

DETERMINANDO A VARIAÇÃO DO PADRÃO FRACTAL DE REDE DE DRENAGEM UTILIZANDO DADOS SRTM, LASER SCANNING E BASE CARTOGRÁFICA

The Fractal Pattern Range of a Drainage Network using SRTM, Laser Scanning and Base Map Data

Fernanda Simoni Schuch¹
Carlos Loch²

¹**Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Santa Catarina – IFSC**
Departamento Acadêmico de Construção Civil
Av. Mauro Ramos 950, Centro, Florianópolis/SC CEP 88020-300
fernandass@ifsc.edu.br

²**Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC**
Departamento de Engenharia Civil
Campus Universitário, Trindade, Florianópolis/SC, CEP 88040-900
loch@ecv.ufsc.br

RESUMO

Este artigo tem como objetivo determinar e analisar a complexidade da rede de drenagem da Bacia Hidrográfica do Rio Cachoeira e sub-bacias a partir do cálculo da dimensão fractal (Df). O método aplicado foi o Box-counting e os dados utilizados provem de: base cartográfica produzida por aerofotogrametria (escala 1:1000), sensor aerotransportado Laser Scanning e do Shuttle Radar Topography Mission (SRTM). As análises basearam-se na comparação dos resultados obtidos através da determinação da dimensão fractal da rede de drenagem da área de estudo e seu intervalo de variação. Tais diferenças ocorreram pelo uso de diferentes produtos do sensoriamento remoto, os quais apresentaram diferenças na representação da mesma rede de drenagem, levando ao cálculo da média e desvio padrão. Os resultados mostram uma Df variando de 1,087 e 1,282 para a bacia hidrográfica como um todo e, para as sub-bacias, esta variação ficou entre 1,003 e 1,384. As análises mostram que não necessariamente o produto do sensoriamento remoto com maior resolução ou escala (laser scanning e base cartográfica) fornece os maiores valores de Df como esperado. Isto reforça o fato de que a variação dos valores é também função dos processos envolvidos para a obtenção da rede de drenagem em si. Na base cartográfica os processos de que a fotointerpretação e a generalização cartográfica podem exercer influência enquanto que, no caso do laser scanning e SRTM se deve em função do número de células (pixels) utilizadas no modelo matemático utilizado para extração da rede de drenagem. O elemento analisado possui característica multifractal e auto-similaridade com mediana complexidade com valores de Df que variam dentro do esperado para um elemento fractal.

Palavras chaves: Dimensão Fractal, Rede de Drenagem, Laser Scanning, SRTM.

ABSTRACT

This paper goal is to determine and analyze the Cachoeira's River Basin and sub-basins drainage network complexity with the calculi of its fractal dimension (Fd). The applied method was the box-counting and the data used to it come from: a aerophotogrametric produced base map (1: 1000 scale), Airborne Laser Scanning Sensor and Shuttle Radar Topography Mission (SRTM). These analyzes were based in the comparison of results obtained determining the fractal dimension of the study area drainage network and its variation. The differences occurred by using different products of the remote sensing, that showed differences to the same drainage network representation, leading to the mean and standard deviation calculation. The results showed a Fd variation between 1,087 and 1,282 to the river basin and between 1,003 and 1,384 to the sub-basins. The analyzes showed that not necessarily the remote sensing product with the highest resolution or scale (laser scanning and base map) provided the highest values of Fd as expected. It reinforces the fact that the variation of Fd values is also function of the process involved to obtain the drainage network itself. At the base map the photointerpretation and cartographic generalization process can influence while, in the laser scanning and SRTM data, it happens because of the number of cells (pixel) used in the mathematical modeling used to extract the drainage network. The analyzed element has multifractal and self-similarity characteristics with a medium complexity and Fd values in a range between expected by a fractal element.

Keywords: Fractal Dimension, Drainage Network, Laser Scanning, SRTM.

1. INTRODUÇÃO

A descrição das formas de uma rede de drenagem através da determinação e análise da sua dimensão fractal a partir de diferentes produtos do sensoriamento remoto é o objetivo central deste artigo.

O cálculo da dimensão fractal (D_f) de um elemento ocorre a partir da aplicação da teoria fractal. Esta teoria foi desenvolvida por Benoît Mandelbrot em 1975, matemático francês nascido na Polónia, o qual descobriu a geometria fractal na década de 50 do século XX. A palavra “fractal” deriva do adjetivo latino *fractus*, do verbo *frangere*, que significa quebrar (Almeida, 2006). Ao incorporar os fractais na geometria e associá-los com elementos da natureza, Mandelbrot passou a ser considerado “Pai” da geometria fractal moderna, também conhecida como geometria da natureza.

A geometria fractal fornece as ferramentas adequadas para quantificar a rugosidade ou textura existente acerca de um objeto natural em diferentes escalas. Os modelos fractais são projetados para descrever a textura da superfície mostrando a similaridade existente nas feições que se propaga num determinado leque de escalas espaciais. (Pachepsky et al, 1997).

É esperado que um elemento cujas dimensões e forma tenham sido obtidas por diferentes produtos do sensoriamento remoto apresentem diferenças numéricas, no entanto, de acordo com a teoria fractal, devem mostrar um padrão similar deste elemento nas diferentes escalas mostrando a complexidade do elemento analisado. Esta análise ocorre através da determinação da dimensão fractal deste elemento.

A fim de cumprir o objetivo da pesquisa obtendo-se a rede de drenagem da Bacia Hidrográfica do Rio Cachoeira (BHRC) em diferentes escalas de análise, utilizaram-se diferentes produtos do sensoriamento remoto aplicando a estes, o método de contagem de caixas (Box-counting) para determinação de sua dimensão fractal.

A caracterização fractal da rede de drenagem da bacia hidrográfica surge da necessidade de se compreender melhor como ocorrem os fenômenos hidrológicos levando-se em conta os fatores geomorfológicos que os influenciam. A quantificação deste elemento, a determinação de parâmetros relativos a sua forma ocorridas nas diferentes escalas, em diferentes níveis de observação, fornece informações as quais podem ser utilizadas em diferentes níveis de planeamento de recursos hídricos (Vestena e Kobiyama, 2010).

