



Artigo de Pesquisa

Função Linear: Uma Proposta Pedagógica Sobre a Conta de Luz Utilizando a Modelagem Matemática

Cinthya Maria Schneider Meneghetti

Universidade Federal do Rio Grande - Instituto de Matemática e Estatística e Física

cinthya.schneider@gmail.com

Murilo da Cunha Paz

Universidade Federal do Rio Grande - Instituto de Matemática e Estatística e Física

murilodacunhapaz@gmail.com

Resumo

Este trabalho apresenta uma proposta pedagógica que deseja, por meio do desenvolvimento das etapas que contemplam a metodologia de ensino conhecida como Modelagem Matemática, estudar o conteúdo de Função Linear relacionando-o com a conta de luz residencial. Essa proposta é um recorte de um Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática que visa responder a seguinte pergunta: como estimar o custo da conta de energia elétrica de uma residência, usando Modelagem Matemática para ensinar o conteúdo de Função Linear? A proposta de atividade foi elaborada para ser desenvolvida em turmas do primeiro ano do Ensino Médio. Inicialmente, apresentamos a metodologia segundo Bassanezi (2002) e, em seguida, a descrição das atividades e uma possibilidade de resolução. Esperamos que essa atividade possa promover um aprendizado significativo para o estudante e desenvolver seu pensamento crítico, formando cidadãos mais conscientes em relação ao consumo de energia e capazes de reconhecer uma aplicação da matemática no seu dia a dia.

Palavras-chaves: Função Linear. Conta de luz. Modelagem Matemática.

Abstract

This work presents a pedagogical proposal that aims, through the development of steps that include the teaching methodology known as Mathematical Modeling, to study the content of Linear Function relating it to the residential electricity bill. This proposal is an excerpt from a Mathematics Degree Course Completion Work that intends to answer the following question: how to estimate the cost of the electric bill of a residence, using Mathematical Modeling to teach Linear Function? The activity proposal was designed to be developed in classes of the first year of high school. Initially, we present the methodology according to Bassanezi (2002) and then the description of the activities and a possibility of resolution. We hope that this activity can promote significant learning for the student and develop their critical thinking, forming citizens who are more aware of energy consumption and capable of recognizing an application of mathematics in their daily lives.

Keywords: Linear Function; Electricity bill; Mathematical Modeling.

1 Introdução

Neste trabalho, a Modelagem Matemática atua como metodologia de ensino para a construção de uma proposta pedagógica para o ensino e aprendizagem de Função Linear. A proposta surgiu a partir da seguinte pergunta: como estimar o custo da conta de energia elétrica de uma residência, usando Modelagem Matemática para ensinar o conteúdo de Função Linear? O objetivo geral é, por meio da Modelagem Matemática, relacionar o conteúdo supracitado com a conta de luz residencial. Esta proposta foi desenvolvida como parte de um trabalho de conclusão do curso de Matemática Licenciatura, e pretende auxiliar estudantes do Ensino Médio a compreender como os aparelhos eletrônicos contribuem no valor da conta de energia elétrica residencial utilizando conceitos de matemática estudados no Ensino Médio.

Explorar situações que fazem parte do cotidiano dos estudantes, que refletem preocupações da sociedade atual com relação ao consumo consciente e também questões ambientais permite estabelecer significado para os conteúdos de matemática e reflexões críticas sobre nosso cotidiano. Assim,

A Modelagem Matemática Crítica (MMC), enquanto metodologia de ensino e aprendizagem da Matemática, busca trazer, para a prática pedagógica dos professores, a reflexão sobre a importância de auxiliar os alunos a entenderem, compreenderem e interpretar criticamente o mundo no qual estão inseridos (ROSA et al., 2012, p.162).

Nessa virtude, acreditamos que, ao utilizar uma conta de energia elétrica residencial (que chamaremos de conta de luz) para estudar um conteúdo previsto na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017a), o aluno será instigado a pensar sobre algo já existente em seu dia a dia, além de, exercitar as propriedades e manipulações algébricas que precisam ser desenvolvidas por ele de acordo com o documento normativo supracitado. Assim, esperamos despertar nos estudantes uma concepção dinâmica em relação ao conceito que está sendo ensinado, permitindo uma percepção mais completa do conteúdo por meio da Modelagem Matemática. Ao longo dessa proposta, o que entendemos por Modelagem Matemática é descrito por Bassanezi (2002). Segundo o autor,

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações de realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. A modelagem é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, que estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele (BASSANEZI, 2002, p.24).

As dificuldades financeiras fazem parte da realidade de muitas famílias, sendo a conta de luz uma das suas principais despesas fixas e por isso trata-se de um tema conhecido pelos estudantes, ou seja, esse tema faz parte de sua realidade.

A necessidade do distanciamento social é algo ainda presente em todo mundo, devido a pandemia do Covid-19. Com isso, muitos professores tiveram que repensar o seu modo de preparar e ministrar aulas (SANTOS et al., 2021). Pensando nisso, essa proposta está inserida no dia a dia dos estudantes e pode ser aplicada também nas modalidades de ensino remoto e à distância. A atividade está dividida em quatro momentos que contemplam as etapas da Modelagem Matemática que estão descritas na seção desse artigo denominada “A Modelagem Matemática”. Em cada um dos momentos existem objetivos específicos: o primeiro momento possui o intuito de apresentar o tema “conta de luz” e a ideia de como estimar o custo do consumo de energia elétrica de uma residência, enquanto no segundo momento o objetivo é construir o gráfico da Função Linear que representa o valor da tarifa paga em função dos dias de utilização do aparelho eletrônico escolhido na etapa anterior. No terceiro momento, sugere-se construir o gráfico do valor pago pela utilização de cada um dos cinco aparelhos eletrônicos escolhidos pelos estudantes e, por fim, no quarto momento, a intenção é estimar o consumo de energia elétrica de uma residência.

