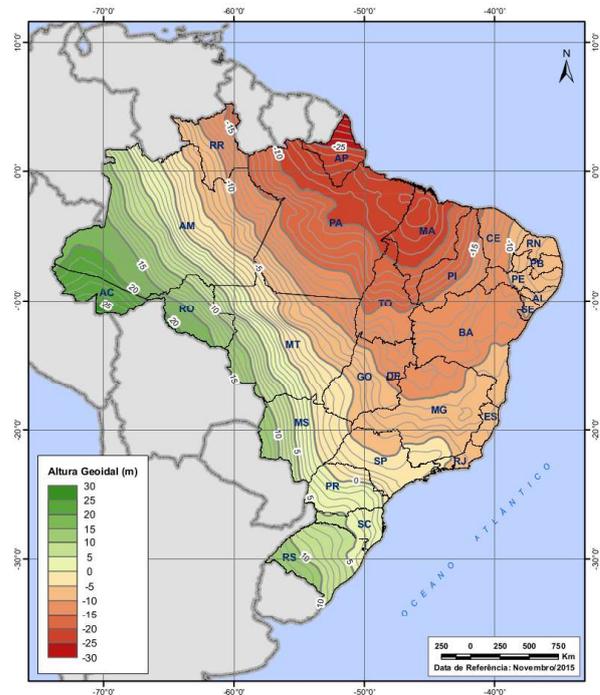


Fig. 1 - Novo Modelo de Ondulação Geoidal do Brasil MAPGEO2015, referenciado ao SIRGAS2000. Fonte: IBGE (2015).



Fig. 2 - Distribuição das estações gravimétricas no Brasil. Fonte: IBGE (2015).

Vale ressaltar que, além deste apoio internacional, esta iniciativa conta com o apoio de diversas organizações, universidades e institutos de pesquisa na aquisição de dados gravimétricos terrestres, como Observatório Nacional, Petrobras, Agência Nacional de Petróleo, Universidade Federal do Paraná. O estado de São Paulo foi beneficiado com uma acentuada melhoria na distribuição de dados gravimétricos no decorrer do Projeto Temático “GNSS: investigações e aplicações no posicionamento geodésico, em estudos relacionados com a atmosfera e na agricultura de precisão”, patrocinado pela FAPESP (Processo: 2006/04008-2).

2.2 Modelo Digital de Elevação - MDE

A missão SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*) foi resultado de um projeto conjunto da NASA (*National Aeronautics and Space Administration*), do DLR (*German Aerospace Center*) e da ASI (*Agenzia Spaziale Italiana*) utilizando a nave espacial Endeavour. Teve como um dos produtos o modelo digital de Elevação (MDE) SRTM3 com cobertura global (FARR *et al.*, 2007; HENSLEY *et al.*, 2001). Trata-se de um MDE com uma resolução espacial de 3” de arco.

A altitude, distância da nave ao solo, foi obtida utilizando a técnica denominada interferometria por radar, onde uma antena emissora/receptora foi acoplada à nave espacial e uma segunda, somente receptora, fixada a uma distância de 60 metros da nave sobre uma haste retrátil. A altitude dos pontos na superfície terrestre foi determinada a partir da altitude elipsoidal obtida do processamento dos dados do voo e a ondulação geoidal fornecida pelo EGM96 com grau e ordem 360 referenciado ao WGS84.

O modelo possui diversos vazios em função de falhas ocorridas na obtenção dos dados (MATOS, 2005). O Laboratório de Topografia e Geodésia da EPUSP (LTG/EPUSP), desde os anos 90, desenvolve pesquisas no sentido de coletar e sistematizar dados altimétricos, os quais foram utilizados para preencher os vazios encontrados no SRTM3.

Outra iniciativa conduzida no âmbito do modelo SRTM3 foi a reconstituição das altitudes ortométricas substituindo o EGM96, originalmente utilizado, pelo modelo

geopotencial global EIGEN-GL04C (FÖRSTE *et al.*, 2008). A resolução espacial desse modelo geoidal de grau e ordem 360 é de 0,5°. O resultado final foi a construção do modelo digital de terreno denominado SAM3s_v2, utilizado neste trabalho, tendo uma área de abrangência em latitude de 25° N a 60° S e em longitude de 100° W a 25° W com resolução de 3” de arco; o mesmo compreende um total de 1.983 quadrículas de 1° x 1° (MATOS & BLITZKOW, 2008).

Os pontos sem informação foram preenchidos por altitudes obtidas de cartas digitalizadas e do modelo DTM2002 (SALEH & PAVLIS, 2002; MATOS, 2005). Existem muitas versões de MDE geradas com o SRTM3, mas essa versão é a única que substitui o modelo geopotencial para toda América do Sul. O EGM96 foi calculado com os dados gravimétricos disponíveis para a época. Portanto, possui muitas falhas gravimétricas tanto de observações aéreas como terrestres para essa região.

2.3 Modelo Geopotencial Global – MGG

O *International Earth Rotation and Reference Systems Service* (IERS) tem como objetivos principais servir as comunidades astronômicas, geodésicas e geofísicas, fornecendo dados e padrões relacionados à rotação da Terra e sistemas de referência. Em seu último documento denominado *IERS Conventions* (2010), recomendou a utilização o modelo EGM2008 à comunidade científica (BLITZKOW *et al.*, 2011). Mas a partir de 2010, com o surgimento dos primeiros MGGs utilizando as informações da missão espacial GOCE, verificou-se uma melhoria principalmente nos longos e médios comprimentos de onda dos mesmos.