Estudos acerca dos valores encontrados de dimensão fractal para redes de drenagem mostram como resultados a variação de valores obtidos em função da aplicação de diferentes métodos para o cálculo de dimensão fractal também discutindo-se a variação de resultados em função dos diferentes produtos cartográficos utilizados para tanto (Da Silveira 2006). É difícil, no entanto, encontrar-se uma comparação de

valores obtidos para uma mesma rede de drenagem com a utilização de dados obtidos a partir de sensores com características bem distintas. Neste sentido, este artigo vem a contribuir cientificamente quantificando a esta variação ocorrida e confirmando a característica de auto-similaridade em análises multiescalares.

2. ÁREA DE ESTUDO

A Bacia Hidrográfica do Rio Cachoeira (BHRC), área de estudos desta pesquisa, está localizada no município de Joinville (figura 1) no Estado de Santa Catarina.

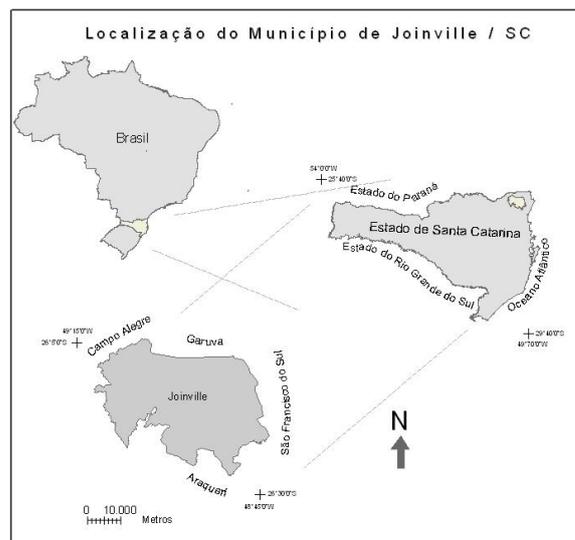


Fig. 1 - Localização do Município de Joinville.
Fonte dos dados: IBGE, 2008

Possui uma área de aproximadamente 12.542 hectares, perímetro de 64,75 km, 180,40 km de extensão dos rios e uma densidade de drenagem de 1,44.

Na região oeste do município observa-se a Serra do Mar com montanhas alcançando altitudes de até 1.325 metros. No leste, há uma área de sedimentação costeira, recortada por manguezais. A região de planície, onde se desenvolve a ocupação urbana, é coberta por morros que mantém intactas áreas da mata atlântica. A vegetação predominante pode ser classificada de uma forma geral como Floresta Ombrófila Densa, é parte integrante do domínio da Floresta Atlântica. O relevo da cidade é considerado plano, com poucas elevações possuindo montanhas elevadas no entorno da cidade, o clima é o subtropical e seu rio principal é o Rio Cachoeira (IBGE, 2008). A área no entorno do Rio Cachoeira é quase totalmente urbanizada restando apenas alguns manguezais.

A localização do município de Joinville na Baía da Babitonga e as características geográficas do mesmo (relevo, clima, etc.) fazem com que esteja suscetível a ocorrência de enchentes principalmente na área urbanizada onde a BHRC (figura 2) se enquadra.



Fig. 2 - Localização da bacia hidrográfica do Rio Cachoeira no Município de Joinville.
Fonte dos dados: IBGE, 2008

Para realizar uma análise mais aprofundada subdividiu-se a área de estudo em sub-bacias (figura 3). O que auxiliou no processo de comparação de valores de Df e análise da auto-similaridade e multifractalidade da rede de drenagem.



Fig. 3 - Localização das sub-bacias da Bacia Hidrográfica do Rio Cachoeira. Fonte dos dados: IBGE, 2008

Afim de melhor caracterizar as sub-bacias classificou-se os cursos d'água de acordo com o proposto por Strahler (tabela 1).

TABELA 1 – ORDEM DAS SUB-BACIAS SEGUNDO A CLASSIFICAÇÃO DE STRHALER.

Bacia	Ordem
1 – Rio Velho	3
2 – Itaum	4
3 - Bucareim	3
4 - Cachoeira	3
5 - Boa Vista	2

3. REVISÃO DE LITERATURA

Os primeiros desafios ao Princípio Euclidiano da geometria surgiram com os matemáticos Hausdorff, Cantor, Koch e Sierpinski que pensavam na dificuldade de descrever todas as formas da natureza a partir de linhas, círculos e cubos. No início do século XX, Hausdorff e Besicovitch adiantaram as primeiras idéias sobre a geometria dos fractais. Porém, o tema passou a chamar atenção de matemáticos como Mandelbrot, ao realizar vários estudos sobre a similaridade de objetos quando observados em escalas diferentes. Para compreender-se melhor um fractal pode-se observar a curva de Koch (figura 4) a qual, apesar da simplicidade de construção, permite entender algumas das características fundamentais dos objetos fractais, como a estrutura fina e auto-similaridade. Para construção da linha de Koch parte-se de um segmento de reta de comprimento unitário, chamado de iniciador, que é dividido, na primeira etapa, em três partes. Na segunda, substitui-se o terço médio do segmento iniciador, por dois lados de um triângulo equilátero com comprimento igual ao segmento removido. Na figura gerada, repete-se o mesmo procedimento em cada segmento. Nesse processo de construção, pode-se visualizar uma das propriedades dos fractais que é a auto-similaridade na qual cada segmento, em determinada etapa, é uma versão escalonada da etapa anterior. Outra característica dos fractais visualizada em cada parte da curva de Koch é a sua estrutura fina que se associa à conservação do grau de detalhamento do objeto fractal quando observado uma porção arbitrariamente pequena do mesmo. Essa possui a mesma riqueza de detalhes da curva inteira, embora suas imagens estejam sujeitas a um limite de detalhamento pelo poder de resolução do meio no qual se faz sua representação (Mandelbrot, 2006).

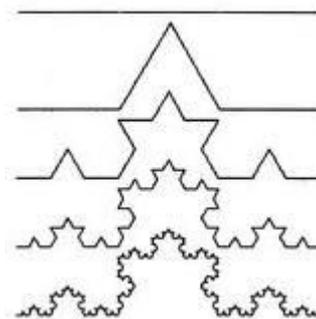


Fig. 4 - Curva de Koch.
Fonte dos dados: Mandelbrot, 2006

A auto-similaridade acima citada é caracterizada estatisticamente, pois verifica-se que os elementos de uma parte do objeto enquadram-se em uma modalidade de distribuição estatística, com uma certa média e desvio padrão (Mandelbrot, 2006). A determinação do padrão fractal neste trabalho implica, portanto, na medição da variação deste padrão através do cálculo da média e desvio padrão.

