

## Programa computacional para cálculo de forças decorrentes da pressão da água sobre taludes submersos de barragens

### Computer program for calculating forces resulting from water pressure on submerged dam slopes

*José Eduardo Alamy Filho*<sup>1</sup>

*Guilherme Resende Magro*<sup>2</sup>

*Luciano Afonso Santos Filho*<sup>3</sup>

---

#### Resumo

A elevação do nível de água provocado pelas barragens resulta no aumento da pressão estática sobre a zona submersa do talude de montante. O efeito dessa distribuição de pressão é o surgimento de forças, as quais têm componentes que tendem a empurrar o maciço na direção longitudinal. O cálculo dessas forças está vinculado com a altura da barragem, com a distribuição da área submersa do talude e com eventuais efeitos de estratificação no reservatório. Essa estimativa é importante para projetos e para a segurança das barragens. Este artigo apresenta um programa computacional desenvolvido especificamente para esse fim: previsão de forças sobre taludes submersos. O programa é amigável, utiliza planilha eletrônica e foi codificado em *Visual Basic for Applications* (VBA). A opção pela solução numérica possibilita o cálculo de situações mais complexas, como áreas submersas irregulares e assimétricas, bem como estratificação decorrente da temperatura e da salinidade da água. Uma aplicação para a barragem do Tambor foi realizada, indicando convergência e estabilização da solução para discretizações verticais da ordem de centímetros e, principalmente da ordem de milímetros.

**Palavras-chave:** Mecânica dos Fluidos, barragens, distribuição de pressão.

#### Abstract

The rise in water level caused by dams results in increase in static pressure over the submerged area of the upstream slope. The effect of this pressure are forces, which have components that tend to push the dam in the longitudinal direction. The calculation of these forces is linked to height of the dam, distribution of the submerged area of the slope and possible effects of stratification in the reservoir. This estimate is important for projects and for dam safety. This paper presents a computer program developed specifically for this purpose: forecasting forces on submerged slopes. The program is user-friendly, uses electronic spreadsheet and was coded in *Visual Basic for Applications* (VBA). The option for the numerical solution allows to calculate complex situations, such as irregular and asymmetrical areas, and stratification due to water temperature and salinity. An application to the Tambor dam was carried out, indicating convergence and stabilization of the solution for vertical discretizations with spacing of centimeters and, mainly, of millimeters.

**Keywords:** Fluid Mechanics, dams, pressure distribution.

---

<sup>1</sup> Professor da Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, jose.alamy@ufu.br.

<sup>2</sup> Mestre em Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, guilherme.magro@hotmail.com.

<sup>3</sup> Graduando em Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, lucianofilho@ufu.br.

## INTRODUÇÃO

Barragens são construídas para diversos fins, como abastecimento de água, irrigação, geração de energia, amortecimento de cheias, paisagismo, piscicultura, navegação, dessedentação animal, entre outros. Em maior ou menor grau, dependendo da função que condicionará sua altura, a construção dessas estruturas provoca a elevação do nível de água a montante. A consequência imediata da formação do reservatório é a submersão da maior parte do talude de montante, com ocorrência de forças perpendiculares a esse talude, decorrentes da atuação da pressão estática da água. Essas forças podem levar a deslocamentos longitudinais da barragem, incentivando, além disso, a percolação de água para dentro do maciço. Os níveis de deslocamento e de percolação previstos devem ser levados em conta no projeto dessas estruturas. Esses aspectos, além de serem fundamentais na fase de projeto, também devem ser monitorados durante a operação da barragem.

A magnitude da resultante das forças geradas pela pressão estática depende diretamente da profundidade do reservatório na vizinhança da barragem. Além disso, agentes que condicionam a eventual estratificação do reservatório também podem ter influência. Em reservatórios de rejeitos, a concentração de sólidos é fator decisivo na estratificação. Em reservatórios de água, a variação da massa específica do fluido é influenciada pelo perfil vertical de temperatura da massa líquida ( $dT/dh$ ) e pela salinidade ( $S$ ).

A Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA) realiza cadastramento periódico das barragens no território nacional. No Relatório de Segurança de Barragens (ANA, 2020), a Agência informa que há cadastro de 19.388 barragens, universo que ainda não quantifica o total de barragens no país. Conforme os dados cadastrados, 27% das barragens têm altura inferior a 7,5 m; 23% apresentam altura entre 7,5 m e 15 m; 19% entre 15 m e 30 m; 8% entre 30 m e 70 m; 2% entre 70 m e 100 m; 1% com altura superior a 100 m. A altura das barragens é uma informação básica que está fisicamente vinculada com a força que a pressão da água exerce sobre o talude de montante. Apesar disso, das barragens cadastradas, 20% não apresentam informações de altura.