Desejamos promover, por meio da Modelagem Matemática, uma discussão sobre a conta de luz que é algo que está presente na sociedade e permite potencializar os conhecimentos dos educandos, onde eles poderão perceber que a matemática se encontra presente na vida de cada cidadão. Na próxima seção, vamos apresentar os fundamentos da Modelagem Matemática que foram utilizados na elaboração dessa proposta pedagógica. Em seguida, descrevemos suas etapas e também as Considerações Finais.

2 A Modelagem Matemática

Segundo Bassanezi (2002), o objetivo fundamental do uso da matemática é de fato extrair a parte essencial da situação-problema e formalizá-la em um contexto abstrato onde o pensamento possa ser absorvido com uma extraordinária economia de linguagem. Portanto, podemos dizer que, se a Modelagem Matemática estiver conectada junto com disciplina de Matemática, o docente poderá explorar também a relação existente entre a linguagem cotidiana e a formalização matemática de modo coletivo, com a participação de todos os sujeitos envolvidos no processo.

É importante destacar a ideia de que na matemática não existe somente o certo e o errado, que as aproximações e simplificações são importantes, uma vez que nem todas as variáveis envolvidas em um fenômeno real representam alterações significativas no seu comportamento e acarretam modificações na solução (ou previsão para ela) segundo o modelo que foi estudado. Assim, “A modelagem é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, que estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele” (BASSANEZI, 2002, p.24).

De acordo Silva e Kato (2012),

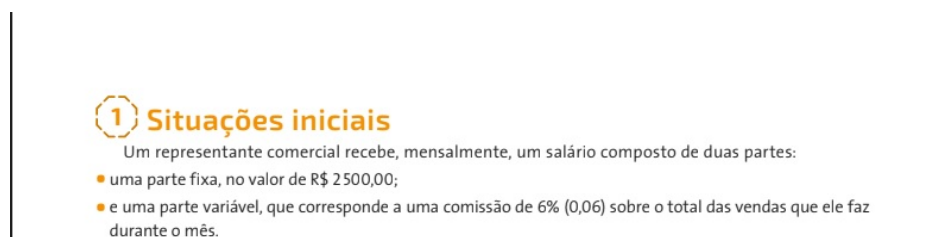
no âmbito do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, a Modelagem apresenta uma multiplicidade de perspectivas que diferem umas das outras pela forma como a Matemática é entendida e aplicada no problema a ser estudado, bem como as possibilidades de extensão das discussões decorrentes desse processo no contexto educacional e social (SILVA e KATO, 2012, p.818-819).

Desse modo, abordar questões econômicas e sociais, que reflitam na vida de cada de aluno, não é algo fácil. Cabe ao docente a busca continua por estratégias que permitam elaborar uma proposta de ensino que englobe todos os seus educandos, além de, considerar a importância de cada um deles e sua relação com a comunidade. Nesse sentido, Jacobini e Wodewotzki (2006), no que diz respeito ao desenvolvimento de projetos que envolvam a Modelagem Matemática, reforçam que tais projetos

[...] sejam construídos na sala de aula levando em conta a participação ativa desse educando a partir do estudo de situações-problema do seu cotidiano, e buscando aprofundar reflexões proporcionadas pelas investigações realizadas, pelas consequências desse empreendimento para a sociedade e pelo envolvimento do estudante com a comunidade (JACOBINI e WODEWOTZKI, 2006, p.08).

Com a intenção de identificar se a Modelagem Matemática é apresentada em livros de Ensino Médio, consideramos primeiramente o texto intitulado Matemática Contexto e Aplicações (DANTE, 2016), livro didático que apresenta o conteúdo de Função Afim. O autor traz uma situação-problema elaborada envolvendo o comércio, que possui o intuito de introduzir o conteúdo. Foi possível perceber que o professor autor utiliza a Resolução de Problemas como metodologia auxiliar para ensinar matemática, em situações mais elaboradas. Veja a Figura 1.

Figura 1: Apresentação do conteúdo de Função Afim

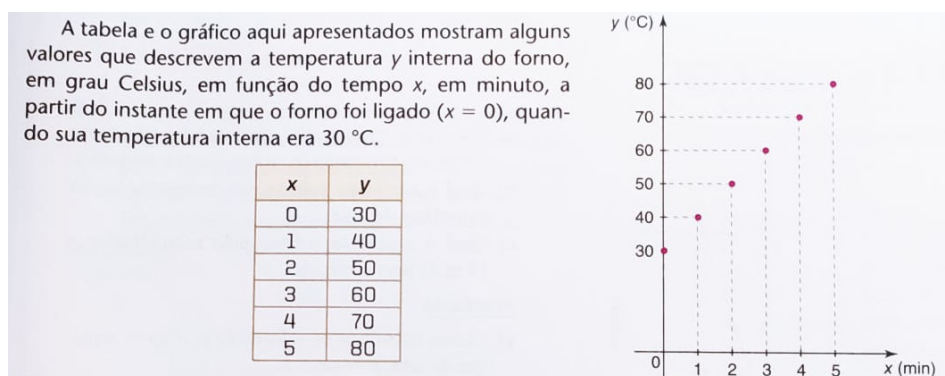


Fonte: Dante (2016,p.74).

De maneira geral, é possível perceber que o autor considera o nível de entendimento dos acontecimentos presentes nos exemplos envolvendo o cotidiano proporcional a medida em que os estudantes possuem um grau de escolaridade maior, ou seja, quanto mais avançados os alunos estiverem, mais sofisticados são os exemplos de introdução para a matéria.