Serra e Karas (1997) citaram como um gênero da propriedade de auto-similaridade dos objetos fractais a propriedade de auto-afinidade encontrada em muitos objetos da natureza. Eles afirmam que os fractais são igualmente formados por mini-cópias, mas estas não mantêm fixas as proporções originais, ou seja, eles são invariantes sob transformações anisotrópicas. Isso ocorre quando uma porção menor do todo parece ter sofrido diferentes reduções de escala nas direções longitudinais e transversais. Esse escalonamento desigual resultará em distorções na réplica menor.

Quando um elemento apresenta diferentes dimensões fractais em diferentes regiões de um elemento base diz-se que este elemento possui características multifractais. As medições multifractais dizem respeito ao estudo da distribuição de quantidades físicas num elemento base o qual pode ser uma linha, um plano, a superfície de uma esfera ou um volume (Rodríguez-Iturbe & Rinaldo 2001). No caso deste artigo serão realizadas medições determinando a característica fractal de uma bacia hidrográfica e suas sub-bacias verificando-se a existência da multifractalidade do elemento analisado: a rede de drenagem.

3.1 Dimensão Fractal

A geometria clássica euclidiana considera que uma linha reta possui uma dimensão; uma superfície plana possui duas dimensões; um ponto possui dimensão zero e um sólido possui três dimensões. A dimensão de uma figura assim caracterizada é uma dimensão topológica que se exprime sempre por um número inteiro. Já a dimensão fractal quantifica a complexidade ou irregularidade de um objeto fractal, mas não sua forma. Portanto, um objeto com menor dimensão fractal é menos complexo do que um objeto com uma maior dimensão fractal (Rodríguez-Iturbe & Inacio, 2001).

Christofolletti e Christofolletti (1994) estabeleceram valores de dimensão fractal em função da estrutura espacial do elemento analisado sendo que para estruturas espaciais lineares tais quais os meandros dos cursos fluviais e as linhas costeiras espera-se valores fractais entre 1,0 e 1,99. Logo, para as redes de drenagem quanto mais próximo de 1 o valor de sua Df, menos complexo o objeto e, quanto mais próximo de 1,99 mais complexo.

3.2 Box-counting

A determinação da complexidade de um elemento ocorre a partir da aplicação de um modelo matemático. Muitos são os métodos estudados para o cálculo da dimensão fractal, no entanto, nem todos os métodos podem ser aplicados a todo tipo de estrutura. Isso ocorre por que cada método se baseia num tipo de medição diferente do objeto analisado, gerando resultados diferentes para um mesmo objeto (Backes e Bruno, 2005).

Dentre os métodos desenvolvidos para o cálculo da dimensão fractal, o box-counting é apontado como o

mais simples de ser utilizado e um dos que propiciam melhores resultados nas análises. Backes et al (2007), por exemplo, trabalhou o cálculo da dimensão fractal em áreas urbanas utilizando os métodos de bouligand-minkowski e Box-counting tendo como resultado a indicação de que o segundo método forneceu um melhor resultado. Este método é freqüentemente utilizado quando se tratam das ciências naturais (Rodríguez-Iturbe & Inacio, 2001).

Para estimar a dimensão fractal com o método Box-counting cobre-se o objeto (a imagem) com um grid de tamanho 'd' e conta-se o número de grids (de quadros) que contém alguma parte do objeto aplicando-se a equação 1:

$$D = \lim_{d \rightarrow 0} \frac{\log N}{-\log d} \quad (1)$$

Onde, d é a dimensão do grid (quadro) e N é o número de quadros que contém parte do elemento.

Posteriormente plota-se os valores obtidos num gráfico log N x log d cujo coeficiente angular (k_0) numa equação tal qual a equação 2 abaixo, é o valor da Df:

$$\text{Log}N(d) = -k_0 \log d + \log \mu \quad (2)$$

Para análise das redes de drenagem pesquisadores têm encontrado valores de dimensão fractal distintos em função do método aplicado para sua determinação, dos dados utilizados para tal bem como da geomorfologia da área analisada. Vestena e Kobiyama (2010), por exemplo, encontraram valores entre 1,66 e 1,81 para a Bacia Hidrográfica do Rio Caeté aplicando o método Box-counting para uma base cartográfica na escala 1: 50 000. Lopes, Paula e Vieira (2002) utilizaram o mesmo método para determinar a fractalidade da rede de drenagem da cidade do Rio de Janeiro e obtiveram para uma carta na escala 1:200 000 valores de dimensão fractal analisados na forma matricial e vetorial. Na forma matricial obtiveram o intervalo de 1,23±0,09 enquanto que na forma vetorial 1,15±0,08. Os mesmo pesquisadores afirmam que a discrepância entre os valores obtidos observando-se os desvios da média foram relativamente altos entre 6,5 e 7% estando, no entanto, coerentes com o domínio das fractalidades de rios apresentados por Hack (1957): entre 1,1 e 1,3.

4. MATERIAL E MÉTODO

4.1 Material

Foram utilizados nesta pesquisa, os seguintes equipamentos:

1. 01 computador Pentium V;
2. Software ArcGIS 9.1;
3. Planilha eletrônica para o cálculo da dimensão fractal e análises – Excel 2007.

A tabela 2 (abaixo) mostra os produtos do sensoriamento remoto de onde se extraíram as redes de drenagem na forma vetorial.

TABELA 2 – DADOS UTILIZADOS NA PESQUISA

Tipo do dado	Ano	Escala / resolução/ Precisão	Descrição
Nuvem de pontos	2007	4 metros no modelo tridimensional	Laser Scanner
Vetorial	2007	1: 1 000	Base cartográfica
Matricial	2005	90 metros	SRTM

Os dados laser scanning e a base cartográfica foram gentilmente cedidos para pesquisa pela empresa Aeroimagem Aerolevantamentos S/A em concordância com a prefeitura municipal de Joinville/SC. Os dados laser scanning, obtido com o sensor Leica ALS 60, no entanto, não recobrem totalmente a área de estudo o que deixou a análise sub-bacia do Rio Velho prejudicada por falta de dados.

4.2 Método

Determinar o padrão fractal de uma rede de drenagem envolve dois pontos importantes: o primeiro é a escolha do método para o cálculo da dimensão fractal e, o segundo a origem dos dados a serem utilizados. O método adotado nesta pesquisa é a contagem de caixas (Box-counting) método este já utilizado por pesquisadores para o cálculo da dimensão fractal de redes de drenagem (Backes et al, 2007, Bartolo et al, 2005, entre outros). Os diferentes produtos obtidos por sensoriamento remoto, com diferentes resoluções e escalas, fornecem diferentes dados a serem analisados o que, ao final, fornece uma análise mais complexa da característica da auto-similaridade definindo o grau de irregularidade do elemento em diferentes escalas.