O cálculo de forças sobre superfícies submersas deriva de uma teoria bem estabelecida em Mecânica dos Fluidos, considerando a distribuição hidrostática de pressão. Quando a massa específica do fluido é constante e quando a área submersa é regular e simétrica, soluções analíticas são obtidas com facilidade. Todavia, quando não há regularidade na distribuição da área submersa e quando a estratificação da massa líquida é evidente, o cálculo pode ser dificultado, exigindo técnicas numéricas de integração. Esses casos comumente são verificados em barragens, haja vista que os maciços são encaixados em vales que seguem conformações aproximadamente naturais, fora a remoção de solo e de material rochoso frágil e intensamente fraturado. Há, nesse sentido, irregularidade na distribuição da área submersa do talude de montante. Principalmente durante o verão, em barragens de grande altura onde os reservatórios são mais profundos, há diferenças notáveis de temperatura com a profundidade. Nessa situação, a água profunda é mais fria do que a água superficial. Há gradientes verticais de temperatura que induzem gradientes verticais de massa específica e isso altera a distribuição vertical de forças. É nesse sentido que um código computacional se torna útil no cálculo da força sobre barragens e demais superfícies submersas.

O objetivo principal deste artigo consiste no cálculo de forças sobre taludes submersos de barragens, partindo da elaboração de um programa computacional construído especificamente para esse fim. Partiu-se da premissa de que o programa deveria ser amigável ao usuário, com facilidades na entrada de dados e na interpretação dos gráficos resultantes. Por isso, optou-se pela codificação do algoritmo na linguagem *Visual Basic Aplicada* ao Microsoft

Excel (VBA). Com isso, aproveitam-se as potencialidades do Excel e sua larga aplicação na prática das Engenharias.

## METODOLOGIA

### Forças sobre taludes submersos

Forças sobre superfícies submersas decorrem da atuação da pressão da água sobre as mesmas. Em reservatórios, preferencialmente distante dos dispositivos de tomadas de água como vertedores, descarregadores de fundo, túneis e canais de derivação, a magnitude da velocidade é baixa. Assim, ao longo da maior parte da extensão de barragens, os taludes submersos estão sujeitos à distribuição hidrostática de pressão:

$$p = \rho \cdot g \cdot h \quad (1)$$

Na Equação (1),  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $h$  é a profundidade. Note-se que a pressão aumenta linearmente com a profundidade. Em situação de equilíbrio, nas massas líquidas estratificadas, as maiores massas específicas ocorrem em zonas mais profundas. Esses fatores condicionam aumento da pressão com a profundidade.

Seja uma área submersa infinitesimal ilustrada pela Figura 1. A força decorrente da pressão, aplicada sobre um elemento infinitesimal de área é calculada como:

$$dF = p \cdot dA = \rho \cdot g \cdot h \cdot dA = \rho \cdot g \cdot h \cdot L \cdot \frac{dh}{\text{sen}(\alpha)} \quad (2)$$

Na Equação (2),  $L$  é o comprimento da área submersa, valor que, em vales de implantação de barragens, é variável com a profundidade  $L = L(h)$ . O ângulo  $\alpha$ , formado com a direção horizontal, é a inclinação do talude. Nesse sentido, ao longo da profundidade, cada tira infinitesimal de área submersa  $dA$  está sujeita a diferentes forças infinitesimais.

