

# **DEFINIÇÃO DE UMA SUPERFÍCIE GEOIDAL LOCAL ATRAVÉS DE POSICIONAMENTO POR GPS (MODELAGEM PARA A DETERMINAÇÃO DE ALTITUDES ORTOMÉTRICAS ATRAVÉS DO POSICIONAMENTO POR SATÉLITES E NIVELAMENTO GEOMÉTRICO)**

*Local Geoidal Surface Definition Using GPS Positioning  
(Modeling for Orthometric Heights Determination by Satellite Positioning and  
Differential Leveling)*

**José Antônio Cavalcante Cerqueira<sup>1</sup>  
Verônica Maria Costa Romão<sup>2</sup>**

**<sup>1</sup>Universidade Federal de Pernambuco – UFPE**  
Centro de Tecnologia e Geociências  
Departamento de Engenharia Cartográfica  
Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação  
Conj. Rui Palmeira, Bloco 2C, Apto. 302, CEP 57046-340, Serraria, Maceió/AL - Brasil  
jantcerqueira@uol.com.br

**<sup>2</sup>Universidade Federal de Pernambuco – UFPE**  
Centro de Tecnologia e Geociências  
Departamento de Engenharia Cartográfica  
Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação  
Coordenação da Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, Departamento de  
Engenharia Cartográfica, Centro de Tecnologia e Geociências, Universidade Federal de Pernambuco, Rua Acadêmico  
Hélio Ramos, s/nº. 2º andar, sala 315, CEP 50740-530 – Cid. Universitária – Recife/PE - Brasil  
vcosta@ufpe.br

## **RESUMO**

O objetivo deste trabalho é a definição de uma Superfície Geoidal Local obtida a partir de observações de satélites do Sistema de Posicionamento Global (GPS) e de nivelamento geométrico, para aplicação na determinação de altitudes ortométricas a serem utilizadas em serviços de engenharia. Para a definição da Superfície Geoidal foi estabelecida uma rede geodésica através do GPS, tendo como objetivo a determinação das alturas elipsoidais. As altitudes ortométricas dos pontos da rede geodésica foram determinadas através de nivelamento geométrico. As ondulações geoidais dos pontos da rede foram calculadas utilizando-se as alturas geométricas e ortométricas determinadas. O conjunto de pontos com ondulação geoidal determinada foi utilizado como amostra para a definição da Superfície Geoidal Local. Foram determinadas superfícies geoidais pelos métodos determinísticos de Ponderação pelo Inverso da Distância e de Interpolação através de Polinômios, e a técnica de Validação Cruzada foi usada para selecionar a Superfície Geoidal com melhor precisão.

**Palavras chaves:** Superfície Geoidal Local, Ondulação Geoidal, Sistema de Posicionamento Global, Nivelamento Geométrico, Interpolação de Superfícies.

## **ABSTRACT**

The purpose of this work is to define a Local Geoidal Surface obtained from satellite observations of the Global Positioning System (GPS) and from differential leveling, for application in orthometric heights acquisition to be used in engineering works. It was established a GPS geodetic network, with the ellipsoidal heights determination objective. The orthometric heights of the geodetic network points were determined from differential leveling. The geoidal undulations were computed using the orthometric and ellipsoidal heights determined and were used as a sample set for the Local Geoidal Surface definition. The surfaces were determined using the Inverse Distance Weighting and

Polinomials Interpolation deterministic methods and the cross-validation technique was used to select the Geoidal Surface with the best accuracy. This accuracy is better than the Brazilian Geoidal Model accuracy, developed by IBGE/EPUSP.

**Keywords:** Local Geoidal Surface, Geoidal Undulation, Global Positioning System, Differential leveling, Surface Interpolation.

## 1. INTRODUÇÃO

Muitas atividades de Engenharia, como projeto e construção de túneis, estradas, sistemas de drenagem e de saneamento exigem a determinação de altitudes ortométricas precisas, obtidas convencionalmente através do método geodésico de nivelamento geométrico, um trabalho oneroso que demanda bastante tempo para a sua realização.

O geodesta trabalha comumente com três superfícies: a superfície física, correspondente ao aspecto exterior e irregular da superfície terrestre, onde são realizadas as operações geodésicas; a superfície do modelo geométrico, também conhecida por superfície de referência, geralmente representada por um elipsóide de revolução, onde são realizados os cálculos geodésicos; e o geóide, a superfície equipotencial gravitacional que mais se aproxima do nível médio dos mares (GEMAEL, 1999). A altitude ortométrica ( $H$ ) de um ponto da superfície física da Terra corresponde à distância entre o mesmo e o geóide, e é medida ao longo da vertical, caracterizando-se pela sua natureza física decorrente da atuação da força de gravidade, resultante das forças centrífuga e gravitacional (TORGE, 2001). A altura elipsoidal de um ponto da superfície terrestre tem natureza geométrica, sendo expressa pela distância entre o ponto da superfície física e a superfície elipsoidal de referência, medida ao longo da normal ao elipsóide (VANICEK e KRAKIWSKY, 1982). Uma terceira altura, muito utilizada em geodésia, denominada altura geoidal ou ondulação geoidal ( $N$ ), corresponde à separação entre o geóide e o elipsóide (SEEBER, 2003). A Figura 1 ilustra essas três alturas.

