

# CLASSIFICAÇÃO DE IMAGENS MULTIESPECTRAIS BASEADA EM ABORDAGEM FUZZY

*Multispectral Images Classification Based on Fuzzy Approach*

Fernanda de Almeida Prado<sup>1</sup>  
Maria de Lourdes Bueno Trindade Galo<sup>2</sup>

Universidade Estadual Paulista – UNESP  
Faculdade de Ciências e Tecnologia – FCT  
Departamento de Cartografia  
Rua Roberto Simonsen, 305 – CEP 19060-900 – Presidente Prudente, SP  
<sup>1</sup>prado\_fernanda@yahoo.com.br  
<sup>2</sup>mlourdes@fct.unesp.br

## RESUMO

Técnicas tradicionais de classificação de imagens multiespectrais têm sido a ferramenta usual para o mapeamento temático da cobertura da terra. Tais técnicas foram projetadas para tratar fenômenos que apresentam limites bem definidos e que podem ser facilmente discretizados. Contudo, existem regiões de incertezas e imprecisões a serem mapeadas, as quais demandam técnicas alternativas, como classificações baseadas em abordagem *fuzzy*. Nesse contexto, este trabalho tem o objetivo de apresentar e analisar comparativamente os resultados obtidos a partir da aplicação da técnica de Máxima Verossimilhança e de dois classificadores baseados em abordagem *fuzzy* (relativo bayesiano e Distância da Média *fuzzy*). Para tanto, foi adquirida uma imagem ETM+/Landsat de uma área teste previamente selecionada; realizado o treinamento dos classificadores; e definidas as classes de cobertura da terra. Os resultados obtidos com a aplicação das técnicas de Máxima Verossimilhança, relativa bayesiana e Distância da Média mostraram que classificações relativas são mais adequadas às situações onde ocorre confusão entre as classes, ou seja, quando estas apresentam comportamento inerentemente *fuzzy* e respostas espectrais similares, dificultando a separação das mesmas. Além disso, as classificações *fuzzy* fornecem informações relacionadas com a incerteza na atribuição dos *pixels* às classes, que podem ser úteis e tornar os mapas temáticos gerados mais confiáveis.

**Palavras chaves:** classificação de imagens multiespectrais, lógica *fuzzy*, sensoriamento remoto.

## ABSTRACT

Traditional techniques of multispectral images classification have been the usual tool for land cover mapping. Such techniques were projected to treat phenomena that present defined limits and that can be easily discriminated. However, there are areas of uncertainties and imprecisions to be mapped which need alternative techniques, as classifications based on fuzzy approach. In that context, the objective of this paper is to present and to compare the results obtained from the application of Maximum Likelihood technique and two classifiers based on fuzzy approach (relative bayesian and Mean Distance fuzzy). Therefore, it was acquired an ETM+/Landsat image of a selected test area, accomplished the classifiers training and defined land cover classes. The obtained results with the application of Maximum Likelihood, relative bayesian and Mean Distance techniques showed that relative classifications are more appropriate to situations where confusion among the classes exists, that is, when those present behavior inherently fuzzy and similar spectral responses, making it difficult to separate them. Besides, fuzzy classifications supply information related to uncertainty in the attribution of the pixels to the classes, which can be useful and turn thematic maps more reliable.

**Keywords:** multispectral images classification, fuzzy logic, remote sensing.

## 1. INTRODUÇÃO

Normalmente, técnicas convencionais de

classificação de dados de sensoriamento remoto são utilizadas, as quais alocam o *pixel* em uma única classe de cobertura da terra, com base em suas características

espectrais, desconsiderando a resposta gerada pela mistura de uma ou mais classes (FOODY, 1992).

Essas técnicas convencionais foram projetadas para aplicação em fenômenos que apresentam limites bem definidos, podendo ser facilmente discretizados. Com isso, o *pixel* é atribuído à classe predominante, isto é, à principal classe que o compõe (CANTERS, 1997; FOODY, 1992). Contudo, *pixels* podem ser formados por mais de uma classe de cobertura da terra, sendo esses conhecidos como *pixels* mistos, os quais, muitas vezes, existem em grande quantidade em uma imagem orbital (FOODY, 1992).

Uma forma de avaliar o problema da classificação de *pixels* mistos é o uso de técnicas alternativas que descrevam as classes componentes dos *pixels*, em uma abordagem de classificação sub-*pixel*. Dentre as técnicas existentes, grande destaque tem sido dado à classificação baseada em lógica *fuzzy*, em diversos trabalhos que envolvem classificação de imagens multiespectrais, devido às contribuições e vantagens advindas dessa técnica.

Em uma abordagem *fuzzy*, cada *pixel* é particionado entre todas as classes, através da atribuição de graus de pertinência que indicam a proporção com que os *pixels* pertencem a cada classe. Assim, pode-se mapear a cobertura terrestre com maior realidade, considerando o problema de *pixels* mistos existentes em imagens de sensoriamento remoto (FOODY, 1999).

Nessa abordagem, a saída não é um único mapa de cobertura da terra classificado, como no caso dos classificadores convencionais, mas sim um conjunto de imagens (uma para cada classe), cada qual expressando a pertinência de conjunto *fuzzy* de cada *pixel* em cada classe, assim como uma imagem de incerteza da classificação (EASTMAN, 2006).

ISLAM (2004) destaca as seguintes vantagens da classificação *fuzzy* em relação às técnicas de classificação convencionais: (1) possibilidade de expressar a incerteza de classes distribuídas espacialmente, ou seja, a adequação das classes de cobertura da terra derivadas de imagens de sensoriamento remoto; (2) apresentação da informação como classes de cobertura da terra contínuas; (3) geração de limites *fuzzy*, ou seja, zonas de incerteza entre as classes de cobertura da terra.

Nesse contexto, o objetivo do presente trabalho é comparar as classificações resultantes de técnicas convencional e *fuzzy* aplicadas a uma imagem ETM+/Landsat. Para tanto, foi selecionado como estudo de caso uma área do município de Teodoro Sampaio, localizada a oeste do Estado de São Paulo. Foram definidas previamente as classes de cobertura da terra de interesse e aplicado o classificador de Máxima Verossimilhança, bem como dois classificadores baseados em abordagem *fuzzy* (relativo bayesiano e de Distância da Média), e os resultados obtidos com essas três técnicas distintas foram analisados e confrontados.

## 2. CLASSIFICAÇÃO DE IMAGENS MULTIESPECTRAIS

A classificação de imagens orbitais consiste em estabelecer um processo de decisão no qual um *pixel* (ou um grupo de *pixels*) é definido como pertencente a uma determinada classe, tomando como base suas propriedades espectrais em relação a uma regra de decisão pré-definida (FOODY, 1992). Nesse processo, os sistemas computacionais auxiliam o usuário na extração de informações a partir de imagens orbitais multiespectrais (SANTOS et al. 2003).

Em classificação de imagens multiespectrais, a informação é normalmente representada em mapas temáticos através de técnicas de classificação convencionais supervisionadas ou não supervisionadas, conhecidas como técnicas de classificação rígida, conforme ZHANG & FOODY (1998).

Dentre essas, as técnicas de classificação supervisionadas são as principais utilizadas, o que implica na interação do intérprete humano e o sistema de análise, com base em um conhecimento prévio da cena, que habilitará o analista a fornecer informações específicas e, então, treinar o algoritmo de classificação (GONZALEZ & WOODS, 2000). Assim, o conjunto de *pixels* de treinamento, o qual contém exemplos de padrões de todas as classes existentes no sistema, é usado pelo classificador para tomar decisões, bem como para calcular estatísticas descritivas (por exemplo, média e variância) para cada classe. O resultado final da classificação é efetivamente um mapa temático descrevendo a distribuição espacial das classes selecionadas (ZHANG & FOODY, 2001).