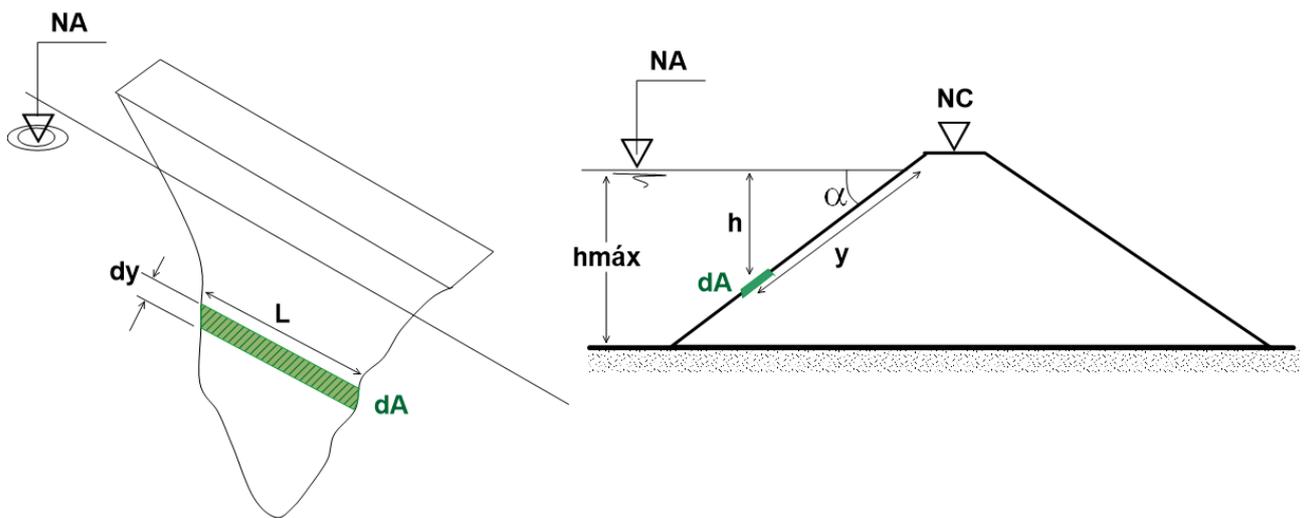


Figura 1 – Esquema de talude submerso de barragem

A força resultante sobre todo o talude é obtida pelo somatório das forças infinitesimais:

$$F = \int dF \quad (3)$$

Substituindo (2) em (3), resulta:  $F = \int_0^{h_{m\acute{a}x}} \rho \cdot g \cdot h \cdot L \cdot dh / \text{sen}(\alpha)$  (4)

Na Equação (4),  $h_{m\acute{a}x}$  é a profundidade no pé da barragem. Para massa específica constante, situação válida para reservatórios com estratificação insignificante, a Equação (4) conduz a:

$$F = \rho \cdot g \cdot h_{CG} \cdot A \quad (5)$$

Na Equação (5),  $A$  é a área total submersa do talude e  $h_{CG}$  é a profundidade do centróide dessa área. A resultante  $F$  é perpendicular aos taludes planos.

A profundidade do ponto de aplicação da resultante, também chamado de centro de pressão, pode ser obtida partindo-se da ideia de que o momento da resultante, em relação a um eixo alocado na interseção da superfície livre com o talude, é igual à soma dos momentos das forças infinitesimais:

$$F \cdot \frac{h_{CP}}{\text{sen}(\alpha)} = \int dF \cdot \frac{h}{\text{sen}(\alpha)} \quad (6)$$

Aplicando (2) em (6) e isolando a profundidade do centro de pressão:

$$h_{CP} = \frac{1}{F} \cdot \int_0^{h_{m\acute{a}x}} \rho \cdot g \cdot h^2 \cdot L \cdot \frac{dh}{\text{sen}(\alpha)} \quad (7)$$

Em sistemas não estratificados, o desenvolvimento da Equação (7) resulta em:

$$h_{CP} = \frac{\int h^2 \cdot dA}{(h_{CG} \cdot A)} \quad (8)$$

O cálculo da profundidade do centro de pressão é especialmente interessante em barragens mais esbeltas, como as de concreto por gravidade. Nesses casos, o momento da resultante, em torno do eixo que passa pelo pé do paramento de jusante, é utilizado para dimensionar a base da barragem.

### Lei de estratificação

Conforme já se comentou, gradientes de temperatura e salinidade podem modificar a massa específica da água, causando estratificação do sistema hídrico. Em situação de equilíbrio, as massas de água menos densas ficam na superfície, enquanto que as mais densas se acomodam nas zonas mais profundas. Quando esse equilíbrio é quebrado, surgem correntes verticais de densidade até que nova situação de equilíbrio se estabilize. A estabilização sempre é verificada com densidades verticais crescentes.

A estratificação térmica pode ser relevante em reservatórios mais profundos, como aqueles formados por barramentos altos, principalmente durante o verão. Nesse período, a água superficial é aquecida mais rapidamente e torna-se menos densa do que as águas profundas. No

inverno, esse fenômeno tende a ser pouco relevante. De uma forma geral, a estratificação tende a aumentar as forças que atuam sobre as barragens.

