

O GeoGebra como suporte no ensino de Sistemas de Equações Lineares: uma experiência inovadora em uma turma de 8º ano

**GeoGebra as support in teaching Systems of Linear Equations: an innovative experience
in an 8th grade class**

Kelly da Silva Machado Araújo*
Italândia Ferreira de Azevedo**

RESUMO: O presente trabalho apresenta um relato vivenciado por uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola do interior do estado do Ceará. O objetivo foi apresentar um relato a partir do uso do *software* GeoGebra como ferramenta de auxílio no ensino de Sistemas de Equações Lineares. Foram usados os pressupostos da Teoria das Situações Didáticas como embasamento teórico e a metodologia Engenharia Didática para organizar e estruturar esse trabalho. Aplicamos uma situação didática com o intuito de mostrar para os alunos que é possível usar as tecnologias digitais, o GeoGebra, para o ensino de Matemática de forma participativa e investigativa. Os resultados evidenciaram avanços na compreensão dos conceitos de Sistemas Lineares, observados por meio da participação ativa dos alunos, da formulação de hipóteses e da validação de estratégias de resolução. Destaca-se que o papel mediador da professora, orientado pela Teoria de Situações Didáticas (TSD), foi fundamental para a condução das atividades e para a consolidação das aprendizagens. Concluímos que a integração entre tecnologia digital e uma prática pedagógica intencional contribuiu para tornar o ensino de equações lineares mais dinâmico, prático e motivador, favorecendo o desenvolvimento da autonomia e do pensamento matemático dos alunos.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Matemática. GeoGebra. Teoria das Situações Didáticas.

ABSTRACT: This paper presents an account of the experiences of an eighth-grade class at a school in the interior of Ceará state. The objective was to present a report based on the use of GeoGebra *software* as a tool to aid in the teaching of Linear Equation Systems. The assumptions of the Theory of Didactic Situations were used to provide a theoretical basis, and the Didactic Engineering methodology was used to organize and structure this work. We applied a didactic situation with the aim of showing students that it is possible to use digital technologies, GeoGebra, to teach Mathematics in a participatory and investigative way. The results showed advances in the understanding of Linear Systems concepts, observed through the active participation of students, the formulation of hypotheses, and the validation of resolution strategies. It is noteworthy that the teacher's mediating role, guided by Theory of Didactic Situations, was fundamental for conducting the activities and consolidating learning. We conclude that the integration of digital technology and an intentional pedagogical practice contributed to making the teaching of linear equations more dynamic, practical, and motivating, promoting the development of students' autonomy and mathematical thinking.

KEYWORDS: Mathematics Teaching. GeoGebra. Theory of Didactic Situations.

*Licenciada em Matemática. Professora da rede municipal de Mucambo. ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-5205-4316>. E-mail: kelly0000004@gmail.com

**Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo IFCE. Professora de Matemática na Secretaria de Educação do Ceará (SEDUC). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4684-5397>. E-mail: italandia@gmail.com

1 Introdução

A Matemática é vista como uma disciplina que traz consigo grandes dificuldades no processo de ensino e aprendizagem (Piovesan; Zanardini, 2008; Barros; Gervázio, 2021; Araújo *et al.*, 2022). Logo, ensinar Matemática exige cada vez mais que professores sejam capazes de evoluir em metodologia, revejam práticas pedagógicas em sala de aula e/ou insiram tecnologias educacionais para, assim, alcançarem resultados satisfatórios. Nas palavras de Coelho *et al.* (2015, p. 112), sempre existirá a necessidade da formação continuada, “[...] seja para acompanhar as mudanças na sociedade, seja para desenvolver melhores reflexões das práticas, seja para vivenciar novas experiências, concepções, seja para valorizar a investigação como estratégia de ensino [...]”.

Partindo das dificuldades do ensino de Matemática em geral, buscamos neste trabalho abordar um assunto específico da álgebra, Sistemas de Equações Lineares. O tema escolhido deu-se pelo resultado de uma avaliação diagnóstica aplicada em uma turma de 8º ano no início do ano letivo em uma escola de Ensino Fundamental na cidade de Mucambo, interior do Ceará. Nesta avaliação constatou-se que o assunto de Sistemas de Equações Lineares apresentou um resultado insatisfatório.

A partir dessa problemática, foi proposta uma recuperação de ensino desse assunto, de forma que incluíssem ferramentas digitais em sala de aula, uma vez que, de acordo com Cardoso (2016), a utilização de mídias e de tecnologias beneficia e age de forma significativa no ensino-aprendizagem da Matemática. Coelho *et al.* (2015, p. 116) corrobora com isso quando afirma que

Percebe-se, cada vez mais, a importância de proporcionar aos alunos tarefas de Matemática que incentivem o despertar de seu espírito investigativo. Caberá também ao professor encontrar estratégias que sejam eficazes para manter vivo o interesse do aluno em continuar a buscar novos conceitos e estratégias.

Partindo desse contexto, percebemos que o GeoGebra pode contribuir com o processo investigativo do aluno. Isso, pois o GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica, gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação. Por essa razão o utilizamos como suporte para aplicar a sequência didática.

Diante do cenário identificado, surgiu o seguinte questionamento: como ensinar o assunto de Sistemas de Equações Lineares para uma turma do 8º ano utilizando como suporte

o *software* GeoGebra? Inquietação que traça o objetivo deste trabalho: apresentar um relato a partir do uso do *software* GeoGebra como ferramenta de auxílio no ensino de Sistemas de Equações Lineares.

Ressalta-se que este estudo corresponde a um recorte de um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) defendido em 2023, cujo foco foi a aplicação de uma sequência didática estruturada com base na Engenharia Didática e fundamentada nos pressupostos da Teoria das Situações Didáticas (TSD), voltada para o ensino de Sistemas Lineares com o suporte do *software* GeoGebra.

Na seção seguinte, podemos observar uma descrição aprofundada da Teoria das Situações Didáticas (TSD), que fundamenta teoricamente este estudo. Em seguida, apresentamos a metodologia adotada, assim como a descrição da experimentação referente à aula sobre Sistemas de Equações Lineares, conduzida com o auxílio do *software* GeoGebra.