Não desejamos explorar a relação estreita existente entre Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática. Cabe observar que as duas metodologias caminham juntas, sendo a Resolução de Problemas exploradas em diversos trabalhos. Por exemplo, as autoras Rosa e Onuchic (2007) em seu trabalho fazem um apanhado histórico e ilustram uma experiência de ensino com Resolução de Problemas no Ensino Médio.

Com relação à Paiva (2013) em seu volume um, é possível observar que o conteúdo de Função Polinomial do 1º Grau ou Função Afim é apresentado diferente da obra elaborada por Dante (2016). O autor, introduz o conteúdo através de uma tabela e de um gráfico, onde os mesmos são obtidos por um exemplo que envolve a temperatura de um forno elétrico ao longo do tempo (veja a Figura 2). Esse formato é conhecido na Modelagem Matemática como Modelo Objeto, uma das formas de introduzir a Modelagem Matemática.

Figura 2: Apresentação do conteúdo de Função Afim

Fonte: Paiva (2005, p.151).

O autor Bassanezi (2002), explica que existem dois tipos de modelos matemáticos, o Modelo Objeto e o Modelo Teórico. O Modelo Objeto é a representação de um objeto ou fato concreto. Suas características predominantes são a estabilidade e a homogeneidade das variáveis. Tal representação pode ser pictórica (um desenho, um esquema compartimental, um mapa, etc.), conceitual (fórmula matemática), ou simbólica. A representação por estes modelos é sempre parcial deixando escapar variações individuais e pormenores do fenômeno ou do objeto modelado. São exemplos de Modelo Objeto: um modelo epidemiológico (sistema de equações diferenciais) que considera o grupo de infectados como sendo homogêneo onde todos os seus elementos têm as mesmas propriedades ou um desenho para representar o alvéolo usado pelas abelhas para armazenar o mel.

O Modelo Teórico é aquele vinculado a uma teoria geral existente - será sempre construído em torno de um modelo objeto com um código de interpretação. Ele deve conter as mesmas características que o sistema real, isto é, deve representar as mesmas variáveis essenciais existentes no fenômeno e suas relações são obtidas através de hipóteses (abstratas) ou experimentos (reais).

Dessa forma, é possível perceber na bibliografia consultada que, no Ensino Básico, a Modelagem Matemática costuma se apresentar por meio do Modelo Objeto, pois em geral os autores utilizam figuras e símbolos para introduzir o conteúdo. Ela visa contextualizar os conteúdos para tornar o ensino ainda mais interessante e incentivar o pensamento crítico dos estudantes que são convidados a refletir e conjecturar sobre o resultado futuro de situações do cotidiano, corroborando com Burak (1992, p.62) que diz que “A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões”.

Em particular, o esboço de um gráfico pode auxiliar na solução de uma situação-problema, uma vez que consiste de um modelo que permite uma comunicação entre a situação-problema e a matemática formal. Diferentes estratégias podem estabelecer essa comunicação, sendo a Modelagem Matemática uma importante ferramenta para a construção do diálogo entre o cotidiano e os cálculos abstratos.

Nesse sentido, concordamos com Bassanezi (2002), que afirma “ Quando se propõe analisar um fato ou uma situação real cientificamente, isto é, com o propósito de substituir a visão ingênua desta realidade por uma postura crítica e mais abrangente, deve-se procurar uma linguagem adequada que facilite e racionalize o pensamento” (BASSANEZI, 2002, p.18). Assim, propomos que os estudantes criem seu próprio modelo objeto (gráfico) afim de promover sua autonomia, senso crítico e capacidade de concluir sobre fatos que permeiam sua rotina, de modo que possam interagir e reagir a partir de suas próprias conclusões.

Justificamos a escolha da conta de luz para construção de uma proposta pedagógica a partir de uma questão do Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (ENADE) (BRASIL, 2017b). Durante a formação inicial de professores de matemática, além das discussões sobre diferentes metodologias de ensino que podem ser utilizadas para elaboração das aulas de matemática, uma situação particular despertou o interesse pelo tema conta de luz, veja a Figura 3.

Figura 3: Questão 3 do ENADE 2017



QUESTÃO 03

O sistema de tarifação de energia elétrica funciona com base em três bandeiras. Na bandeira verde, as condições de geração de energia são favoráveis e a tarifa não sofre acréscimo. Na bandeira amarela, a tarifa sofre acréscimo de R\$ 0,020 para cada kWh consumido, e na bandeira vermelha, condição de maior custo de geração de energia, a tarifa sofre acréscimo de R\$ 0,035 para cada kWh consumido. Assim, para saber o quanto se gasta com o consumo de energia de cada aparelho, basta multiplicar o consumo em kWh do aparelho pela tarifa em questão.

Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br>>. Acesso em: 17 jul. 2017 (adaptado).

Na tabela a seguir, são apresentadas a potência e o tempo de uso diário de alguns aparelhos eletroeletrônicos usuais em residências.

Aparelho	Potência (kW)	Tempo de uso diário (h)	kWh
Carregador de celular	0,010	24	0,240
Chuveiro 3 500 W	3,500	0,5	1,750
Chuveiro 5 500 W	5,500	0,5	2,250
Lâmpada de LED	0,008	5	0,040
Lâmpada fluorescente	0,015	5	0,075
Lâmpada incandescente	0,060	5	0,300
Modem de internet em <i>stand-by</i>	0,005	24	0,120
Modem de internet em uso	0,012	8	0,096

Disponível em: <<https://www.educandoseubolso.blog.br>>. Acesso em: 17 jul. 2017 (adaptado).

Considerando as informações do texto, os dados apresentados na tabela, uma tarifa de R\$ 0,50 por kWh em bandeira verde e um mês de 30 dias, avalie as afirmações a seguir.