Portanto, para a geração do MAPGEO2015, os longos e médios comprimentos de onda foram representados pelo modelo geopotencial *European Improved Gravity model of the Earth by New techniques* (EIGEN-6C4) em relação ao cálculo de decomposição e recomposição espectral. Esse modelo foi lançado em 2014 e é mais aperfeiçoado do que o EGM2008.

Esse MGG foi elaborado pelo GFZ/Potsdam e GRGS/Toulouse e utilizou as informações gravitacionais dos satélites LAGEOS, GRACE, GOCE, do modelo de altimetria por satélite DTU12 e do EGM2008 (FÖRSTE *et al.*, 2014).

Esses últimos foram utilizados como informação terrestre para oceano e continente (curtos comprimentos de onda), respectivamente. Os coeficientes da série das funções harmônicas esféricas do EIGEN-6C4 foram calculados até grau e ordem 2190.

Para completar a grade de 5' da anomalia ar livre média na região oceânica, utilizou-se dados do modelo de altimetria por satélite do *Danish National Space Center*, denominado DTU10 (ANDERSEN *et al.*, 2010).

3. CÁLCULO DO MODELO

O primeiro passo foi validar as informações gravimétricas utilizando o programa denominado DIVA (BARRIOT & SARRAILH, 2002).

Como mencionado anteriormente, o MDE utilizado foi o SAM3s_v2. Esse contribui para o cálculo da anomalia de Bouguer completa; da reconstrução da anomalia ar-livre média, do efeito topográfico direto, do efeito topográfico indireto primário, do efeito topográfico indireto secundário e do efeito atmosférico direto. Os programas do pacote computacional canadense *Stokes-Helmert Geoid Software* foram utilizados para as determinações acima citadas (SHGEO - VANÍČEK & KLEUSBERG, 1987; VANÍČEK *et al.*, 2009a; 2009b).

A componente de curto comprimento de onda foi estimada fazendo-se uso da *transformada rápida de Fourier* (FFT - *Fast Fourier Transform*) usando a modificação do núcleo de Stokes proposta por Featherstone (2003).

O modelo geopotencial EIGEN-6C4 até o grau e ordem 200 foi utilizado como referência para remover as componentes de longo e médio comprimentos de onda da anomalia de Helmert e para repor no final as mesmas componentes na ondulação geoidal, utilizando a técnica denominada “*remover-calcular-repor*” (SCHWARZ *et al.*, 1990; SIDERIS & SHE, 1995; BUCHA *et al.*, 2016; HAMDI, 2016). Vale ressaltar que testou-se com outros MGGs em diferentes graus e ordens nessa parte do processo de cálculo. A adoção do modelo citado acima foi devido apresentar melhor concordância entre a ondulação geoidal do modelo geoidal final com a obtida com os pontos GNSS/nivelamento.

Além dessas alternativas, nas regiões que dispunham de cobertura gravimétrica

adequada (Figura 3), foi utilizada a metodologia de *Redes Neurais Artificiais* (RNA) visando completar a grade de anomalias de Helmert em pequenas áreas sem informação gravimétrica. Para esta finalidade, foi utilizado o programa *NBN_LTG*, adaptado do programa de mesmo nome desenvolvido por Machado (2012) e que permite treinar RNA com arquitetura *Multilayer Perceptrons* (MLP) com uma única camada de neurônios ocultos (HAYKIN, 1999).

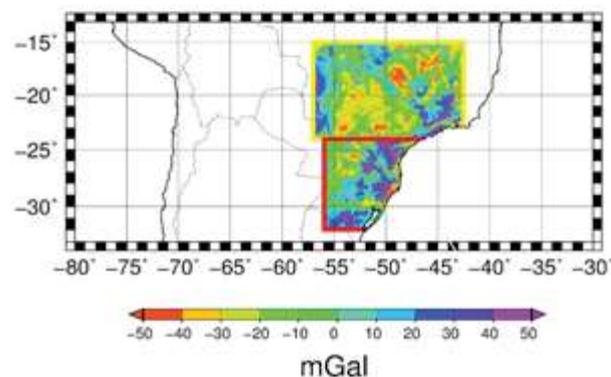


Fig. 3 - Regiões onde foi utilizada a metodologia RNA.

As entradas da RNA foram definidas como sendo a latitude, a longitude, a altitude ortométrica e a gravidade normal, enquanto que a saída é a anomalia de gravidade, conforme mostra a Figura 4 (MACHADO, W.C.; BLITZKOW, D.; MATOS, A.C.O.C., 2013).

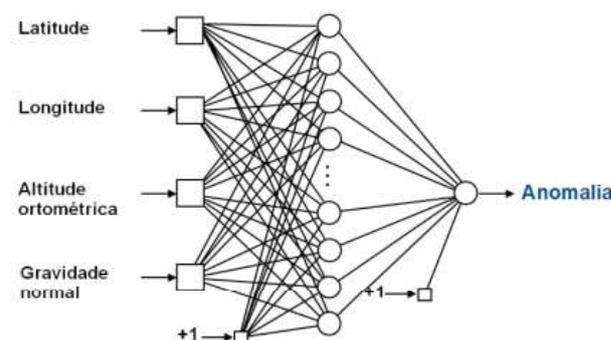


Fig. 4 - Modelo da RNA utilizado.