A rede de drenagem da base cartográfica foi extraída separando-se os níveis de informação da rede fluvial de 743 cartas no formato digital obtendo-se a rede de drenagem da figura abaixo.

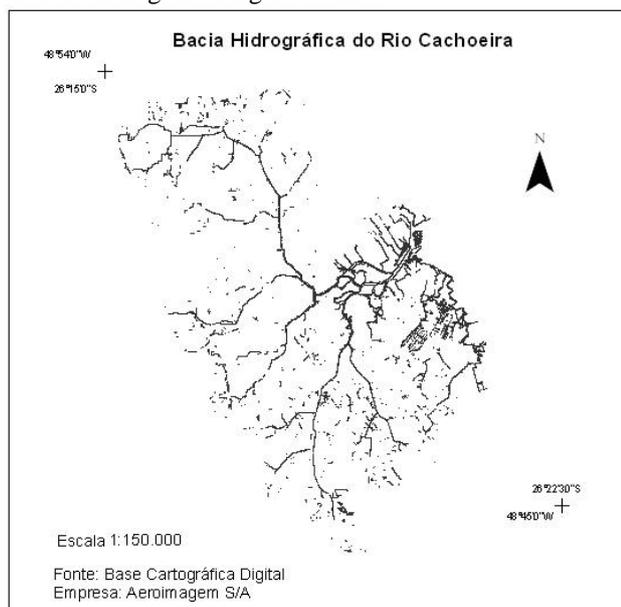


Fig. 5 - Redes de drenagem obtidas da Base

Cartográfica. Fonte dos dados: Aeroimagem S/A, 2007

Para os produtos laser scanning e SRTM obteve-se a rede de drenagem através da extração automática dos respectivos Modelos Digital do Terreno (MDT). Para tanto deve-se inicialmente corrigir falhas como a existência de depressões ao longo dos canais fluviais (sinks). Posteriormente aplica-se a metodologia proposta por Tarboton & Rodríguez-Iturbe (1991) na qual utiliza-se um grupo de 8 células (pixels) para determinar a direção de fluxo da rede de drenagem, algoritmo conhecido como D8, devendo-se, neste momento, definir o número de células que serão utilizadas no procedimento e, finalmente, obtém a rede de drenagem.

Os dados laser scanning encontravam-se registrados na forma de um arquivo *.txt o qual foi importado no software ArcGIS gerando-se um arquivo geodatabase onde observou-se que a distância entre os pontos acerca da superfície distam de 4 metros entre si. A partir da geração deste arquivo foi possível a extração da rede de drenagem variando-se o número de células utilizadas para tal. Inicialmente gerou-se uma rede de drenagem com um grupo de 10.000 células e, posteriormente com um grupo de 5.000 células. Objetiva-se assim quantificar a discrepância do valor da dimensão fractal variando-se este parâmetro (número de células) o que conseqüentemente varia a forma da rede de drenagem. As diferentes redes de drenagem geradas podem ser observadas na figura que segue.

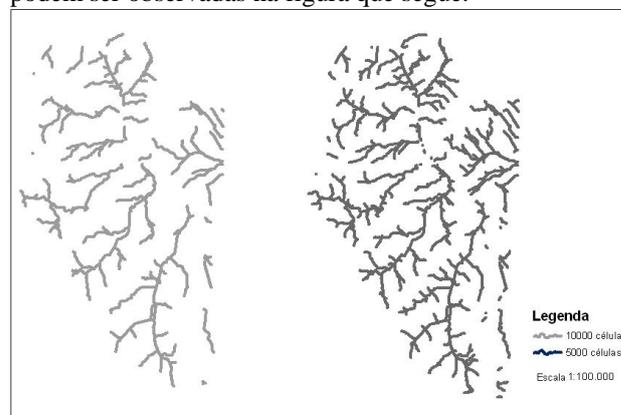


Fig. 6 - Redes de drenagem obtidas a partir dos dados Laser Scanning. Fonte dos dados: Aeroimagem S/A, 2007

Um MDT dos dados SRTM obtidos no site da Embrapa (Miranda, 2009) com pixel de 90 metros. Sendo assim, manipulou-se este produto para extrair a rede de drenagem da bacia hidrográfica utilizando-se conjuntos de 500, 250, 100 e 50 células para tanto (figura 7). A variação do número de células tem como objetivo calcular a discrepância nos valores de dimensão fractal em função da variação deste parâmetro como no caso dos dados laser scanning.

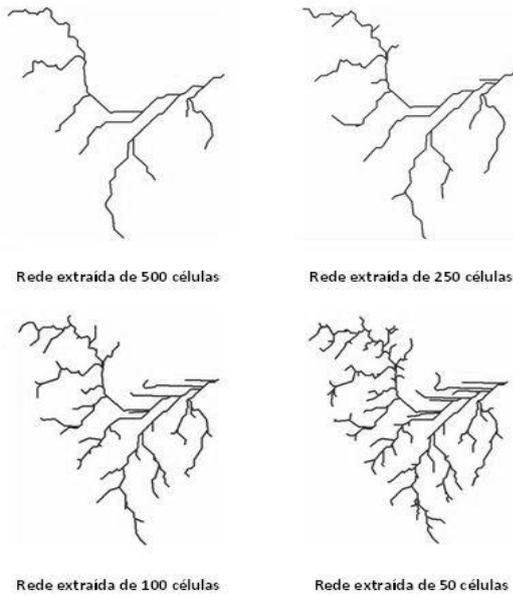


Fig. 7 - Redes de drenagem obtidas a partir dos dados SRTM. Fonte dos dados: Miranda, 2005

Percebe-se que ao gerar a rede de drenagem da Sub-bacia do Boa Vista ocorre o aparecimento de redes de drenagem retilínea. De fato, para áreas muito planas o MDT gerado a partir do SRTM não apresenta bons resultados como comprovado por Filho et al (2009) os quais identificaram em sua pesquisa haver maior compatibilidade da rede de drenagem em áreas de planalto. No entanto, ao verificar-se a rede de drenagem obtida na base cartográfica de 2007 de escala 1:1 000 observa-se também a presença de canais retificados na sub-bacia do Boa Vista em função da existência de canais retificados na área urbana do município. Em função disso, os canais retilíneos obtidos com os dados SRTM serão mantidos nas análises dos dados.