### 2.1 Classificação por Máxima Verossimilhança

A classificação por Máxima Verossimilhança é a técnica supervisionada mais utilizada na classificação por *pixel* de dados de sensoriamento remoto (RICHARDS & JIA, 1999). Consiste em um classificador paramétrico que assume distribuição normal para cada uma das classes. A partir disso, estima os parâmetros vetor média e matriz de covariância e computa as probabilidades de um *pixel* pertencer a cada uma das classes pré-especificadas na fase de treinamento, associando-o à classe para a qual ele apresenta maior probabilidade (JENSEN, 1996).

Desse modo, considerando-se que são utilizadas  $N$  bandas espectrais e assumindo-se que as classes apresentam distribuição normal, a função densidade de probabilidade normal é dada pela Equação 1:

$$p(\bar{x} | \omega_i) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |\Sigma_i|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(\bar{x} - \bar{m}_i)^T \Sigma_i^{-1} (\bar{x} - \bar{m}_i)} \quad (1)$$

onde:  $\bar{m}_i$  e  $\Sigma_i$  são o vetor da média e a matriz de covariância, respectivamente, dos dados na classe  $\omega_i$ .

O processo de classificação busca definir a classe mais provável para o conjunto de *pixels* da imagem (RICHARDS & JIA, 1999). Ou seja, dado o valor do vetor de atributos ( $\vec{x}$ ), deve-se definir a classe mais provável ( $\omega_c$ ), dentre um conjunto finito de classes possíveis:  $W = \omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_m$ , o que pode ser expresso pela probabilidade condicional  $p(\omega_c | \vec{x})$ .

Assim, um vetor de atributos  $\vec{x}$  descreve um *pixel* como um ponto no espaço multiespectral (cujas coordenadas são definidas por valores de brilho) e  $p(\omega_c | \vec{x})$  indica a probabilidade da classe  $\omega_c$  ser a correta para esse *pixel*. Normalmente, a classificação é realizada de acordo com a seguinte regra de decisão:

$$\vec{x} \in \omega_c \text{ se } p(\omega_c | \vec{x}) > p(\omega_i | \vec{x}), \quad \forall c \neq i; \quad (2)$$

de modo que o *pixel*  $\vec{x}$  pertence à classe  $\omega_c$  se  $p(\omega_c | \vec{x})$  é maior do que  $p(\omega_i | \vec{x})$  (probabilidade de pertencer a qualquer uma das outras classes), para qualquer  $c \neq i$  (RICHARDS & JIA, 1999).

Dado que as probabilidades  $p(\omega_c | \vec{x})$  em (2) são desconhecidas e supondo-se que dados de treinamento estejam disponíveis para cada classe  $\omega_c$ , pode-se estimar a distribuição de probabilidade que descreve a chance de encontrar um *pixel*  $\vec{x}$  na classe  $\omega_c$ , o que é descrito por  $p(\vec{x} | \omega_c)$ , quando se pressupõe distribuição normal para as classes (RICHARDS & JIA, 1999).

As probabilidades  $p(\omega_c | \vec{x})$  desejadas e as  $p(\vec{x} | \omega_c)$  disponíveis, estimadas a partir dos dados de treinamento, são relacionadas pelo Teorema de Bayes (Equação 3):

$$p(\omega_c | \vec{x}) = \frac{p(\vec{x} | \omega_c) \cdot p(\omega_c)}{p(\vec{x})}, \quad (3)$$

onde:  $p(\omega_c)$  é a probabilidade da classe  $\omega_c$  ocorrer na imagem; e  $p(\vec{x})$  é a probabilidade de encontrar um *pixel*  $\vec{x}$  na imagem (RICHARDS & JIA, 1999).

As  $p(\omega_c)$  são chamadas probabilidades “a priori”, enquanto as  $p(\omega_c | \vec{x})$  são chamadas probabilidades “a posteriori”. Substituindo-se a Equação (3) em (2), chega-se à seguinte regra de decisão:

$$\vec{x} \in \omega_c \text{ se } p(\vec{x} | \omega_c) \cdot p(\omega_c) > p(\vec{x} | \omega_i) \cdot p(\omega_i), \quad \forall c \neq i. \quad (4)$$

## 2.2 Ambigüidade na classificação

Em técnicas de classificação convencionais, como a classificação por Máxima Verossimilhança, as ligações entre os elementos do terreno e seus atributos na imagem estão implicitamente baseadas em conceito de pertinência de teoria clássica de conjunto (lógica

*booleana*). Essas técnicas de representação têm dificuldades em lidar com fenômenos que não podem ser descritos por pertinência em um único conjunto, como misturas de cobertura que ocorrem frequentemente, implicando em perda substancial de informação espectral útil (WANG et al., 1990).

Contudo, muitos fenômenos geográficos não existem em classes discretas, mas estão ao longo de um contínuo, ou seja, tipos adjacentes de cobertura da terra raramente são separados por limites nitidamente definidos, mas sim por zonas de transição, nas quais nenhum tipo pode claramente dominar (ZHANG & STUART, 2001). Enquanto nos “pontos extremos” do contínuo os *pixels* podem ser “puros” e incluir apenas espécies associadas com uma classe, nas zonas de transição entre classes os *pixels* exibirão as características de duas ou mais classes, sendo denominados *pixels* mistos (FOODY, 1992).

A exata proporção de *pixels* mistos em uma imagem irá variar com uma gama de fatores, principalmente com o mosaico de cobertura da terra ao redor e com a resolução espacial do sensor (CRAPPER, 1984). Essa proporção aumenta geralmente com a diminuição da resolução espacial do sensor. Assim, para dados de baixa resolução espacial usados em mapeamento nas escalas regional e global, onde talvez o sensoriamento remoto é a principal fonte de dados em mapeamentos temáticos, *pixels* mistos podem dominar as imagens (FOODY et al., 1997).

Para tratar essas situações, a teoria de conjuntos *fuzzy* surge como uma alternativa para representar modelos de raciocínio impreciso, em ambientes de incertezas e imprecisões (ZADEH, 1988). A utilização de conjuntos *fuzzy* para tratar conceitos inexatos, ambíguos ou abstratos foi primeiramente introduzida por Lotfi Zadeh, em 1965, o qual define a lógica *fuzzy* como a parte da lógica matemática dedicada ao raciocínio incerto ou aproximado. A motivação do autor foi a preocupação com a rápida diminuição da qualidade da informação fornecida por modelos matemáticos tradicionais, com o aumento da complexidade de um sistema (ZADEH, 1965).

Um conjunto *fuzzy* é caracterizado por uma função de pertinência que mapeia os elementos de um espaço ou domínio  $X$  para um número real em  $[0,1]$ , ou formalmente,  $A : X \rightarrow [0,1]$ . Dessa forma, um conjunto *fuzzy* apresenta-se como um conjunto de pares ordenados, em que o primeiro elemento é  $x \in X$ , e o segundo,  $f_A(x)$ , é o grau de pertinência ou a função de pertinência de  $x$  em  $A$ , que mapeia  $x$  no intervalo  $[0,1]$ , ou seja,  $A = \{(x, f_A(x)) | x \in X\}$  (ZADEH, 1965).

A pertinência de um elemento a um determinado conjunto passa a ser uma questão de gradação (ZADEH, 1965). Nos casos extremos, o grau de pertinência é 0, ocasião em que o elemento não pertence ao conjunto, ou o grau de pertinência é 1, se o elemento pertence 100% ao conjunto. Portanto, um conjunto *fuzzy* surge a partir da extensão de um conjunto clássico (rígido), passando a incorporar medidas de incerteza (TURKSEN, 1991).