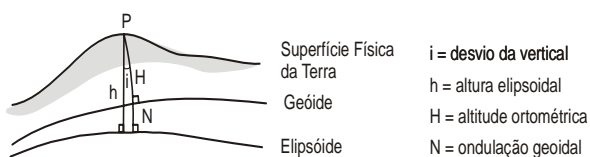


Fig. 1 - Relação entre as superfícies física, geoidal e elipsoidal. Fonte: Adaptada de Romão et al. (1999).

Negligenciando-se o desvio da vertical e a curvatura da linha de força, pode-se relacionar a altitude ortométrica, altura elipsoidal e ondulação geoidal, através da expressão:

$$N = h - H \quad (1)$$

O desenvolvimento de técnicas de posicionamento por satélite, através do Sistema de Posicionamento Global (GPS) possibilitou a determinação das coordenadas geodésicas (latitude,

longitude e altura elipsoidal -  $\phi$ ,  $\lambda$  e  $h$ ) de pontos da superfície da Terra, de forma relativamente rápida e econômica, em comparação com os métodos geodésicos clássicos de posicionamento. Assim, pode-se definir uma superfície geoidal local através de interpolação, utilizando-se os valores das ondulações geoidais de um determinado número de pontos dessa superfície, obtidas a partir das alturas elipsoidais determinadas por GPS e das altitudes ortométricas determinadas por nivelamento geométrico nesses mesmos pontos. Com a superfície geoidal local assim definida, a altitude ortométrica de qualquer ponto pode ser calculada, sem necessidade de nivelamento, a partir do valor da ondulação geoidal obtido na superfície interpolada e da altura elipsoidal do ponto, determinada através do GPS.

O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP) desenvolveram a o Modelo Geoidal do Brasil, com precisão absoluta de  $\pm 0,5m$ , e o programa MapGeo2004, que determina a ondulação geoidal de um ponto, a partir de suas coordenadas geodésicas.

O objetivo principal do presente trabalho é a definição de uma Superfície Geoidal Local com dados de nivelamento geométrico e posicionamento GPS, em uma área de estudo, com precisão melhor do que a obtida através do Modelo Geoidal do Brasil, que seja adequada aos trabalhos de Engenharia, em conformidade com a Norma Brasileira NBR-13133 da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). Para tal, foram necessárias: a determinação das coordenadas dos pontos de uma rede geodésica, com precisão conhecida; a determinação das altitudes ortométricas dos pontos dessa rede, com precisão conhecida; e a determinação da precisão da Superfície Geoidal Local.

## 2. ÁREA DE ESTUDO

A área de estudo compreende uma parte da área urbana do município de Maceió, no estado de Alagoas. O município de Maceió (Fig. 2) tem sua área urbana composta por 50 bairros, distribuídos em duas partes: uma área maior, localizada entre o Oceano Atlântico e a Lagoa Mundaú, os municípios de Satuba e Rio Largo e o rio Pratagi; e uma faixa estreita, com aproximadamente 1km de largura, ao longo do litoral norte, desde o rio Pratagi até o município de Paripueira. Em 1998, a Empresa Maplan Aerolevantamentos S.A., contratada pela Prefeitura Municipal de Maceió, implantou um conjunto de marcos geodésicos planialtimétricos na área urbana do município. Para o presente trabalho foram selecionados 117 marcos, localizados na área maior, conforme ilustrado na Figuras 3, com vistas à determinação da Superfície

## Geoidal Local.



Fig. 2 - Localização do município de Maceió/AL.

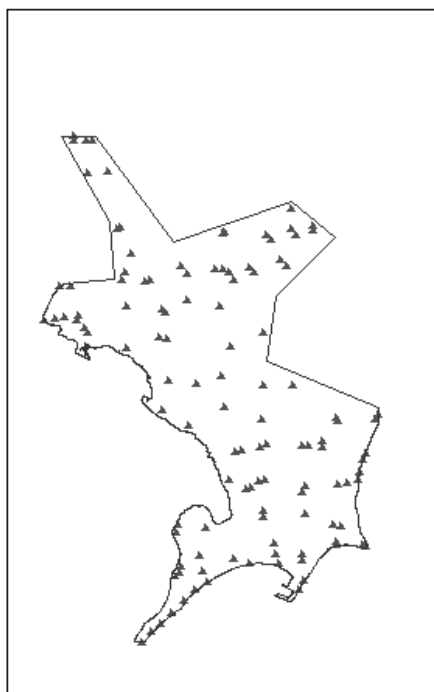


Fig. 3 - Localização dos marcos geodésicos (triângulos) na área de estudo.

### 3. DETERMINAÇÃO DA SUPERFÍCIE GEOIDAL LOCAL

A Superfície Geoidal Local foi determinada em diversas etapas: Determinação das coordenadas geodésicas dos marcos por GPS; Obtenção das altitudes ortométricas dos marcos por nivelamento geométrico; Cálculo das ondulações geoidais da amostra; e Interpolação para determinação da Superfície Geoidal Local.