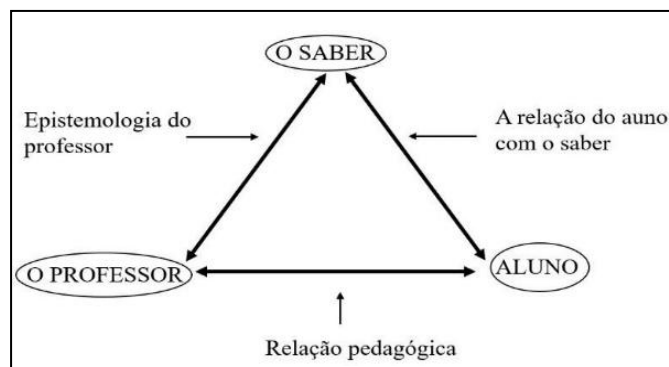
2 Teoria das Situações Didáticas (TSD) no ensino da Matemática

O pesquisador Guy Brousseau é considerado um dos pioneiros da Didática da Matemática Francesa. Através de suas pesquisas, ele desenvolveu a Teoria das Situações Didáticas (TSD), na qual o foco está na relação entre o aluno, professor e o saber, bem como o meio (*milieu*) em que acontece a situação didática, gerando assim, uma forma de compreender a aprendizagem do aluno.

O objetivo da Teoria das Situações, de acordo com Almouloud (2007), é

[...] caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações reprodutíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamentos dos alunos. Essa modificação é característica da aquisição de um determinado conjunto de conhecimentos, da ocorrência de uma aprendizagem significativa (Almouloud, 2007, p. 31-32).

A partir disso, a TSD é composta de três pilares que estabelecem a seguinte relação entre: professor, aluno e o saber. Eles têm o objetivo de modelar o sistema didático, estabelecer uma relação eficaz entre os três pilares e promover o desenvolvimento da aprendizagem. Veja na Figura 1, a representação desses pilares.

Figura 1 - Relação do triângulo didático

Fonte: Elaborado por Almouloud (2007, p. 32).

Observamos nessa figura que as relações entre professor-saber, saber-aluno e aluno-professor podem ser compreendidas como complexas e dinâmicas, tornando a relação entre professor-aluno ou aluno-professor, uma relação assimétrica quando relacionada ao saber, deixando o aluno ser o percussor do saber e o professor o mediador entre ambos.

Para Brousseau (2008), existem duas formas que relacionam o professor-saber, saber-aluno e aluno-professor que são a situação adidática e a situação didática. De acordo com esse autor, uma situação didática ocorre quando há a intenção (implícita ou explícita) de aprendizagem. Já a situação adidática é quando o aluno deve perceber as características e os padrões que o ajudarão a compreender um novo saber. Durante as situações adidáticas, o professor deve agir como simples mediador, apenas efetuando a devolução de problema.

A situação adidática caracteriza-se por momentos do processo de aprendizagem nos quais o aluno trabalha de forma independente, onde não recebe qualquer tipo de controle direto por parte do professor. A situação adidática não significa negação da didática, mas uma aparente ausência do professor, numa determinada etapa do processo de ensino-aprendizagem, durante o qual, o aluno trabalha individualmente ou em grupo, para construir um novo conhecimento.

Já a situação didática é formada pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre professor, alunos e o saber, com a finalidade de desenvolver atividades voltadas para o ensino e para a aprendizagem de um conteúdo específico. Por sua vez, Brousseau (1996) afirma que a situação didática vai além de uma simples estratégia de ensino; constitui-se como um espaço-tempo pedagógico que visa proporcionar ao aluno um acesso progressivo e significativo aos conceitos matemáticos. Para favorecer esse espaço e de maneira que aconteça a relação didática, Brousseau (2008) propõe o conceito de *milieu*, que consiste em um ambiente criado pelo professor com o objetivo de promover situações de aprendizagem

ou, ainda, refere-se a todos os contextos que favorecem esse processo. Para Carmo e Fonseca (2016, p. 3), “O *milieu* é concebido e sustentado por uma intencionalidade didática. Um *milieu* sem intenções didáticas é insuficiente para induzir no aluno todo o conhecimento cultural que se deseja que ele adquira”.

Destaca-se que as relações estabelecidas entre professor e aluno, especialmente no que diz respeito às interações do aluno com o *milieu*, são analisadas e compreendidas por meio da noção de contrato didático. Esse conceito refere-se ao conjunto de expectativas, muitas vezes implícitas, que orientam as ações de ambos os sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. O contrato didático abrange as suposições que o professor faz sobre como o aluno deverá agir frente às situações propostas, bem como as expectativas que o aluno constrói em relação ao comportamento do professor. Enfim, o contrato didático é definido por Brousseau (2008) como o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelo aluno e o conjunto dos comportamentos do aluno que são esperados pelo professor.

Ainda no âmbito da TSD, o processo de aprendizagem é composto de quatro etapas: situação de ação; situação de formulação; situação de validação; e situação de institucionalização. Nessas etapas, o aluno apresenta relações diferenciadas com o saber.

O Quadro 1, a seguir, apresenta as quatro etapas propostas por Brousseau (2008) que estruturam o desenvolvimento das situações didáticas.

Quadro 1: Etapas de uma situação didática

Etapas	Descrição
Situação de ação	Os alunos são expostos pela primeira vez a uma situação apresentada pelo professor. Nesse ponto, os professores devem estimular a experimentação de soluções sem se preocuparem com formalização ou coerência na escrita. A comunicação entre pares deve ser realizada em linguagem falada e cotidiana. Esperam-se tentativas de soluções de natureza puramente intuitiva e empírica.
Situação de formulação	Nesta fase, os professores devem incentivar mais troca de informações e colaboração entre os alunos, permitindo comparações de soluções parciais e oportunizando a percepção de padrões. Naturalmente, é necessária uma comunicação um pouco mais sistemática que permita a troca de informações e comparações bem-sucedidas, mas sem exacerbar o foco na linguagem da matemática formal.
Situação de validação	Neste ponto, é necessário um uso mais cuidadoso da linguagem matemática, pois é aqui que os alunos devem apresentar suas soluções individualmente ou em grupos. Deve-se ter cuidado na comunicação para que a certeza/pertinência/exatidão do que é dito fique clara para o restante da turma, pois são eles, seus pares, que julgarão a certeza/pertinência das afirmações feitas/precisão.
Situação de institucionalização	O passo final na implementação da situação de ensino. Aqui, o professor é mais uma vez o protagonista em sala de aula. Ele deve agora analisar e sintetizar as respostas e soluções dos alunos, apresentar as formalizações matemáticas esperadas para o tema escolhido, considerar as soluções e os conceitos propostos pelos alunos, situá-los na teoria matemática que deseja abordar, discutir os conceitos de convergência e de erros para explorar o tema.