### 2.3 Classificação fuzzy

Quando existe uma única classe de cobertura da terra, um *pixel* de uma imagem de sensoriamento remoto registra as características espectrais dessa classe. No entanto, quando a região contém uma mistura de classes de cobertura, o valor do *pixel* é uma função da refletância da mistura das classes componentes (GOPAL & WOODCOCK, 1994). Normalmente, quanto mais de uma classe de cobertura o *pixel* contém, mais características espectrais daquela classe ele tem. Assim, *pixels* mistos ou heterogêneos têm suas características espectrais que diferem daquelas de um *pixel* homogêneo (WANG, 1990).

Para agrupar *pixels* em classes, o espaço multiespectral é particionado em regiões, cada qual correspondendo a uma das classes de cobertura definidas. As classes representadas como conjuntos clássicos dão origem a uma partição rígida do espaço multiespectral (Figura 1) (WANG, 1990), e, assim, considera-se que as mudanças entre uma classe de cobertura e outra são estabelecidas por limites rígidos e bem definidos (CANTERS, 1997).

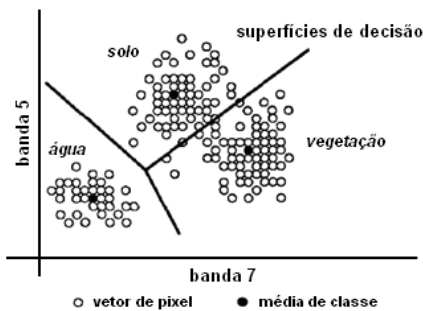


Fig. 1 – Partição rígida do espaço multiespectral.  
Fonte: adaptada de WANG (1990).

Contudo, visto que a informação geográfica é imprecisa por natureza e que, em muitos casos, é difícil distinguir claramente os limites entre dois tipos de cobertura da terra, um conceito de pertinência alternativo é necessário. Nesse sentido, a teoria de conjunto *fuzzy* pode fornecer uma melhor representação para fenômenos geográficos (CANTERS, 1997).

Quando as classes de cobertura são representadas como conjuntos *fuzzy*, o espaço multiespectral não é particionado por superfícies rígidas, gerando uma classificação *fuzzy*. Nesse caso, graus de pertinência são atribuídos aos *pixels* para indicar a proporção com que esses pertencem a cada classe. Tal partição é chamada de partição *fuzzy* do espaço multiespectral. A Figura 2 ilustra os graus de pertinência de um *pixel* em uma partição *fuzzy* (WANG, 1990).

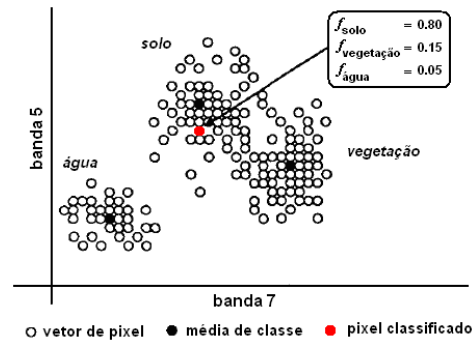


Fig. 2 – Graus de pertinência de um *pixel* em uma partição *fuzzy* do espaço multiespectral.  
Fonte: adaptada de WANG (1990).

O resultado de uma classificação *fuzzy* pode, então, ser expresso na forma de uma matriz de partição *fuzzy* (WANG, 1990):

$$\begin{bmatrix} f_{\omega_1}(\bar{x}_1) & f_{\omega_1}(\bar{x}_2) & \cdots & f_{\omega_1}(\bar{x}_n) \\ f_{\omega_2}(\bar{x}_1) & f_{\omega_2}(\bar{x}_2) & \cdots & f_{\omega_2}(\bar{x}_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{\omega_m}(\bar{x}_1) & f_{\omega_m}(\bar{x}_2) & \cdots & f_{\omega_m}(\bar{x}_n) \end{bmatrix} \quad (5)$$

onde:  $\omega_1, \dots, \omega_m$  representam as  $m$  classes espectrais;  $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n$  são os vetores de atributos dos *pixels*;  $n$  é o número de *pixels*; e  $f_{\omega_1}, \dots, f_{\omega_m}$  são as funções de pertinência para as classes.

Existem várias maneiras de derivar uma classificação *fuzzy*. Uma maneira, por exemplo, é a partir do classificador de Máxima Verossimilhança, conservando as probabilidades de pertinência de cada *pixel* em relação à todas as classes candidatas (FOODY, 1992). Além disso, classificações *fuzzy* também podem ser derivadas usando técnicas como agrupamento *fuzzy*  $c$ -médias (BEZDEK et al., 1984); modelagem de mistura linear (SETTLE & DRAKE, 1993) e redes neurais artificiais (FOODY, 1996).

#### 2.3.1 Classificação relativa bayesiana

Na classificação relativa bayesiana são usadas média e matriz de covariância ponderadas, onde os pesos são graus de pertinência *fuzzy* estimados a partir dos dados de treinamento (EASTMAN & LANEY, 2002). Assim, segundo WANG (1990), a média *fuzzy* ( $\bar{m}_c^*$ ) é estimada como:

$$\bar{m}_c^* = \frac{\sum_{i=1}^n f_c(\bar{x}_i) \cdot \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^n f_c(\bar{x}_i)}, \quad (6)$$

onde:  $n$  é o número total de *pixels* no conjunto de treinamento;  $\bar{x}_i$  é o vetor de atributos do *pixel* de

amostra; e  $f_c$  é a função de pertinência da classe  $c$  (a proporção de classe de cobertura  $c$  na amostra do conjunto de treinamento).

De modo similar, WANG (1990) afirma que a matriz de covariância *fuzzy* ( $\Sigma_c^*$ ) é calculada como:

$$\Sigma_c^* = \frac{\sum_{i=1}^n f_c(\bar{x}_i) \cdot (\bar{x}_i - \bar{m}_c^*) \cdot (\bar{x}_i - \bar{m}_c^*)^T}{\sum_{i=1}^n f_c(\bar{x}_i)}. \quad (7)$$

Uma vez que as estatísticas de treinamento são desenvolvidas, o estágio de classificação pode ser realizado. A pertinência de classe é definida com base na lógica da classificação por Máxima Verossimilhança, mas usando média e matriz de covariância *fuzzy* substituindo a média e a matriz de covariância convencionais, isto é:

$$f_c(\bar{x}) = \frac{p(\bar{x} | \omega_c)}{\sum_{i=1}^m p(\bar{x} | \omega_i)} \quad (8)$$

onde:  $p(\bar{x} | \omega_i)$  é a função densidade de probabilidade normal para a classe  $i$ , apresentada na Equação 1, substituindo a média e a matriz de covariância convencionais pela média *fuzzy* ( $\bar{m}_c^*$ ) e pela matriz de variância e covariância *fuzzy* ( $\Sigma_c^*$ ).

A incerteza da classificação gerada pelo classificador relativo bayesiano é calculada da seguinte maneira:

$$Inc(\bar{x}) = 1 - \frac{\max - \frac{sum}{m}}{1 - \frac{1}{m}} \quad (9)$$

onde:  $max$  é o valor máximo de probabilidade para o *pixel*;  $sum$  é a soma dos valores de probabilidade para esse *pixel*; e  $m$  é o número de classes (assinaturas) consideradas. Assim, o índice computado varia de 0-1 e expressa o grau de incerteza que o classificador teria se fosse necessário fornecer uma resposta definitiva (convencional ou rígida) para a classe na qual o *pixel* pertence (EASTMAN, 2006).