#### 3.1 Determinação das coordenadas geodésicas dos marcos por GPS

As coordenadas dos marcos foram

determinadas a partir de observações GPS. A empresa Maplan – Aerolevantamentos S.A. – realizou as observações utilizando três receptores GPS de uma frequência. As observações foram realizadas através do método de posicionamento estático, sendo realizadas 105 sessões de aproximadamente 1 hora e 30 minutos, com intervalo de recepção de 20 segundos. Como a empresa não disponibilizou os valores das alturas elipsoidais, nem a precisão do ajustamento, fornecendo apenas uma parte dos arquivos brutos de rastreamento, correspondentes a 189 vetores, foi necessária, para o presente trabalho, a execução de rastreios adicionais, realizados entre os anos de 2005 e 2006, possibilitando a obtenção de mais 53 vetores, em 53 sessões de rastreamento. Assim, no total, foram realizadas 158 sessões de rastreamento para a obtenção de 242 vetores linearmente independentes.

Os marcos foram agrupados em cinco sub-redes independentes, posteriormente integradas em uma única rede apoiada nos vértices SAT-93057 e SAT93070 da Rede Nacional GPS do IBGE, de modo que cada vértice ficou conectado a um mínimo de três outros vértices, ficando a rede final com 242 vetores.

Para os rastreios complementares, realizados no desenvolvimento da pesquisa, foram utilizados dois receptores GPS de uma frequência, com observações realizadas através do método de posicionamento estático, com 37 sessões de 1 hora para as sub-redes e 16 sessões de 1 hora e 30 minutos para a integração das sub-redes em uma única rede, com intervalo de recepção de 15 segundos.

As durações das sessões foram superiores ao recomendado por HOFMANN-WELLENHOF et al. (1992), conforme a Tabela 1.

TABELA 1 – DURAÇÃO DAS SEÇÕES PARA LEVANTAMENTOS ESTÁTICOS. FONTE: HOFMAN – WELLENHOF et al. (1992).

Receptor	Estático convencional	Rápido estático
L1	30 minutos + 3 minutos/km	20 minutos + 2 minutos/km
L1 + L2	20 minutos + 2 minutos/km	10 minutos + 1 minutos/km

O processamento dos vetores e o ajustamento das redes foram realizados através do programa Ashtech Solutions, da Thales Navigation, alcançando-se precisões horizontais melhores do que 0,03m + 1ppm e precisões verticais melhores do que 0,05m + 2ppm (nível de confiança 1 $\sigma$ ).

Como todos os pontos estão localizados na área urbana, sujeitos a fontes de multicaminhamento, optou-se por utilizar o ângulo de corte de 15° para a elevação dos satélites, no processamento dos vetores. Como os vetores não são grandes (inferiores a 5 km) foram utilizadas as efemérides transmitidas. Foi adotado como sistema de referência o SAD-69.

As precisões, após o ajustamento, dos pontos

da rede geodésica, à exceção dos pontos de controle fixados (SAT-93057 e SAT-93070), variaram entre 0,014m e 0,082m.

### 3.2 Obtenção das altitudes ortométricas dos marcos por nivelamento geométrico

As altitudes ortométricas foram obtidas através de nivelamento geométrico, realizado pela empresa Maplan – Aerolevantamentos S.A. Entre fevereiro e março de 1998, foi realizado o nivelamento de uma linha básica, com cerca de 65km, iniciando e terminando, respectivamente, nas Referências de Nível 2527-V e 2603-P, da Rede de Nivelamento de 1ª Ordem do IBGE. Foram utilizados quatro níveis óticos digitais, modelo NA-2002 da Wild, e as leituras das alturas foram realizadas na ordem do décimo do milímetro. A precisão especificada para esse equipamento, de acordo com o catálogo do fabricante, varia de 1,5mm a 0,9mm em 1km de duplo nivelamento, conforme a mira utilizada.

A empresa também realizou, entre julho e agosto de 1998, nivelamento geométrico em 20 redes, compostas pelos marcos da Rede Geodésica. Cada uma dessas redes utilizou duas ou mais Referências de Nível. As Referências de Nível utilizadas para as redes de nivelamento foram a RN-9335D e a RN-2603-P, da Rede de Nivelamento de 1ª Ordem do IBGE, e os vértices (Pontos de Segurança) da linha básica ajustada. Foram utilizados os mesmos níveis óticos digitais utilizados no nivelamento da linha básica, sendo realizadas leituras milimétricas para as alturas.