Lei de estratificação é a equação que descreve a variação da massa específica da água ao longo da profundidade. No caso deste trabalho, foi utilizada a expressão de Eckart, descrita por Rosman (2021) como:

$$\rho = \rho(S, T) = 1000 \cdot \frac{1 + a}{b + 0,698 \cdot a} \quad (9)$$

$$a = 5890 + 38 \cdot T - 0,375 \cdot T^2 + 3 \cdot S$$

$$b = 1779,5 + 11,25 \cdot T - 0,0745 \cdot T^2 - (3,8 + 0,01 \cdot T) \cdot S$$

Na Equação (9),  $T$  é a temperatura da água, em graus Celsius e  $S$  é a salinidade, em unidades práticas de salinidade (ups ou ppm). Águas doces têm salinidade inferior a 0,50 ups. Assim, para reservatórios que normalmente são constituídos nessas águas, esse parâmetro é pouco relevante no valor da força resultante sobre barragens.

### Aspectos teóricos do modelo computacional

O modelo proposto consiste na solução numérica das Equações (3) e (7), as quais são aproximadas por:

$$F \cong \sum dF = \sum \left( \rho \cdot g \cdot h \cdot L \cdot \frac{\Delta h}{\text{sen}(\alpha)} \right) \quad (10)$$

$$h_{CP} = \frac{1}{F} \cdot \int_0^{h_{m\acute{a}x}} \rho \cdot g \cdot h^2 \cdot L \cdot \frac{dh}{\text{sen}(\alpha)} = \frac{1}{F} \cdot \int_0^{h_{m\acute{a}x}} J \cdot dh \quad (11)$$

Para aplicação da Equação (10), a profundidade máxima ( $h_{m\acute{a}x}$ ) do reservatório deve ser discretizada em um número finito de divisões ( $N_{div}$ ). Isso resulta em espaçamento vertical uniforme entre pontos discretos, cujo valor é  $\Delta h = h_{m\acute{a}x}/(N_{div} - 1)$ . Note-se que, lançando mão dessa aproximação numérica, podem ser tratados reservatórios estratificados e não estratificados, dentro da mesma linha de solução. Uma etapa preliminar, todavia, é necessária: a obtenção das variações do comprimento da barragem a diferentes profundidades  $L=L(h)$ . No programa, o cálculo dos comprimentos exige prévio cadastro das coordenadas (x,y) e das cotas (z) de pontos digitalizados no eixo de implantação da barragem. A ligação entre pontos sequenciais permite traçar o vale de implantação. Assim, os comprimentos  $L(h)$  são obtidos pelo cálculo das distâncias entre pontos da ombreira esquerda e aqueles situados na mesma cota, na ombreira direita.

Para o cálculo da profundidade do ponto de aplicação da resultante, a integral da Equação (11) é resolvida numericamente. Para isso, utiliza-se a regra dos trapézios:

$$h_{CP} \cong \frac{1}{F} \cdot \sum_{i=1}^{(N_{div}-1)} \left\{ \frac{J_{i+1} + J_i}{2} \cdot \Delta h \right\} = \frac{1}{F} \cdot \sum_{i=1}^{(N_{div}-1)} \left\{ \frac{J(h + \Delta h) + J(h)}{2} \cdot \Delta h \right\} \quad (12)$$

A adoção da solução numérica permite que o programa cubra casos mais abrangentes, podendo considerar, ao mesmo tempo, barragens instaladas em vales de conformação irregular e massa específica variável dentro da coluna líquida do reservatório.

## RESULTADOS

Este item divide-se em duas partes: a primeira fornece uma breve descrição da interface do programa e a segunda apresenta resultados do cálculo de força em um projeto real de barragem.

### A interface do programa

O principal objetivo deste artigo consistiu na elaboração de um programa amigável, que pudesse ser utilizado por projetistas e também por estudantes de Engenharia. Daí a opção pelo uso de planilhas eletrônicas como objetos de entrada e saída de dados e pela codificação em VBA. Nesse contexto, a subrotina VBA comunica-se com a planilha, lendo os dados cadastrais e anexando, posteriormente, os resultados calculados. O usuário tira proveito dos diagramas, automaticamente construídos, para interpretação dos resultados. O programa foi elaborado em planilha única e carece do cadastramento de alguns de dados.

O primeiro conjunto de dados a ser preenchido são as coordenadas (x,y) e cotas (z) de pontos digitalizados ao longo do vale de implantação do eixo da barragem. Conforme ilustra a Figura 2, esses dados são preenchidos nos campos indicados pelas setas azuis (colunas B, C e D).