- I. Em bandeira amarela, o valor mensal da tarifa de energia elétrica para um chuveiro de 3 500 W seria de R\$ 1,05, e de R\$ 1,65, para um chuveiro de 5 500 W.
- II. Deixar um carregador de celular e um *modem* de internet em *stand-by* conectados na rede de energia durante 24 horas representa um gasto mensal de R\$ 5,40 na tarifa de energia elétrica em bandeira verde, e de R\$ 5,78, em bandeira amarela.
- III. Em bandeira verde, o consumidor gastaria mensalmente R\$ 3,90 a mais na tarifa de energia elétrica em relação a cada lâmpada incandescente usada no lugar de uma lâmpada LED.

É correto o que se afirma em

- A II, apenas.
- B III, apenas.
- C I e II, apenas.
- D I e III, apenas.
- E I, II e III.

MATEMÁTICA

7

Fonte: Brasil (2017b).

A partir dessa questão, surgiu uma inspiração para a presente proposta e como adaptá-la para trabalhar o assunto com estudantes do Ensino Médio. Gostaríamos de auxiliar o professor a elaborar e resolver questões desse formato, explorando o conteúdo de Função Linear. Também destacamos que a conta de luz é um tema em constante discussão e bastante atual em nosso país e possui potencial ser explorada com o uso da Modelagem Matemática.

A elaboração da proposta envolveu algumas etapas. Segundo Burak (1992), são cinco as etapas que compre-

endem o desenvolvimento da Modelagem Matemática. São elas: a escolha do tema (que pode ser apresentado pelo professor ou pelos alunos); a pesquisa exploratória (que trata da busca de subsídios ou informações teóricas sobre o assunto que será trabalhado); o levantamento de problemas (visando incentivar os alunos a elaborar problemas simples, conjecturar sobre como aplicar os conhecimentos matemáticos com a ajuda do professor); o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema (ensinar o conteúdo para atender às necessidades da pesquisa, sendo que formalização vem depois, um caminho inverso do que ocorre normalmente); e ainda a análise crítica das soluções (buscando verificar se os resultados obtidos são viáveis e refletir se podem ser melhorados, formando cidadãos conscientes).

A partir da exploração dessas etapas foi construída a proposta pedagógica descrita a seguir, envolvendo o conteúdo de Função Linear e uma conta de luz residencial. A proposta de atividade será dividida em quatro momentos, a fim de que sejam contempladas as cinco etapas da Modelagem Matemática apresentadas na seção anterior.

3 Primeiro Momento

Esse momento corresponde a escolha ou determinação do tema e da pesquisa exploratória, que são partes do desenvolvimento da metodologia escolhida. Ele tem como objetivo apresentar o tema "conta de luz" e discutir a ideia de como estimar o custo do consumo de energia elétrica de uma residência. Mais precisamente, os alunos irão pesquisar o que é QUILOWATT-HORA (kWh), o valor de cada kWh na conta de luz e definir qual o valor de tarifa por kWh será utilizado pela turma nas atividades. Além disso, estudar o valor do acréscimo na conta de luz conforme as bandeiras da conta de luz: Verde, Amarela, Vermelha Patamar 1 (P1), Vermelha Patamar 2 (P2) e Preta (Escassez Hídrica) para entender as características da conta e como é calculado o seu valor final. Também será estudado o consumo de um aparelho eletrônico que é utilizado pelo estudante em sua residência, estimado quantas horas por mês o aparelho utilizado fica ligado na tomada e, a partir desses dados, será calculado o consumo mensal do aparelho escolhido de acordo com a tarifa definida e construída uma tabela com os dados obtidos.

Os estudantes realizarão uma pesquisa na internet com a finalidade de responder as questões:

1. O que é QUILOWATT-HORA (kWh)?

Um kWh é uma medida de energia elétrica que indica qual é a energia consumida por um determinado aparelho em um certo período. Veja a Figura 4.

Figura 4: Definição de kWh

A unidade kWh vem da relação da energia elétrica com a potência:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Assim,

$$\Delta E = P \cdot \Delta t$$

Onde:
 P: potência elétrica
 ΔE : energia transformada (consumida)
 Δt : intervalo de tempo

Define-se, então, o kWh como sendo a quantidade de energia transformada por um aparelho de potência de 1 000 W (1 kW) funcionando durante 1 hora.

A equivalência do kWh com o J (joule) vem da relação:

$$1 \text{ kWh} = 1\,000 \text{ W} \cdot 3\,600 \text{ s} = 3\,600\,000 \text{ J}$$

Pelo fato de o tempo de uso de aparelhos elétricos ser medido em horas, é mais fácil calcular o consumo mensal de energia elétrica em kWh do que em J.

Fonte: Usberco et al. (2018, p.186).

2. Qual é o valor cobrado em média por 1 kWh na conta de luz residencial na sua cidade?

A tarifa apresenta um custo médio de R\$0,7977 centavos por kWh para o consumidor residencial na cidade de Pelotas- RS, em agosto de 2021. Um exemplo de conta pode ser visto na Figura 5.

3. Quais são os tipos de bandeira e quanto é o acréscimo correspondente a cada bandeira na conta de luz?

Os tipos de bandeiras presentes nas contas de luz são: Verde, Amarela, Vermelha Patamar 1 (P1), Vermelha Patamar 2 (P2) e Preta (Escassez Hídrica). Segundo ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica), as bandeiras da conta de luz possuem os seguintes acréscimos:

Verde - Não possui acréscimos.

Amarela - Possui um acréscimo de R\$1,874 por 100 kWh consumidos.

Vermelha P1 - Apresenta um acréscimo de R\$3,971 por 100 kWh consumidos.

Vermelha P2 - Acarreta um acréscimo de R\$9,492 por 100 kWh consumidos.

Preta (Escassez Hídrica) - Exibe um acréscimo de R\$14,20 por 100 kWh consumido.

Em conjunto com os estudantes, sugerimos observar uma conta de luz para identificar os valores que são apresentados. Observe a Figura 5.

