

Revista Brasileira de Cartografia (2013) N^o 65/6: 1097-1111
Sociedade Brasileira de Cartografia, Geodésia, Fotogrametria e Sensoriamento Remoto
ISSN: 1808-0936

ANÁLISE DO VÍNCULO DO DATUM VERTICAL BRASILEIRO A UM SISTEMA GLOBAL DE ALTITUDES

Analysis of Brazilian Vertical Datum link to a Global Height System

**Alessandra Svonka Palmeiro; Sílvio Rogério Correia de Freitas
& Regiane Dalazoana**

Universidade Federal do Paraná – UFPR

Setor de Ciências da Terra – Departamento de Geomática

R. Cel. Francisco Heráclito dos Santos, 210, Jardim das Américas, Curitiba - PR, Brasil - 81531-970
{aspalmeiro, sfreitas, regiane}@ufpr.br

Recebido em 08 de Outubro, 2012/ Aceito em 10 de Setembro, 2013

Received on October 08, 2012/ Accepted on September 10, 2013

RESUMO

As diversas redes verticais fundamentais no mundo não formam um Sistema Global de Altitudes (SGA) consistente, pois cada uma, em geral, recorre a um nível de referência particular ao qual se associa hipoteticamente uma determinada superfície equipotencial do campo da gravidade denominada geóide local. Usualmente, este o “geóide local” é suposto ser “materializado” pelo Nível Médio do Mar (NMM) local observado durante certo período de tempo. A modelagem de cada geóide em áreas continentais é em geral realizada determinando o chamado geóide gravimétrico para os quais concorrem principalmente as anomalias da gravidade. Este é um procedimento que pode ser vicioso uma vez que anomalias da gravidade utilizadas podem estar referidas a diferentes geóides locais associados aos *Data* Verticais (DVs) obtidos inclusive em diferentes épocas. Outro problema na determinação dos geóides gravimétricos é o fato de considerar de forma preferencial dados de gravidade de um dos subespaços – oceano ou continente, o que influencia no valor geopotencial dos diversos DVs e conseqüentemente no cálculo da discrepância relacionada ao valor de referência do geopotencial global. O presente trabalho está centrado nas estratégias de integração/fusão de dados de múltiplas fontes, em ambos os subespaços referidos, visando à determinação da relação do *Datum* Vertical Brasileiro (DVB) com um SGA com base na determinação do geóide/quase-geóide na área de estudos, aplicando-se diferentes estratégias para solução do Problema do Valor de Contorno da Geodésia (PVCG).

Palavras-chave: Datum Vertical, Fusão/Integração de Dados, Sistema Global de Altitudes, PVCG.

ABSTRACT

The several fundamental vertical networks in the world do not form a consistent Global Height System (GHS) because each one is referred to a particular reference level supposed to be associated to an equipotential surface of the Earth's gravity field the so called “local geoid”. Usually, each “local geoid” is “materialized” by a local mean sea level (MSL) for a certain period. In general, the modeling of the local geoid in continental areas is done by determining the so called “gravimetric geoid” mainly by using gravity anomalies. This can be a vicious procedure because the used gravity anomalies are referred to different “local geoids” linked to different vertical datums (VDs) in different epochs. Another problem is the fact of considering most of gravity data linked to one of the sub-spaces: ocean or continent. This influences the geopotential value in different VDs, and their shift related to a global geopotential reference value.

The present work focuses on strategies for integration/data fusion from multiple sources, in both of these sub-spaces, in order to determine the relationship of Brazilian Vertical Datum (BVD) to a GHS with basis on geoid/quasi-geoid models in the study area obtained with different strategies for solving the Geodetic Boundary Value Problem (GBVP).

Keywords: Vertical Datum, Fusion/Integration of Data, Global Height System, GBVP.

1. INTRODUÇÃO

Existem diversos métodos que permitem modelar o geóide, desde aqueles com caráter global até os adaptados aos referenciais mais locais. A estratégia de modelagem difere em cada caso, em vista da metodologia e base de dados associadas às determinações (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 329 a 336). Contudo, nas metodologias convencionais, principalmente para o denominado geóide gravimétrico, os métodos são centrados de forma predominante em um subespaço: ou parte continental (e.g. BURŠA et al., 2002); ou parte oceânica (e.g. BOSCH, 2002). Para a determinação de um geóide global, ou para a determinação da superfície equipotencial associada a um *Datum* Vertical (DV) convencional, é necessária a utilização consistente de ambos os subespaços. Entretanto, existem diversos problemas associados com esta abordagem conjunta. Dentre eles podem ser citados: as diferentes resoluções espectrais dos dados e referenciais envolvidos; dados de diversas fontes; os aspectos físicos e dinâmicos, principalmente na interface oceano-contidente envolvendo efeitos geostróficos e eustasia; efeitos das marés permanentes; o problema relacionado com a diferença de estrutura da crosta para o continente e oceano; efeitos diretos e indiretos dos referenciais envolvidos, entre outros.

A definição de geóide global mais aceita na atualidade para caracterizar um SGA é a de superfície equipotencial quase estacionária do campo da gravidade, com geopotencial W_0 melhor ajustada no sentido do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) ao NMM. Nesta sua concepção oceanográfica, este ajuste é realizado sobre toda a superfície do mar na forma:

$$\int_{\sigma} (W - W_0)^2 d\sigma = \min \quad (1)$$

onde W é avaliado sobre a superfície σ dos oceanos. Em sua concepção geodésica, o

referido ajuste era avaliado pontualmente em marégrafos costeiros, afetados pela Topografia do Nível Médio do Mar (*TNMM*). O vínculo de um DV local com geopotencial W_i com o SGA é efetivado com base na *TNMM* na forma:

$$TNMM = \frac{W_0 - W_i}{\gamma} \quad (2)$$

onde γ é a gravidade normal no DV. Observe-se que a realização do geóide global é efetivada com base na especificação de um valor do geopotencial W_0 . Na obtenção deste valor, além de observações oriundas da altimetria por satélites sobre os oceanos, deve-se buscar a integração de informações gravimétricas de outras fontes tais como de missões gravimétricas por satélites e gravimetria continental e marinha. Para a vinculação de redes regionais do modelo global, é necessária a discussão da sua integração com áreas continentais, em uma estratégia de solução do PVCG o qual possibilita a obtenção do valor W_i . Este é um foco central das pesquisas relacionadas com Sistemas Globais de Altitude (SGA), conforme Idhe (2009). Também, o Problema de Contorno da Altimetria-Gravimetria (PAG) é tema recursivo e atual de investigação em Geodésia (HECK; RUMMEL, 1990; LEHMANN, 2000; HECK; SEITZ, 2007; ARDALAN et al., 2010; KLEES; PRUTKIN, 2010).

Soluções para geóides gravimétricos continentais são usualmente obtidas a partir da gravimetria integrada com modelos de elevação do terreno e modelos globais do geopotencial. De forma geral, são fortemente vinculados aos referenciais verticais locais devido ao uso de anomalias da gravidade, pois as anomalias da gravidade sendo definidas como:

$$\Delta g = g_{\text{geóide}} - \gamma_{\text{elipsóide}} \quad (3)$$

sendo $g_{\text{geóide}}$ a gravidade observada na superfície física reduzida ao “geóide local”. Esta redução ocorre com base em hipóteses simplificativas tal como a inexistência de massas entre a superfície e

o geóide como no caso da denominada anomalia *free-air* da gravidade ou com simplificação da estrutura da crosta tal como a anomalia de Bouguer. Em ambos os casos de correção a altitude nivelada relativamente ao DV local é utilizada gerando o denominado efeito direto devido a TNMM e indireto devido à dependência da anomalia da gravidade da altitude nivelada (GERLACH e RUMMEL, 2012). $\gamma_{\text{elipsóide}}$ é a gravidade normal no elipsóide. Assim, dependendo da extensão da área coberta por tais modelos, dados vinculados a diferentes referenciais locais são utilizados, o que aporta diversos problemas de integração entre eles e com referenciais de caráter global. Também a solução gravimétrica de áreas montanhosas e áreas oceânicas é problemática com as metodologias de solução do PVCG usuais, tais como as difundidas pela “*International School for the Determination and Use of the Geoid* (IGeS, 2007)” em vista da dificuldade de predição de anomalias *free-air* da gravidade, bastante correlacionadas com a topografia/batimetria, e em virtude de elevados contrastes de densidades.