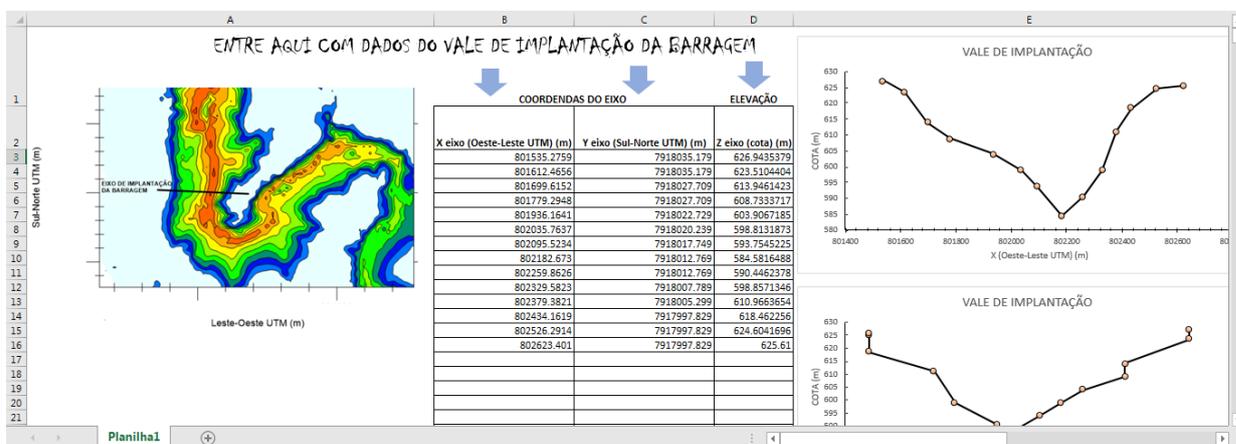


Figura 2 – Interface de cadastro do vale de implantação da barragem

Conforme vão sendo cadastrados os pontos do vale, o diagrama que ilustra essa seção é construído automaticamente. Isso permite ao usuário identificar eventuais inconformidades no preenchimento, caso o vale não apresente convergência com o eixo do rio.

O segundo e último conjunto de dados refere-se aos dados da barragem e do reservatório (Figura 3). Aqui são informados dados operacionais, como a cota do nível de água (NA) e dados de projeto, como a cota de coroamento da barragem (NC) e o coeficiente de inclinação do talude de montante ( $m$ ). O usuário também deve informar o número de divisões desejado para discretizar a profundidade do reservatório. O programa permite utilizar espaçamentos até na ordem de milímetros, o que tende a fornecer precisão aos resultados.

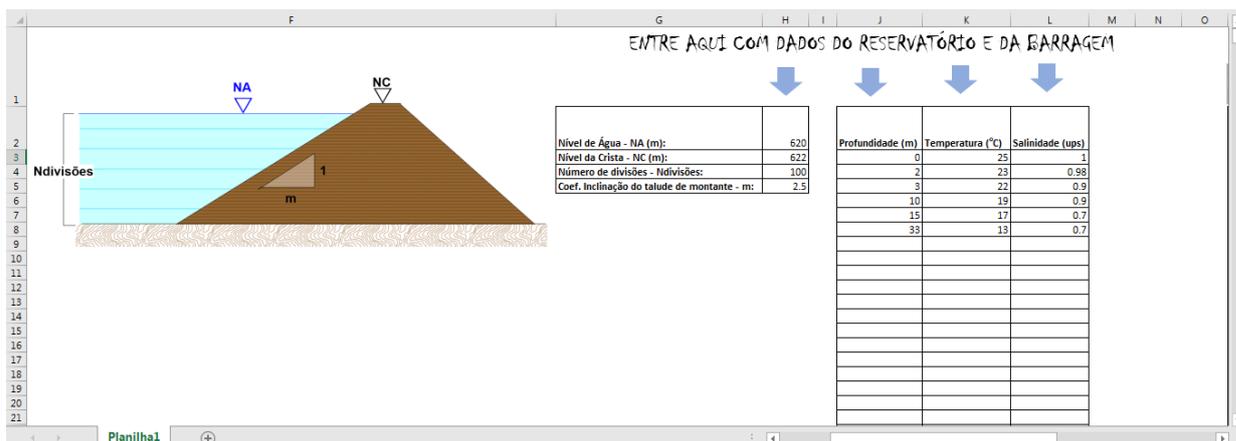


Figura 3 – Interface de cadastro de dados do maciço da barragem e do reservatório

Dados do perfil de temperatura e de salinidade também devem ser cadastrados. Normalmente esses dados são operacionais, obtidos em campo a diferentes profundidades. Um procedimento de interpolação linear permite estimar esses valores nos pontos discretos que, naturalmente, são mais numerosos do que os pontos de captura de temperatura e salinidade.