A determinação do modelo geoidal pode ser resumida em basicamente cinco etapas (BLITZKOW *et al.*, 2008; ; VANÍČEK *et al.*, 2009a):

Cálculo das anomalias ar-livre pontuais utilizando as informações dos levantamentos gravimétricos terrestres (coordenadas, altitude ortométrica e aceleração de gravidade);

Cálculo das anomalias de Bouguer completas pontuais. Em seguida, gera-se uma grade com coordenadas no centro das quadrículas de resolução de 5'. As anomalias são obtidas por média simples, utilizando os pontos pertencentes a cada quadrícula. O pacote computacional do *Generic Mapping Tools* é utilizado para esse cálculo (WESSEL *et al.*, 2013). Posteriormente, reconstrói-se as anomalias ar-livre médias em quadrículas de 5', utilizando também um modelo digital de elevação;

Cálculo das anomalias de gravidade de Helmert na superfície da Terra que são obtidas adicionando à anomalia ar-livre média, o efeito direto topográfico, o efeito atmosférico direto e o efeito topográfico indireto secundário;

Integração de Stokes com a utilização da técnica “*remover-calcular-repor*” (SCHWARZ *et al.*, 1990; SIDERIS & SHE, 1995; BUCHA *et al.*, 2016; HAMDI, 2016);

Adição do efeito indireto topográfico primário nas ondulações geoidais referidas a um “geóide fictício”, denominado co-geóide, para obtenção das ondulações geoidais finais. Nas regiões que não apresentam levantamentos gravimétricos, suas alturas geoidais estão somente com informação dos longos e médios comprimentos de onda do MGG adotado.

4. AVALIAÇÃO DA QUALIDADE DO MODELO

O MAPGEO2015 foi avaliado utilizando como referência as ondulações geoidais obtidas pela diferença entre as altitudes normais-ortométricas oriundas do nivelamento geométrico de 592 referências de nível (RRNN), que estão no sistema de maré média, em conexão com pontos SAT e as respectivas altitudes geodésicas referidas ao SIRGAS2000 obtidas de posicionamento GNSS, que está no sistema livre de maré (FORTES, 2003). As altitudes normais-ortométricas não foram transformadas para o sistema livre de maré pelo método descrito em Matos *et al.* (2015). Essas correções entre os sistemas de marés são muito pequenas. Ao mesmo tempo, os pontos GNSS/RRNN apresentam precisão decimétrica

em grande parte do País, que é um valor maior que as correções citadas acima. Vale lembrar que, os usuários que comumente utilizam esses pontos do IBGE em seus trabalhos não aplicam essas correções.

Os pontos foram selecionados com criterioso estudo realizado na Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP) do Sistema Geodésico Brasileiro, onde foram identificadas as conexões que faziam parte de linhas de nivelamento fechadas, conseqüentemente com valores de altitude ajustados. A mesma forma de avaliação foi empregada utilizando o MAPGEO2010, modelo de ondulação geoidal do Brasil oficial desde 2010 (MATOS *et al.*, 2012), para que as mudanças ocorridas entre as versões de 2010 e de 2015 pudessem ser analisadas. Para ambos os modelos foi aplicado o termo de ordem zero (N_0) de -0,41m. Esse valor é o mesmo adotado para o MGG EGM2008 (PAVLIS *et al.*, 2012) que estão no sistema livre de maré. Este termo converte as ondulações geoidais que estão intrinsecamente referenciadas ao elipsoide adotado pelo MGG para o WGS 84, que neste caso pode ser considerado como equivalente ao SIRGAS2000 (ver <http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/pmrg/faq.shtm#11>).

O método de *interpolação Vizinho Natural – NN (Natural Neighbor)* do software *ArcGIS10.2.2* foi utilizado para a obtenção da superfície representativa da qualidade do MAPGEO2015. Tal algoritmo considera um subconjunto de amostras de áreas proporcionais e próximas ao ponto a ser calculado e lhe atribui pesos para então interpolar o valor considerado (*ArcMap10.2.2*, 2011). Sendo assim, foi gerado o mapa de discrepâncias (Figura 5), entre os valores de ondulação geoidal obtidos dos pontos em conexão GNSS/nivelamento e os gerados pelo novo modelo.

Conforme a expectativa, o MAPGEO2015 apresentou melhorias significativas com relação ao modelo de 2010, aproximadamente 20%, ao se comparar a consistência entre as ondulações geoidais dos 592 pontos supracitados e os valores obtidos na interpolação com o programa gerado. Isto pode ser comprovado por meio

da comparação da raiz média quadrática da diferença (RMQD; em inglês, *root-mean-square difference*) apresentada na Tabela 1.

A Figura 6 apresenta o histograma da frequência de ocorrência dos valores de discrepância em intervalos de 0,05 m do MAPGEO2015 e do MAPGEO2010 com relação aos pontos GNSS/nivelamento.

Os valores estatísticos desses dois modelos citados acima, do EIGEN-6C4 e do EGM2008 em seus graus e ordem totais podem ser visualizados na Tabela 1. Na mesma fica evidente a melhor consistência do MAPGEO2015 com o conjunto de GNSS/nivelamento.