A linha básica apresentou um erro de fechamento de 3,5mm, equivalente a  $0,4mm\sqrt{K}$ . O método de nivelamento, Classe IN, o mais rigoroso especificado pela NBR-13133 da ABNT, estabelece o limite de  $12mm\sqrt{K}$  como tolerância para o erro de fechamento. Assim, o erro de fechamento da linha básica foi muito inferior a esse limite. Para levantamentos de ordem superior aos apresentados pela NBR-13133, essa norma recomenda a utilização das especificações e normas gerais para levantamentos geodésicos do IBGE. Portanto, o erro de fechamento da linha básica foi menor do que o limite de  $2mm\sqrt{K}$ , estabelecido pela norma do IBGE. Os erros de fechamento das linhas de nivelamento que definiram as 20 redes foram inferiores a  $8mm\sqrt{K}$ , atendendo, assim, à tolerância de fechamento para o nivelamento geométrico, Classe IN, conforme a NBR-13133 da ABNT.

A Correção Ortométrica para o nivelamento da linha básica (latitude média=09°36'23,5"S; altitude média=3,55m; variação de latitude=9,01666667") apresentou um valor igual a  $1,6 \times 10^{-5} m \cong 0,000mm$ , sendo, portanto, negligenciável.

As linhas de nivelamento básica e as 20 redes foram ajustadas através de uma rotina desenvolvida no

ambiente MatLab, utilizando o modelo de ajustamento paramétrico pelo Método dos Mínimos Quadrados – MMQ, fornecendo o vetor dos parâmetros ajustados e a Matriz Variância-Covariância dos parâmetros ajustados.

Em virtude do pequeno erro de fechamento da linha básica (3,5mm), as precisões das altitudes ortométricas de seus pontos, após o ajustamento, foram inferiores a 1mm. Como as altitudes ortométricas dos pontos das redes apoiadas na linha básica foram determinados ao nível milimétrico, negligenciou-se os valores sub-milimétricos das precisões dos pontos da linha básica. As precisões das altitudes ortométricas dos pontos das redes apoiadas na linha básica variaram entre 0,000m e 0,006m. Em comparação com as precisões das alturas elipsoidais obtidas por GPS (entre 0,014m e 0,082m), o ajustamento das redes de nivelamento proporcionou precisões muito melhores.

### 3.3 Cálculo das ondulações geoidais da amostra

As ondulações geoidais das localizações dos marcos foram determinadas pela diferença entre as alturas elipsoidais, obtidas por GPS, e as altitudes ortométricas, obtidas por nivelamento geométrico. Como a altura elipsoidal e a altitude ortométrica são grandezas independentes entre si, a precisão da ondulação geoidal em cada ponto é dada por:

$$\sigma_{N(observ.)} = \sqrt{\sigma_h^2 + \sigma_H^2} \quad (2)$$

Os valores das ondulações geoidais variaram entre 17,275m e 18,218m (variação de 0,943m), com precisões entre 0,002m e 0,082m. Como os ajustamentos das redes de nivelamento proporcionaram altitudes ortométricas com precisões (entre 0,000m e 0,006m) muito melhores do que as precisões das alturas elipsoidais (entre 0,014m e 0,082m), essas últimas tiveram maior influência nas precisões das ondulações geoidais.

### 3.4 Interpolação para determinação da Superfície Geoidal Local

O conjunto de 117 pontos com ondulação geoidal conhecida foi utilizado como amostra para a realização das interpolações para a determinação da Superfície Geoidal Local através da extensão Geostatistical Analyst do programa computacional ArcGIS. Na análise da amostra e nas interpolações foram utilizados os dados de ondulação geoidal em milímetros.

Inicialmente foi feita uma análise preliminar da distribuição dos dados, com a caracterização da localização da amostra, a elaboração dos histogramas da distribuição da amostra e da distribuição transformada através das funções logarítmica e box-cox, para verificação da condição de normalidade. Foi, também, realizada a análise da estrutura de correlação espacial da amostra, através dos semi-variogramas experimentais

sob as condições de isotropia e anisotropia. Em seguida foram geradas diversas superfícies geoidais locais usando-se diferentes interpolações.

Para a escolha do modelo mais adequado a fim de representar uma superfície, entre diversos modelos de interpolação, deve-se dispor de ferramentas que permitam a avaliação da qualidade dos modelos e a comparação das suas performances. Segundo ISAACS e SRIVASTAVA (1989), pode-se avaliar a performance dos diferentes métodos de interpolação, realizando-se as estimativas em um conjunto de pontos que não fazem parte da amostra, comparando-se os valores estimados com os valores conhecidos, através do Erro Absoluto Médio e do Erro Médio Quadrático, que refletem a tendência e o espalhamento dos resíduos. Segundo BENDAT e PIERSOL (1986), o Erro Médio Quadrático é definido como a raiz quadrada da média dos quadrados das diferenças entre os valores estimados ( $\hat{\phi}$ ) e os valores observados ( $\phi$ ):

$$EMQ = \sqrt{E[(\hat{\phi} - \phi)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{\phi}_i - \phi_i)^2} \quad (3)$$

Em muitas situações não se dispõe de dados suficientes para compor o conjunto de dados da amostra e o conjunto de dados para a validação. Assim, a Validação Cruzada surge como uma alternativa para a avaliação dos modelos de interpolação. De acordo com ISAACS e SRIVASTAVA (1989), a Validação Cruzada consiste em diversos passos: 1) retirar um ponto do conjunto de dados da amostra; 2) realizar a estimativa para o ponto retirado da amostra, considerando os demais pontos que permaneceram no conjunto de dados; 3) colocar o ponto de volta no conjunto de dados; 4) repetir todo o processo para os demais pontos da amostra. Neste trabalho utilizou-se a Validação Cruzada, possibilitando que todos os dados da amostra fossem utilizados nas interpolações.