O presente trabalho está centrado nas estratégias de integração/fusão de dados de múltiplas fontes e com diferentes resoluções espectrais, nos subespaços oceano e continente, e determinação do geóide/quase-geóide, com base nas técnicas de: *Remove-Restore* (RR) associadas com FFT (*Fast Fourier Transform*) considerando a Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ) e na técnica *Residual Terrain Model* (RTM). É dado destaque à técnica RTM como alternativa ao RR e CMQ, tendo em vista os baixos erros de comissão e de omissão (ou truncamento) atingido pelos Modelos Globais do Geopotencial (MGGs) mais recentes. Também, os Modelos Digitais de Elevação do terreno (MDE) mais recentes, envolvendo altimetria e batimetria, apresentam novas possibilidades de modelagem associada ao campo da gravidade. Em todos os casos buscou-se o refinamento de um valor geopotencial de referência W_0 , visando a uma melhor estimativa das altas frequências para o geóide/quase-geóide global dado por um MGG no DVB e determinando seu vínculo com a realização clássica deste DV.

2. METODOLOGIA

2.1 Área de Estudo

A área de estudo compreende uma região de 5° x 5° em torno do DVB. Nesta região incorporam-se dados provenientes de gravimetria marinha. Estes são de grande importância para o aumento da resolução espectral de modelos globais de anomalia *free-air* da gravidade nos oceanos tal como o produzido pelo Danish National Space Center (DNSC), o DNSC08. Para tanto é fundamental uma estratégia adequada na fusão das anomalias da gravidade do modelo com aquelas oriundas da gravimetria oceânica. A extensão da área permite também explorar os comprimentos de onda mais longos de MGGs mais atuais, tal como o *Earth Gravitational Model 2008* (EGM2008), os quais são usualmente baseados unicamente em dados de satélites artificiais, aspecto este fundamental para a compatibilização dos referenciais de grandezas associadas ao campo da gravidade, no continente e no oceano, em um sistema global (EGM2008, 2008).

2.2 Base de dados oceânicos

Na atualidade, dispõe-se de modelos globais de anomalias *free-air* da gravidade derivados da altimetria por satélites, tal como o DNSC08, com resolução espacial na ordem do minuto de arco (DNSC, 2010). Destaque-se, porém, que em geral apresentam perda de resolução em áreas costeiras. Tais modelos quando associados com o da *Mean ocean Dynamic Topography* (MDT) de resolução na ordem de poucos centímetros e dados de gravimetria marinha, permitem a obtenção de valores de anomalias da gravidade com grande consistência espacial. Assim, os dados de gravimetria oceânica cumprem um papel fundamental de permitir uma predição mais adequada das áreas costeiras bem como um aumento da resolução espectral. A referida associação é um processo complexo uma vez que envolve dados em referenciais e épocas diferentes, com diferentes correções e/ou reduções associadas e resoluções espaciais diversas.

Um dos problemas centrais que está em discussão neste trabalho é o do tratamento e

da compatibilização de dados, provenientes de diferentes fontes e em diferentes sistemas de referência. Assim, adota-se aqui o SGR80 – Sistema Geodésico de Referência 1980 – (TORGE, 2001, p. 114 a 116) como sistema de referência a ser utilizado como base na fusão de dados dos subespaços oceano e continente, bem como dados de diferentes fontes, em referenciais locais ou globais. Cabe ser destacado que o SGR80 é base do SIRGAS2000 (IBGE, 2005).

Os dados de gravimetria marinha foram obtidos do *International Gravimetric Bureau* – BGI (BGI, 2008). Os dados originais do BGI contêm informações referentes à: latitude; longitude; gravidade e anomalia *free-air* da gravidade no SGR67 (Sistema Geodésico de Referência 1967) e sem a consideração da MDT; densidades e altitudes estimadas.

Antes da utilização dos dados, estes passaram por um processo de análise preliminar visando à eliminação de erros grosseiros.

Efetivou-se a transformação das anomalias da gravidade do BGI, referidas ao NMM à época do levantamento do SGR67 ao SGR80 adotado como base para este trabalho. Entretanto, estes dados precisam ainda ser reduzidos ao geóide dito quase-estacionário. A negligência desta redução resulta considerar-se erroneamente o NMM e o geóide como coincidentes. Uma vez que a TNMM quase-estacionária tem variações globais acentuadas na ordem de até $\pm 2\text{m}$ (FU; CAZENAVE, 2001), como usualmente representadas em MDT, então é evidente que as referidas reduções ao geóide são obrigatórias para o PVCG se desejadas acurácias sub-métricas. O MDT aplicado no presente trabalho é o *Rio Combined Mean Dynamic Topography* – CMDT_RIO5 (RIO E HERNANDEZ, 2004).

Reduzidos os dados, foi realizada uma comparação entre os valores das anomalias *free-air* referidas ao NMM e os respectivos valores reduzidos ao geóide.

A etapa subsequente é a de uma análise mais aprofundada da consistência dos dados BGI em termos de coerência de calibração dos gravímetros marinhos, uma vez que os dados disponibilizados pelo BGI referem-se a três levantamentos distintos, sem maiores pormenores (Fig. 1).

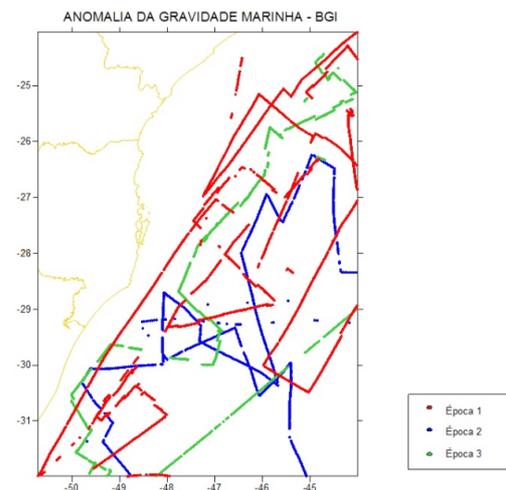


Fig. 1 - Dados de gravimetria marinha por levantamento (épocas distintas).

A verificação da consistência dos dados BGI foi feita por meio de um comparativo entre os valores das anomalias da gravidade do BGI e do modelo DNSC08. A diferença entre os dois conjuntos de dados pode ser verificada na Fig. 2.

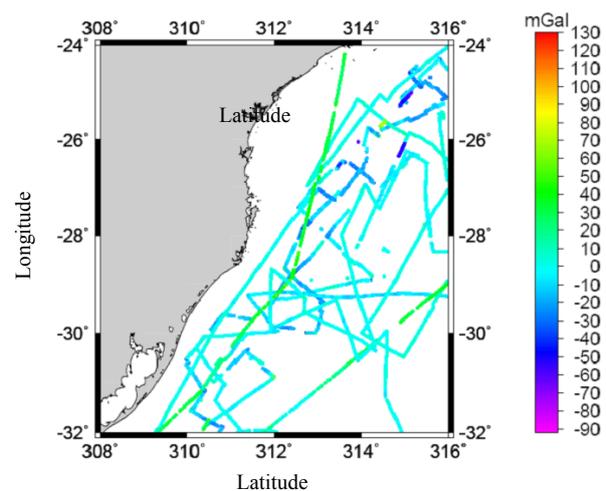


Fig. 2 - Diferenças entre as anomalias da gravidade do BGI e DNSC08.