Para se chegar ao valor da Df do elemento no formato vetorial são necessárias as etapas mostradas na figura abaixo combinando-se um software de Sistema de Informações Geográficas (SIG) e planilha eletrônica.

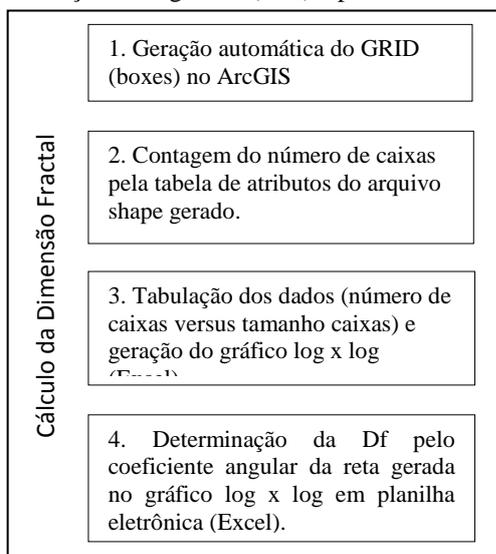


Fig. 8 - Sequência de aplicação do método Box-counting.

Fonte: própria.

Os grids utilizados neste procedimento variaram nas dimensões: 1000 x 1000 metros, 500 x 500m, 250 x 250m, 100 x 100m e 50 x 50m (figura 9). Cinco (5) diferentes tamanhos os quais propiciaram 5 pontos em cada gráfico de reta cujo coeficiente angular no dá a dimensão fractal do objeto analisado.

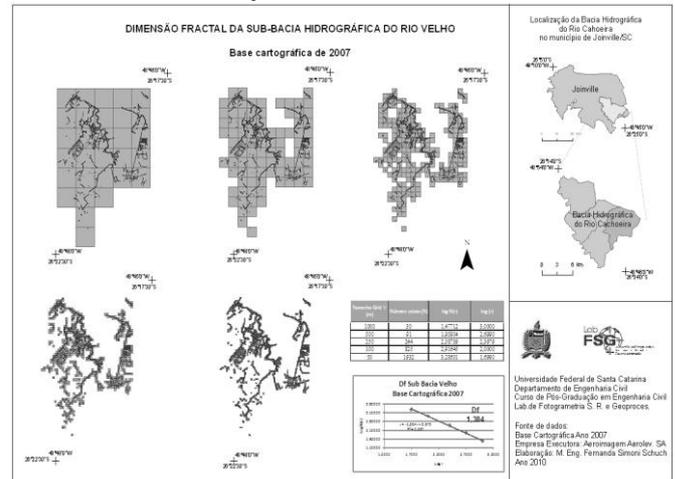


Fig. 9 - Representação da variação do grid no método Box-counting. Fonte: própria.

5. RESULTADOS E ANÁLISES

Neste tópico apresenta-se os valores de dimensão fractal obtidos com a aplicação do método Box-counting e analisa-se os valores gerados a partir destes.

Numa análise multitemporal é previsível que se observem alterações da rede de drenagem, seja pela alteração natural dos cursos da rede de drenagem ou pela alteração provocada por projetos de macrodrenagem. Analisando-se dados de diferentes sensores obtidos num curto espaço de tempo (2000 e 2007) verifica-se a variação do padrão fractal encontrado considerando-se a característica de auto-similaridade do objeto analisado, levando-se em conta que as variações na estrutura de drenagem não tenham sido significativas neste período de tempo.

Calculou-se a média e o desvio da média aos valores de Df obtidos.

5.1 Fatores relevantes a serem observados

No processo de extração da rede de drenagem utilizado para os dados SRTM e laser scanning o modelo matemático utiliza um grupo de células para extrair a informação altimétrica e gerar as redes de fluxo. Variando-se os valores de quantidades de células obtêm variadas redes de drenagem.

Em função disto realizou-se uma análise acerca dos diferentes resultados obtidos. Para os dados laser scanning adotou-se um grupo de 10.000 e outro de 5.000 células, grupos que representam respectivamente 1 hectare e 0,5 hectare. O mesmo procedimento foi adotado para extração da rede de drenagem dos dados SRTM de modo a padronizar-se a obtenção dos dados

por extração automática da rede de drenagem variando-se em 500, 250, 100 e 50 o número de células.

Calculando-se a dimensão fractal para as redes obtidas com o SRTM 500 e 250 verificou-se que algumas sub-bacias obtiveram valores inferiores ao estabelecido por Christofolletti e Christofolletti (1994) entre 1,0 e 1,9, sendo portanto, não aceitáveis para um elemento bidimensional. Por isso serão levados em consideração nas análises somente os valores de dimensão fractal obtidos com redes de drenagem geradas por grupos de 100 e 50 células.

Seguem no sub-item abaixo os resultados encontrados.

5.2 Resultados encontrados para a Bacia Hidrográfica e Sub-bacias

Aplicando-se o método Box-counting foram geradas tabelas e gráficos que exprimem a fractalidade da rede de drenagem da bacia do rio cachoeira e sub-bacias, cujos valores encontrados seguem apresentados na figura e tabela que segue:

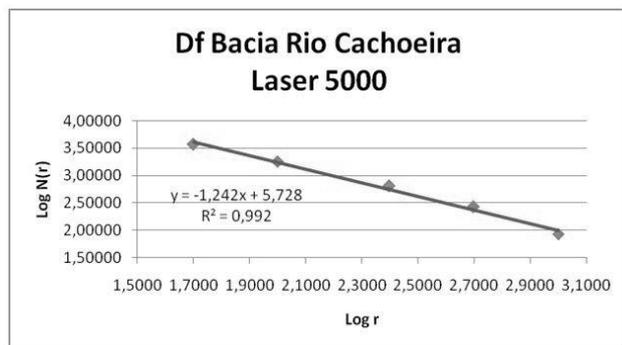


Fig. 10 - Exemplo de gráfico gerado para determinação da dimensão fractal. Fonte: do autor

O valor de dimensão fractal do gráfico acima é dado pelo coeficiente angular da reta, no caso, 1,242 com um coeficiente de correlação R^2 de 0,992.