A análise visual da localização espacial da amostra (Fig. 3) revela que os pontos têm distribuição aleatória. Tendo em vista que uma das finalidades da rede geodésica implantada é o apoio a levantamentos topográficos, os pontos estão agrupados em pares intervisíveis. Porém, muitos marcos foram destruídos, havendo a ocorrência de muitos pontos sem o respectivo par. Em virtude do exposto, a região central tem uma densidade menor de pontos.

Utilizou-se a extensão Geostatistical Analyst do programa computacional ArcGIS, da ESRI, para: análise da distribuição da amostra (através do seu histograma); análise da estrutura de correlação espacial da amostra (através do semivariograma); interpolação para determinação das superfícies geoidais; determinação do Erro Médio Quadrático das superfícies através de Validação Cruzada; e interpolação para determinação de uma superfície modelando o comportamento espacial do erro, para a melhor Superfície Geoidal Local (superfície com menor Erro Médio Quadrático determinado por Validação Cruzada).

A assimetria e a curtose apontadas pelo histograma da distribuição indicaram a não normalidade da mesma, e a aplicação das transformações logarítmica e box-cox não foi suficiente para normalizá-la.

Para a análise da estrutura de correlação espacial da amostra utilizou-se o semivariograma, baseado na diferença entre os valores da variável (no caso em estudo, a ondulação geoidal) em cada par de pontos separados por uma distância  $h$ . O semivariograma consiste do gráfico de  $\hat{\gamma}(h)$  versus  $h$ , onde:

$$\hat{\gamma}(x) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \{z(x_i) - z(x_i + h)\}^2 \quad (4)$$

$\hat{\gamma}(h)$  é a semivariância estimada;

$z(x_i) - z(x_i + h)$  é a diferença entre os valores da variável nas localizações  $x_i$  e  $x_i + h$ ; e

$n$  é o número de pares de pontos separados pela distância  $h$ .

Foram consideradas as situações isotrópica (quando a variabilidade independe da direção) e anisotrópica (quando a variabilidade é diferente para direções diferentes). Adotou-se 13 incrementos, com  $h$  igual a 500m para a elaboração dos variogramas experimentais. Assim, a distância máxima  $d = 13 \times h = 13 \times 500m = 6.500m$  para análise da correlação espacial entre os pares de pontos não ultrapassou a metade da menor dimensão da área de estudo (6.853m).

Segundo recomendações de ISAACS e SRIVASTAVA (1989), foi analisada a anisotropia em 9 direções (de 20° em 20°), a partir de 0°, com tolerância de 45° e 1.500m de largura para a área de pesquisa, conforme mostra a Figura 4.

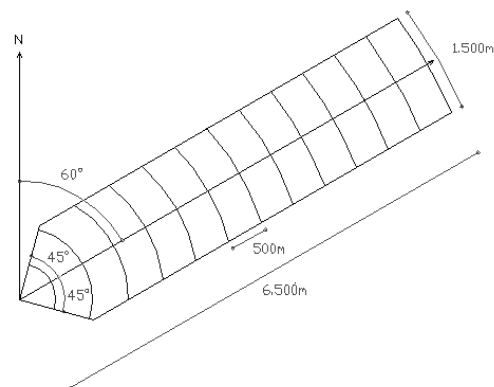


Fig. 4 - Área de pesquisa com anisotropia.

A Figura 5 apresenta o semivariograma para o caso isotrópico.

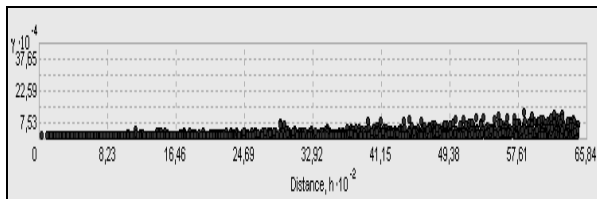


Fig. 5 – Semivariograma (isotropia)

Verifica-se que o semivariograma não apresenta estrutura espacial. Como se pode observar, o mesmo se ajusta a uma reta horizontal, passando por  $\gamma = 0$ , evidenciando-se a incapacidade de captar a variação de pequena escala.

Portanto, não pôde ser utilizado o método de interpolação por geoestatística, conhecido como krigagem.