### 2.3.2 Classificação baseada na Distância da Média

Quando o número de amostras de treinamento por classe é limitado, pode ser mais adequado recorrer a um classificador que não use as informações da matriz de covariância, mas sim dependa apenas das médias das classes. Nessas situações, o classificador de Distância da Média é o indicado, visto que os dados de treinamento são usados para determinar apenas o vetor média de cada uma das classes e a classificação é feita

alocando o *pixel* à classe de média mais próxima (RICHARDS & JIA, 1999).

A função discriminante da Distância da Média é definida a partir da distância Euclidiana no espaço multiespectral entre os *pixels* candidatos e o vetor da média de cada classe. Supondo-se, então, que  $\bar{m}_c$ ,  $c = 1, 2, \dots, m$ , sejam as médias das  $m$  classes, determinadas a partir dos dados de treinamento, e  $\bar{x}$  seja o vetor do *pixel* (RICHARDS & JIA, 1999), a regra de decisão para a técnica da Distância da Média é expressa como:

$$\bar{x} \in \omega_c \text{ se } g_c(\bar{x}) > g_i(\bar{x}) \quad \forall c \neq i; \quad (10)$$

onde:

$$g_c(\bar{x}) = 2\bar{m}_c \bar{x} - \bar{m}_c \cdot \bar{m}_c. \quad (11)$$

Explicitamente, ao considerar o critério da Distância da Média na classificação *fuzzy*, calcula-se a pertinência de conjunto *fuzzy* baseada na distância Euclidiana da média das assinaturas espectrais de cada classe, usando uma função de pertinência normalmente sigmoideal. A lógica subjacente ao critério utilizado é que a média de uma assinatura representa o ponto ideal para a classe, onde a pertinência de conjunto *fuzzy* é 1. Quando a distância aumenta, o valor assumido pela função de pertinência diminui, até alcançar um limiar (definido em unidades de desvio-padrão), onde a pertinência de conjunto *fuzzy* diminui para 0. O valor desse limiar é decidido em função de dois fatores: qualidade das assinaturas (ou seja, quanto mais homogêneas forem as amostras de treinamento para as classes, melhor a qualidade das assinaturas), estimada a partir do conjunto de *pixels* de treinamento; e da largura das classes (relacionada com a variabilidade dos *pixels*). Assim, se a assinatura é pura (ou homogênea) e a largura da classe é pequena, um limiar pequeno deve ser selecionado; por outro lado, se a assinatura é mista e a largura da classe é grande, um limiar grande deve ser utilizado (EASTMAN, 2006).

Dessa forma, assim como no procedimento de classificação relativa bayesiana, é gerada uma imagem para cada classe de informação, bem como uma imagem de incerteza, computada com base na Equação 9.

## 3. EXPERIMENTO

### 3.1 Caracterização da área de estudo

A área de estudo está incluída no município de Teodoro Sampaio, localizado na região oeste do Estado de São Paulo (Figura 3), a uma latitude de  $-22^\circ 31' 57''$ , uma longitude de  $-52^\circ 10' 03''$ . A extensão territorial do município é de 1557 km<sup>2</sup> e a estimativa da população é de mais de aproximadamente 21200 habitantes. Possui uma altitude média de 321 metros, com predominância de clima tropical sub-úmido e temperatura média anual de 23,4°C.

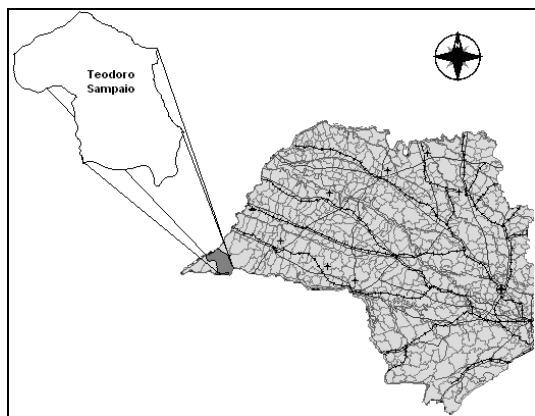


Fig. 3 – Localização do município de Teodoro Sampaio (SP) no Estado de São Paulo.

A pecuária do município de Teodoro Sampaio é caracterizada pela criação de bovinos, suínos, eqüinos e outros. Além disso, possui uma lavoura permanente de café, bem como uma lavoura temporária caracterizada pela plantação de algodão, amendoim, arroz, feijão, mamona, mandioca, milho, soja e, principalmente, cana-de-açúcar. Ainda, é responsável pela produção e exportação de madeira para a produção de lenha.

A maior riqueza natural de Teodoro Sampaio é o Parque Estadual Morro do Diabo, o qual guarda a última grande área de floresta de planalto, uma vegetação que já cobriu grande parte do território paulista. Com suas características de solo, flora e fauna próximas da situação primitiva, o Parque representa os ecossistemas originais da região, destruídos pela ocupação e pelo desmatamento irracionais. Esse Parque abriga a maior reserva de peroba-rosa do Estado, espécie ameaçada pelo desmatamento, devido à grande procura por sua madeira.

Para a realização do experimento foi feito um recorte em uma área próxima ao Parque Estadual Morro do Diabo, a qual está situada entre as seguintes coordenadas: Latitude 1:  $-22^{\circ} 29' 33,16''$ ; Longitude 1:  $-52^{\circ} 16' 20,94''$ ; Latitude 2:  $-22^{\circ} 36' 16,27''$ ; Longitude 2:  $-52^{\circ} 08' 07,19''$  (Figura 4).

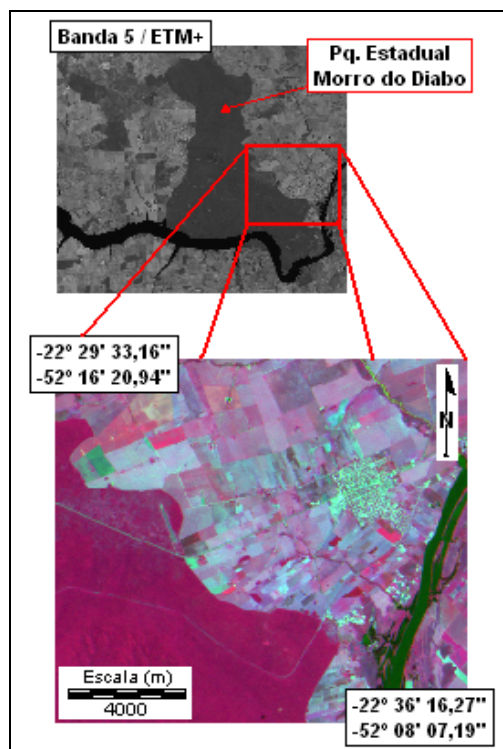


Fig. 4 – Área recortada para a realização do experimento.

### 3.2 Abordagem metodológica

No desenvolvimento do experimento, inicialmente, foi adquirida uma imagem multiespectral de média resolução espacial, obtida pelo sensor EMT+ (*Enhanced Thematic Mapper Plus*), instalado a bordo do satélite Landsat-7, datada de março de 2002. Foram consideradas as seis bandas multiespectrais dessa imagem ETM+, as quais possuem resolução espacial de 30 metros.

A partir da delimitação da área de estudo na imagem multiespectral foi elaborado um fluxograma com as etapas necessárias ao desenvolvimento do experimento (Figura 5).

Como pode ser visto na Figura 5, foram aplicadas três técnicas distintas de classificação, sendo essas: Máxima Verossimilhança, relativa bayesiana e baseada na Distância da Média. Assim, foi utilizado um classificador convencional e dois classificadores relativos e, ao final dos processamentos, puderam-se confrontar os resultados gerados. Tais processamentos foram realizados no aplicativo IDRISI Andes 15.0.