A Tabela 2 apresenta análise estatística da discrepância de modelos geoidais em relação a conexões GNSS/nivelamento em cada uma das cinco grandes regiões geográficas do país. É possível estudar nessa tabela as regiões que apresentam maior compatibilidade com os valores de referência oriundos das conexões.



Fig. 5 - Mapa das discrepâncias entre GNSS/nivelamento e o MAPGEO2015. Os pontos pretos representam as 592 RRNN com conexão GNSS. Fonte: IBGE (2015).

Tabela 1: Análise estatística da discrepância de modelos geoidais em relação a conexões GNSS/nivelamento no Brasil (valores em metros)

GNSS/nivelamento	média	RMQD	máxima discrepância positiva	Máxima discrepância negativa
MAPGEO2015	0,00	0,17	0,49	-0,49
MAPGEO2010	-0,03	0,21	0,90	-0,75
EIGEN-6C4 (n=m=2190)	0,05	0,19	0,74	-1,01
EGM2008 (n=m=2190)	0,04	0,27	2,49	-2,85

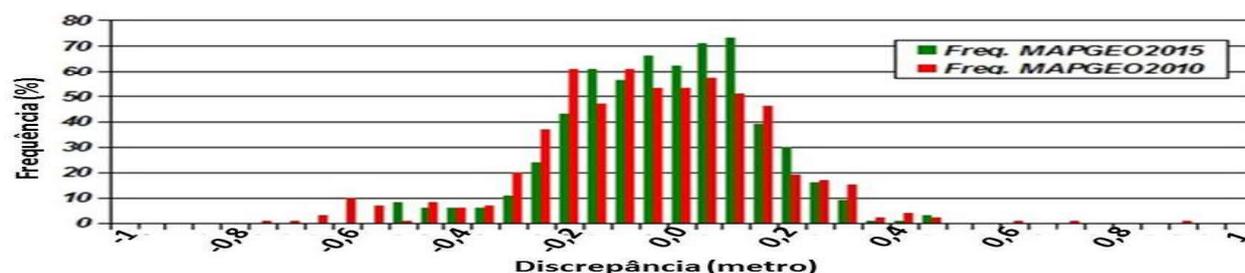


Fig. 6 - Histograma representativo das discrepâncias entre o MAPGEO2015 e o MAPGEO2010 com relação aos pontos GNSS/nivelamento. Fonte: IBGE (2015).

Tabela 2: Análise estatística da discrepância de modelos geoidais em relação a conexões GNSS/nivelamento no por região (valores em metros)

	NORTE	NORDESTE	CENTRO-OESTE	SUDESTE	SUL
Nº CONEXÕES	21	229	94	188	60
MÉDIA	-0,14	-0,04	-0,08	0,06	0,11
RMQD	0,25	0,17	0,16	0,15	0,18
MÁX.	0,39	0,47	0,49	0,46	0,33
MÍN.	-0,48	-0,49	-0,34	-0,28	-0,41

Observa-se, na Tabela 2, que a região sudeste apresenta resultados mais compatíveis com a RAAP (implícita nas conexões de GNSS sobre nivelamento). Por outro lado, as regiões norte e nordeste apresentaram os piores resultados.

Verifica-se que a soma das médias por região (-0,09 m) da Tabela 2 não é igual à média (0,00 m) da Tabela 1. Portanto, existe a possibilidade de distorções sistemáticas nas distintas regiões do país. Para verificação desse fato, foi feita uma análise de variância (*analysis of variance - ANOVA*) para avaliar se existem essas distorções. A ANOVA é um procedimento utilizado para comparar três ou mais variáveis independentes. Existem muitas variações da mesma devido aos diferentes tipos de experimentos que podem ser realizados. Nesse estudo apresenta-se a análise de variância com um fator (VIEIRA, 2006). Foi usada a ferramenta “Anova: Fator Único” disponibilizado no EXCEL da MICROSOFT. Hipóteses do teste:

H_0 : Não há distorções sistemáticas nas distintas regiões do país.

H_1 : Há evidências sobre distorções sistemáticas nas distintas regiões do país.

A Tabela 3 apresenta a contagem de pontos, a soma das discrepâncias, a média e a variância por região. A Tabela 4 mostra o resultado da análise de variância, sendo: SQ a soma dos quadrados de todos os desvios em relação à média de todas as observações (entre e dentro das amostras); MQ a média quadrática (entre e dentro das amostras); o termo gl é o grau de liberdade. No teste adotou-se o nível de significância (α) igual 0,05.

A Tabela 4 também informa o valor o *valor-P*, denominado nível descritivo do teste; que representa a probabilidade de que a estatística do teste (como variável aleatória) tenha valor extremo em relação ao valor observado (estatística) quando a hipótese H_0 é verdadeira (PORTAL ACTION, 2016a; VIEIRA, 2006). Esse valor é igual a $2,41 \times 10^{-23}$ (*valor-P* na Tabela 4) e é menor do que o nível de significância adotado. Nesse caso, a hipótese H_0 é rejeitada, isto é, há evidências sobre a existência de distorções sistemáticas nas distintas regiões do país.

Chega-se à mesma conclusão pela estatística F (*F-statistics* ou *F-ratio*), também calculado pela ANOVA (PORTAL ACTION,

2016b; VIEIRA, 2006). O F observado (30,87) é maior que o F crítico (2,39). Portanto, a hipótese H_0 também é rejeitada.