As demais equações de reta e valor de r^2 estão organizados seguem na tabela abaixo:

TABELA 3 – EQUAÇÕES DAS RETAS E R^2 DA BHRC

Laser 10.000		
Bacia	Equação	R^2
BHRC	$y = -1,132x + 5,345$	0,997
Sub-Bacia Boa Vista	$y = -1,088x + 4,387$	0,999
Sub-Bacia Bucareim	$y = -1,134x + 4,828$	0,996
Sub-Bacia Cachoeira	$y = -1,136x + 4,816$	0,998
Sub-Bacia Itaum	$y = -1,087x + 4,705$	0,998
Laser 5.000		
BHRC	$y = -1,242x + 5,728$	0,992
Sub-Bacia Boa Vista	$y = -1,174x + 4,702$	0,999
Sub-Bacia Bucareim	$y = -1,201x + 5,104$	0,997
Sub-Bacia Cachoeira	$y = -1,095x + 5,005$	0,993
Sub-Bacia Itaum	$y = -1,268x + 5,462$	0,993
Base Cartográfica 2007		
BHRC	$y = -1,282x + 6,047$	0,993

Sub-Bacia Boa Vista	$y = -1,275x + 5,014$	0,999
Sub-Bacia Bucareim	$y = -1,135x + 4,957$	0,992
Sub-Bacia Cachoeira	$y = -1,095x + 5,005$	0,993
Sub-Bacia Itaum	$y = -1,268x + 5,462$	0,993
Sub-Bacia Velho	$y = -1,384x + 5,670$	0,999

SRTM 100

BHRC	$y = -1,087x + 5,234$	0,999
Sub-Bacia Boa Vista	$y = -1,003x + 3,997$	0,997
Sub-Bacia Bucareim	$y = -1,055x + 4,516$	0,999
Sub-Bacia Cachoeira	$y = -1,075x + 4,648$	0,998
Sub-Bacia Itaum	$y = -1,033x + 4,533$	1
Sub-Bacia Velho	$y = -1,063x + 4,298$	0,999

SRTM 50

BHRC	$y = -1,132x + 5,453$	0,996
Sub-Bacia Boa Vista	$y = -1,125x + 4,446$	0,995
Sub-Bacia Bucareim	$y = -1,087x + 4,683$	0,998
Sub-Bacia Cachoeira	$y = -1,127x + 4,925$	0,997
Sub-Bacia Itaum	$y = -1,075x + 4,730$	0,998
Sub-Bacia Velho	$y = -1,078x + 4,422$	0,999

Os valores de R^2 mostram forte correlação indicando haver consistência entre os valores de Df obtidos para a BHRC e sub-bacias.

Como forma de facilitar as análises foram geradas tabelas comparativas com a média e o desvio da média para cada bacia hidrográfica.

TABELA 4 – DIMENSÃO FRACTAL DA BACIA HIDROGRÁFICA DO RIO CACHOEIRA

BACIA HIDROGRÁFICA DO RIO CACHOEIRA			
Fonte	Dimensão Fractal	ΔDf	%
Laser Scanning 2007 - 10 000	1,132	0,043	3,660
Laser Scanning 2007 - 5 000	1,242	-0,067	-5,702
Base cartográfica 2007	1,282	-0,107	-9,106
SRTM 50	1,132	0,043	3,660
SRTM 100	1,087	0,088	7,489
média 2007	1,175		

Para a BHRC a média de valores encontrados é de 1,175. O valor obtido para a base cartográfica de 2007 e SRTM 100 foram os que mais se desviaram da média. Enquanto que os valores encontrados com Laser Scanning e SRTM 50 foram iguais.

Eliminando-se os dois valores mais discrepantes anteriormente citados, ou seja, comparando-se os valores do laser scanning com SRTM 50, a maior discrepância em relação á média é de 6,28% para o laser scanning 5000.

TABELA 5 – DIMENSÃO FRACTAL DA SUB-BACIA DO RIO BOA VISTA

SUB BACIA HIDROGRÁFICA DO RIO BOA VISTA			
Fonte	Dimensão Fractal	ΔDf	%
Laser Scanning 2007 - 10 000	1,088	0,045	3,972
Laser Scanning 2007 - 5 000	1,174	-0,041	-3,619
Base cartográfica 2007	1,275	-0,142	-12,533
SRTM 100	1,003	0,130	11,474
SRTM 50	1,125	0,008	0,706
média 2007	1,133		

Na sub-bacia do Rio Boa Vista observa-se um desvio da média maior para os valores obtidos na base

cartográfica de 2007 e nos dados SRTM 100. Se eliminarmos estes valores mais discrepantes obtém-se um desvio da média maior para ambos os dados do laser scanning com 4,60%.

O valor obtido pelo sensor SRTM 50 se mostra maior que os obtidos com o laser scanning 10 000 o que indica uma rede de drenagem mais complexa para o primeiro. No entanto esta análise deve ser cuidadosa uma vez que os dados provenientes do SRTM mostram uma rede de drenagem retilínea.

TABELA 6 – DIMENSÃO FRACTAL DA SUB-BACIA DO RIO BUCAREIM

SUB BACIA HIDROGRÁFICA DO RIO BUCAREIM			
Fonte	Dimensão Fractal	ΔDf	%
Laser Scanning 2007 - 10 000	1,134	-0,012	-1,033
Laser Scanning 2007 - 5 000	1,201	-0,079	-7,003
Base cartográfica 2007	1,135	-0,013	-1,123
SRTM 100	1,055	0,067	6,005
SRTM 50	1,087	0,035	3,154
média 2007	1,122		

No caso da sub-bacia do Bucareim tem-se os dados do laser scanning 5000 e o SRTM 100 como os mais discrepantes. Eliminando-se estes dados da análise tem-se 2,83% como a maior discrepância da média para o SRTM 50.

Já os valores da Base Cartográfica e o Laser Scanning mostraram uma variação de aproximadamente 0,09%, ou seja, muito pequena, mostrando uma forte relação entre os dados.

TABELA 7 – DIMENSÃO FRACTAL DA SUB-BACIA DO RIO CACHOEIRA

SUB BACIA HIDROGRÁFICA DO RIO CACHOEIRA			
Fonte	Dimensão Fractal	ΔDf	%
Laser Scanning 2007 - 10 000	1,136	-0,030	-2,750
Laser Scanning 2007 - 5 000	1,095	0,011	0,959
Base cartográfica 2007	1,095	0,011	0,959
SRTM 100	1,075	0,031	2,768
SRTM 50	1,127	-0,021	-1,936
média 2007	1,106		

Para a sub-bacia do rio cachoeira tem-se uma discrepância maior para o dado laser scanning 10000 e o SRTM 100. Eliminando-se os valores mais discrepantes observa-se o valor máximo de 1,93% de desvio da média para o SRTM 50.