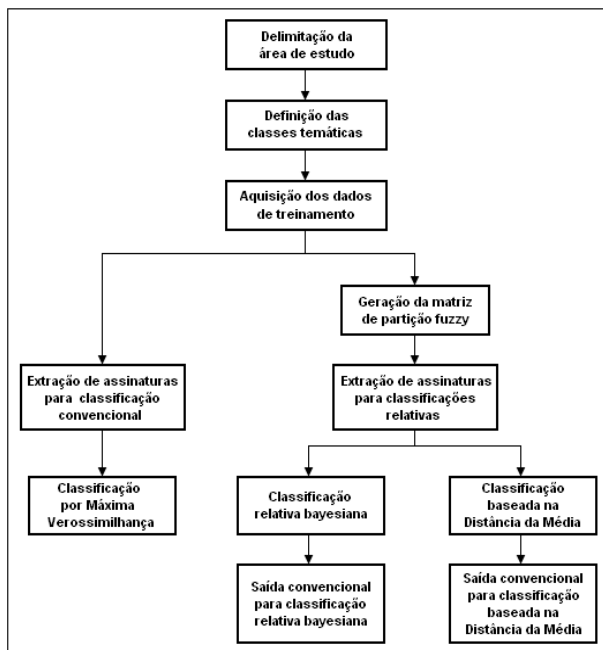


Fig. 5 – Fluxograma das etapas adotadas no experimento.

Dessa forma, são descritas, a seguir, cada uma das etapas ilustradas no fluxograma apresentado acima.

### 3.2.1 Definição das classes temáticas e aquisição dos dados de treinamento

A definição das classes de cobertura da terra é feita com base no conhecimento do analista sobre a área de estudo, bem como sobre o comportamento espectral dos alvos inseridos na cena a ser classificada. Assim, foram definidas oito classes de interesse, como lista a Tabela 1.

TABELA 1 – CARACTERIZAÇÃO DAS CLASSES DE COBERTURA DA TERRA DEFINIDAS PARA O EXPERIMENTO.

ID	Classe	Caracterização
1	Mata	Áreas de cobertura vegetal natural.
2	Cultura Agrícola	Áreas ocupadas com o plantio de diferentes tipos de cultura.
3	Corpo d'Água	Rios, córregos e represas naturais e artificiais.
4	Área Urbana	Mancha urbana do município e rodovias.
5	Solo Exposto	Áreas com solo preparado para plantio e ausência de vegetação.
6	Pastagem	Áreas de pasto que, eventualmente, podem ser utilizadas pelo gado.
7	Várzea	Áreas brejosas no entorno de cursos d'água.
8	Mata em Regeneração	Áreas de vegetação que foram degradadas.

Com a definição das classes de cobertura da terra, buscou-se, então, adquirir amostras de treinamento na imagem, a fim de treinar os classificadores utilizados. Os dados de treinamento coletados para cada classe buscaram englobar a variabilidade espectral correspondente a cada uma das classes de interesse.

### 3.2.2 Geração da matriz de partição fuzzy

Para o processamento das classificações relativas no aplicativo IDRISI é necessário construir a matriz de partição *fuzzy*, a qual indica o grau de pertinência de cada *pixel* de treinamento em relação a cada classe. Essa matriz é construída como uma tabela, da seguinte forma:

- ✓ Na primeira coluna devem constar identificadores numéricos inteiros para representar os dados de treinamento de cada classe temática. Por exemplo, se existem seis classes, existirão seis identificadores numéricos (de 1 a 6) para representar cada amostra (ou grupos de dados de treinamento, se mais de uma amostra for usada por classe). Esses identificadores devem ser alocados em ordem crescente, um em cada linha da matriz;
- ✓ As colunas restantes da matriz de partição devem ser criadas conforme o número de classes de cobertura da terra definidas. Considerando, da mesma forma, que existam seis classes, então devem ser criadas seis colunas, cada qual apresentando o nome da uma das classes.

Logo, as linhas da matriz de partição *fuzzy* representam os dados de treinamento e as colunas, as classes de cobertura da terra. Assim, para  $N$  classes e  $M$  amostras de treinamento, tem-se uma matriz  $N \times M$ .

Na Tabela 2 apresenta-se a matriz de partição *fuzzy* construída a partir das oito classes definidas no experimento. Verifica-se, por exemplo, que, para o conjunto de treinamento coletado para a classe *Pastagem*, foi estimado que 85% dos *pixels* correspondam realmente à essa classe e 15% possam pertencer à classe *Cultura Agrícola*, devido a heterogeneidade dos *pixels*.

TABELA 2 – MATRIZ DE PARTIÇÃO FUZZY.

M \ N	Mata	Cultura	Água	Urbano	Solo_exposto	Pastagem	Varzea	Mata_rege
1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0.9	0.1	0	0	0
5	0	0	0	0	1	0	0	0
6	0	0.15	0	0	0	0.85	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0.85	0.15
8	0.1	0	0	0	0	0	0	0.9

### 3.2.3 Extração dos parâmetros das classes

A próxima etapa do trabalho consistiu na extração de parâmetros (assinaturas) para os dados de treinamento, a partir da informação contida na imagem ETM+. Para tanto, dois procedimentos similares foram realizados: o primeiro para a extração de assinaturas

para as classificações relativas; e o segundo, para a classificação convencional.

Na extração dos parâmetros para classificação *fuzzy* é atribuído, a cada *pixel*, um peso proporcional ao seu grau de pertinência na estimativa da média, variância e covariância em cada banda para cada classe. Assim, um *pixel* que é predominantemente composto por mata, por exemplo, terá um grande peso na estimativa dos parâmetros dessa classe, mas um peso baixo na determinação dos parâmetros para outras classes constituintes.

De forma análoga, fez-se também a extração dos parâmetros para a classificação convencional por Máxima Verossimilhança. O procedimento é basicamente o mesmo, com a diferença de que há a necessidade de indicar o tamanho mínimo das amostras de treinamento, ou seja, o número de *pixels* que devem estar presentes no conjunto de treinamento de cada classe. Para tanto, recomenda-se um valor de dez vezes o número de bandas utilizadas (ou seja, igual a 60, nesse caso, onde utilizou-se seis bandas multiespectrais), particularmente quando se usa o classificador de Máxima Verossimilhança (EASTMAN, 2006), a fim de se obter uma estimativa adequada dos parâmetros estatísticos. Assim, se uma classe de treinamento apresenta um número de *pixels* menor que o valor mínimo estabelecido, essa não será criada.

### 3.2.4 Geração das imagens classificadas

A classificação da imagem ETM+/Landsat foi realizada pelas três técnicas definidas anteriormente, apresentadas na Figura 5.

Inicialmente, com base na informação contida no conjunto de treinamento e na função densidade de probabilidade relacionada a cada conjunto, os *pixels* da imagem ETM+ foram atribuídos à classe mais provável, aplicando-se o classificador de Máxima Verossimilhança. Como trata-se de uma classificação convencional (rígida), uma única imagem classificada foi gerada ao final do processamento.

A segunda classificação realizada foi a relativa bayesiana, que considera a informação dos dados de treinamento e da matriz de partição *fuzzy*. Essa classificação gera um conjunto de imagens (uma para cada classe) que expressa a pertinência de cada *pixel* em relação a cada classe, bem como uma imagem adicional que representa o grau de incerteza da classificação.

Finalmente, foi gerada a classificação baseada na Distância da Média, sendo um procedimento bastante similar à classificação relativa bayesiana. A diferença consistiu, nesse caso, na necessidade de atribuir o valor do limiar (denominado *Z-score*), definido por unidades de desvio-padrão. Visto que algumas assinaturas eram mais heterogêneas e devido à variabilidade das classes ser grande, atribuiu-se, conseqüentemente, um limiar grande. De forma análoga ao segundo procedimento, uma imagem para cada classe foi gerada, juntamente com uma imagem de incerteza da classificação.