Na Fig. 3, observa-se que a maior parte das diferenças situa-se no intervalo de $\pm 20\text{mGal}$. Valores de discrepância que aparecem na interseção de linhas de levantamentos distintos podem ser indícios de calibração inadequada dos gravímetros nos levantamentos marinhos ou outros problemas relacionados com o equipamento e/ou embarcação bem como modelo de maré permanente utilizado, supostamente *mean tide* para os dados BGI, vinculados à IGSN-71 (*International Gravity Standardization Net*). A identificação e parametrização destas diferenças acentuadas, bem como a busca de sua

eliminação foi um passo fundamental na fusão de dados das duas bases.

As etapas subsequentes compreenderam os cálculos das diferenças entre os valores de anomalia da gravidade provenientes do BGI com os valores provenientes do DNSC08, individualmente para cada levantamento. Este processo foi realizado visando eliminar possíveis erros grosseiros e/ou eventuais efeitos remanescente que pudessem prejudicar a integração das anomalias BGI com aquelas do modelo global DNSC08. Estas anomalias, devidamente integradas em processo de fusão, consideradas suas diferenças de resolução espacial, posteriormente foram integradas aos dados de anomalias continentais visando à geração do geóide/quase-geóide considerando-se os dois subespaços – oceano e continente.

Uma análise da variabilidade dos dados BGI foi feita para o índice de aceitação de 99%. O conjunto depurado foi o utilizado na integração com dados DNSC08.

2.3 Base de dados continentais

A base de dados continentais tomada como referência para os estudos é a proveniente do MGG EGM2008, cujas informações de interesse são as anomalias *free-air* da gravidade, anomalias de altitude e alturas geoidais obtidas por meio do *International Center for Global Earth Models* (ICGEM, 2011). O EGM2008 foi utilizado para validar os demais dados abordados no estudo tais como dados continentais obtidos de mensurações realizadas na área. Serviu também como base para a solução com base na técnica RTM. Nesse sentido, foram geradas grades, de mesmo espaçamento, com valores de anomalias *free-air* da gravidade obtidos a partir do EGM2008 e do DNSC08. O procedimento para validação consistiu em efetuar uma subtração entre as grades (Fig. 3).

Destaque-se que as diferenças esperadas entre as anomalias da gravidade dos dois modelos deva ser próxima de zero na região continental, quando considerados comprimentos de onda maiores que a máxima resolução do EGM2008. Eventuais discrepâncias nesta região podem ser atribuídas às diferentes grades obtidas por interpolação para o EGM2008 e DNSC08. Para evitar-se falsa modelagem, optou-se nesta análise de validação por resoluções espaciais de cerca de

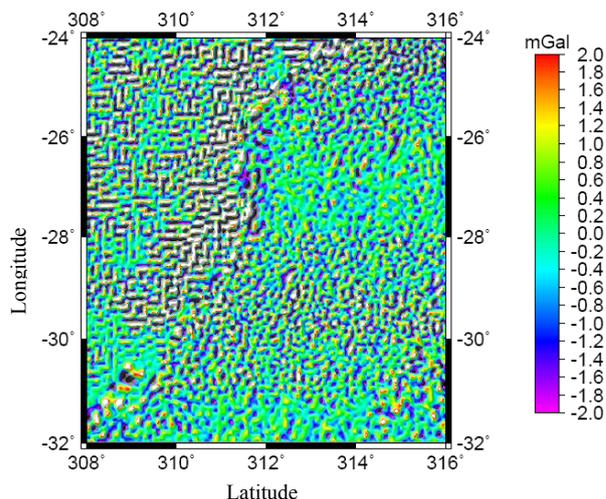


Fig. 3 - Diferença entre os dados de anomalia *free-air* da gravidade do DNSC08 e EGM2008.

9,3km, a qual corresponde ao desenvolvimento até o grau 2159. Na parte oceânica e na região de transição oceano-continente as discrepâncias estão associadas às diferentes bases de dados de ambos os modelos. O DNSC08 faz uso da altimetria por satélites para gerar as anomalias *free-air* da gravidade. Já no oceano, o EGM2008 tem forte influência do MGG EIGEN_GL04C (GFZ/ISDC, 2009). De forma geral os resultados foram condizentes com o esperado uma vez que as diferenças encontram-se no intervalo de ± 2 mGal e são menores que o desvio padrão estimado para o modelo DNSC08 que é de 4,36 mGal.

Na etapa subsequente foi realizada a validação dos dados do BGI com base no EGM2008. O procedimento realizado foi o mesmo que para a validação do modelo DNSC08, i.e., subtração entre as grades, de igual espaçamento, geradas para ambos os conjuntos de dados. O resultado obtido pode ser visualizado na Fig. 4.

Pode-se perceber que os valores das diferenças entre o EGM2008 e o BGI apresentam maiores discrepâncias que os valores encontrados com relação ao DNSC08.

2.3.1 Dados de campanhas realizadas na região do DVB

Uma parte dos dados utilizados na parte continental foram oriundos de oito campanhas realizadas entre os anos de 2005 e 2008 pelo Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites (LARAS) da Universidade Federal do Paraná (UFPR)

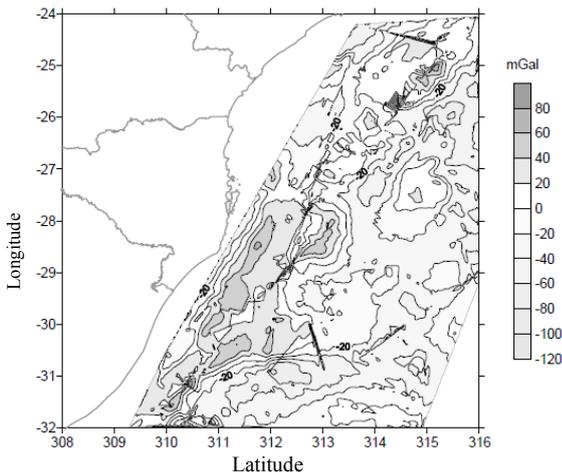


Fig. 4 - Diferença entre os dados de anomalia free-air da gravidade do BGI e EGM2008.

quando foram levantados cerca de 900 pontos gravimétricos devidamente associados a posicionamento GNSS. Também foram utilizados dados fornecidos pela Poli-USP principalmente na forma de grade de anomalias da gravidade. Os dados gravimétricos estão referidos à IGSN-71.

O conjunto de dados do LARAS compreende valores de gravidade em pontos distribuídos nas redondezas do DVB onde havia informações sobre posição (latitude, longitude), altitudes elipsóidicas e altitudes normais-ortométricas quando as estações gravimétricas coincidiam com Referências de Nível (RNs) da Rede Altimétrica Fundamental do Brasil (RAFB) na região. Com estes dados foram calculados os distúrbios da gravidade:

$$\delta g_p = g_p - \gamma_p \quad (4)$$

onde γ_p é o valor da gravidade normal calculado em função da latitude e a altitude elipsóidica do ponto facilmente determináveis com o GNSS. Note que os distúrbios da gravidade independem de reduções e do referencial altimétrico local. O relacionamento entre distúrbios da gravidade e anomalias da gravidade foi realizado, quando necessário, com base nos valores da altura geoidal N oriundos do EGM2008 na forma (CUNDERLIK et al, 2010):

$$\Delta g = \delta g_p - 0,3086 N \quad (5)$$

A base de dados continentais resultante (LARAS + Poli-USP) contém informação de posição, altitude normal-ortométrica, anomalias

free-air e *Bouguer*, e distúrbios da gravidade. Estes dados foram utilizados na fusão/integração visando a compatibilização dos dois subespaços (oceano-continente). Destaque-se que com a base referida é possível tanto a solução clássica do PVCG com base em anomalias da gravidade visando à obtenção da altura geoidal N quanto soluções livres e fixadas do PVCG com base em distúrbios da gravidade conduzindo à determinação de anomalias de altitude ζ . Pormenores sobre a formulação envolvida na abordagem do PVCG livre e fixado podem ser encontrados em Ferreira et al. (2010).