A existência dessas distorções sistemáticas nas distintas regiões do país podem se justificar pela precisão do nivelamento geométrico e da altitude elipsoidal, bem como pela densidade e precisão das informações gravimétricas em cada caso. Existem ainda grandes vazios gravimétricos nas regiões norte e nordeste. Destaca-se que, no Brasil, o desvio padrão dos pontos GNSS/nivelamento, obtido no último ajustamento realizado pelo IBGE, está na ordem de 10 cm (MATOS et al., 2015).

Para avaliar a discrepância relativa dos modelos de ondulação geoidal MAPGEO2010 e MAPGEO20105 foram selecionados 126 pares de pontos com distâncias entre 20 e 50 km dentre os 592 pontos GNSS/nivelamento. Eles estão localizados nas regiões sul e sudeste (Figura 7) em sua maioria. Os demais pares estão localizados no nordeste e no centro-oeste (Figura 7). A figura também apresenta a acurácia relativa dos pares. A seleção dos pontos obedeceu ao critério de distância entre 20 a 50 km entre eles. Abaixo de 20 km as variações das ondulações geoidais são pequenas e não permitem um bom juízo da diferença e acima de 50 km, a variação tende a não ser linear. A Tabela 5 apresenta a análise estatística da discrepância relativa dos 126 pares de pontos GNSS/nivelamento para o MAPGEO2010, o MAPGEO2015 e os MGGs. O importante nesse estudo é o resultado da acurácia relativa do modelo. O MAPGEO2015 apresenta uma pequena melhora em relação ao MAPGEO2010 (0,01 cm/km). Isso mostra uma boa consistência entre os modelos em termos relativos. A discrepância relativa apresenta o valor de 4,4 mm/km para o MAPGEO2015, que é um resultado melhor relativamente aos MGGs.

A Figura 8 apresenta a diferença de ondulações geoidais para o MAPGEO2010 e MAPGEO2015. Observa-se que as maiores diferenças estão localizadas na região norte e nordeste em áreas com grandes vazios de gravimetria terrestre. Nestas áreas, as diferenças são influenciadas pelos MGG adotados para cada modelo. O MAPGEO2015, ao adotar o MGG EIGEN-6C4, está com informação dos longos e médios comprimentos de onda mais precisos devido à informação do satélite GOCE.

Tabela 3: Resumo da análise ANOVA

Grupo	Contagem	Soma	Média	Variância
NORTE	21	-2,95	-0,14	0,05
NORDESTE	229	-9,04	-0,04	0,03
CENTRO-OESTE	94	-7,12	-0,08	0,02
SUDESTE	188	12,15	0,06	0,02
SUL	60	6,72	0,11	0,02

Tabela 4: Resultado ANOVA

Fonte da variação	SQ	gl	MQ	Fobs.	valor-P	F crítico
Entre grupos	2,85	4	0,71	30,87	2,41x10 ⁻²³	2,39
Dentro dos grupos	13,55	587	0,02			
Total	16,40	591				

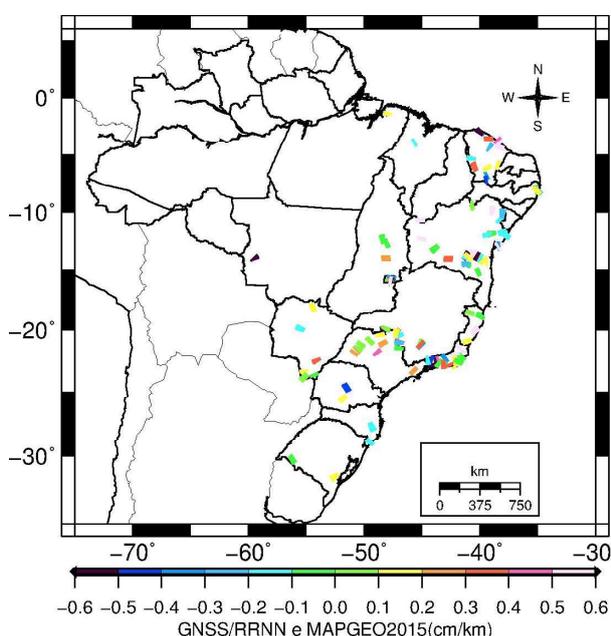


Fig. 7 - Discrepância relativa – pares GNSS/nivelamento.

5. CONCLUSÃO

Este artigo apresentou a metodologia empregada no cálculo do MAPGEO2015, bem como uma avaliação dos resultados obtidos. No cálculo deste modelo foram utilizados novos dados de gravimetria terrestre, redes neurais para completar a grade de anomalia da gravidade

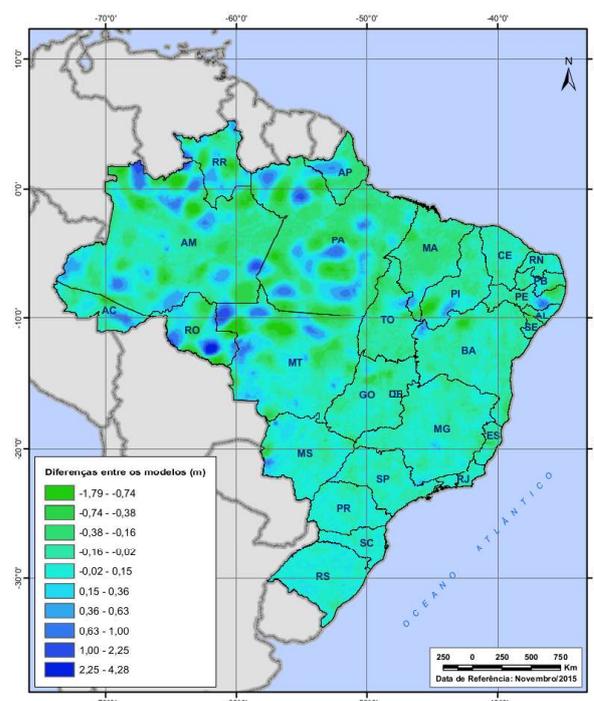


Fig. 8 – Diferenças entre o MAPGEO2010 e MAPGEO2015. Fonte: IBGE (2015).