Na tabela do Anexo são indicados o método de interpolação utilizado (ponderação pelo inverso da potência da distância ou ajustamento de um polinômio pelo Método dos Mínimos Quadrados) e a sua abrangência (Local, quando só uma parte da amostra é utilizada; Global, quando todos os pontos da amostra são utilizados). Quando a abrangência é Local, são indicados os números mínimo e máximo de pontos da amostra a serem utilizados dentro da área de pesquisa (áreas circulares, quadrantes orientados ou octantes). A potência, no caso da interpolação pelo inverso da potência da distância, foi determinada pelo *software* como potência otimizada (por ser determinada utilizando-se validação cruzada). A tabela apresenta, ainda, o erro médio quadrático (obtido por validação cruzada) e a classificação da superfície de acordo com o erro médio quadrático.

À exceção da superfície obtida por interpolação Polinomial Global (IPG1), as validações cruzadas das demais superfícies apresentaram valores muito próximos para o Erro Médio Quadrático (entre 27,9mm e 35,82mm), não havendo muita distinção entre os diferentes métodos de interpolação. O que chama a atenção é o valor alto para o Erro Médio Quadrático da superfície IPG1 (60,97mm). Portanto, foi selecionada a Superfície Geoidal Local obtida por Interpolação Global através do ajustamento de um Polinômio do 3º grau (IGP3), que apresentou o menor Erro Médio Quadrático (27,69mm). A Figura 6 apresenta a Superfície Geoidal Local selecionada.

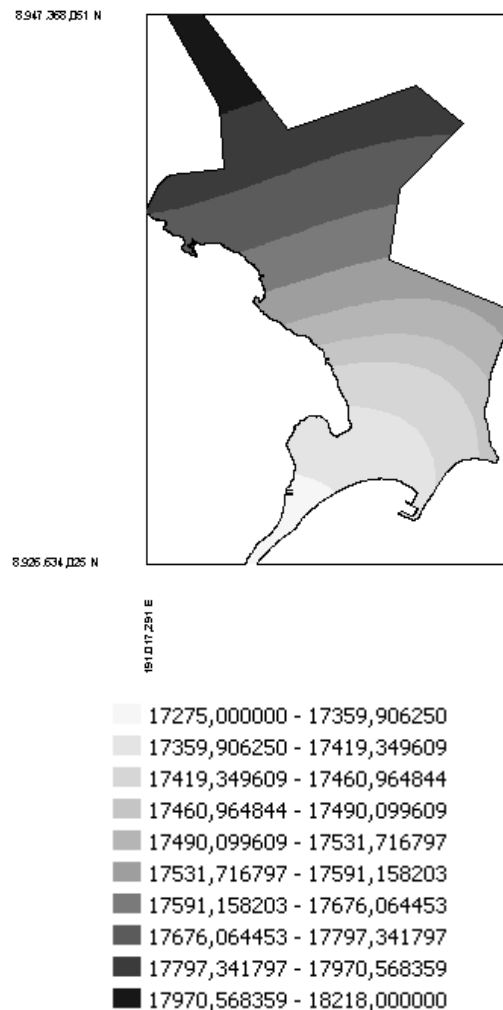


Fig. 6 - Superfície Geoidal Local obtida através de Interpolação Global através do ajustamento de um Polinômio do 3º grau.

#### 4. ANÁLISE DA QUALIDADE DA SUPERFÍCIE GEOIDAL LOCAL

A Figura 7 apresenta a superfície de modelagem do erro de interpolação, obtido de forma semelhante à Superfície Geoidal Local.

Observa-se que os maiores erros ocorrem no entorno do marco M30A (destacado pelo círculo). O problema não se relaciona com a precisão da ondulação geoidal nesse ponto, pois tanto a altitude ortométrica como a altura elipsoidal do ponto M30A apresentaram excelente precisão. Assim, o problema está na aderência do ponto ao modelo de interpolação.

A qualidade da Superfície Geoidal Local depende das precisões das ondulações geoidais calculadas em função das observações, e da qualidade da interpolação. Assim, obteve-se a Qualidade da Superfície Geoidal Local (Precisão Absoluta da Superfície Geoidal Local) igual a 57mm.

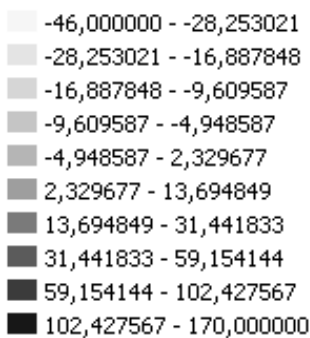
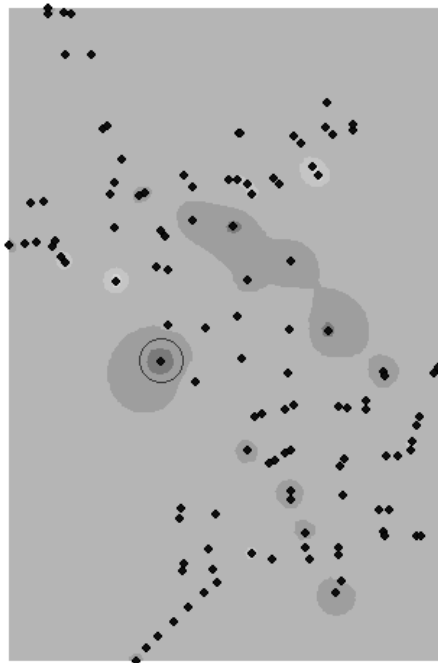


Fig. 7 - Superfície com a distribuição espacial dos erros de interpolação da Superfície Geoidal Local IGP3.