A distribuição de todos os dados continentais de anomalias *free-air*, inicialmente fazendo uma fusão simples, usando o interpolador kriging, sem ponderações, pode ser visualizada na Fig. 5.

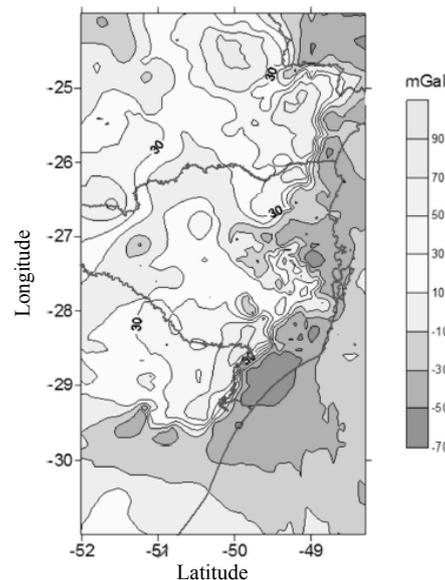


Fig. 5 - Conjunto final de dados continentais- Anomalias *free-air*.

Vale ressaltar que também foi feita uma compatibilização dos dados continentais para o mesmo referencial, i.e., os dados com referencial local obtidos em campo foram transformados para o referencial do SGR80.

2.4 Experimentos realizados

Os MGGs, tais como o EGM2008, não representam os comprimentos de onda menores que π/n radianos, onde n é o máximo grau de desenvolvimento do MGG, no caso 5 minutos de arco ($\approx 9,3$ km) para o grau e ordem 2159 do EGM2008. Os comprimentos mais curtos omitidos no desenvolvimento resultam no denominado erro de omissão ou de truncamento

de sinal contido em cada modelo. Este erro de omissão pode ser minimizado com base na utilização de gravimetria local e informações do potencial perturbador obtidas de informações das anomalias topográficas de curto comprimento de onda, calculadas a partir de MDEs de alta resolução e não contempladas no MGG. Desta forma, os experimentos centrais realizados foram:

a) cálculo RTM sem gravimetria local utilizando os modelos DTM2006.0, SRTM30plus e EGM2008:

Visando minimizar este erro, como uma solução inicial do cálculo do efeito RTM, utilizou-se o modelo de elevação de alta resolução Shuttle Radar Topography Mission - SRTM-30plus (UCSD, 2009) com resolução de 30" e o Digital Terrain Model - DTM2006.0 (ICGEM, 2009) com resolução de 5'. As características do modelo DTM2006.0 em harmônicos esféricos tem seus pormenores descritos em Pavlis et al. (2006). No presente estudo, o DTM2006.0 serve como um filtro removendo os longos comprimentos de onda dos dados SRTM30plus, cujos efeitos gravitacionais são aqueles já contemplados no MGG. Assim, os dados resultantes (curtos comprimentos de onda) associam-se às estruturas do campo da gravidade exclusivamente menores que a resolução espacial do EGM2008.

A transformação das elevações em anomalias de altura residuais RTM pode ser realizada com fórmulas do potencial gravitacional por prismas ou tesseróides. Pormenores da formulação podem ser vistos em Hirt et al. (2010) e Heck e Seitz (2007). O efeito gravitacional de um elemento de massa (prisma ou tesseróide) com distâncias x (norte), y (leste) e z (acima/abaixo) relativamente ao ponto de cálculo é dada por:

$$V_{RTM} = G\rho \left[\left| \left| \left| xy \ln(z+r) + yz \ln(x+r) + \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + zx(y+r) - \frac{x^2}{2} \tan^{-1} \frac{yz}{xr} - \frac{y^2}{2} \tan^{-1} \frac{zx}{yr} - \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \frac{z^2}{2} \tan^{-1} \frac{xy}{zr} \right|_{x_1} \right|_{y_1} \right|_{z_1} \right] \quad (6)$$

onde ρ é a densidade e G a constante gravitacional. O efeito RTM na anomalia de altitude ζ_{RTM}

correspondente ao elemento de massa que dá origem à perturbação no potencial é expresso com base na equação de Bruns como:

$$\zeta_{RTM} = \frac{V_{RTM}}{\gamma} \quad (7)$$

Neste primeiro experimento foi utilizada a formulação utilizando o domínio das frequências (FFT) e foram utilizados apenas dados dos modelos sem informações referentes à gravimetria local. O modelo de anomalias de alturas residuais do efeito RTM resultante, representando as estimativas do erro de omissão, pode ser visualizado na Fig. 6.

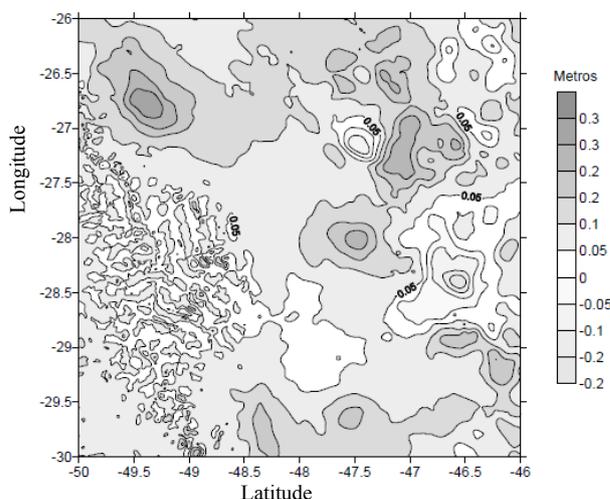


Fig. 6 - Modelo de anomalias de altitude residuais do efeito RTM resultante.

Uma segunda etapa foi a obtenção de dados de anomalia de altitude do EGM2008. A estas anomalias foram adicionadas então as anomalias de altitude residuais do efeito RTM obtidas anteriormente visando reduzir o erro de omissão do MGG.

Com os dados obtidos pelo MGG e os dados resultantes do efeito RTM, pode-se chegar à primeira solução aproximada do cálculo do efeito RTM, ainda sem dados de gravimetria local. A formulação utilizada para o cálculo na primeira solução é:

$$\zeta_{1\text{ sol}}^a = \zeta_{EGM2008} + \zeta_{RTM} \quad (8)$$

Os resultados podem ser visualizados na Fig. 7.

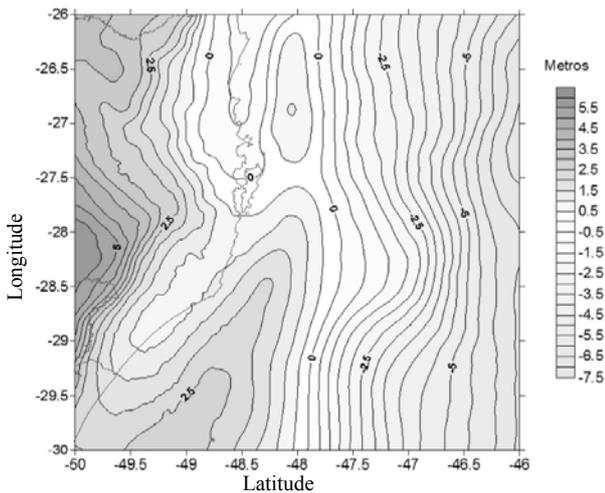


Fig. 7 - Modelo de anomalias de altitude do EGM2008 e RTM.