Figura 5: Conta de Luz, Pelotas - RS

CONSUMO	FATURAMENTO	VENCIMENTO	TOTAL
135 kWh	JUL/2021	11/08/2021	R\$***123,57
Descrição CONSUMO ADICIONAL BAND. VERMELHA P2	Quantidade 135	Preço 0,791481	Valor Total 106,85 16,72

Fonte: acervo pessoal dos autores.

Note que alguns itens que foram circulados em cores distintas na conta de luz. Vamos definir cada um deles.

1. Em verde temos o consumo total do mês em kWh;
2. Em vermelho temos a tarifa cobrada por cada kWh;
3. Circulado de amarelo é o valor total a ser pago pela conta de luz;
4. Os valores correspondentes ao círculo roxo são encontrados de duas formas: o primeiro é o resultado da multiplicação do consumo total de kWh pelo preço da tarifa que está destacado no círculo vermelho. Já o segundo, é o valor adicional da bandeira vigente na conta luz proporcional ao consumo total do mês;

Note que, se somarmos os valores destacados em roxo, obteremos exatamente o valor que está circulado em amarelo.

Na Figura 5, a bandeira vigente é a Vermelha Patamar 2. Observe que o valor que está no círculo vermelho é tarifa desta conta de luz. Ele será o nosso T_3 utilizado na equação 1. Aqui, como sugestão os alunos utilizarão três contas de luz para estimar a média da tarifa cobrada por kWh. Segundo a ANEEL, os reajustes acontecem em datas determinadas pelo Contrato de Concessão, uma vez por ano. Essas contas serão referentes aos três meses anteriores à realização da atividade. Desse modo, a média da tarifa será calculada da seguinte maneira: sejam T_1 a tarifa da primeira conta, T_2 a tarifa da segunda conta, T_3 a tarifa da terceira conta e m a Média Aritmética das três tarifas. Para calcular a tarifa média m , basta resolver:

$$m = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3} \quad (1)$$

Observe que, fazendo $T_1 = 0,802790$, $T_2 = 0,798931$ e $T_3 = 0,791481$:

$$m = \frac{0,802790 + 0,798931 + 0,791481}{3} \Leftrightarrow m \approx 0,7977. \quad (2)$$

A seguir temos uma questão que pode ser proposta para os estudantes no formato de exemplo em que é estudado o consumo e o valor pago pelo uso do aparelho por um tempo determinado.

Exemplo 3.1. *Quantos Watts consome o aparelho eletrônico que você utiliza com mais frequência? Qual a tarifa correspondente ao uso desse aparelho por uma hora? Qual a tarifa correspondente ao uso desse aparelho por um dia inteiro (24h)?*

Para ilustrar, escolhemos uma Geladeira/Refrigerador da marca Electrolux, modelo *Frost Free 2 Portas TF56S 474 Litros Platinum*, que possui 54 Watts de potência.

Dessa forma, o consumo correspondente ao uso da geladeira por uma hora é de 0,054 kWh. De fato,

$$54W \times 1h = 54Wh.$$

Dividindo 54 Wh por 1000 teremos 0,054 kWh. Nessa virtude, a tarifa correspondente a um dia (24h) é obtida: multiplicando 0,054 por 24 correspondente à um consumo diário de 1,296 kWh. Supondo que a tarifa média por kWh é 0,7977 temos uma tarifa diária de 1,03 reais.

Os estudantes deverão escolher um aparelho eletrônico de sua casa, o qual é usado com frequência e pesquisar sua potência, indicada pelo fabricante.

Após a pesquisa e escolha, eles irão observar e estimar quantas horas por dia o aparelho selecionado permanece em funcionamento, ou seja, por quanto tempo ele fica ligado diariamente. De posse dessa informação, calcularão quantas horas o aparelho eletrônico fica ligado por mês (supondo que um mês possui 30 dias) e o consumo que ele representa na conta de luz. É importante destacar que alguns aparelhos já fornecem o consumo em kWh/mês em sua ficha técnica, sendo necessário observar que esse valor é diferente da potência. Veja o Exemplo 3.2 a seguir:

Exemplo 3.2. *Considere uma Smart TV de 43 polegadas, cuja potência é de 75 watts (75 W). Vamos estimar o custo que o aparelho representará, em média, na conta de energia elétrica mensal de sua residência, supondo que ela fique ligada 3 horas por dia.*

Multiplique a potência do aparelho pelo número de horas e de dias de uso durante um mês. Assim, se ligamos a TV apenas no horário de pico (entre 18h e 21h) e todos os 30 dias do mês, chegaremos ao consumo de 6 750 Wh por mês:

$$75 \times 3 \times 30 = 6\,750.$$

Para chegar à quantidade de energia consumida em kWh/mês, é preciso dividir 6 750 Wh por 1000. Portanto, uma *Smart TV* de 43 polegadas, com uso diário de 3 horas, representa um consumo final de 6,75 kWh/mês.

Caso o aluno queira saber, por exemplo, quantos Watts o aparelho consome em n dias, ele deverá realizar o seguinte cálculo:

Potência em Watts \times Número de horas com o aparelho ligado por dia $\times n$ dias.

Assim, para $n = 7$, temos:

$$75W \times 3h \times 7\text{dias} = 1.575Wh,$$

como mostra o Quadro 1.

Este cálculo pode ser realizado de outra maneira: Potência em Watts \times Total de horas correspondente aos 7 dias, ou seja, $75 \times 21 = 1\,575Wh$. Também é possível multiplicar a potência pelo total de horas em que o aparelho

fica ligado por dia e após pelo número de dias $225 \times 7 = 1575 \text{ Wh}$. Esses cálculos são todos equivalentes, devido a associatividade da multiplicação.