A Precisão Relativa da Superfície Geoidal ( $Pr ec. Rel._{SGL}$ ) foi calculada de acordo com os seguintes passos: 1) determinação da diferença entre as ondulações geoidais observadas ( $\Delta N_{i,j(observ.)}$ ) para cada par de pontos ( $i, j$ ) da amostra; 2) determinação da diferença entre as ondulações geoidais interpoladas com Validação Cruzada ( $\Delta N_{i,j(interp.)}$ ) para cada par de pontos da amostra; 3) determinação da qualidade para a diferenciação entre as ondulações geoidais de dois pontos, utilizando-se o posicionamento relativo (referenciada no presente trabalho como Precisão Relativa da Superfície Geoidal Local) :

$$Pr ec. Rel._{SGL} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n (\Delta N_{i,j(observ.)} - \Delta N_{i,j(interp.)})^2}{[n(n-1)/2]}} \quad (5)$$

Dessa forma, obteve-se uma precisão relativa igual a 39mm.

A utilização do programa MapGeo2004 possibilitou a determinação das ondulações geoidais nos

pontos da área de estudo, proporcionando uma Precisão absoluta igual a 418mm e um Precisão relativa igual a 90mm para o Modelo Geoidal do Brasil.

## 5. APLICABILIDADE DA SUPERFÍCIE GEOIDAL LOCAL EM CONFORMIDADE COM A NBR-13.133 DA ABNT

Foram analisados dois casos: a determinação de altitude ortométrica (análise da precisão absoluta) e a determinação de desnível ou diferença entre as altitudes ortométricas de dois pontos (análise da precisão relativa).

### 5.1 Análise da precisão absoluta

A determinação de altitudes ortométricas utilizando-se a Superfície Geoidal Local se dá através da ondulação geoidal obtida a partir desta superfície e da altura elipsoidal obtida através de posicionamento por GPS. Considerando-se que se obtenha a altura elipsoidal com a mesma precisão da rede GPS (50mm), tem-se a precisão da altitude ortométrica igual a 76mm.

No nivelamento da classe IIN (precisão de  $10mm\sqrt{K}$  após o ajustamento), para distâncias inferiores a 58km, é exigida uma precisão melhor do que a obtida (76mm) pela combinação da Superfície Geoidal Local com observações pelo Sistema de Posicionamento Global. Assim, não é possível a determinação de altitude ortométrica para as finalidades do nivelamento classe IIN, utilizando-se a Superfície Geoidal Local. O limite para o erro de fechamento no nivelamento da classe IIN ( $150mm\sqrt{K}$ ) para distâncias superiores a 257m é maior do que 76mm. Portanto, é possível a utilização da Superfície Geoidal Local para a determinação de altitude ortométrica para as finalidades do nivelamento classe IIN.

### 5.2 Análise da precisão relativa

A Precisão Relativa na determinação do desnível (diferença entre as altitudes ortométricas) de dois pontos é determinada por:

$$\sigma_{\Delta h(GPS+SGL)} = \sqrt{\sigma_{\Delta N(SGL)}^2 + \sigma_{h(GPS)}^2} \quad (6)$$

No presente trabalho, obteve-se o valor de  $\sigma_{\Delta h(GPS)} = 48mm$  para a pior precisão relativa da componente vertical após o processamento dos vetores. Supondo-se que no posicionamento relativo se obtenha a componente vertical com essa precisão, e como, de acordo com o tópico 4, a precisão relativa da Superfície Geoidal Local é  $\sigma_{\Delta N(SGL)} = 39mm$ , verifica-se que a precisão para a determinação do desnível (diferença entre as altitudes ortométricas) de dois pontos quaisquer sob estas condições é:

$$\sigma_{\Delta H(GPS+SGL)} = \sqrt{39^2 + 48^2} \text{ mm} = 61,8\text{mm} \cong 62\text{mm}$$

A obtenção de um desnível ortométrico nessas condições ( $\sigma_{\Delta H} = 62\text{mm}$ ), seria aceitável para a determinação das extremidades de um canal de 1km de extensão, por exemplo, cuja influência na declividade seria de 0,0062%, o que tornaria viável a utilização da Superfície Geoidal Local para este caso específico. Assim, a utilização da Superfície Geoidal Local em serviços de engenharia deve ser avaliada caso a caso.

Para maiores detalhes a respeito do presente trabalho, consultar CERQUEIRA (2006).

## 6. CONCLUSÃO

A determinação de superfícies geoidais contribui para o melhor conhecimento do geóide e os seus dados podem ser associados com dados gravimétricos para a obtenção de modelos mais precisos. A metodologia adotada nesta pesquisa permitiu a determinação de uma Superfície Geoidal Local com precisão absoluta igual a 57mm, sete vezes melhor do que a precisão alcançada pelo Modelo Geoidal do Brasil, desenvolvido pelo IBGE e pela EPUSP, e com precisão relativa igual a 39mm, duas vezes melhor do que o modelo nacional. Portanto, a Superfície Geoidal Local determinada substitui com vantagens o Mapa de Ondulação Geoidal disponível para o Brasil.