Entretanto, tem-se como objetivo a determinação destes valores para o DVB. Para este estudo, adotou-se como ponto de referência a estação IMBI (ou SAT91854 IBGE), cujas coordenadas em SIRGAS2000 são: 28 ° 14 ‘ 11,8080 “ S, 48 ° 39 ‘ 21,8825 “ W, 10,73 m, localizada no Porto de Imbituba-SC. Eventualmente, apresentam-se também resultados para a Referência de Nível (RN) 4X, considerada como a principal referência altimétrica no Brasil. A escolha da estação IMBI e não da atual estação SIRGAS/RBMC IMBT foi feita, visto que a IMBI foi ocupada repetidamente em levantamentos realizados pelo LARAS, e muitas pesquisas têm resultados a ela referidos. O valor da anomalia de altitude obtido para esta estação via solução RTM sem gravimetria local, foi comparado com o valor fornecido pelo EGM2008 para o mesmo ponto, os resultados obtidos estão na Tabela 1:

Tabela 1: Resultado da anomalia de altitude na estação IMBI via FFT

Solução	Anomalia de altitude (m)
Efeito RTM por FFT	0,0530
EGM2008	0,8091
Solução RTM + EGM2008	0,8621

Uma segunda abordagem do primeiro experimento foi realizada utilizando dados dos modelos DTM2006.0 e SRTM30plus e dados altimétricos adicionais obtidos em

campanhas realizadas pelo LARAS na região do Datum, porém ainda sem nenhuma informação gravimétrica. Estes agora foram processados utilizando as fórmulas do potencial gravitacional por prismas.

Nesta segunda abordagem do primeiro experimento, o efeito RTM, foi determinado para todas as estações utilizadas nos levantamentos realizados pelo LARAS. O resultado obtido para a estação IMBI pode ser observado na Tabela 2:

Tabela 2: Resultado da anomalia de altitude na estação IMBI via potencial gravitacional por prismas

Solução	Anomalia de altitude (m)
Efeito RTM por prismas	0,0287
EGM2008	0,8091
Solução RTM + MGG	0,8378

Pode-se verificar com base nos resultados obtidos que existe uma discrepância de aproximadamente 2,5 cm, entre as duas soluções.

b) Cálculo RTM utilizando dados gravimétricos continentais e integração numérica:

O segundo experimento realizado foi o cálculo RTM utilizando agora informação gravimétrica e integração numérica para obtenção do valor de anomalia de altura para a estação IMBI.

Neste experimento foram utilizados dados dos modelos DTM2006.0 e SRTM30plus, dados altimétricos adicionais obtidos em campanhas realizadas pelo LARAS na região do DVB e os dados gravimétricos obtidos para estas estações. Estes dados foram processados utilizando as fórmulas do potencial gravitacional por prismas.

Obtido o valor do efeito RTM e utilizando os distúrbios da gravidade, a etapa subsequente foi a obtenção do valor da altura geoidal. Para tanto efetivou-se a determinação do distúrbio da gravidade residual na forma:

$$\delta g_{res} = \delta g_{obs} - \delta g_{EGM2008} - \delta g_{RTM} \quad (9)$$

onde $\delta g_{RTM} = -\partial V_{RTM} / \partial H$ é a condição de contorno utilizada na superfície física fixada como referência. O distúrbio da gravidade residual foi então utilizado na fórmula de Koch:

$$N_{res} = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \delta g_{res} \cdot K(\psi) d\sigma \quad (10)$$

resolvida via integração numérica, sendo a $K(\psi)$ a função de Hotine-Koch dada por:

$$k(\psi) = \frac{1}{\text{sen}(\psi/2)} - \ln \left[1 + \frac{1}{\text{sen}(\frac{\psi}{2})} \right] \quad (11)$$

Em um contexto geral, a altura geoidal N e a anomalia de altitude ζ relacionam-se na forma (De Freitas et al., 2007):

$$N = \zeta + \frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H + N_0 \quad (12)$$

onde Δg_B é a anomalia Bouguer, obtida de um dado grau máximo ($n_{m\acute{a}x}$) do MGG utilizado. O termo N_0 representa a contribuição do harmônico de grau zero, ou efeito direto no DV, calculado por (HEISKANEN e MORITZ, 1967):

$$N_0 = \frac{GM - GM_0}{R\gamma} - \frac{W_0 - U_0}{\gamma} \quad (13)$$

onde os parâmetros GM_0 e U_0 correspondem ao SGR80:

$$GM_0 = 39868600,5000 \times 10^9 \text{ m}^3\text{s}^{-2},$$

$$U_0 = 62636860,85 \text{ m}^2\text{s}^{-2},$$

e para R pode-se empregar $R = \sqrt[3]{a^2b}$ e GM está associado ao referencial local. Assim, a menos de aspectos relacionado com a mudança de referencial expressa pelo termo de grau zero, N e ζ tendem a assumir valores iguais para altitudes próximas de zero, ou, em outras palavras, o geoide e quase-geóide tendem a se confundir para altitudes próximas de zero se os referenciais dos distúrbios da gravidade foram devidamente compatibilizados. Este é o caso da aplicação da integral de Koch com base em distúrbios da gravidade que já estão expressos no SGR80. Assim a altura geoidal residual pode ser diretamente associada com a anomalia de altitude residual. O resultado obtido para a estação IMBI pode ser observado na Tabela 3.

Tabela 3: Resultado da anomalia de altitude na estação IMBI via potencial gravitacional por prismas com informação gravimétrica

Solução	Anomalia de altitude (m)
Efeito RTM + gravimetria	0,0366
EGM2008	0,8091
Solução RTM + MGG + g_{res}	0,8457

c) Solução gravimétrica do PVCG fixado:

Nesta solução o primeiro passo desenvolvido foi a conversão das anomalias da gravidade oceânicas em distúrbios da gravidade com base na (5).

Os dados das campanhas realizadas pelo LARAS são predominantemente distúrbios da gravidade continentais na região do entorno do DVB. Existem, em vista das características topográficas do entorno do DVB, vazios por falta de informação de gravimetria. Assim, na região, a informação gravimétrica foi complementada com dados extraídos do EGM2008 e, na parte oceânica, foram utilizados os dados provenientes do modelo DNSC08 e BGI.

A etapa de fusão dos valores dos distúrbios da gravidade foi realizada utilizando inicialmente o método de krigagem para a geração de grade regular de valores. Após a fusão dos dados continentais e oceânicos, a etapa seguinte foi a subtração desta grade com a dos distúrbios da gravidade oriundos do EGM2008. Visou-se assim à obtenção de uma grade residual dos distúrbios da gravidade para a região em estudo. Esta grade foi aplicada para solução numérica da expressão com base em uma superfície de extensão σ (FERREIRA, 2011):

$$\zeta_{res} = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} (\delta g_{res} + \mu_1 + \dots) \cdot K(\psi) d\sigma \quad (14)$$

Esta equação é obtida com base na série de Molodenskii, porém resolvida tendo como superfície limite (fixada) a superfície física da Terra, sendo:

$$\mu_1 = \frac{R^2}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{h' - h}{l_0^3} \delta g_{res} d\sigma \quad (15)$$

onde $l_0 = 2R \cdot \text{sen} \psi / 2$, sendo h e h' as altitudes

elipsoidais dos pontos de cálculo (DVB) e do ponto do elemento que está sendo integrado, e ψ é a distância geocêntrica dada em função das coordenadas geodésicas dos referidos pontos por:

$$\psi = \arccos(\sin\varphi \cdot \sin\varphi' + \cos\varphi \cdot \cos\varphi' \cdot \cos\Delta\lambda) \quad (16)$$

Os resultados para a estação IMBI podem ser visualizados na Tabela 4.