e um modelo mais recente do geopotencial global. O desvio médio quadrático obtido da comparação com as informações provenientes da RAAP e levantamentos com GNSS foi de ± 17 cm. Comparado com o MAPGEO2010, este valor representa uma melhoria de cerca de 20%. Essa melhora se deve ao esforço constante das instituições do Brasil e de países vizinhos envolvidas no projeto SAGS e outros para efetuar levantamentos gravimétricos em regiões carentes dessa informação nos referidos territórios. Embora a estratégia de se empregar redes neurais artificiais para completar a grade de anomalia de gravidade tenha proporcionado melhorias, o mesmo não ocorreu nas regiões com grandes vazios gravimétricos, principalmente nas regiões norte e nordeste. Além disso, as chamadas missões espaciais modernas, notadamente dos satélites CHAMP, GRACE e GOCE proporcionaram uma considerável melhoria dos

Tabela 5: Análise estatística da discrepância relativa dos 126 pares de pontos GNSS/nivelamento (cm/km)

	Média	Acurácia Relativa	Máxima Discrepância relativa positiva	Máxima Discrepância relativa Negativa
MAPGEO2015	0,06	0,44	1,86	-1,28
MAPGEO2010	0,04	0,45	2,02	-1,41
EIGEN-6C4 (n=m=2190)	0,06	0,47	1,53	-1,21
EGM2008 (n=m=2190)	0,03	0,53	1,73	-1,72

modelos do geopotencial, em especial em relação aos longos e médios comprimentos de onda das ondulações geoidais (MATOS *et al.*, 2015).

É importante enfatizar que as ondulações derivadas das observações GNSS sobre RN não significam algo absoluto em qualidade. Existem vários erros intrínsecos nas observações por satélites e no nivelamento geométrico, sendo este mais crítico do que o primeiro. Contudo, ainda é a única referência que se dispõe para avaliar os resultados e balizar as próximas ações da comunidade científica a fim de chegar a uma solução em termos gravimétricos cada vez melhor aos usuários de Geociências.

O mapa de diferenças entre o MAPGEO2015 e o MAPGEO2010 revela que os MGGs adotados em cada versão são os responsáveis pelas maiores diferenças observadas, visto que esta situação ocorre principalmente nas áreas com escassez de informação de gravimetria terrestre.

Num esforço futuro será agregada a informação de gravimetria aérea cedida pela Agência Nacional de Petróleo (ANP). Nesse momento, estes dados estão em processo de análise visando verificar a melhor metodologia para aplicar a continuação para baixo nas anomalias de gravidade de modo a adequá-las à superfície de referência para o modelo geoidal.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDERSEN, O.B. The DTU10 Gravity field and Mean sea surface. **Second International Symposium of the Gravity Field Service – IGFS2 20** – 22 September 2010 Fairbanks, Alaska, 2010.

ARCMAP 10.2.2, **How Natural Neighbor works**, 2011. Disponível em: <http://webhelp.esri.com/arcgisdesktop/9.3/index.cfm?TopicName=How%20Natural%20Neighbor%20works>. Acesso em: 14 dez. 2016

BARRIOT, J.P.; SARRAILH, M. Gravity data validation and outlier detection using L1 norm. **Bulletin d'Information du Bureau Gravimétrique International**. **91**: 7 p. Dec 2002. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/303823817_Gravity_data_validation_and_outlier_detection_using_L1_norm. Acesso em: 14 dez. 2016.

BLITZKOW, D.; PACINO, M.C.; MATOS,

A.C.O.C. Activities in south America: Gravity and Geoid Project, Segundo **Taller de Grupo de Trabajo I, Simposio Sirgas 2008**, 35 p. Montevideo – Uruguay, de 26 a 30 de Maio de 2008. Disponível em: http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/Boletines/Bol13/34_Activities_in_South_America_Gravity_and_Geoid_Pacino_Blitzkow.pdf. Acesso em: 12 dez. 2016.

BLITZKOW, D.; MATOS, A.C.O.C.; GUIMARÃES, G.N.; COSTA, S.M.A. O conceito atual dos referenciais usados em Geodesia. **Revista Brasileira de Cartografia**, n.63 (5), 633-648, 2011. Disponível em: [http://www.lsie.unb.br/rbc/index.php?journal=rbc&page=article&op=view&path\[\]=413](http://www.lsie.unb.br/rbc/index.php?journal=rbc&page=article&op=view&path[]=413). Acesso em: 02 jan. 2017.