Ao clicar no botão <CALCULAR>, o usuário aciona a subrotina de cálculo. Como o problema é estacionário e não apresenta laços iterativos temporais, os resultados são divulgados (nas colunas P a X), em frações de segundos. A Figura 4 ilustra a interface de saída dos resultados.

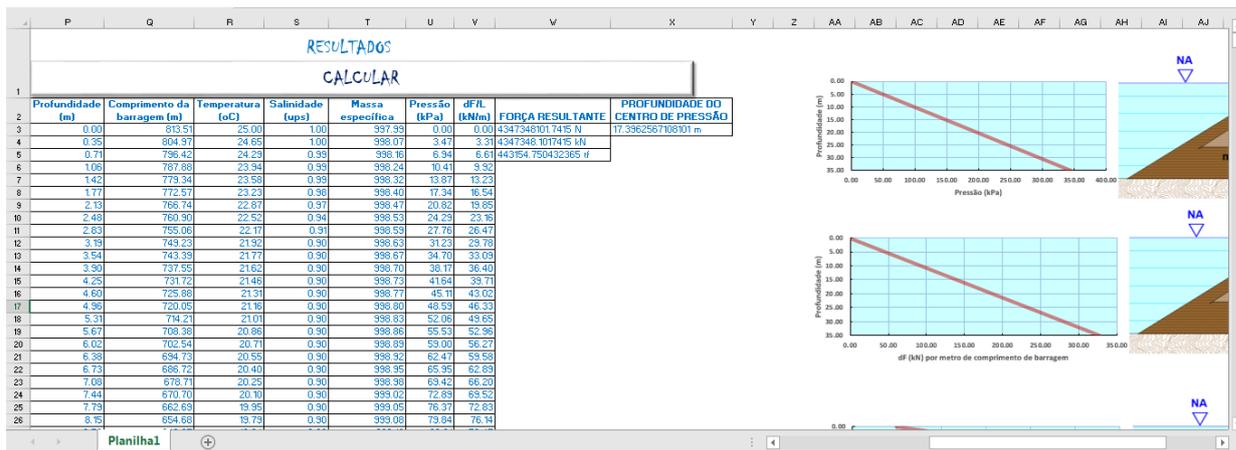


Figura 4 – Interface de saída de resultados

Dentre os resultados computados em cada profundidade, ou pontos discretos, estão: a profundidade ( $h$ ), o comprimento da barragem ( $L$ ), a temperatura da água ( $T$ ), a salinidade ( $S$ ), a massa específica ( $\rho$ ), a pressão ( $p$ ), os elementos de força por unidade de comprimento da barragem ( $dF/L$ ), a força resultante sobre todo o talude ( $F$ ) e a profundidade do centro de pressão ( $h_{CP}$ ). Na planilha, também são apresentados os diagramas que expõem as variações, ao



*maximorum* = 329,73 m. O maciço é de terra, apresentando filtro vertical, tapete drenante e dreno de pé. O corte transversal do maciço da barragem, na seção de maior altura, é ilustrado pela Figura 5.

A seção transversal do vale de implantação é ilustrada pela Figura 6. Nessa Figura, o eixo das abscissas marca a distância, em metros e o eixo das ordenadas indica as cotas altimétricas, também em metros. As camadas coloridas indicam diferentes horizontes rochosos. Na camada superficial (rosa), por exemplo, tem-se saprolito e rocha extremamente alterada a medianamente alterada. Parte dessa camada precisará ser removida para execução da barragem. Para efeito de cadastro de dados no programa, seções como essa são fundamentais, pois, a partir delas, são calculados os comprimentos da barragem a diferentes profundidades.

Nesta simulação, a temperatura da água foi considerada igual a 23°C e a salinidade igual a 0,1 ups. Esses valores foram mantidos constantes ao longo da profundidade, o que anulou os efeitos de estratificação. Para estimativa da maior força, a superfície livre foi prescrita no nível de água máximo *maximorum* (329,73 m). Com intuito de testar a sensibilidade do grau de discretização, foram realizadas simulações para diferentes  $N_{div}$ : 10 divisões ( $\Delta h=1,07$  m); 20 divisões ( $\Delta h=0,54$  m); 100 divisões ( $\Delta h=0,11$  m); 500 divisões ( $\Delta h=0,02$  m); 1000 divisões ( $\Delta h=0,011$  m); 200 divisões ( $\Delta h=0,0054$  m) e 10000 divisões ( $\Delta h=0,0011$  m = 1,1 mm). Os resultados são ilustrados pelos diagramas da Figura 7.