Tabela 4: Resultado da anomalia de altitude na estação IMBI via integração numérica

Solução	Anomalia de altitude (m)
Integração Numérica	0,0249
EGM2008	0,8091
Integ. Numérica + MGG	0,8340

Ainda no contexto desta solução, optou-se por um segundo teste, agora utilizando a CMQ para a fusão dos dados. Neste caso, a fusão foi realizada em duas etapas: a primeira gerando dois conjuntos de dados, um para a parte continental e outro para a parte oceânica; e a segunda etapa foi a fusão conjunta destes dados resultando em um modelo que contempla os dados em ambos subespaços. O resultado obtido com este novo experimento pode ser visualizado na Fig. 8 e os valores referentes à anomalia de altitude para a estação IMBI na Tabela 5.

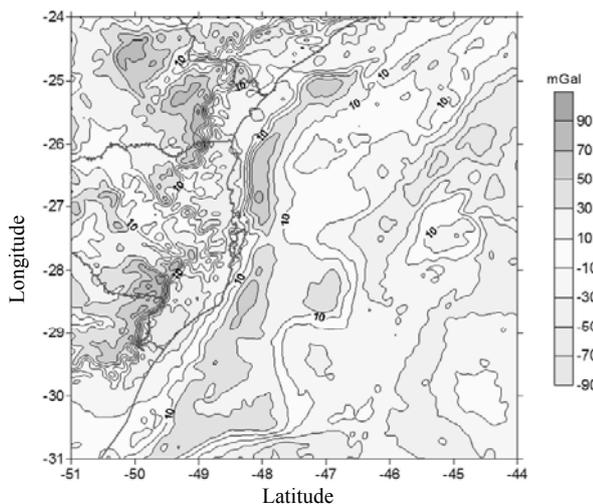


Fig. 8 - Resultado dos distúrbios da gravidade via CMQ.

Tabela 5: Resultado da anomalia de altitude na estação IMBI via CMQ

Solução	Anomalia de altitude (m)
CMQ	0,0462
EGM2008	0,8091
CMQ + MGG	0,8553

d) solução gravimétrica clássica do PVCG:

A solução gravimétrica clássica do PVCG se dá em quatro etapas (IAG, 2008):

- 1 – Redução do terreno
- 2 – Redução dos dados de gravidade em grade
- 3 – Restauração das anomalias *free-air*
- 4 – Predição do geóide final com base na técnica *remove-restore*.

Com a técnica *remove-restore* foi estabelecida a solução final na forma:

$$N = N_{MDE} + N_{\Delta g_{res}} + N_{EGM2008} \quad (17)$$

onde N_{MDE} é o efeito indireto; $N_{EGM2008}$ é altura geoidal obtida do EGM2008; e $N_{\Delta g_{res}}$ é a altura geoidal obtida com a aplicação da anomalia da gravidade residual:

$$\Delta g_{res} = \Delta g_{obs} - \Delta g_{EGM2008} - \Delta g_{MDE} \quad (18)$$

na integral de Stokes:

$$N_{res} = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g_{res} \cdot S(\psi) d\sigma \quad (19)$$

sendo $S(\psi)$ a função de Stokes.

Nesta solução foram utilizados todos os dados mencionados nas seções anteriores: os dados de gravimetria marinha do BGI e DNSC08, dados de gravimetria terrestre proveniente dos levantamentos de campo realizados pelo LARAS e dados gravimétricos da Poli-USP. A área de estudos foi reduzida para as proximidades do DVB (1° X 1°) visando minimizar o efeito de bordas.

O primeiro procedimento realizado foi a correção do terreno e o cálculo do efeito indireto para a região de estudo. Eliminando-se

ou deslocando-se as massas nos processos de reduções da gravidade da Terra para o nível do geóide, ocasionam-se mudanças no potencial da gravidade e, conseqüentemente no geóide. Esta mudança é denominada de efeito indireto das reduções gravimétricas (HEISKANEN; MORITZ, 1967). Portanto, a superfície calculada com a fórmula de Stokes é na realidade o “co-geóide”, cuja separação do geóide é o próprio efeito indireto.

Realizados os procedimentos de correção de terreno e do efeito indireto, a etapa subsequente foi a geração de uma grade regular contendo as informações de gravidade terrestre em concordância com a grade do DTM2006.0. Foram calculadas as anomalias Bouguer e a recomposição da anomalia free-air foi realizada a partir das anomalias de Bouguer. Na sequência foram obtidos os dados das anomalias do EGM2008 completando assim as informações necessárias para o cálculo das anomalias gravimétricas residuais.

O modelo com as anomalias gravimétricas residuais pode ser visualizado na Fig. 9.

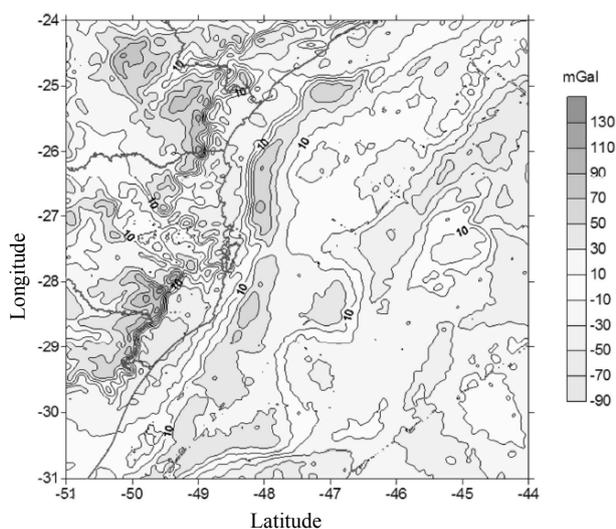


Fig. 9 - Anomalias gravimétricas residuais.

Preparados os dados das anomalias gravimétricas residuais da parte continental, busca-se a fusão dos dados dos dois subespaços (oceano-continente). Isto decorre do fato de que os dados de anomalias gravimétricas marinhas já passaram por esta etapa. A fusão é realizada antes do cálculo das alturas geoidais residuais e do cálculo do geóide propriamente dito. Nesta

etapa do trabalho também foram geradas duas soluções: a primeira utilizando fusão simples com krigagem e a segunda via CMQ.

As alturas geoidais residuais foram calculadas com base na Transformada Rápida de Fourier, trabalhando com a função de Stokes na forma esférica original. Pormenores podem ser vistos em Forsberg (1997).

Após este processo de recomposição, chega-se ao modelo geoidal final que pode ser visualizado na Fig. 10.

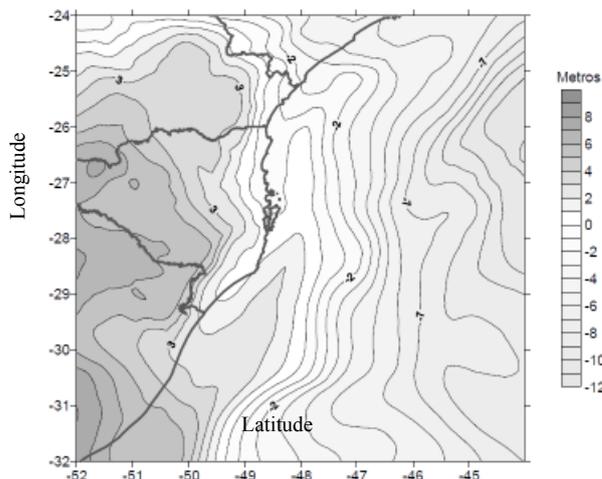


Fig. 10 - Ondulações geoidais finais.