Fonte: Adaptado de Brousseau (2008).

A partir do que foi exposto sobre a TSD, podemos observar que essa teoria, ao focar no processo de construção da aprendizagem, influencia diretamente na formação do conhecimento do aluno. Foi voltando nosso olhar para essas etapas de aprendizagens que executamos o relato de experiência, aqui proposto, além da inclusão do contrato didático em sala de aula.

A seguir, apresentamos o detalhamento da metodologia de pesquisa proposta neste trabalho e uma descrição de como aconteceu a aplicação.

3 Metodologia e procedimentos

Este estudo configura-se como um relato de experiência de natureza qualitativa, com caráter interventivo, cujo foco central é a análise de uma prática de ensino-aprendizagem em Matemática, mediada pela Teoria das Situações Didáticas (TSD) e pelo uso do *software* GeoGebra. A intervenção foi realizada com uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, composta de 10 alunos, em uma escola privada localizada no município de Mucambo-CE.

A metodologia adotada neste trabalho foi a Engenharia Didática, uma abordagem amplamente utilizada no ensino de Matemática e que tem sido explorada em pesquisas brasileiras fundamentadas nos princípios da Didática da Matemática. Conforme Almouloud e Silva (2012), essa metodologia,

[...] caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em “realizações didáticas” em sala de aula, isto [sic] é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino. Caracteriza-se também como pesquisa experimental pelo registro em que se situa e modo de validação que lhe são associados: a comparação entre análise *a priori* e análise *a posteriori*. Tal tipo de validação é uma das singularidades dessa metodologia, por ser feita internamente, sem a necessidade de aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste (Almouloud; Coutinho, 2008, p. 66).

A Engenharia Didática é formada por quatro fases bem definidas, sendo elas: I. Análise preliminares; II. Concepção e análise *a priori*; III. Experimentação e; IV. Análise *a posteriori* e validação. A seguir, nas palavras de Artigue (1988, *apud* Almouloud e Silva, 2012), apresenta-se a descrição dessas fases, seguindo os princípios de uma Engenharia Didática.

1. Análises preliminares: considerações sobre o quadro teórico didático geral e os conhecimentos já adquiridos sobre o assunto em questão, incluem a análise epistemológica do ensino atual e seus efeitos, das concepções dos alunos, dificuldades e obstáculos, e análise do campo das restrições e

exigências no qual vai se situar a efetiva realização didática. 2. Concepção e análise *a priori* das situações didáticas: o pesquisador, orientado pelas análises preliminares, delimita certo número de variáveis pertinentes ao sistema sobre os quais o ensino pode atuar chamadas de variáveis de comando (microdidáticas ou macrodidáticas). 3. Experimentação: consiste na aplicação da sequência didática, tendo como pressupostos apresentar os objetivos e condições da realização da pesquisa, estabelecer o contrato didático e registrar as observações feitas durante a experimentação. 4. Análise *a posteriori* e validação: a análise *a posteriori* consiste em uma análise de um conjunto de dados colhidos ao longo da experimentação, como por exemplo [sic], produção dos alunos, registros de observadores e registro em vídeo. Nessa análise, se faz [sic] necessário sua confrontação com a análise *a priori* para que seja feita a validação ou não das hipóteses formuladas na investigação (Artigue, 1988 *apud* Almouloud; Silva, 2012, p. 26).

No entanto, é importante ressaltar que as fases podem ser retomadas, revisadas e aperfeiçoadas no decorrer da pesquisa, de acordo com o assunto abordado.

3.1 Análise preliminar sobre Sistema de Equações

A primeira fase da Engenharia Didática apresenta as análises preliminares, a partir dos fundamentos teóricos referentes ao sistema de equações lineares em uma análise e no contexto atual.

O assunto da pesquisa é referente ao ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e requer uma intenção do professor para desenvolver o intelectual dos alunos. O ensino de Matemática é tradicionalmente estruturado de forma sequencial, o que pode gerar dificuldades para parte dos alunos, especialmente aqueles que, por diferentes razões, não compreendem plenamente alguns conceitos fundamentais. O conteúdo de Sistemas de Equações Lineares, por exemplo, é resultado de uma progressão de tópicos desenvolvidos ao longo dos anos letivos, culminando no conteúdo do 8º ano do Ensino Fundamental.

Destaca-se que, frequentemente, o estudo de equações torna-se um processo mecânico, limitado à aplicação de fórmulas prontas para resolver questões e encontrar respostas, sem evidenciar o verdadeiro propósito ou o significado desse cálculo no desenvolvimento da aprendizagem do aluno. Em relação a esse fato, Eisenberg e Dreyfus (1995, p. 127) mencionam que “a fórmula é de tal modo incorporada pelos alunos, especialmente por aqueles de menor capacidade matemática, que se torna um procedimento mecânico, um algoritmo vazio de significado, utilizado indiscriminadamente para resolver qualquer equação”. Devido à natureza frequentemente abstrata das equações, esse conteúdo acaba se distanciando da realidade cotidiana dos alunos, resultando em desinteresse por parte deles.

Isso ocorre porque não percebem a relevância ou aplicabilidade desse conhecimento em contextos que lhes são familiares.

Diante dos desafios de ensinar Sistemas de Equações Lineares, este trabalho apresenta uma das maneiras de resolver um sistema com duas incógnitas: o método da substituição, inicialmente explorado por meio da Álgebra e, posteriormente, por meio da Geometria com o auxílio do *software GeoGebra*. A abordagem aqui descrita está fundamentada nas contribuições de Dante (2002) e Bigode (2002), que discutem a aplicabilidade e a importância desse método no ensino da Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental.

Ressalta-se que esse método não resolve todo tipo de equações, pois depende do tamanho delas e da quantidade de incógnitas, porém, para o 8º ano optamos por esse método.