Note que, se o estudante dividir o valor referente aos sete dias por 1000, ele terá o valor em kWh. Como é mostrado a seguir:

$$\frac{1575}{1000} = 1,575 \text{ kWh.} \quad (3)$$

O cálculo de quanto o aparelho representará, em média, na conta de energia elétrica, vai ser o resultado da multiplicação do consumo do aparelho que se obtém através da equação (3) pela média aritmética das tarifas, que se encontra resolvendo a equação (1).

Desse modo, se $m = 0,7977$ centavos, foi a média aritmética da tarifa por kWh nos três últimos meses das contas de luz, os valores pagos na conta de luz podem ser vistos na Tabela 1.

Assim, que os dados já estiverem em mãos, os estudantes construirão uma tabela com as informações adquiridas correspondentes ao aparelho escolhido.

Tabela 1: Tabela com os valores conforme Exemplo 3.2 - Smart TV

Dias	Horas	Consumo em kWh	Valor Pago em reais
1	3	0,225	0,18
2	6	0,45	0,36
7	21	1,575	1,26
14	42	3,15	2,51
21	63	4,725	3,77
28	84	6,3	5,03
30	90	6,75	5,38

Fonte: acervo pessoal dos autores.

Cada educando preencherá sua tabela conforme o aparelho eletrônico escolhido. Em vez de calcular o valor pago em 1, 2, ...28 e 30 dias, será que não é possível fazer essa estimativa mensal apenas conhecendo a tarifa e o consumo correspondente à 1 dia? Essa é a pergunta que gostaríamos de responder em conjunto com a turma para assim relacionar a tarefa com o conteúdo de Função Linear.

4 Segundo Momento

Esse momento corresponde à fase de levantamento dos problemas da Modelagem Matemática, ou seja, a identificação da possibilidade de formulação de um problema matemático a partir de uma situação do mundo real, e também das fases de resolução de problemas e de desenvolvimento do conteúdo no contexto do tema que estamos trabalhando. Ela tem o objetivo de construir o gráfico da Função Linear que representa o valor da tarifa paga em função dos dias de utilização do aparelho escolhido na etapa anterior. Mais precisamente, vamos concluir a lei da função que representa o problema posto, construir um gráfico do valor pago em função dos dias de utilização do aparelho escolhido, comparar os resultados obtidos e concluir quanto representa o custo desse aparelho na conta mensal de energia. Além disso, identificar a taxa da bandeira vigente relativa ao mês escolhido para estimar o custo final do aparelho na conta de luz.

Até agosto de 2021 a bandeira vigente era Vermelha P2, mas a partir de setembro do mesmo ano entrou em vigor uma nova bandeira, a qual acarretou um acréscimo de R\$14,20 a cada 100 kWh utilizados e é chamada de bandeira de Escassez Hídrica. Segundo Silveira, Alvarenga e Gerbell (2021), com o agravamento da crise hídrica no país, o governo criou a bandeira de Escassez Hídrica. A nova bandeira permaneceria em vigor até 30 de abril de 2022, mas seu encerramento foi antecipado em 15 dias. A partir de 15 de abril entrou em vigor a bandeira verde que não possui cobrança adicional, com perspectiva de duração até o final do ano de 2022. A bandeira que iremos utilizar para desenvolver a atividade será a bandeira Vermelha P2, no entanto, quando os educandos forem

resolver o que está sendo proposto, devemos observar bandeira que estiver em vigência na Conta de Luz que eles trouxeram para ser analisada.

Nesta etapa, concluiremos a lei da função através dos conhecimentos já estudados e com a tabela preenchida anteriormente. A partir da Tabela 1 pretendemos fazer os estudantes pensar em uma lei da função que representa o valor pago na conta de luz correspondente ao aparelho escolhido, em função dos dias de sua utilização.

Considerando y = valor pago e x = número de dias de uso do aparelho, considere a lei:

$$y = a x. \quad (4)$$

O coeficiente a será o valor do consumo diário, em kWh, multiplicado pela tarifa, ou seja: $a = \text{Consumo diário (em kWh)} \times \text{tarifa}$.

Para o Exemplo 3.2 temos (*Smart TV*):

$$y = (0,225)(0,7977) x.$$

Nesse momento, utilizando uma aproximação de duas casas decimais (uma vez que y representará o valor pago em reais) temos $y = 0,18 x$.

Uma possível pergunta é como considerar o valor pago pela bandeira (que chamaremos de V_B) na estimativa da conta de luz. Esse valor é proporcional ao consumo diário do aparelho. Para encontrá-lo, no caso da bandeira vermelha P2, por exemplo, é possível fazer uma regra de três:

9,492	100 kWh
V_B	0,225 kWh.

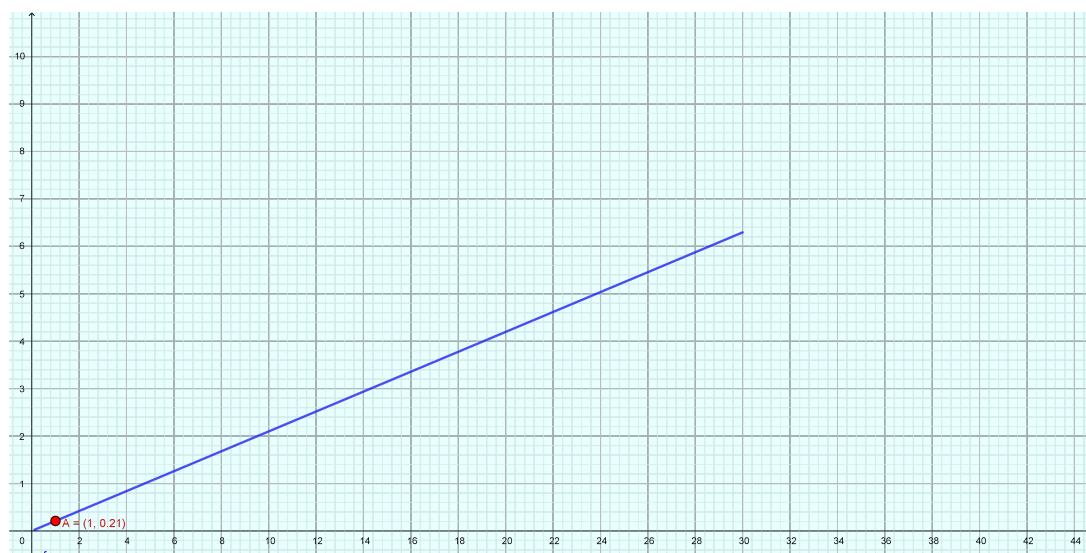
De onde temos $V_B = 0,0215$ por dia, para o caso do Exemplo 3.2.