A Tabela 6 mostra uma comparação entre os valores de altura geoidal para a estação IMBI obtidos através: da solução do PVCG na sua forma livre, do MGG EGM2008 e do MAPGEO2010:

Tabela 6: Comparações das alturas geoidais finais – 1ª solução

Solução para o geóide	Altura Geoidal (m)
PVCG /kriging	1,0060
EGM2008	0,8094
MAPGEO2010	1,2300

No experimento anterior, a fusão das anomalias gravimétricas residuais da parte continental com as da parte oceânica, foi realizada pelo método de krigagem. Considerando agora a fusão dos dados via CMQ e posterior geração de um modelo geoidal para a região de estudos, tem-se os resultados e comparações apresentadas na Tabela 7:

Tabela 7: Comparações das alturas geoidais finais – 2ª solução

Solução para o geóide	Altura Geoidal (m)
PVCG/CMQ	1,0110
EGM2008	0,8094
MAPGEO2010	1,2300

3. DISCUSSÕES DOS RESULTADOS

Buscou-se o refinamento do geóide global com base na determinação de efeitos locais de forma a reduzir o erro de omissão do modelo geoidal propiciado pelo EGM2008.

Na integração/fusão de dados nos dois subespaços, uma questão importante é a análise dos aspectos físicos da região no entorno do DV. A região de Imbituba/SC é bastante peculiar do ponto de vista físico. A região de restinga e planície costeira é bastante estreita (10 a 20 km) considerando-se a borda oceânica e a cadeia de montanhas da Serra do Mar com elevações de até 1880 m na região. Também no entorno de Imbituba existe um sistema de lagunas, já descrito por Ferreira (2008), que possui estreita relação com os efeitos hidrodinâmicos no DVB. Também, os efeitos das ressonâncias costeiras e frentes meteorológicas determinam componentes residuais de marés acentuadas conforme apontado Luz (2007). De Freitas et al. (2002) apontou deficiências em modelos de marés na região do DVB, indicando a necessidade da modelagem dos efeitos locais. Assim, optou-se por tomar-se por base o EGM2008 até seu grau e ordem 2159, apontado como uma das melhores opções de base para um SGA (IDHE, 2011). Este aspecto foi considerado como fundamental neste estudo em vista dos diversos referenciais de base envolvidos para as grandezas empregadas e respectivas reduções. Buscou-se a complementação de informações com base em novos levantamentos locais envolvendo cerca de 900 novas estações gravimétricas no entorno do DVB e não utilizadas na solução do EGM2008. Também utilizou-se MDEs de alta resolução para redução dos erros de omissão do EGM2008 bem como MDTs para redução de dados marinhos. Os aspectos relativos às diferentes resoluções espaciais foram compatibilizados com base em técnicas de fusão por kriging ou CMQ. Destaque-se que o SRTM30plus empregado para a técnica RTM, por incluir batimetria possui

uma resolução espacial de apenas cerca de 30” e isto certamente restringiu o desempenho da técnica RTM.

No entanto, deve-se destacar que a técnica RTM e a solução do PVCG na sua forma fixada independem de reduções baseadas em SGRs locais. Os resultados obtidos com estas abordagens resultaram muito próximos. Visou-se para efeitos de comparação também a construção de um grupo de soluções baseadas na forma clássica para a modelagem do geóide. Duas variantes de fusão de dados foram exploradas: a de kriging e a de CMQ, com o desenvolvimento de funções covariâncias empíricas (Pereira et al. 2011) e também para a predição em pontos amostrais ou em grade regular. A solução clássica é uma forma de comparar a viabilidade dos experimentos realizados bem como a comprovação da teoria do PVGC fixado. Ao todo foram obtidas sete soluções com resultados finais apresentados na Tabela 8.

Tabela 8: Soluções Abordadas

SOLUÇÃO	DIFERENÇAS DE ALTURAS GEOIDAIS ENTRE AS SOLUÇÕES ABORDADAS E O EGM2008 (m)	TNMM NO DVB OBTIDA EM FUNÇÃO DE CADA SOLUÇÃO* (m)
RTM COM GRADE	0,0530	0,4855 m
RTM PRISMA PONTUAL	0,0287	0,5098 m
RTM COM GRAVIMETRIA	0,0366	0,5019 m
PVCG FIXADO KRIGING	0,0249 m	0,5136 m
PVCG FIXADO CMQ	0,0462 m	0,4923 m
PVCG LIVRE KRIGING	0,1970 m	0,3415 m
PVCG LIVRE CMQ	0,2020 m	0,3365 m
MAPGEO2010	0,4210m	0,1175m

*Foram tomadas como base a altitude reajustada da RN 4X (IBGE, 2011) e a estação IMBI.

4. CONCLUSÕES

A busca do vínculo da Rede Altimétrica Fundamental do Brasil com um Sistema Global de Altitudes foi explorada no presente trabalho. Como estratégias para tal foram desenvolvidas soluções livres e fixadas do PVCG de forma pontual ou estendida em região contígua ao DVB. Em vista da pluralidade das bases de dados existentes, foram fundamentais as discussões das resoluções espaciais, referenciais envolvidos e estratégias de fusão dos dados. Foram buscadas formas de complementação das informações gravimétricas, tendo em vista a ausência de dados associada às cadeias de montanhas e

grande extensão dos Sistema Lagunar de Imarui, contíguos ao DVB.

Foram consideradas as novas possibilidades trazidas pela técnica RTM e também as novas estratégias para a solução do PVCG em sua forma fixada, utilizando os distúrbios da gravidade e a modelagem do quase-geóide, determinando a anomalia de altitude que independe de reduções como na forma do PVCG livre. No entanto, não se prescindiu da modelagem clássica do geóide para a região. Ao todo foram realizadas sete soluções.

As soluções encontradas, conforme a tabela 8 da seção anterior mostram uma estabilidade para as soluções fixadas, apontando uma TNMM em torno de 50 cm no DVB.

As duas soluções livres apontam para uma TNMM em torno de 33 cm as quais são consistentes com a solução de Ferreira (2008) obtida por modelagem do potencial perturbador a partir do nível médio de sistema lagunar de Imarui. Nestas soluções existem ainda efeitos do termo de ordem zero que não podem ser totalmente determinadas em vista da pluralidade de referenciais envolvidos.

Destaque-se que se utilizada a altura geoidal de 42,10 cm dada pelo MAPGEO2010 para o DVB, a TNMM por ele definida é de 11,78 cm, a qual não é consistente com as soluções dos MGGs globais mais aceitos na atualidade, bem como com as soluções obtidas neste trabalho.

AGRADECIMENTOS:

Ao CNPq pelo apoio financeiro, processos 301797/2008-0, 479838/2006-2. Aos colegas Karoline P. Jamur, Rogers A. D. Pereira, e Claudia Tocho pelos auxílios nas análises efetivadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARDALAN, A. A. et al. An overdetermined geodetic boundary value problem approach to telluroid and quasi-geoid computations. **Journal of Geodesy**, Springer Berlin, Heidelberg, 2010. V. 84, p. 97-104.

BOSCH, W. The sea surface topography and its impact to global height system definition. In: DREWES, H.; DODSON, A. H.; FORTES, L. P. S.; SÁNCHEZ, L.; SANDOVAL, P. **Vertical Reference Systems**. IAG Symposium 124, Cartagena, Colômbia. Berlim: Springer-Verlag,

2002. p. 225-230.