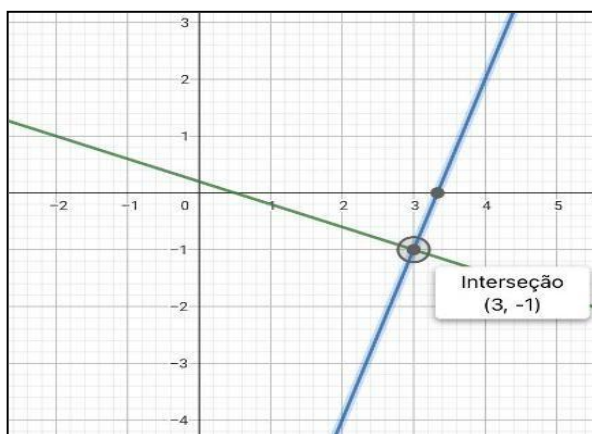
3.1.1 Análise preliminar sobre Sistema de Equações

A classificação dos sistemas lineares apresentada neste trabalho fundamenta-se nas contribuições de Dante (2002) e Bigode (2002), que os descrevem em três tipos: i) Sistema Possível Determinado (SPD); ii) Sistema Possível Indeterminado (SPI); e iii) Sistema Impossível (SI). Veja, a seguir, alguns exemplos geométricos para cada tipo de sistema, representados por meio do *software GeoGebra*:

i) Sistema Possível Determinado (SPD): tem as duas retas concorrentes. Quando o sistema tem retas concorrentes, obtém um resultado, e esse resultado será o ponto de interseção das duas retas concorrentes.

Dado o sistema $\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ 3x - y = 10 \end{cases}$, encontre o seu conjunto solução.

Figura 2 – Retas concorrentes



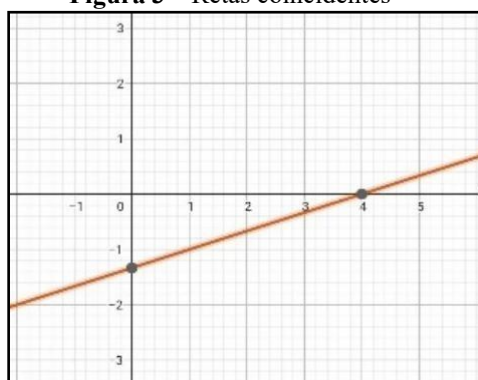
Fonte: Elaborado pelos próprios autores (2023).

A partir da construção das duas retas usando o *GeoGebra*, é identificado que essas retas são concorrentes entre si e que se cruzam no ponto $(3, -1)$, como mostra a Figura 2, ou seja, que o conjunto solução desse sistema é exatamente nesse ponto de interseção e que é classificado como SPD, pois só tem uma solução linear.

ii) Sistema Possível Indeterminado (SPI): ocorre quando as retas são coincidentes. Com isso, temos um sistema de equações com infinitas soluções.

Exemplo: Determine o conjunto solução do sistema $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ 2x - 6y = 8 \end{cases}$ a partir da interpretação geométrica. Solução:

Figura 3 – Retas coincidentes



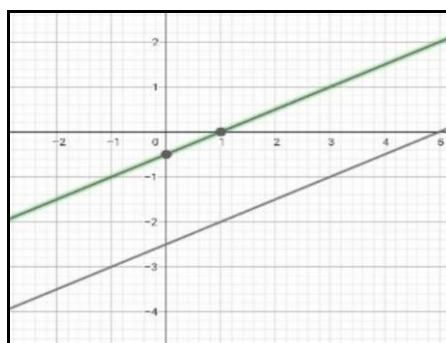
Fonte: Elaborado pelos próprios autores (2023).

Como é observado na Figura 3, a partir da representação do sistema proposta no GeoGebra, encontramos como solução que as duas retas são coincidentes, ou seja, esse sistema tem infinitas soluções.

iii) Sistema Impossível (SI): as retas são paralelas e distintas. Quando isso acontece significa que não possui solução, sendo assim, o sistema passa a ser impossível.

Exemplo: Considere o seguinte sistema $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$ para identificar o seu conjunto solução de forma geométrica.

Figura 4 – Retas paralelas e distintas



Fonte: Elaborado pelos próprios autores (2023).

Observando a figura 4, deparamo-nos com um sistema de retas distintas e paralelas, ou seja, conjunto solução desse sistema é vazio.

Para revisar a maneira como o assunto de Sistema Linear é apresentado nos livros didáticos, escolhemos as produções dos seguintes autores: Dante (2002) e Bigode (2002).

Dante (2002, p. 211) introduz o assunto “equações” no 7º ano e informa que “equações são igualdades que contém pelo menos uma letra que representa um número desconhecido. Essa letra, que está no lugar do número desconhecido, chama-se incógnita”. Esse autor explica a ideia de equilíbrio e as representações de balanças de dois pratos para resolver equações, após explicar algumas maneiras de resolver uma equação. Somente no livro do 8º ano é que Dante (2002) começa a resolução de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas.

Diante dos métodos de resolução, o autor apresenta o uso de tabelas, o método de substituição, o de gráfico e o método da adição, em que as equações das retas são representadas em um plano cartesiano, obtendo o par-solução por meio das coordenadas do ponto de intersecção das retas.

Por outro lado, no livro do 8º ano, Bigode (2002) retoma o assunto de sistemas de equações de 1º grau, partindo de balanças em equilíbrio com massas e tentando acertar os valores dessas massas. Inserindo outros exemplos e equacionando os sistemas, o autor busca um par de números que satisfaça, simultaneamente, as duas equações do sistema. Com isso, ele apresenta três métodos de resolução, sendo eles: método da Substituição; Método da Adição (ou Eliminação); e Método da Comparação, mas conclui que “os métodos de adição e de subtração são semelhantes. Consistem em transformações algébricas nas equações, de modo a eliminar uma das variáveis, recaiando numa equação de primeiro grau com uma variável” (Bigode, 2002, p. 213).

Destacamos que o livro didático utilizado pela turma com a qual realizamos a experimentação é da editora FTD “O futuro da educação é hoje” da coleção a Conquista da Matemática, cujos autores são Jose Ruy Giovanni Junior e Benedicto Castrucci. O conteúdo de sistemas de Equações é abordado de forma tradicional com os métodos de substituição e de adição, fazendo o aluno reproduzir os conteúdos. Observa-se que não há uma ligação interdisciplinar e os enunciados das questões não são contextualizados.

É necessário fazer um adendo de que o livro didático deve ser considerado apenas como um recurso de apoio para orientar professores e alunos na formalização dos conteúdos matemáticos. A construção dos conceitos matemáticos deve ser primeiramente explorada de forma ativa e significativa, sendo o livro didático utilizado como suporte complementar para a

consolidação desses conceitos. Dito isso, sabemos que determinados conteúdos de Matemática são estruturados e ensinados de maneira sequencial, como já comentado anteriormente, é necessário que os professores proponham e adaptem estratégias e/ou ferramentas auxiliares em suas aulas.