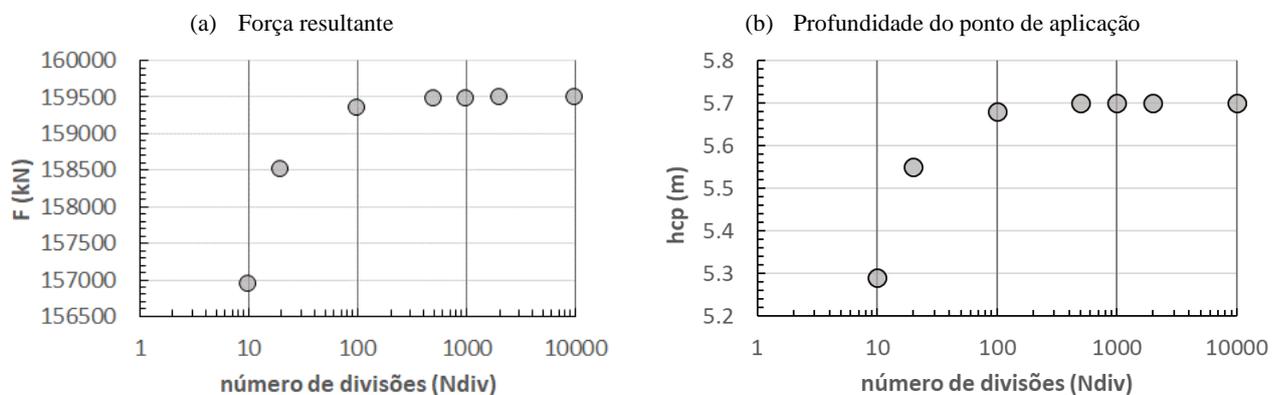


Figura 7 – Força resultante e profundidade do centro de pressão para diferentes níveis de discretização

Nota-se que o refinamento da discretização conduz a valores que tendem a se igualar. De fato, para a barragem do Tambor, a solução numérica com espaçamentos verticais de 2 cm conduziram a valores tão bons quanto a discretização com espaçamentos de 1,1 mm. Os resultados indicam que, quanto mais refinada for a divisão da coluna de água, mais precisos são os valores computados. O erro percentual entre esses dois refinamentos foi de apenas 0,17% (para a força  $F$ ) e desprezível para  $h_{cp}$ . Mesmo para discretizações grosseiras, com  $\Delta h=1,07$  m, os erros foram de 1,61% (para  $F$ ) e de 7,19% (para  $h_{cp}$ ). Salienta-se que, dada a rapidez de processamento do programa, não há sentido em se aplicar discretizações grosseiras.

Em problemas como este, cuja área do talude submerso é irregular, a solução essencialmente analítica, pelas Equações (4) ou (5), carece da determinação de uma regra de variação do comprimento da barragem ao longo da profundidade ( $L(h)$ ). Para que a integração seja feita sem subterfúgios numéricos, é conveniente que essa função  $L(h)$  seja polinomial. Diante disso, uma alternativa é a construção de linhas de tendência que interpolam adequadamente esse aspecto geométrico da barragem. No caso da barragem do Tambor, essas

relações são apresentadas na Figura 8. Na formatação da linha de tendência, é conveniente utilizar muitas casas decimais. Em polinômios, arredondamentos excessivos podem provocar previsões espúrias. Neste caso, aplicaram-se 10 casas decimais.

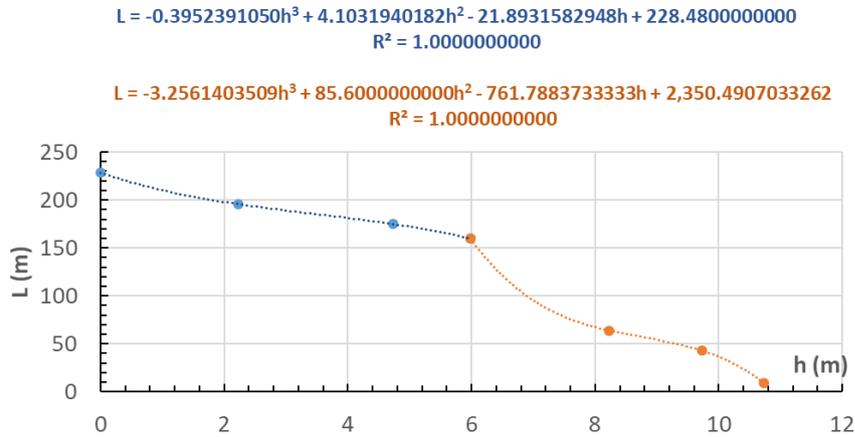


Figura 8 – Polinômios interpoladores da relação  $L \times h$

Na Figura 9, são apresentados os resultados para duas situações: a solução numérica mais refinada (com 10000 pontos discretos) e a solução analítica (com uso da linha de tendência interpoladora para a relação  $L(h)$ ).