A última etapa dos procedimentos adotados consistiu em gerar saídas rígidas (ou convencionais) para as duas classificações relativas, visto que essas técnicas geram um conjunto de imagens. As saídas rígidas foram computadas a partir das probabilidades “a posteriori”, sendo o *pixel* atribuído à classe de máxima probabilidade, isto é, à classe mais provável. Com isso, tornou-se viável comparar os resultados de ambas as classificações relativas com a saída fornecida pelo classificador por Máxima Verossimilhança.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 Imagens classificadas

Neste trabalho, buscou-se empregar diferentes classificadores, a fim de comparar as classificações resultantes da aplicação da técnica de Máxima Verossimilhança com classificadores relativos. Esses últimos ainda são menos usuais, dada a exigência de processamentos adicionais e maior dificuldade de análise das saídas geradas, ou seja, um conjunto de imagens de probabilidade por classe e uma imagem de incerteza, ao invés de uma única saída convencional.

Como resultado da aplicação do classificador de Máxima Verossimilhança foi gerada uma imagem classificada, a qual é apresentada na Figura 6.

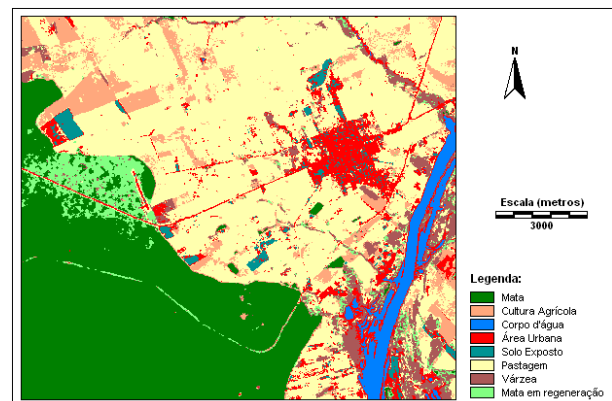


Fig. 6 – Saída convencional gerada pelo classificador de Máxima Verossimilhança.

No caso das classificações relativa bayesiana e de Distância da Média, onde são geradas imagens de probabilidade, apresentam-se como exemplos as saídas fornecidas para a classe *Mata em Regeneração*, a partir da classificação relativa bayesiana (Figura 7) e através da classificação de Distância da Média (Figura 8). O grau de variação nas cores representativas da pertinência dos *pixels* à essa classe está relacionado com a escala apresentada à direita.



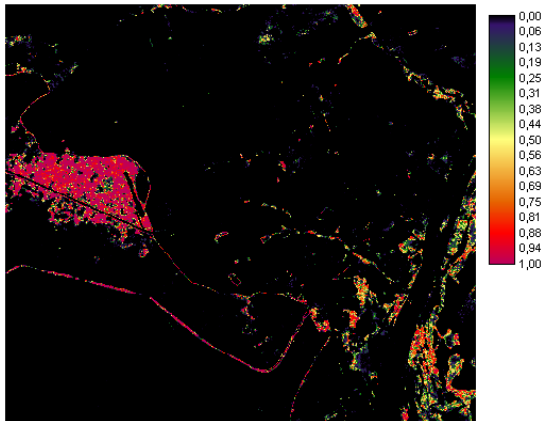


Fig. 7 – Grau de pertinência dos *pixels* à classe *Mata em Regeneração*, definido na classificação relativa bayesiana.

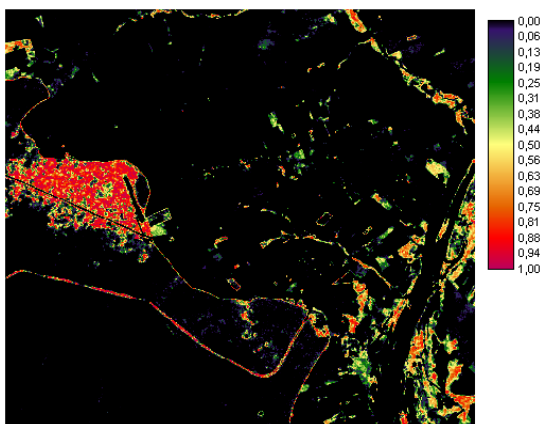


Fig. 8 – Grau de pertinência dos *pixels* à classe *Mata em Regeneração*, definido na classificação de Distância da Média.

A partir das imagens de probabilidade geradas pelas classificações *fuzzy*, foram produzidas saídas rígidas, a fim de comparar essas técnicas entre si, bem como com a saída fornecida pela classificação convencional por Máxima Verossimilhança. Dessa forma, as saídas rígidas podem ser vistas nas Figuras 9 e 10, geradas a partir da classificação relativa bayesiana e através da classificação de Distância da Média, respectivamente.

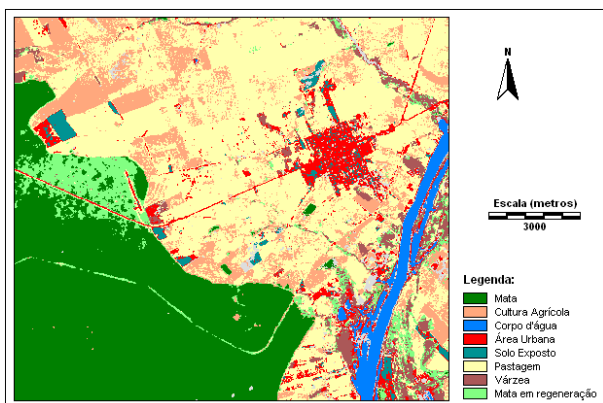


Fig. 9 – Saída convencional gerada pelo classificador relativo bayesiano.

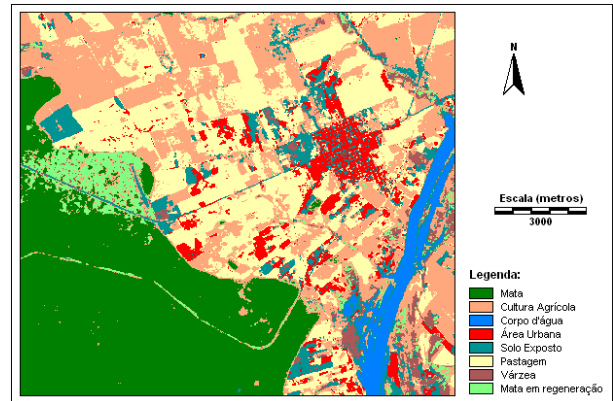


Fig. 10 – Saída convencional gerada pelo classificador baseado na Distância da Média.

As imagens de incerteza das classificações *fuzzy* são apresentadas nas Figuras 11 e 12, a partir das classificações relativa bayesiana e de Distância da Média, respectivamente. Nota-se, em ambas as imagens, que as áreas de *Mata* e os *Corpos d'Água*, em geral, resultam em valores próximos a zero, por representarem classes com menor incerteza. Nas demais regiões da imagem, no entanto, configuram-se maiores incertezas. De modo geral, essas imagens de incerteza global mostram que ocorre maior incerteza na atribuição das classes *Cultura Agrícola* e *Pastagem* e que essa confusão é mais enfatizada na classificação baseada na Distância da Média (Figura 12), quando comparada com a relativa bayesiana (Figura 11).

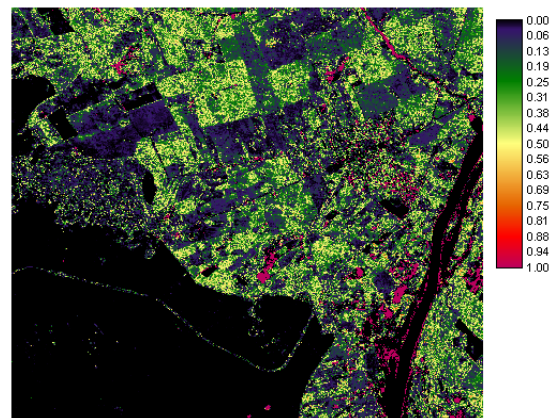


Fig. 11 – Imagem de incerteza gerada a partir da classificação relativa bayesiana.