Nessa perspectiva, diante do desafio de compreensão do assunto de sistema linear, o uso do *software* GeoGebra pode ser uma ferramenta importante, pois o uso de tecnologias digitais desperta um interesse maior no aluno (Araújo *et al.*, 2022). Em sala de aula, o GeoGebra ajuda a tornar o ensino de matemática dinâmico e participativo, permitindo que os alunos visualizem animações, gráficos e ilustrem conceitos matemáticos complexos.

De acordo com Azevedo e Alves (2019), o GeoGebra pode ser usado para criar atividades, a qual podem ser adaptadas às necessidades e às habilidades de cada aluno, permitindo que eles trabalhem em seu próprio ritmo e estilo de aprendizagem. A partir disso, percebemos que esse *software* foi muito significativo em nossa aplicação.

3.2 Análise *a priori*: concepção da situação didática

Nesta seção, apresentamos a situação didática a partir das quatro situações referentes ao processo de aprendizagem proposta por Brousseau (2008). Recordamos que essa descrição do planejamento é de grande relevância, pois descrevemos cada momento dialético da TSD, ou seja, tentamos prever os possíveis comportamentos dos alunos no momento que estavam resolvendo a situação-problema.

Veja, a seguir, um item que foi selecionado da avaliação do SPAECE/2018 que aborda o assunto de sistema linear e que foi proposto aos alunos do 8º ano como situação didática. A partir desse item, realizamos as previsões comportamentais de resolução do problema, seguindo as situações didáticas (ação, formulação e validação) proposta por Brousseau (2008).

(SPAECE 2018) Emanuelle tem em sua bolsa R\$ 15,60 em moedas de R\$ 0,10 e de R\$ 0,25. Dado que o número de moedas de 25 centavos é o dobro de moedas de 10 centavos, o total de moedas na bolsa é:

Situação de ação: é o primeiro contado do aluno com a questão. Aqui é importante que ele identifique pontos a serem resolvidos através de tentativas e da linguagem coloquial, não precisa adotar nenhum modelo matemático. É esperado que o aluno identifique que as

moedas de R\$ 0,10 e R\$ 0,25 precisam ser descobertas e como elas podem ser colocadas como duas variáveis, ou seja, x e y . Além disso, é importante que eles percebam que o dobro de moedas de R\$ 0,10 é o dobro da incógnita y .

Situação de formulação: nessa fase, Almouloud (2007, p. 38) afirma que “o aluno troca informações com uma ou várias pessoas, que serão os emissores e receptores, trocando mensagens escritas ou orais”. Sendo assim, com essa troca de informações, o professor poderá chegar à conclusão de que, com orientações estratégicas, os alunos entenderão como estruturar as equações e assim formar o sistema linear, chegando ao formato matemático da questão. Aqui o GeoGebra já pode começar a aparecer fazendo a construção das equações e para analisar o comportamento das retas.

Situação de validação: essa fase é para provar e validar as estratégias que os levarão a chegar na solução (correta ou não), podendo ocorrer debates, argumentações e apresentações da(s) maneira(s) que encontraram a resposta, pois, para um único problema, podemos encontrar diversas estratégias de soluções. Para essa fase, espera-se que os alunos, após montarem a estrutura da equação, identifiquem as incógnitas e encontrem os valores de x e y . Aqui, provavelmente, usarão um dos três métodos propostos para resolver um sistema linear: Método da Substituição, Método da Adição (ou Eliminação) ou Método da Comparação.

Então, para a solução algébrica do item proposto como situação didática, resolvemos usando o método da substituição, como apresentamos a seguir:

Solução: A partir da interpretação dos alunos, esperamos que eles identifiquem as seguintes equações: $10x + 25y = 1560$ e $y = 2x$, ou seja, $\begin{cases} 10x + 25y = 1560 \\ y = 2x \end{cases}$.

Desenvolvendo esse sistema pelo método da substituição, devemos primeiro substituir na primeira equação o valor de y , por $y = 2x$, isto é,

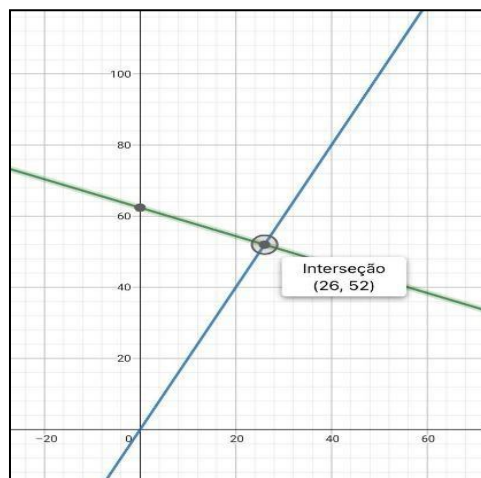
$$10x + 25 \cdot 2x = 1560 \Rightarrow 10x + 50x = 1560 \Rightarrow 60x = 1560 \Rightarrow x = \frac{1560}{60} \Rightarrow x = 26$$

Logo, $x = 26$ moedas e para encontrar o valor de y , devemos apenas substituir na equação $y = 2x$ o valor de x por 26, ou seja,

$$y = 2x \Rightarrow y = 2 \cdot 26 \Rightarrow y = 52$$

Então, $y = 52$ moedas. Com isso, temos que o conjunto solução para esse sistema é $(26, 52)$, podendo ser classificado como SPD.

Já para solução geométrica (Figura 5), temos a construção no GeoGebra.

Figura 5 – Representação do sistema linear no GeoGebra

Fonte: Elaborado pelos próprios autores (2023).

A partir do exposto na figura, percebemos que as duas retas se cruzam exatamente na coordenada (26, 52), sendo esse o ponto de interseção das retas e classificado como SPD, devido possuir apenas uma solução.

3.3 Experimentação

Nesta seção, apresentamos como aconteceu a realização da aula usando o GeoGebra e a partir dos pressupostos de Brousseau (2008), como aconteceu a ação dos alunos diante da situação-problema proposta e a coleta de dados.