Para sermos mais precisos na estimativa, na conta de luz é cobrado, no Rio Grande do Sul, cerca de 28% de impostos e 16% de encargos sobre o valor de V_B . Vamos arredondar esse percentual para 40%. Assim, $V_B = (0,0215)(1,4) = 0,0301$ por dia de uso da TV. Aqui, novamente como esse valor é cobrado em reais, vamos utilizar o valor aproximado de 0,03 centavos.

Portanto, teremos a lei que estima o valor pago pela utilização da TV em função do número de dias em que ela é utilizada:

$$y = 0,18 x + 0,03 x = 0,21 x. \quad (5)$$

Os valores de x pertencem ao intervalo $[0, 30]$, uma vez que estamos interessados em estimar o valor pago em uma conta de luz referente a um mês. É possível ampliar esse domínio tendo em mente que quando o número de dias ultrapassar 30, o valor obtido não será pago de uma só vez. Dessa forma, vamos manter a restrição do domínio $[0, 30]$ no contexto desse problema, pois x representa a quantidade de dias do mês. Veja o gráfico na Figura 6.

Figura 6: Gráfico da Função 5

Fonte: acervo pessoal dos autores.

O contradomínio da função será $[0, +\infty[$ pois o valor pago é sempre positivo. A imagem da função será o intervalo $[0, y(30)] = [0, (6, 3)]$.

Desse modo, conseguimos comparar os resultados obtidos e verificar o custo que o aparelho representa na conta mensal de luz. Na Figura 6, o ponto A no gráfico possui coordenadas $(1, (0, 21))$ onde a segunda coordenada representa o valor pago na conta de luz pelo uso da TV em um dia, que é aproximadamente 21 centavos. Em um mês, ela representa um custo de R\$6,30 aproximadamente, onde é importante lembrar que estimamos que o tempo de uso diário da TV foi de 3 horas.

5 Terceiro Momento

O objetivo dessa etapa é montar gráficos relacionado a bandeira vigente da conta de luz de cinco aparelhos eletrônicos escolhidos pelos estudantes. Mais precisamente, a partir da escolha dos 5 aparelhos mais utilizados em sua residência: verificar qual a potência de cada aparelho; supondo que um mês possui trinta dias, estimar qual seria a tarifa mensal para esse grupo de aparelhos para a Bandeira P2 como foi realizado para apenas um aparelho no primeiro momento da atividade com um único eletrodoméstico (será necessário utilizar o valor total que o grupo de 5 aparelhos consomem); e finalmente construir o gráfico do valor da conta em função do número de dias em que os aparelhos foram utilizados, referente a uma determinada bandeira.

É importante que os alunos não tenham ficado com dúvidas sobre o que já foi realizado até o momento (é o momento de promover uma discussão sobre elas antes de dar prosseguimento a atividade). Em seguida, os alunos analisarão 5 aparelhos eletrônicos dessa vez, que são aqueles mais usados em suas residências.

Será necessário conhecer a potência exata de cada aparelho. Os estudantes vão supor que um mês possui 30 dias, com intuito de estimar qual seria a tarifa mensal da conta de luz para este grupo de aparelhos. Para obter este valor é necessário que o aluno refaça os passos do primeiro momento para cada aparelho e reúna essas informações para construir o gráfico referente a bandeira vermelha P2. Observe que, o gráfico deve envolver o grupo de aparelhos (na Etapa 2 o gráfico foi elaborado com apenas um aparelho eletrônico).

O docente pode fazer apenas um único gráfico com os seus educandos, se optar por escolher um aparelho de cada aluno, de modo que sejam os cinco aparelhos que a turma considera os mais usados. Esse gráfico pode ser construído em conjunto com a turma. Outra possibilidade é pedir para que os alunos troquem entre si as informações coletadas, de acordo com os cinco aparelhos que cada um considera os mais utilizados em sua residência.

Desse modo, para ilustrar apresentamos as informações sobre aparelhos diferentes entre si e do que já foi

realizado no segundo momento, para exemplificar uma possível solução para a proposta.

2º aparelho - Notebook - consumo de $45W$:

Suponha que o aparelho seja utilizado 8 horas por dia. Então ele consome $360Wh$ por dia. Obtendo este resultado conseguimos descobrir quantos kWh por dia ele consome e, após este resultado poderemos encontrar quanto o Notebook gasta no dia a dia, desse modo, o Notebook possui um consumo de $0,36kWh$ e, consequentemente, o valor y a ser pago por dia é aproximadamente $0,29$ centavos. Assim, temos $y = 0,29x$.

Para encontrarmos o V_B podemos aplicar a regra de três. Assim, V_B do Notebook é de $0,0342$ por dia. Mas temos que considerar os impostos cobrados pela conta de luz. Dessa forma o $V_B = 0,0478$. Logo, a lei que estima o valor pago do Notebook em função dos dias será: $y = (0,29)x + (0,05)x = 0,34x$. Portanto, $y = 0,34x$. Por dia, o Notebook representa um custo de aproximadamente de 34 centavos e no mês $10,20$ reais.