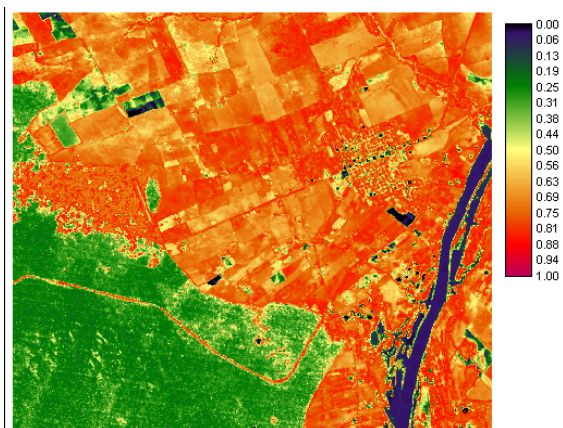


Fig. 12 – Imagem de incerteza gerada a partir da classificação baseada na Distância da Média.

Com os resultados obtidos com as classificações *fuzzy* foi possível extrair a incerteza média associada à cada uma dessas classes de cobertura da terra (Tabela 3). Verifica-se, então, que as maiores incertezas médias ocorrem nas classes com maior similaridade espectral (por exemplo, *Solo Exposto* e *Área Urbana*, ou *Cultura Agrícola* e *Pastagem*), e nas classes inerentemente *fuzzy*, como é o caso de *Várzea* e *Mata em Regeneração*, o que dificulta a atribuição de uma resposta definitiva para essas classes.

TABELA 3 – INCERTEZA MÉDIA POR CLASSE FORNECIDA PELAS CLASSIFICAÇÕES FUZZY.

Classe	Relativa bayesiana	Distância da Média
Mata	0,007073	0,065284
Cultura Agrícola	0,211326	0,143605
Corpo d'Água	0,000035	0,019377
Área Urbana	0,126108	0,135494
Solo Exposto	0,189337	0,148987
Pastagem	0,158065	0,153389
Várzea	0,148929	0,171889
Mata em Regeneração	0,159124	0,161975

#### 4.2 Comparação entre as classificações

Para comparar o desempenho das classificações foram elaborados histogramas das saídas finais (convencionais) das classificações. Esses histogramas foram gerados a partir de tabulações cruzadas, que mostram as coincidências e dissimilaridades espaciais, em termos percentuais, entre as classes de cobertura da terra.

Comparando visualmente os resultados das classificações por Máxima Verossimilhança e relativa bayesiana (Figuras 6 e 9, respectivamente), percebe-se que ambas se apresentam similares, o que é comprovado a partir de uma tabulação cruzada (Figura 13), a qual indica que a porcentagem de concordância espacial entre as classes obtidas pelas duas técnicas foi alta. A maior dissimilaridade ocorreu entre as classes *Cultura Agrícola* e *Pastagem*, onde, aproximadamente, 5% dos *pixels* classificados como *Pastagem*, pelo classificador

de Máxima Verossimilhança, foram atribuídos à classe *Cultura Agrícola*, pelo classificador relativo bayesiano. Além disso, percebe-se que, aproximadamente, 1% dos *pixels* classificados como *Várzea*, pelo classificador de Máxima Verossimilhança, foram classificados como *Mata em Regeneração*, pelo classificador relativo bayesiano, mostrando que existe uma certa similaridade espectral na resposta dos *pixels* pertencentes a essas duas classes. Ainda, nota-se que a maior parte dos *pixels* não classificados, pelo classificador relativo bayesiano, foi alocada à classe *Área Urbana*, pelo classificador de Máxima Verossimilhança, o que explica a diferença obtida nessa última classe pelos dois classificadores.

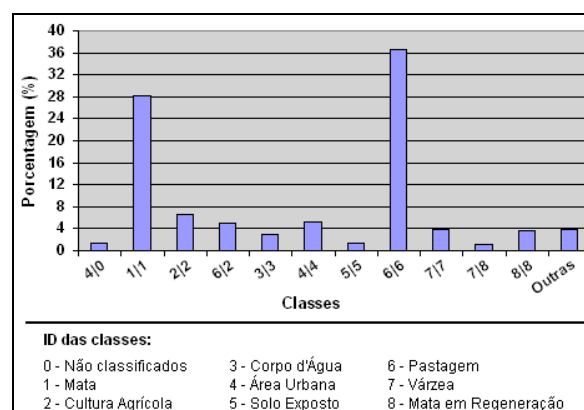


Fig. 13 – Histograma da tabulação cruzada entre as classificações por Máxima Verossimilhança e relativa bayesiana.

Por outro lado, analisando a Figura 14, que compara os resultados das classificações por Máxima Verossimilhança e de Distância da Média, nota-se que há uma maior variação entre as duas técnicas analisadas. Através do histograma da tabulação cruzada pode-se verificar que as maiores discrepâncias ocorreram entre as classes *Cultura Agrícola* e *Pastagem*, decorrente do fato de que 15% dos *pixels* classificados como *Pastagem*, pelo classificador de Máxima Verossimilhança, foram alocados à classe *Cultura Agrícola*, pelo classificador de Distância da Média. Além disso, 4% dos *pixels* classificados como *Área Urbana* e 3% dos classificados como *Pastagem*, aproximadamente, pelo classificador de Máxima Verossimilhança, foram alocados à classe *Solo Exposto*, pelo classificador de Distância da Média.

Por último, verificando a Figura 15, que compara as classificações relativa bayesiana e baseada na Distância da Média, nota-se que os resultados são similares àqueles apresentados pela Figura 14, visto que os classificadores de Máxima Verossimilhança e relativo bayesiano são ambos fundamentados no Teorema de Bayes, gerando resultados equivalentes quando a saída do classificador *fuzzy* é transformada em uma saída convencional.

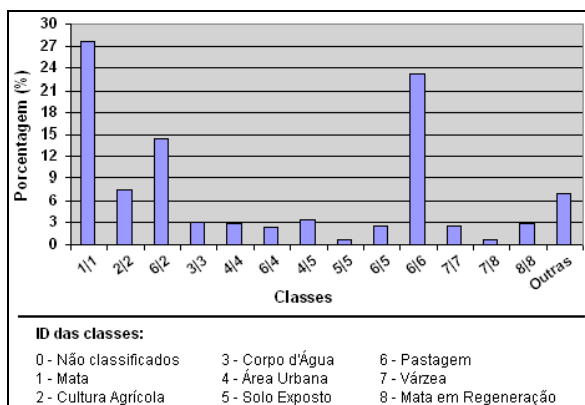


Fig. 14 – Histograma da tabulação cruzada entre as classificações por Máxima Verossimilhança e baseada na Distância da Média.

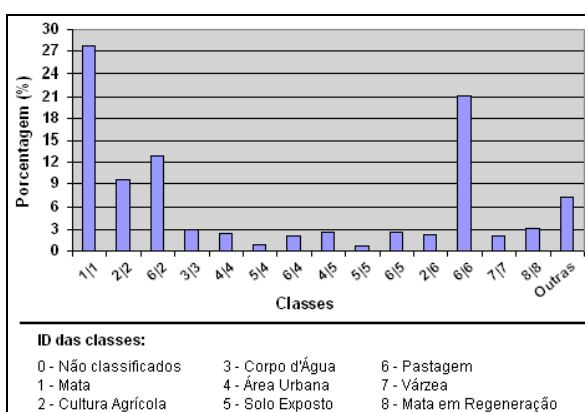


Fig. 15 – Histograma da tabulação cruzada entre as classificações relativa bayesiana e baseada na Distância da Média.