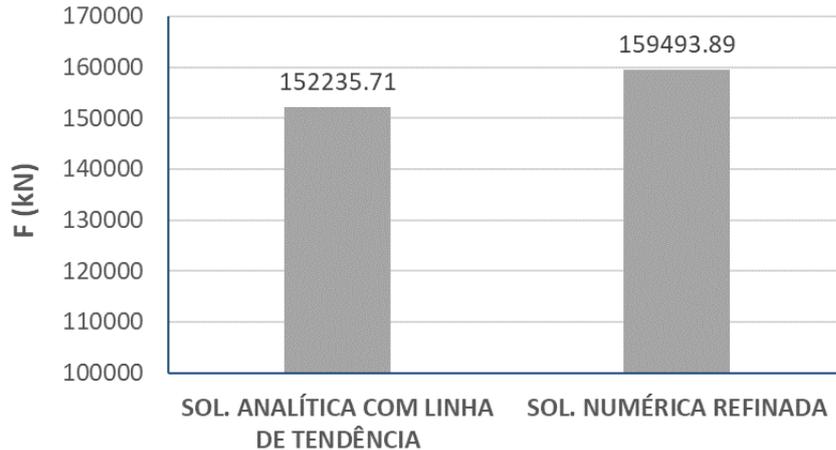


Figura 9 – Resultados das simulações numérica (refinada) e analítica (com linha de tendência)

A diferença relativa entre a solução analítica e a numérica (refinada) foi de 4,55%, para menos. Como a solução numérica foi muito refinada, com espaçamentos da ordem de milímetros, há fidelidade nos seus resultados. A outra solução, embora analítica, esbarra em possíveis imprecisões do polinômio que calcula os comprimentos da barragem. Tais imprecisões podem ocorrer nos trechos de inflexão entre os pontos, de forma que a relação  $L(h)$  pode não representar rigorosamente a conformação do vale em que a barragem será implantada.

## **CONCLUSÕES**

Este artigo apresentou um programa de simples manuseio, que estima a força causada pela pressão estática da água sobre taludes submersos de barragens. Pela opção de solução numérica, o modelo consegue abranger desde casos mais simples, como áreas regulares e simétricas, em sistemas sem estratificação, quanto casos mais complicados, como áreas submersas irregulares e assimétricas, em reservatórios estratificados pela temperatura e pela salinidade. Ainda que o modelo tenha sido construído para barragens, suas aplicações podem ser estendidas para paredes de piscinas, tanques de armazenamento de fluidos diversos, paredes de canais, comportas planas fechadas, entre outros. Uma das grandes vantagens do modelo é a sua alimentação com poucos dados. Um conjunto desses dados vincula-se a aspectos geométricos da barragem, que podem ser retirados dos projetos ou de mapas planialtimétricos locais. Outro conjunto são dados operacionais dos níveis de água do reservatório. Finalmente, dados de temperatura e da salinidade da água podem ser coletados em campo. Em reservatórios de água doce, na falta desses parâmetros, o modelo pode ser alimentado com valores constantes de temperatura típica das águas locais e com salinidade inferior a 0,5 ups. Nesse caso, a estratificação não é considerada.

Uma aplicação para a barragem do Tambor, a ser construída no município de Cachoeira dos Índios (PB), revelou que o grau de discretização vertical afeta drasticamente a precisão do resultado. Nesse sentido, recomendam-se espaçamentos na ordem de unidades de centímetro e, mais adequadamente, na ordem de milímetros. Nesses casos, a solução numérica refinada é mais confiável do que a solução analítica, uma vez que esta última necessita de um polinômio para interpolar a relação  $L \times h$ .

## **REFERÊNCIAS**

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS E SANEAMENTO BÁSICO (ANA). Relatório de segurança de barragens. Brasília, DF. 2020.

MINISTÉRIO DA INTEGRAÇÃO NACIONAL. Serviços de consultoria especializada para elaboração dos projetos executivos para implantação do projeto de integração do rio São Francisco com bacias hidrográficas do nordeste setentrional, Lote-F. 2016.

ROSMAN, P.C.C. Referência técnica do SisBAHIA. 2016. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Última atualização em 2021.