A aplicação ocorreu em uma turma de 8º ano de uma escola privada na cidade de Mucambo-CE. A professora da turma, que também é uma das autoras deste trabalho, distribuiu o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), em anexo, na sala e pediu que os alunos levassem para os pais assinarem e autorizassem a coleta de registros de imagens e gravação.

A turma tinha 10 alunos matriculados no ano de 2023. Foram usadas duas aulas, com duração de 1h e 40 minutos cada, para realizar a experimentação de revisão do assunto de Sistema linear e, em seguida, o uso do *software* GeoGebra. Em cada encontro, foi firmado o contrato didático entre a professora e a turma, em prol de conscientizar os alunos do comportamento esperado, pois segundo Brousseau (2008), o contrato didático é um conjunto recíproco de comportamentos esperados entre alunos e professor, sendo mediados pelo saber. Com isso, ele pode ser entendido como um instrumento que auxilia na análise das relações professor, aluno e saber.

Para garantir o anonimato dos alunos, denominamo-nos por A01, A02, A03, A04, A05, A06, A07, A08, A09 e A10. Ressaltamos que os alunos responderam de forma individual, porém, em alguns momentos compartilharam suas ideias e estratégias com os demais colegas, como é proposta na teoria de ensino escolhida para este estudo.

No primeiro encontro, a professora conduziu os alunos até a sala de vídeo, onde realizou uma apresentação introdutória sobre o *software* GeoGebra, destacando suas principais ferramentas e funcionalidades. Houve a indagação se os alunos já conheciam o *software* e como ele seria utilizado de forma clara e objetiva na aula de matemática. Diante disso, a professora orientou os alunos a realizarem o *download* do aplicativo em seus celulares, com o intuito de facilitar o acesso e a utilização da ferramenta durante as próximas atividades.

Em seguida, a professora apresentou um exemplo de construção de sistemas no seu computador e, logo depois, pediu para os alunos construírem usando o aplicativo do GeoGebra do celular. O intuito desse primeiro contato com o *software* foi proporcionar aos alunos uma familiarização inicial com as principais ferramentas e com o manuseio da interface dinâmica do GeoGebra. Essa preparação buscou minimizar as possíveis dificuldades durante a etapa posterior, quando os alunos seriam desafiados a construir e representar graficamente as retas correspondentes às equações, bem como a realizar a análise e a identificação dos diferentes tipos de sistemas lineares a partir das construções feitas.

Após essa introdução, a professora realizou uma revisão expositiva sobre as classificações dos sistemas lineares (SPD, SPI e SI), bem como os três métodos de resolução tradicionalmente utilizados.

Na sequência, durante o segundo encontro, a abordagem do conteúdo de Sistemas Lineares foi aprofundada com a inserção do GeoGebra e com a aplicação da situação didática, elaborada a partir de um item selecionado da avaliação SPAECE/2018. A seguir, foram apresentadas as observações mais relevantes coletadas nos encontros com as aplicações das situações didáticas e do questionário de avaliação, com isso, fortalecendo a validação da pesquisa. Esses dados foram coletados a partir de registros fotográficos, aplicação de questionário e observação da professora pesquisadora.

4 Resultados: análise *a posteriori* e validação

Esta última etapa corresponde à análise dos dados coletados durante a fase de experimentação, seguida de sua comparação com os resultados previstos na análise *a priori* e

os obtidos na análise *a posteriori*. Esse confronto tem como finalidade a validação interna dos objetivos propostos para a situação didática desenvolvida.

Dando início, a questão escolhida tem o intuito de fazer com que o aluno possa agir, falar, refletir e evoluir por iniciativa própria, para que o aluno adquira novos conhecimentos, que sejam inteiramente justificados pela lógica interna da situação e que possam ser construídos sem apelo às razões didáticas. Com isso, o professor assume o papel de mediador, cria condições para o aluno ser o principal ator da construção de seus conhecimentos a partir do item proposto.

No início da aplicação da questão, todos os alunos da pesquisa leram o enunciado do problema e começaram a trabalhar, rabiscaram algumas ideias, inicialmente de forma individual, mas, após alguns minutos, começaram a trocar ideias entre si, realizando as dialéticas de ação e formulação para dar solução à situação como tínhamos previsto na análise *a priori*.

Brousseau (1996) destaca que para aprender, o aluno deve ter um papel ativo diante de uma situação, de certo modo comparado ao ato de produzir de um matemático. Com o impulso dos conhecimentos anteriores, inicia-se o momento da formulação, com a troca de informações orais ou escritas referentes ao objetivo do problema. Então, nesse momento, observamos os diálogos entre os alunos sobre as formas de como descobrir a quantidade de moedas e a indagação sobre o dobro de um número.

A03: lendo a questão, acredito que colocando x chegaremos a algum resultado.

A08: pois se colocar o x dá pra colocar o y também no outro número.

A01: então o dobro de um número vai ser x ou y .

A10: eu coloquei que o dobro é o y .

A05 eu também identifiquei que é o y .

A02: o y é o dobro de $2x$.

A07: então já podemos fazer a substituição.

A09: sim, após montar a equação onde tem o y já coloca o $2x$.

A02: então aqui já encontramos quanto vale o y , agora devemos encontrar o x , vou tentar.

De acordo com a transcrição, essas foram as primeiras trocas de informações que eles tiveram, eles escreveram e compartilharam com o grupo as primeiras informações. Podemos identificar esse movimento como a situação de ação e formulação (Brousseau, 2008), pois o aluno interage com os colegas, por meio de trocas de informações, sejam elas escritas ou orais.

Foi observado que neste momento, os alunos desenvolveram a resolução de acordo com as trocas de informações e analisando as possíveis formas de encontrar os valores. De

acordo com Azevedo (2020), nesse movimento, os participantes iniciaram o momento da formulação, quando existe a troca de informações (orais e escritas) entre eles. Em seguida, houve mais diálogos de acordo com o que foram desenvolvendo e já foi usado uma linguagem matemática, como traz a transcrição a seguir:

A04: pelo modo que vocês estão falando, cheguei no resultado do valor de y que é 50.

A06: agora é somar os dois x.

A04: sim, e depois dividir pelo valor total do dinheiro.

A02: isso mesmo, vou fazer esse passo agora.

A09: eu também.

De acordo com o exposto, percebemos a dialética de validação e entendemos que as considerações vão ao encontro de Brousseau (2008), no que se refere à situação de ensino. Com isso, nessa dialética, os alunos continuavam as trocas de informações e em seguida, realizaram a exposição de suas respostas.