Como se observa na Figura 15, as maiores discrepâncias entre os resultados das classificações relativa bayesiana e de Distância da Média ocorreram entre as classes *Cultura Agrícola* e *Pastagem*, visto que, aproximadamente, 13% dos *pixels* classificados como *Pastagem*, pelo classificador relativo bayesiano, foram alocados à classe *Cultura Agrícola*, pelo classificador de Distância da Média. Por outro lado, 2% dos *pixels*, aproximadamente, classificados como *Cultura Agrícola*, pelo classificador relativo bayesiano, foram alocados à classe *Pastagem*, pelo classificador de Distância da Média. Além disso, nota-se que, aproximadamente, 3% dos *pixels* classificados como *Pastagem* e *Área Urbana*, na classificação relativa bayesiana, foram inseridos em *Solo Exposto*, utilizando o classificador de Distância da Média. Ainda, pode-se verificar que, aproximadamente, 2% dos *pixels* atribuídos à *Pastagem* e 1%, à *Solo Exposto*, pelo classificador relativo bayesiano, foram alocados à classe *Área Urbana*, com o uso do classificador de Distância da Média.

Os resultados apresentados anteriormente indicam que as classes mais homogêneas são *Mata* e *Corpo d'Água*, que não se confundem com as demais, o que concorda com as informações das imagens de incerteza das classificações *fuzzy* (Figuras 9 e 10), onde a incerteza nessas regiões é praticamente nula. Quanto

às demais classes, essas apresentaram confusão entre si, como, por exemplo, *Várzea* e *Mata em Regeneração*, e *Pastagem* e *Cultura Agrícola*, que proporcionaram as maiores discrepâncias entre as classificações fundamentadas no Teorema de Bayes e a classificação baseada na Distância da Média, e principalmente *Área Urbana* e *Solo Exposto*.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento do experimento permitiu aplicar os conceitos teóricos da classificação por Máxima Verossimilhança, bem como da classificação *fuzzy*, considerando duas técnicas distintas que fazem uso dessa abordagem, quais sejam a classificação relativa bayesiana e a classificação baseada na Distância da Média.

As técnicas de classificação baseadas em abordagem *fuzzy*, apesar de serem menos usuais que as abordagens estatísticas convencionais, consistem em uma poderosa ferramenta de análise digital. Sua utilização exige a realização de análises mais elaboradas, já que a interpretação dos resultados não é direta. No entanto, estas permitem uma melhor modelagem dos fenômenos do mundo real que, muitas vezes, constituem classes que não possuem limites bem definidos entre si.

A partir do experimento realizado, verificou-se que houve uma maior concordância espacial entre os procedimentos de classificação por Máxima Verossimilhança e pela técnica relativa bayesiana, ambos fundamentados no Teorema de Bayes. Além disso, observou-se que, em geral, as maiores discrepâncias entre as classificações ocorreram entre classes inerentemente *fuzzy* e entre aquelas que apresentam respostas espectrais similares, dificultando a separação das mesmas. Assim, as classificações relativas se adequam exatamente às situações onde existe a necessidade de trabalhar com esses tipos de classes temáticas, além de permitirem uma análise mais acurada da confusão entre as classes, a partir das imagens de incerteza associadas a cada classe.

## AGRADECIMENTOS

As autoras deste trabalho agradecem à FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) pelo financiamento concedido.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BEZDEK, J. C.; EHRLICH, R.; FULL, W. FCM: the fuzzy c-means clustering algorithm. **Computers and Geosciences**, v. 10, n. 2-3, p. 191-203, 1984.
- CANTERS, F. Evaluating the uncertainty of area estimates derived from fuzzy land-cover classification. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, v. 63, n. 4, p. 403-414, 1997.

- CRAPPER, P. F. An estimate of the number of boundary cells in a mapped landscape coded to grid cells. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, v. 50, n. 10, p. 1497-1503, 1984.
- EASTMAN, J. R. **IDRISI Andes: Guide to GIS and image processing**. Manual version 15. Worcester: Clark University, 2006.
- EASTMAN, J. R.; LANEY, R. M. Bayesian soft classification for sub-pixel analysis: a critical evaluation. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, v. 68, n. 11, p. 1149-1154, 2002.
- FOODY, G. M. A fuzzy sets approach to the representation of vegetation continua from remotely sensed data: an example from lowland heath. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, v. 58, n. 2, p. 221-225, 1992.
- FOODY, G. M. Relating the land-cover composition of mixed pixels to artificial neural network classification output. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, v. 62, n. 5, p. 491-499, 1996.
- FOODY, G. M. The continuum of classification fuzziness in thematic mapping. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, v. 65, n. 4, p. 443-451, 1999.
- FOODY, G. M.; LUCAS, R. M.; CURRAN, P. J.; HONZAK, M. Non-linear mixture modelling without end-members using an artificial neural network. **International Journal of Remote Sensing**, v. 18, n. 4, p. 937-953, 1997.
- GONZALEZ, R. C.; WOODS, R. E. **Processamento Digital de Imagens**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2000.
- GOPAL, S.; WOODCOCK, C. Theory and methods for accuracy assessment of thematic maps using fuzzy sets. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, v. 60, n. 2, p. 181-188, 1994.
- ISLAM, Z. **Fractals and fuzzy sets for modelling the heterogeneity and spatial complexity of urban landscapes using multiscale remote sensing data**. 2004. 220 f. Tese (Doutorado) – Department of Spatial Sciences, Curtin University of Technology, Perth.
- JENSEN, J. R. **Introductory digital image processing: a remote sensing perspective**. 2. ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1996.
- RICHARDS, J. A.; JIA, X. **Remote Sensing digital image analysis: an introduction**. 3. ed. New York: Springer-Verlag, 1999.
- SANTOS, R. L.; OHATA, A. T.; CRUSCO, N.; QUINTANILHA, J. A.. A teoria da incerteza aplicada a classificação de imagens de satélites. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 21., 2003, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: INPE, 2003, p. 1-8.
- SETTLE, J. J.; DRAKE, N. A. Linear mixing and the estimation of ground cover proportions. **International Journal of Remote Sensing**, v. 14, n. 6, p. 1159-1177, 1993.
- TURKSEN, I. B. Measurement of membership functions and their acquisition. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 40, n. 1, p. 5-38, 1991.
- WANG, F. Fuzzy supervised classification of remote sensing images. **IEEE Transactions on Geosciences and Remote Sensing**, v. 28, n. 2, p. 194-201, 1990.
- WANG, F.; BRENT HALL, G.; SUBARYONO. Fuzzy information representation and processing in conventional GIS software: database design and application. **International Journal Geographical Information Systems**, v. 4, n. 3, p. 261-283, 1990.
- ZADEH, L. A. Fuzzy logic. **IEEE Transactions on Computers**, v. 25, 1988.
- ZADEH, L. A. Fuzzy sets. **Information and Control**, v. 8, p. 339-353, 1965.
- ZHANG, J; FOODY, G. M. A fuzzy classification of sub-urban land cover from remotely sensed imagery. **International Journal of Remote Sensing**, v. 19, n. 14, p. 2721-2738, 1998.
- ZHANG, J; FOODY, G. M. Fully-fuzzy supervised classification of sub-urban land cover from remotely sensed imagery: statistical and artificial neural network approaches. **International Journal of Remote Sensing**, v. 22, n. 4, p. 615-628, 2001.
- ZHANG, J; STUART, N. Fuzzy methods for categorical mapping with image-based land cover data. **International Journal Geographical Information Science**, v. 15, n. 2, p. 175-195, 2001.