BGI. **Data / Products**. Disponível em: <<http://www.geodesie.ird.fr/bgi/>>. Acessado em: 2008/2009.

BURŠA, M., KENYON, S., KOUBA, J., RADÉF, K., VATRT, V., VOJTÍŠOVÁ, M., ŠIMEK, J. World height system specified by geopotential at tide gauge stations. In: DREWES, H.; DODSON, A. H.; FORTES, L. P. S.; SÁNCHEZ, L.; SANDOVAL, P. **Vertical Reference Systems**. IAG Symposium 124, Cartagena, Colômbia. Berlim: Springer-Verlag, 2002. p. 291-296.

CUNDERLÍK, R.; TENZER, R.; MIKULA, K. Fixed Gravimetric for a realization on the vertical datums. In: Reference Frames for Applications in Geosciences (REFAG2010). **REFAG2010 Proceedings**. Paris, France, October 4 – 8, 2010.

DE FREITAS, S. R. C. ; SANTOS JR, G. ; FAGGION, Pedro Luis ; GEMAEL, Camil ; SILVA JR, J. ; SIMÕES, K. . Concepção dos levantamentos gravimétricos para o estabelecimento de rede gravimétrica de alta precisão no estado do Paraná. In: EDSON APARECIDO MITISHITA. **Série Brasileira em Ciências Geodésicas - Pesquisa em Geodésia**. 1 ed. Curitiba: Editora da UFPR, 2002, v. II, p. 41-56.

DE FREITAS, S. R. C. de, FERREIRA, V. G., PALMEIRO, A. S., DALAZOANA, R., LUZ, R. T., FAGGION, P. L. Modelagem do potencial anômalo no Datum Vertical Brasileiro visando sua nova definição. **Boletim de Ciências Geodésicas**. Vol. 13, nº 2, p. 395-419, jul-dez, 2007.

DNSC. **Scientific data and models**. Disponível em: <<http://www.space.dtu.dk/english.aspx>>. Acessado em: 2008/2009/2010/2011.

EGM2008. **Products and Services**. Disponível em: <<http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/>>. Acessado em: 2008/2009.

FERREIRA, V. G. **Análise da componente anômala do geopotencial no datum vertical brasileiro com base no sistema lagunar de Imarui, SC**. 115 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas), Departamento de

- Geomática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008. 115p.
- FERREIRA et al. Determinação da diferença de geopotencial do Datum Vertical Brasileiro relativa ao Earth Gravity Model 2008. **Revista Brasileira de Cartografia** No 62/03, 2010. (ISSN 0560-4613), 2010.
- FERREIRA, V. G. **Solução do tipo Brovar para o segundo problema de valor de contorno da geodésia com vistas à modernização de sistemas de altitudes**. Tese de doutorado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, UFPR, Curitiba, 171p. 2011.
- FORSBERG, R. – Terrain effects in geoid computations. In: **International Geoid School (IAG)**. Rio de Janeiro, 1997. 75p.
- FU, L., CAZENAVE, A. Satellite Altimetry and Earth Sciences – A handbook of techniques and applications. **International Geophysics Series**, v. 69. USA, 2001.
- GERLACH, C; RUMMEL, R. Global height system unification with GOCE: a simulation study on the indirect bias term in the GBVP approach. **Journal of Geodesy** (Online First™). DOI 10.1007/s00190-012-0579-y, 14th July 2012.
- GFZ/ISDC. **GeoForschungsZentrum Potsdam, Information Systems and Data Center Global Earth Science Data**. Disponível em: <http://www.gfz-potsdam.de/welcome_en.html>. Acessado em: 21/10/2009.
- HECK, B., RUMMEL, R. Strategies for solving the Vertical Datum problem using terrestrial and satellite geodetic data. In: SÜNKEL, H., BAKER, T. **Sea Surface Topography and the Geoid**. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 1990. p. 116-128.
- HECK, B.; SEITZ K. A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modeling. **Journal of Geodesy**, Springer Berlin, Heidelberg, 2007. V. 81, n. 2, p. 121-136.
- HECK B (2011) A Brovar-type solution of the fixed geodetic boundary-value problem. **Studia Geophysica et Geodaetica** 55 (3):441-454. doi:10.1007/s11200-011-0025-2.
- HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. **Physical Geodesy**. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1967. 364p.
- HIRT, C; FEATHERSTONE, W. E.; MARTI, U. Combining EGM2008 and SRTM/DTM2006.0 residual terrain model data to improve quasigeoid computations in mountainous areas devoid of gravity data. **Journal of Geodesy**. Springer Berlin, Heidelberg, 2010. V. 84, n.9, p. 557-567.
- HOFMANN-WELLENHOF, B.; MORITZ, H. **Physical Geodesy**. New York: Springer, 2005. 403p.
- IAG - Publications. Disponível em: <<http://www.iag-aig.org/>>. Acessado em: 2008/2010.
- IBGE. **Resolução do Presidente – R.PR – 1/2005**. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/pmrg/legislacao/RPR_01_25fev2005.pdf>. Acesso em: 2010.
- ICGEM. **Calculation Service**. Disponível em: <<http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/ICGEM.html>>. Acessado em: 2009/2010/2011.
- IDHE, J. **Realization of a World Height System (WHS)**. 2009. Draft Pilot Project IAG.
- IDHE, J. Inter-Commission Project 1.2: Vertical Reference Frames. **Report of the International Association of Geodesy 2007-2011 – Travaux de l'Association Internationale de Géodésie 2007-2011**.
- IGeS – **International Geoid Service**. Escola do Geóide. Buenos Aires, AR, 2007.
- KLEES R.; PRUTKIN I. The combination of GNSS-levelling data and gravimetric (quasi-) geoid heights in the presence of noise. **Journal of Geodesy**, Springer Berlin, Heidelberg, 2010. V. 84, n. 12, p. 731-749.
- LEHMANN, R. Altimetry-gravimetry problems with free Vertical Datum. **Journal of Geodesy**, Springer Berlin, Heidelberg, 2000. V. 74, n. 3-4, p. 327-334.
- LUZ, R. T., BOSCH, W., FREITAS, S. R. C., DALAZOANA, R., HECK, B. Coastal satellite altimetry data and the evaluation of Brazilian Vertical Reference System and Frame. In: V Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas, 2007. **Anais do II Simpósio Brasileiro de**

Geomática e V Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas, Presidente Prudente: 2007, p. 1071-1074.

PAVLIS N. K.; FACTOR, J. K.; HOLMES S. A. Terrain-Related Gravimetric Quantities Computed for the Next EGM. In: **1st International Symposium of the International Gravity Field Service 2006**. IGFS 2006. Istanbul, Turkey. 2006.

PEREIRA, R.A.D. ; MONTECINO, H. ; DE FREITAS, S. R. C. ; DALMOLIN, QUINTINO ; FERREIRA, V.G. . Determinação da função covariância local para a predição de anomalias da gravidade Bouguer e valores da gravidade

visando a obtenção de números geopotenciais.. **Boletim de Ciências Geodésicas** (Impresso), v. 17, p. 239-253, 2011.

RIO, M.H.; HERNANDEZ, F. A mean dynamic topography computed over the world ocean from altimetry. **Journal of Geophysical Research**, France, v. 109, C12032, 2004. 19p.

UCSD - University of California San Diego. **Shuttle Radar Topography Mission – SRTM30plus** . Disponível em: <http://topex.ucsd.edu/WWW_html/srtm30_plus.html>Acessado em: 2009.

TORGE, W. **Geodesy**. 3. ed. Berlin; New York: Walter de Gruyter, 2001. 416p.