Os valores do Laser Scanning 5000 e a base cartográfica se igualaram e, apesar de apresentar um valor discrepante em relação a média, o valor obtido para o SRTM 100 a variação foi de 0,02 ou 1,83%, o que pode ser considerado um valor relativamente baixo. Novamente estes dados mostram uma forte relação entre os valores obtidos com estes dois sensores.

Fato interessante também ocorreu com o SRTM50 que apresentou valor superior à base cartográfica e ao laser 5000, indicando maior complexidade da rede.

TABELA 8 – DIMENSÃO FRACTAL DA SUB-BACIA DO RIO ITAM

SUB BACIA HIDROGRÁFICA DO RIO ITAUM			
Fonte	Dimensão Fractal	ΔDf	%
Laser Scanning 2007 - 10 000	1,087	0,059	5,165
Laser Scanning 2007 - 5 000	1,268	-0,122	-10,626
Base cartográfica 2007	1,268	-0,122	-10,626
SRTM 100	1,033	0,113	9,876
SRTM 50	1,075	0,071	6,212
média 2007	1,146		

Para a sub-bacia do Rio Itaum os valores encontrados na base cartográfica e o laser scanning 5000 são iguais. Na média, no entanto, eles são os mais discrepantes. Ao eliminar estes dois valores tem-se uma discrepância da média máxima de 3,00% para o SRTM 100.

Assim como em sub-bacias anteriormente analisadas, os valores obtidos para a base cartográfica e o laser scanning 5000 são iguais.

TABELA 9 – DIMENSÃO FRACTAL DA SUB-BACIA DO RIO VELHO

SUB BACIA HIDROGRÁFICA DO RIO VELHO			
Fonte	Dimensão Fractal	ΔDf	%
Laser Scanning 2007 - 10 000	não tem	não tem	não tem
Laser Scanning 2007 - 5 000	não tem	não tem	não tem
Base cartográfica 2007	1,384	-0,209	-17,787
SRTM 100	1,063	0,112	9,532
SRTM 50	1,078	0,097	8,255
média 2007	1,175		

A sub-bacia do Rio Velho não possui dados laser scanning o que dificulta a análise comparativa em relação às demais sub-bacias. Dentre os dados obtidos, no entanto, se percebe uma discrepância grande entre a base cartográfica e o SRTM (22%). Entre os dados SRTM 100 e 50 há uma variação de 0,015 no valor da Df ou 1,41%.

Um quadro resumo mostra a variação da dimensão fractal para a Bacia do Rio Cachoeira e sub-bacias:

TABELA 10 – VARIAÇÃO DOS VALORES DE DIMENSÃO FRACTAL DA BACIA HIDROGRÁFICA DO RIO CACHOEIRA E SUB-BACIAS

Bacia	Df maior	Df menor	Média
Rio Cachoeira	1,282	1,087	1,175
Sub-bacia Bucareim	1,201	1,055	1,122
Sub-bacia Boa Vista	1,275	1,003	1,129
Sub-bacia Itaum	1,268	1,033	1,146
Sub-bacia Cachoeira	1,127	1,075	1,106
Sub-bacia Velho	1,384	1,083	1,175

Analisando-se os valores verifica-se haver influência significativa do método utilizado para a

obtenção dos dados primários da análise: a rede de drenagem.

Dentre os dados obtidos com o SRTM (100 e 50) obteve-se uma discrepância elevada (de até 0,122 de Df) em função do número de células utilizadas para extrair a informação da rede de drenagem a partir de um modelo digital do terreno. Por exemplo na Sub-bacia do Rio Boa Vista onde para 100 pixel obteve-se uma Df de 1,003 enquanto que para 50 pixel a Df ficou em 1,125, aproximadamente 11% de discrepância. Para a mesma sub-bacia verifica-se que os valores obtidos com o sensor laser scanning (10.000 e 5.000) variam de 1,068 para 1,174, aproximadamente 9% de discrepância.

Já os valores obtidos de Df para BHRC e sub-bacias com os dados laser scanning e a base cartográfica na escala 1:1000 apresentaram valores muito próximos e, em muitos casos, iguais. Das quatro sub-bacias que possuem dados laser scanning, 3 apresentaram resultados iguais ao da base cartográfica e uma delas com variação de 0,001 no valor da Df, como na sub-bacia do Rio Cachoeira que apresentou tanto para o laser com 5000 células e a base cartográfica uma Df de 1,095. Fato este que se repetiu na sub-bacia do Rio Itaum com um valor de Df= 1,268 para os mesmo dados, mostrando uma forte relação entre eles e, portanto, confiabilidade das informações obtidas através destes produtos.

Estes valores enfatizam a multifractalidade quando as partes do todo analisado apresentam diferentes valores de Df. Bem como mostram a auto-similaridade do elemento quando as formas observadas num produto com a precisão altimétrica dos dados laser scanning são similares às observadas num produto SRTM cuja resolução é da ordem de 90 metros. O mesmo ocorre com os dados obtidos por fotogrametria na base cartográfica e os obtidos pelo perfilamento a laser, apesar de produtos diferentes com características peculiares de exatidão e precisão, os valores obtidos são praticamente iguais para a maioria das análises realizadas, enfatizando a auto-similaridade.

6. CONCLUSÕES

Para realizar a pesquisa acerca da variação do padrão fractal da Bacia Hidrográfica do Rio Cachoeira foram utilizados diferentes dados obtidos por sensores remotos com características distintas: um sensor de perfilamento a laser, um satélite imageador e um produto cartográfico obtido por fotogrametria em grande escala.

Os valores obtidos de dimensão fractal para a Bacia do Rio Cachoeira para os dados obtidos pelos sensores anteriormente citados esta entre 1,087 e 1,282, e, para as sub-bacias o intervalo é de 1,003 e 1,384, estando, portanto, dentro do determinado por Christofolletti e Chritofolletti (1994) para os meandros de rios de 1,0 a 1,99 e próximo do obtido por alguns autores.

A característica da auto-similaridade também pôde ser observada pois, para diferentes produtos do

sensoriamento remoto obteve-se valores próximos de Df com um elevado coeficiente de correlação na equação.