Entretanto, a Superfície Geoidal Local determinada não deve ser utilizada para a determinação de altitudes ortométricas, em substituição ao nivelamento geométrico Classe IIN da NBR-13.133 da ABNT. Em consonância com a norma, sua aplicação se restringe à determinação de altitudes ortométricas para utilização em estudos preliminares e de viabilidade. No entanto, na determinação de desníveis, há possibilidade de utilização da Superfície Geoidal, devendo ser feita uma análise específica para cada caso.

A grande contribuição deste trabalho foi apresentar uma alternativa para a determinação da ondulação geoidal através de um modelo local com melhor precisão do que os modelos ajustados por um plano. Outra grande contribuição foi a disponibilização de um Modelo Geoidal Local para o município de Maceió.

A aplicação da utilização da Superfície Geoidal Local deve ser evitada em locais onde ocorra extrapolação, o que conduziria a resultados com precisão pior do que a esperada.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CERQUEIRA, J. A. C. **Definição de uma Superfície Geoidal Local através de Posicionamento por GPS**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2006. 139p.

GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Física**. Curitiba Ed. da UFPR, 1999. 304p.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J. **GPS: Theory and Practice**. Wien, Springer Verlag, 4 ed., 1992. 389p.

ISAAKS, E.; SRIVASTAVA, R. M. **An Introduction to Applied Geostatistics**. New York, Ed. Oxford University Press, 1989. 561p.

ROMÃO, V. M. C.; PORTUGAL, J. L. A.; ANDRADE, E. D. V. **Estudo do uso do GPS na definição de uma Superfície Geoidal Local**. In: Congresso Brasileiro de Cartografia. **Anais**, 1999.

SEEBER, G. **Sattelite Geodesy: Methods and Applications**. Berlin, de Gruyter, 2 ed., 2003. 589p.

TORGE, W. **Geodesy**. Berlin, de Gruyter, 3 ed., 2001. 416p.

VANICEK, P.; KRAKIWSKY, E. J. **Geodesy: The Concepts**. Amsterdam, New York, North Holland Publishing Company, 1982. 691p.



**ANEXO – VALIDAÇÃO CRUZADA DAS INTERPOLAÇÕES PARA A SUPERFÍCIE GEOIDAL LOCAL**

INTERPOLAÇÃO		SUPERFÍCIE GEOIDAL	ÁREA DE PESQUISA	RAIO DA ÁREA DE PESQUISA	NÚMERO DE PONTOS	NÚMERO MÍNIMO DE PONTOS	POTÊNCIA	ERRO MÉDIO QUADRÁTICO (mm)	CLASSIFICAÇÃO PELO ERRO MÉDIO QUADRÁTICO
MÉTODO	ABRANGÊNCIA								
INVERSO DA POTÊNCIA DA DISTÂNCIA	LOCAL	PID1	Circular	6.213,70	15	10	2,2055	32,07	16
		PID2	circular - 4 setores (NE,SE,SW,NW)	6.213,70	5 por setor	3 por setor	1,5732	30,49	13
		PID3	circular - 4 setores (N,S,E,W)	6.213,70	5 por setor	3 por setor	1,5694	30,47	12
		PID4	circular - 8 setores	6.213,70	2 por setor	1 por setor	1,4078	29,88	11
		PID5	Circular	24.855,00	117	117	2,7314	31,55	15
POLINOMIAL	LOCAL	IPL1	Circular	5.553,30	15	10	1,0000	29,83	9
		IPL2	circular - 4 setores (NE,SE,SW,NW)	5.553,30	5 por setor	3 por setor	1,0000	29,37	5
		IPL3	circular - 4 setores (N,S,E,W)	5.553,30	5 por setor	3 por setor	1,0000	29,31	3
		IPL4	circular - 8 setores	5.553,30	2 por setor	1 por setor	1,0000	29,33	4
		IPL5	Circular	13.143,00	15	10	2,0000	29,40	6
		IPL6	circular - 4 setores (NE,SE,SW,NW)	13.143,00	5 por setor	3 por setor	2,0000	29,87	10
		IPL7	circular - 4 setores (N,S,E,W)	13.143,00	5 por setor	3 por setor	2,0000	30,93	14
		IPL8	circular - 8 setores	13.143,00	5 por setor	3 por setor	2,0000	29,77	8
		IPL9	circular - 8 setores	13.143,00	2 por setor	1 por setor	2,0000	35,82	18
		IPL10	Circular	24.855,00	15	10	3,0000	33,49	17
	GLOBAL	IPG1	Global	-	-	-	1,0000	60,97	19
		IPG2	Global	-	-	-	2,0000	29,56	7
		IPG3	Global	-	-	-	3,0000	27,69	1
		IPG4	Global	-	-	-	4,0000	28,58	2