BLITZKOW, D.; MATOS, A.C.O.C.; GUIMARÃES, G. N.; PACINO, M.C.; LAURÍA, E.A.; NUNES, M.; FLORES, F.; ECHALAR, A.; GUEVARA, N. O.; ALVAREZ, R.; HERNANDEZ, J.N. Estudios de gravedad y del modelo de cuasi-geoide para la América del Sur. **Simposio Sirgas 2015**, 32 p.. Santo Domingo, República Dominicana, de 18 a 20 de Nov. de 2015. Disponível em: http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/Boletines/Bol20/37_Blitzkow_et_al_2015_Gravedad_y_cuasi-geoide_Suramerica.pdf. Acesso em: 12 dez. 2016.

BUCHA, B.; JANÁK, J.; PAPCO, J.; BEZDEK, A. High-resolution regional gravity field modelling in a mountainous area from terrestrial gravity data. **Geophysical Journal International**, 207 (2): 949-966, 2016. Disponível em: doi:10.1093/gji/ggw311

DRINKWATER, M.R.; FLOBERGHAGEN, R.; HAAGMANS, R.; MUZI, D.; AND POPESCU A. GOCE: ESA's first Earth Explorer Core mission. In Beutler, G.B., Drinkwater M., Rummel R., and von Steiger R. (Eds.), **Earth Gravity Field from Space - from Sensors to Earth Sciences**. In the Space Sciences Series of ISSI, Vol. 18, 419-432, 2003. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands, ISBN: 1-4020-1408-2

FARR, T. G.; ROSEN, P. A.; CRIPPEN, E. R.; DUREN, R.; HENSLEY, S.; KOBRICK, M.; PALLER, M.; RODRIGUEZ, E.; ROTH, L.; SEAL, D. ; SHAFFER, S.; SHIMADA,

- J.; UMLAND, J.; WERNER, M.; OSKIN, M.; BURBANK, D.; ALSDORF, D. The Shuttle Radar Topography Mission, **Reviews of Geophysics**, 45 (2), 1-33, RG2004, 2007. Disponível em: doi:10.1029/2005RG000183.
- FEATHERSTONE, W.E. Software for computing five existing types of deterministically modified integration kernel for gravimetric geoid determination, **Computer & Geosciences**, 29, 183-193, 2003. Disponível em: http://geodesy.curtin.edu.au/local/docs/will_pubs/soft_kernel_geoid_2003.pdf. Acesso em: 12 dez. 2016.
- FÖRSTE, C.; FLECHTNER, F.; SCHMIDT, R.; STUBENVOLL, R.; ROTHACHER, M.; KUSCHE, J.; NEUMAYER, K.-H.; BIANCALE, R.; LEMOINE, J.-M.; BARTHELMES, F.; BRUINSMA, J.; KOENIG, R.; MEYER, U. EIGEN-GL05C - A new global combined high-resolution GRACE-based gravity field model of the GFZ-GRGS cooperation, General Assembly European Geosciences Union (Vienna, Austria 2008), **Geophysical Research Abstracts**, Vol. 10, 2008. Abstract No. EGU2008-A-03426. Disponível em: <http://www.cosis.net/abstracts/EGU2008/03426/EGU2008-A-03426.pdf>. Acesso em 12 dez. 2016.
- FÖRSTE, C.; BRUINSMA, S.L.; ABRIKOSOV, O.; LEMOINE, J.-M.; SCHALLER, T.; GÖTZE, H.-J.; EBBING, J.; MARTY, J.C.; FLECHTNER, F.; BALMINO, G.; BIANCALE, R. **EIGEN-6C4 – The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190**, 29 p., 2014. Disponível em <http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/documents/Foerste-et-al-EIGEN-6C4.pdf>. Acesso em: 02 jan. 2017.
- FORTES, L.P.S. (2003). O sistema de Referência SIRGAS2000. **XXI Congresso Brasileiro de Cartografia**, 16 p. Belo Horizonte, MG. Disponível em: ftp://geofp.ibge.gov.br/metodos_e...referencia/.../cbc_2003_sirgas_a.pdf. Acesso em: 12 dez. 2016.
- GREEN, CH. M.; FAIRHEAD, J. D. The South American Gravity Project, Book: **Recent Geodetic and Gravimetric Research in Latin America**, editors Torge, W., Fletcher, A. G. and Tanner, James G., publisher Springer Berlin Heidelberg, 111 82-95, 1993. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-88055-1_9. Acesso em: 12 dez. 2016.
- HAMDI, A.H.M.M.. **Airborne Gravity Field Modelling**, Phd Dissertation, 181 p., Cycle 28, School Of Environmental And Infrastructural Engineering, Geomatics Area, Politecnico Di Milano, 2016. Disponível em: <https://www.politesi.polimi.it/handle/10589/116547>. Acesso em: 01 fev. 2017.
- HAYKIN, S. **Redes neurais: princípios e prática**. 2a ed. São Paulo: Prentice Hall, 900 p., 1999.
- HENSLEY, S., MUNJY, R.; ROSEN, P. Interferometric synthetic aperture radar. In: Maune, D. F. (Ed.). **Digital elevation model technologies applications: the DEM users manual**. Bethesda, Maryland: ASPRS (The Imaging & Geospatial Information Society), cap. 6, pp. 142–206, 2001.
- IERS **IERS Conventions (2010)**. IERS Technical Note, No. 36, Frankfurt am Main, Germany: Verlagdes Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, 12p., 2010. Disponível em: <https://www.iers.org/IERS/EN/Publications/TechnicalNotes/tn36.html>. Acesso em: 02 jan. 2017.
- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). O novo modelo de ondulação geoidal do Brasil MAPGEO2015. **Relatórios de desenvolvimento do MAPGEO2015**, 17 p., 2015. Disponível em: ftp://geofp.ibge.gov.br/modelos_digitais_de_superficie/modelo_de_ondulacao_geoidal/cartograma/rel_mapgeo2015.pdf. Acesso em: 12 dez. 2016.
- MACHADO, W.C. **Utilização de redes neurais artificiais na previsão do VTEC visando a geração de estações de referência virtuais em tempo-real**. 2012. 184 p. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.
- MACHADO, W.C., BLITZKOW, D., MATOS, A. C. O. C. **Interpolação de anomalias de gravidade através de Redes Neurais visando o cálculo do modelo geoidal de Santa Catarina**. VIII Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas, Curitiba, 2013.