Serra e Karas (2007) afirmam ocorrer variações diferenciadas em função das diferentes escalas utilizadas no cálculo da Df dos elementos. De fato os dados SRTM apresentaram, de um modo geral, menores valores de Df em relação aos demais produtos do sensoriamento remoto mais precisos ou com maior resolução ou seja, uma rede de drenagem menos complexa. Porém, não necessariamente o produto com maior resolução ou escala (laser scanning e base cartográfica) forneceu os maiores valores de Df, o que mostraria uma rede de drenagem mais complexa. No caso da base cartográfica os processos de fotointerpretação e generalização cartográfica podem exercer influência no valor obtido de Df, no caso dos dados ora analisados, variando em até 12,53% ou 0,142 em relação à média dos valores obtidos. As variações não são constantes de um produto para o outro nem mesmo para os dados obtidos de um mesmo produto o que mostra haver uma forte correlação entre a forma e o arranjo espacial do elemento analisado.

Os valores obtidos para os dados laser scanning e SRTM o número de células utilizadas no modelo matemático para a extração da rede de drenagem variaram, nesta análise, em até 11% ou 0,122, acima do encontrado por Lopes, Paula e Vieira (2002).

Para finalizar determinou-se a Df da BHRC em $1,175 \pm 0,107$, próximo do encontrado por Lopes, Paula e Vieira (2002) para os dados vetoriais: $1,15 \pm 0,08$. Considerando-se que os pesquisadores utilizaram para tanto somente um produto do sensoriamento remoto enquanto que nesta pesquisa utilizaram-se produtos do sensoriamento remoto distintos entre si, comprovando assim a repetição de um padrão da rede de drenagem em diferentes escalas de análise.

O objetivo da aplicação da teoria fractal é medir o grau de irregularidade do elemento cuja característica de auto-similaridade com repetição de um padrão de forma nas diferentes escalas analisadas, objetivo este atingido a partir do método Box-counting.

O valor de dimensão fractal obtido mostra uma rede de drenagem com um grau de complexidade mediana, o que está intimamente ligado ao relevo da área, praticamente plano típico de uma bacia hidrográfica sujeita a constantes inundações.

BIBLIOGRAFIA

ALMEIDA, Arlete Aparecida Oliveira de, **Os fractais na formação docente e sua prática em sala de aula**, Dissertação de Mestrado apresentada à Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 142p, São Paulo, 2006.

BABADAGLI, T., Fractal Analysis of 2-D fracture networks of geothermal reservoirs in South-Western Turkey, **Journal of Volcanology and Geothermal Research** v. 112 p. 83 – 103, 2001.

- CHRISTOFOLETTI, A. L. H. **Análise Fractal e Multifractal de Estações Chuvosas em Localidades do Estado de São Paulo**. São Paulo, 1997. 263f. Tese de Doutorado - UNESP, Rio Claro.
- CHRISTOFOLETTI, A. L. H.; CHRISTOFOLETTI, A. O Uso dos Fractais na Análise Geográfica. **Geografia**. Rio Claro-SP, v. 19, p. 79-112, 1994.
- DA SILVEIRA, Nara de Fátima Quadros, **Análise Fractal de Bacias Hidrográficas de Região de Encosta e Região de Planalto com base em cartas topográficas e fotografias aéreas**, Tese de doutorado apresentada á UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental, 188p, 2006.
- FILHO, C. de O. A. et al, Compatibilidade da rede de drenagem obtida através de dados SRTM, ASTER e carta topográfica DSG: estudo de caso no Pantanal de Aquidauana, In: **Anais 2º Simpósio de Geotecnologias no Pantanal**, Corumbá, 7-11 novembro 2009, Embrapa Informática Agropecuária/INPE, p.51-61.
- GOMES, M. H. R. Análise Fractal de Redes de Canais de Bacias hidrográficas na Escala 1:50.000. São Paulo, 1997.83f. Dissertação de Mestrado Escola de Engenharia de São Carlos. USP.
- IBGE, **Contagem da População 2007**, disponível na URL://http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/defaulttab_indicadores.shtm, acessado em 27/10/2008.
- LOPES, C. de O.; PAULA, G. A. de; VIEIRA, A. C. Fractality of the drainage structure of the Rio de Janeiro city. **Revista Universidade Rural, Série Ciências Exatas e da Terra**, v. 21, n. 2, 2002 p. 23-27.
- RODRIGUEZ-ITURBE, Ignacio & INACIO, Andrea, **Fractal River Basins – Chance and Self-Organization**, 2001, University of Cambridge, USA, 547pg., 2001.
- KOBIYAMA, M; BUENO JUNIOR, J. Multifractal Characteristics of Drainage Network of Marumbi River Watershed, Paraná State. In: XXXI Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola – CONBEA- 2002, Salvador/BA. **Anais ... Salvador/BA**, 2002.
- KOJIMA Naoko, LABA Magdeline, LIENDO X. M. Velez, BRADLEY Andrew V., MILLINGTON Andrew C., BAVEYE Philippe, **Causes of the apparent scale independence of fractal indices associated with forest fragmentation in Bolivia**, ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing, vol. 61, p. 84-94, Ed. Elsevier, 2006.
- MANDELBROT, B, B. **The Fractal Geometry of Nature**. Rev. ed. of: Fractals, 1977. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 2006. 468p.
- MIRANDA, E. E. de; (Coord.). **Brasil em Relevo**. Campinas: Embrapa Monitoramento por Satélite, 2005. Disponível em: <<http://www.relevobr.cnpm.embrapa.br>>. Acesso em: 1 nov. 2009.
- PACHEPSKY, Y. A., RITCHIE, J.C., GIMENEZ, D., Fractal Modeling of Airbone Laser Altimetry Data, **Remote Sensing of Environment**, v. 61:150-161. Ed. Elsevier, NY/ New York, 1997.
- SERRA, C. P.; KARAS. W. E. **Fractais Gerados por Sistemas Dinâmicos Complexos**. Champagnat, Curitiba, 1997. 190p.
- TARBOTON, D. G.; Bras R. L.; RODRIGUEZ-ITURBE; I. On the Extraction of Channel Networks from Digital Elevation Data. **Hydrological Processes**. 5: p. 81-100. 1991.
- TARBOTON, D. G.; BRAS. R. L.; ITURBE, I. R. The Fractal Nature of Networks. **Water Resources Research**. v. 24, n. 8, p. 1317-1322, 1988.
- VESTENA, L. R., KOBIYAMA, M., A geometria fractal da rede de drenagem da bacia hidrográfica do Caeté, Alfredo Wagner-SC, **Rev. Árvore** vol.34 no.4 Viçosa July/Aug. 2010.