A03: já fiz a divisão e encontrei o resultado 26.

A01: mas esse não é o resultado final, leia a questão novamente.

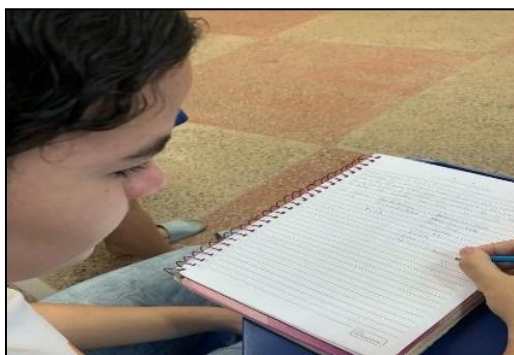
A05: há sim, tem que fazer o último passo, que é a multiplicação.

A10: verdade, pra saber a quantidade de moedas e somar com o valor de y.

A04: sim, agora é o resultado final que é 78 moedas.

Analisando essa interação, observamos a afirmação de Brousseau (1996, p. 49) de que “o aluno aprende adaptando-se a um meio que é um fator de contradições, de obstáculos, de desequilíbrios. Este saber proveniente da adaptação do aluno, revela-se através de respostas novas, que representam a aprendizagem”. Nesse caso, notamos que os alunos estão buscando solucionar o problema e, ao mesmo tempo, gerando aprendizagem. Ainda acrescentamos que, para Almouloud (2007, p. 32), “O aluno aprende adaptando-se a um *milieu* que é fator de dificuldades, de contradições”. Na Figura 6, temos uma aluna chegando ao fim da questão e os demais alunos foram finalizando a questão neste momento.

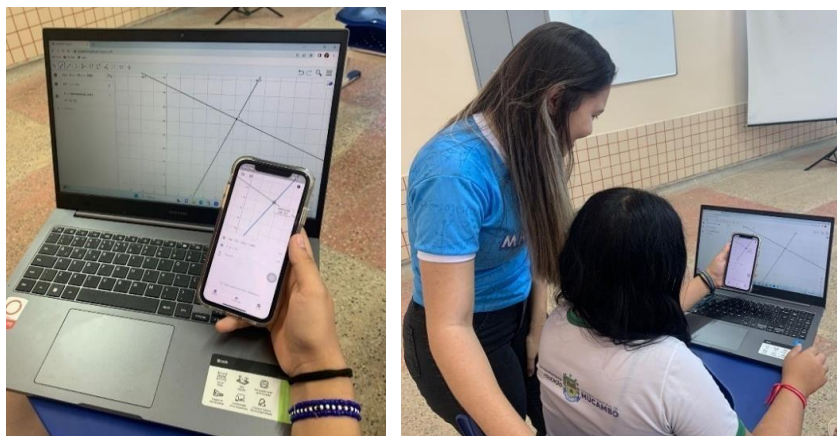
Figura 6 – Momento da ação aluna A08



Fonte: Registro das autoras (2023).

Trazendo o uso do GeoGebra para os Sistemas de Equações Lineares, a professora sugeriu que cada aluno abrisse o *software* no computador e/ou o aplicativo do celular para verificar se encontrava a mesma resposta feita no caderno, como mostra a Figura 7.

Figura 7 – Momento da dialética da validação



Fonte: Registro das autoras (2023).

Cada aluno digitou a equação e verificou que através do GeoGebra que é possível encontrar o mesmo resultado, tendo uma visualização da forma geométrica e o ponto de intersecção entre as retas. Isso corroborou que o uso do GeoGebra pode possibilitar aos educandos conjecturas, descobertas e organização das propriedades estudadas (Russo; Abar, 2022).

Assim, afirmamos que o objetivo dessa situação foi atingido, já que os participantes conseguiram resolver o problema e apresentaram diferentes estratégias de solução. Sendo assim, “uma vez construído e validado, o novo conhecimento vai fazer parte do patrimônio matemático da classe, embora não tenha ainda o estatuto de saber social” (Almouloud, 2007, p. 40). Diante disso, é fundamental compartilhar diversas soluções, uma vez que diferentes abordagens podem ser eficazes para resolver o problema.

Referente ao processo de utilização do GeoGebra como recurso didático, os participantes afirmaram que ele contribuiu na visualização dos resultados com uma forma clara e objetiva. Entendemos que o uso do *software* tornou o ensino de matemática inclusivo, permitindo que os alunos trabalhem em seu próprio estilo e ritmo de aprendizagem.

Na fase de institucionalização, a pesquisadora fez um levantamento de todas as estratégias de solução apresentadas naquele único problema, discutindo as variáveis didáticas e os obstáculos que surgiram ao longo da resolução. Considerando os objetivos da aula, coube à professora reassumir a condução do processo, sistematizando os conhecimentos produzidos pelos alunos e formalizando os saberes matemáticos envolvidos (Brousseau, 2008).

Após a aplicação da questão e o momento de experimentação, a professora fez a explicação do conteúdo de acordo com o livro didático da escola e fez uma assimilação sobre como foi visto na questão aplicada. De acordo com o relato dos alunos, a compreensão teve outro sentido, pois como eles já haviam feito, enquanto a professora falava eles já associavam com o que responderam no caderno.

Para validar a situação didática por meio do confronto entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori*, isso é, comparando a interferência inicial com os resultados efetivamente presentes, identificamos que o uso do GeoGebra desempenhou um papel relevante. Além de favorecer a formulação de conjecturas, essa ferramenta ajudou os alunos a validarem seus resultados por meio das construções e representações das equações, contribuindo, assim, para um aprofundamento e fortalecimento do ensino.

5 Considerações finais

Neste relato de experiência, a articulação entre a Teoria das Situações Didáticas e o uso do *software* GeoGebra mostrou-se uma estratégia eficaz para potencializar o ensino de Sistemas de Equações, contribuindo diretamente para o alcance dos objetivos propostos; além de despertar o interesse dos alunos pela aprendizagem da matemática devido a inserção de tecnologias digitais.

O uso do GeoGebra como recurso didático contribuiu para que os alunos compreendessem os conceitos matemáticos de maneira mais dinâmica e interativa, além de estimular a participação ativa deles no processo de construção do conhecimento. O caráter visual e manipulável do *software* facilitou a exploração de diferentes representações matemáticas, permitindo que os alunos desenvolvessem conjecturas, testassem hipóteses e realizassem análises mais aprofundadas sobre as características dos sistemas lineares.