- MATOS, A.C.O.C. **Implementação de modelos digitais de terreno para aplicações na área de Geodésia e Geofísica na América do Sul**. PhD thesis - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 355 p., 2005. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3138/tde-10102005-104155>. Acesso em: 12 dez. 2016.
- MATOS, A.C.O.C.; BLITZKOW, D. **Modelagem Digital de Terrenos (MDT) de 3ª para a América do Sul** (projeto de Pos-Doc), Relatório de Fevereiro de 2007 a Janeiro de 2008, 38 p., 2008.
- MATOS, A.C.O.C. DE; BLITZKOW, D.; GUIMARÃES, G.N.; LOBIANCO, M.C.B.; COSTA, S.M.A.. "Validação do MAPGEO2010 e comparação com modelos do geopotencial recentes". **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 18, n. 1, 101-122, Jan-Mar. 2012.
- MATOS, A.C.O.C.; BLITZKOW, D.; GUIMARÃES, G.N.; LOBIANCO, M.C.B.; CAMPOS, I.O. Evaluation of Recent GOCE Geopotential Models in South America. **Newton's Bulletin**, Issue n. 5, June 2015 - Assessment of GOCE Geopotential Models, 83-103, 2015
- PAVLIS, N.K.; HOLMES, S. A; KENYON, S.C.; FACTOR, J.K. The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008 **Journal of Geophysical Research (Solid Earth)**, 117, 1-38, 2012, doi:10.1029/2011JB008916.
- PORTALACTION. **Cálculo e interpretação do P-valor**, 2016a. Disponível em: <<http://www.portalaction.com.br/inferencia/512-calculo-e-interpretacao-do-p-valor>>. Acesso em: 13 dez. 2016.
- PORTALACTION. **Análise de variância (teste F) - medidas de associação**, 2016b. Disponível em: <<http://www.portalaction.com.br/analise-de-regressao/24-analise-de-variancia-teste-f-medidas-de-associacao>>. Acesso em: 13 dez. 2016.
- SALEH, J.; PAVLIS; N.K. The development and evaluation of the global digital terrain model DTM2002, **3rd Meeting of the International Gravity and Geoid Commission**, Thessaloniki, Greece, 2002, 1-6. Disponível em: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.540.8205&rep=rep1&type=pdf>. Acesso em: 01 fev. 2017.
- SCHWARZ, K.P.; SIDERIS, M.G.; FORSBERG, R. The use of FFT techniques in physical geodesy. **Geophysical Journal International** 100: 485-514, 1990.
- SIDERIS, M.G.; SHE, B.B. A new, high-resolution geoid for Canada and part of the U. S. by the 1D-FFT method. **Bulletin géodésique**, 69: 92-108pp., 1995.
- VANÍČEK, P.; KLEUSBERG, A. The Canadian geoid-Stokesian approach, **Manuscripta Geodaetica**, 12(2), 86-98 pp., 1987.
- VANÍČEK, P.; TENZER, R.; JANAK, J.; NAJAFI, M.; NOVAK, P.; HUANG, J.; ELLMANN, A.; AVALOS, D. **SHGEO software packages – The UNB Application to Stokes-Helmert Approach for Precise Geoid Computation**, Reference manual I – Theory of Stokes-Helmert's Method of Geoid Determination, Fredericton, New Brunswick, Canada, 37 p., 2009a. Disponível em: <http://www2.unb.ca/gge/Research/GRL/GeodesyGroup/SHGeo.html>. Acesso em: 12 dez. 2016
- VANÍČEK, P.; TENZER, R.; JANAK, J.; NAJAFI, M.; NOVAK, P.; HUANG, J.; ELLMANN, A.; AVALOS, D. **SHGEO software packages – An UNB Application to Stokes-Helmert Approach for Precise Geoid Computation**, Reference Manual II - Software User's Guide, Fredericton, New Brunswick, Canada, 53 p., 2009b. Disponível em: <http://www2.unb.ca/gge/Research/GRL/GeodesyGroup/SHGeo.html>. Acesso em: 12 dez. 2016
- VIEIRA, S. **Análise de variância: Anova**. São Paulo, Editora Atlas, 204 p., 2006.
- WESSEL, P.; SMITH, W.H.F.; SCHARROO, R.; LUIS, J. F.; WOBBE, F. Generic Mapping Tools: Improved version released, **EOS Transactions American Geophysical Union**, 94 (45), 409-410, 2013. Disponível em: doi:10.1002/2013EO450001.