Entretanto, é fundamental destacar que os resultados positivos obtidos não podem ser atribuídos apenas ao uso da tecnologia. A efetividade da proposta esteve diretamente relacionada à intencionalidade pedagógica da professora e à sua atuação como mediadora do processo de aprendizagem, conforme orienta a Teoria das Situações Didáticas (TSD). A condução planejada de cada fase, desde a elaboração da situação-problema até a institucionalização dos conhecimentos, foi essencial para garantir que o GeoGebra fosse mais que uma ferramenta tecnológica, mas um recurso para promover aprendizagem significativa. Além disso, a implementação trouxe desafios importantes, como a limitação de tempo para explorar todas as fases da TSD de forma mais aprofundada e a necessidade de garantir que

todos os alunos tivessem acesso ao aplicativo em seus dispositivos móveis, exigindo da professora suporte técnico e pedagógico adicional.

Ao comparar essa metodologia (Engenharia Didática) com práticas tradicionais, observa-se que a integração entre a TSD e o GeoGebra favoreceu uma aprendizagem mais ativa e investigativa, promovendo a formulação de hipóteses e a construção autônoma do conhecimento matemático, em contraste com o modelo expositivo e mecânico usual.

Assim, essa experiência evidencia que a integração de tecnologias digitais ao ensino da Matemática pode ser altamente produtiva, desde que associada a uma prática docente fundamentada teoricamente e conduzida com intencionalidade didática. A TSD, nesse contexto, demonstrou-se um referencial potente para estruturar a intervenção, promovendo o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e ampliando suas possibilidades de compreensão conceitual.

Referências

ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: editora UFPR, 2007.

ALMOULOU, S. A.; COUTINHO, C. Q. S. Engenharia didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ANPED. **Revemat - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 3, n. 1, p. 62-77, 2008. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2008v3n1p62>.

ALMOULOU, S. A.; SILVA, M. J. F. Engenharia didática: evolução e diversidade. **Revemat - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p22>.

ARAÚJO, D. S.; SILVA, K. V.; MIRANDA, L. V. S.; FERREIRA, Y. A. S.; SILVA, H. R. O uso do GeoGebra e de ferramentas digitais na aprendizagem de Geometria Plana e resolução de problemas: uma experiência de sala de aula. **Revista Educação Pública, Rio de Janeiro**, v. 22, n. 29, 9 de agosto de 2022.

AZEVEDO, I. F.; ALVES, F. R. V. Trigonometria e suas aplicações no Geogebra: aulas experimentais com alunos do ensino médio. **TANGRAM - Revista De Educação Matemática**, v. 2, n. 2, p. 102-115, 2019. DOI: <https://doi.org/10.30612/tangram.v2i2.8335>.

AZEVEDO, I. F. **Situações Didáticas Profissionais (SDP): uma perspectiva de complementaridade entre a Teoria das Situações e a Didática Profissional no contexto das olimpíadas de matemática**. 2020. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza.

BARROS, C. G.; GERVÁZIO, S. N. A importância da metodologia de resolução de problemas nas aulas de Matemática e o que presumem professores da rede municipal de Alhandra/PB sobre o tema. **Revista Educação Pública**, v. 21, n. 39, 26 de outubro de 2021.

BIGODE, A. J. L. **Matemática hoje é feita assim**. São Paulo: FTD, 2002. v. 7.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da didática da matemática. In: BRUN, J. **Didática das matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, 1996.

BROUSSEAU, G. **introdução ao estudo da teoria das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: ática, 2008.

CARDOSO, R. C. O uso de tecnologias no ensino do Teorema de Pitágoras. **Revista Educação Pública**, Rio de Janeiro novembro de 2016. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/16/23/o-uso-de-tecnologias-no-ensino-do-teorema-de-pitagoras>. Acessado em: 01 out. 2023.

CARMO, J. L. S.; FONSECA, R.V. Conceito de Milieu: uma contribuição teórica para a Educação Matemática. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. **Anais...** [...]. São Paulo, 2016. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6810_3990_ID.pdf. Acesso em: 20 out. 2023.

COELHO, A. G. V; BARBOSA, L. M. M.; FREITAS, M. T. M; BERTONE, A. M. A. Uma experiência na formação: o ensino de funções e o GeoGebra. **Olhares & Trilhas**, [S. l.], v. 17, n. 1, 2015. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/olhasesetilhas/article/view/29020>. Acesso em: 9 jan. 2025.

DANTE, L. R. **Tudo é matemática**. São Paulo: ática, 2002. v. 7.

EISENBERG, T.; DREYFUS, T. Os polinômios no currículo da escola média. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As ideias da Álgebra**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995. p.127-134.

PIOVESAN, S. B.; ZANARDINI, J. B. **O ensino e aprendizagem da matemática por meio da metodologia de resolução de problemas**: algumas considerações. Artigo produzido como requisito de conclusão do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE, 2008, da Secretaria de Estado de Educação. Paraná, 2008.

RUSSO, A. M.; ABAR, C. A. A. P. Propriedades da geometria plana verificadas no GeoGebra Discovery. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, v. 11, n. 1, p. 30-41, 2022. DOI: <https://doi.org/10.23925/2238-8044.2022v11i1p30-41>.

ANEXO



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Nome:.....

CPF:

Tendo em vista a necessidade de coleta de dados para a realização de atividades relacionadas ao desenvolvimento do Trabalho de Conclusão de Curso do(a) estudante **Kelly da Silva Machado Araújo** do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA, sob a orientação do(a) professor(a) **Italândia Ferreira de Azevedo**, declaro que consinto que os mesmos utilizem parcial ou integralmente anotações e gravações em áudio das falas de meu(minha) filho(a) que constam no instrumento aplicado (atividades desenvolvidas em sala de aula que possibilitem o registro escrito dos alunos), podendo divulgá-las em publicações, congressos e eventos da área com a condição de que ele seja citado apenas como participante da pesquisa, garantido o anonimato no relato da pesquisa.

Declaro ainda, que fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) quanto à atividade que será desenvolvida na escola.

Mucambo- CE, 19 de maio de 2023.

Responsável do aluno

Artigo recebido em: 13/01/26 | Artigo aprovado em: 15/06/26 | Artigo publicado em: 26/08/26