3º aparelho - Ar condicionado Split Springer 9000 BTUs - consumo de $814W$:

Se usarmos o aparelho 5 horas por dia, teremos um consumo de $4070Wh$ no dia. Assim, podemos obter o valor consumido em kWh/por dia, então o ar condicionado consome $4,07kWh$. Desse modo, o aparelho representa uma despesa aproximada de $3,25$ reais por dia. Portanto, temos $y = 3,25x$.

Sabemos que o valor que gasto em kWh pelo ar condicionado é de $4,07kWh$, com este resultado podemos calcular o valor pago pela bandeira. Desse modo, temos que $V_B = 0,3863$ (valor sem impostos), então se incluirmos os impostos teremos que $V_B = 0,5408$. consequentemente, encontramos a lei $y = (3,25)x + (0,54)x = 3,79x$. Portanto, $y = 3,79x$. Assim, o Ar Condicionado representa um custo diário de $3,79$ reais e mensal de $113,70$ reais na conta de luz.

4º aparelho - Aquecedor de Ar Mondial - consumo de $2000W$:

Se o aparelho permanece em uso por 4 horas, então o mesmo consome $8000Wh$ por dia. Dessa forma, o aquecedor possui um consumo diário de $8kWh$, assim temos que $y = 6,38x$.

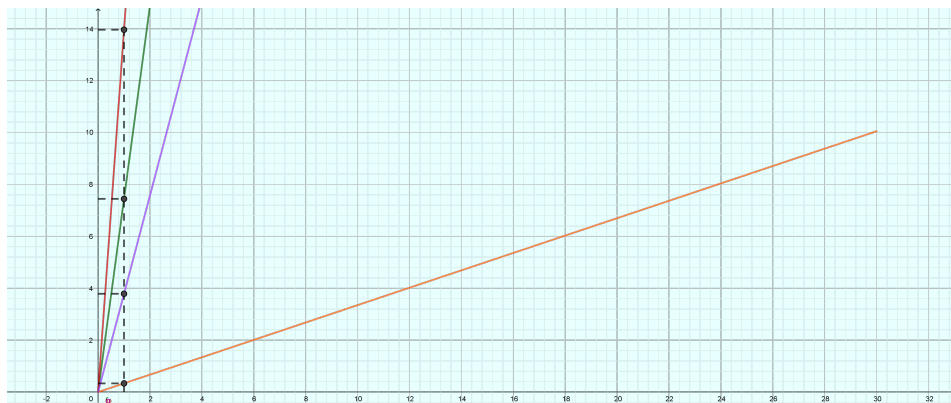
Note que, o $V_B = 0,7593$ (sem impostos) e com impostos temos $V_B = 1,0630$. Logo, $y = (6,38)x + (1,06)x = 7,44x$. Portanto, $y = 7,44x$. Em um dia, o aparelho apresenta um custo aproximado de $7,44$ reais e mensalmente $223,20$ reais na conta de luz.

5º aparelho - Ducha loren Shower ultra eletrônica - consumo de $7500W$:

Consideramos uma família com 3 pessoas onde todas tomam dois banhos por dia. Suponha cada uma leve 20 minutos em cada banho, logo, teremos um total de 40 minutos de banho diário por pessoa. Assim, temos que o aparelho fica em funcionamento por duas 2 horas diariamente. Então temos que a ducha consome $15000Wh$ por dia. Logo, o consumo diário do aparelho é de $15kWh$. Portanto, $y = 11,97x$.

Desse modo, o valor pago pela bandeira sem considerar os impostos é de $V_B = 1,4238$ e incluindo os impostos temos $V_B = 1,9933$. Assim, $y = (11,97)x + (1,99)x = 13,96x$. Dessa forma, o custo diário é aproximadamente de $13,96$ reais e mensal de $418,80$ reais na conta de luz. Na Figura 7 temos o gráfico referente ao custo de cada aparelho na conta de luz.

Figura 7: Gráficos dos aparelhos



Fonte: acervo pessoal dos autores

Observe que,

- a reta em roxo representa o gráfico do custo do Ar Condicionado;
- em laranja é gráfico do custo do *Notebook*;
- já o reta em verde é referente ao custo do aquecedor;
- e por fim, a reta em vermelho é referente ao custo do chuveiro, que representa o maior custo mensal.

Dessa forma, cada reta que aparece na imagem acima, são os gráficos que representam o valor pago pelo aparelho em função dos dias.

6 Quarto momento

Nesse momento, ainda refletimos sobre a fase de desenvolvimento do conteúdo no contexto do tema. Além disso, faremos a análise crítica das soluções obtidas nas etapas anteriores. O objetivo é estimar o consumo de energia elétrica da sua residência. Mais precisamente, consultar o consumo e discutir dos aparelhos elétricos mais utilizados na residência, estimar o uso eventual de outros aparelhos e concluir sobre qual mês representam um gasto maior na conta de luz, dentre os meses que foram utilizados na estimativa da tarifa. Por fim, construir um gráfico geral da turma referente a bandeira vigente e debater os resultados obtidos desde o início da atividade, esclarecendo possíveis dúvidas.

Como última etapa da atividade, iremos consultar o consumo do grupo de aparelhos escolhidos pelos estudantes na etapa anterior. Utilizaremos a conta luz recebida para comparar os resultados obtidos no terceiro momento, com a bandeira vigente, ou seja, na bandeira em que a conta luz foi cobrada.

Em seguida, será construído um gráfico geral da turma, com objetivo de sanar dúvidas ainda presentes e proporcionar uma interação professor/aluno por meio de um debate os resultados obtidos no decorrer da atividade.

Desejamos provocar nos estudantes uma reflexão sobre o consumo consciente de energia elétrica. Além disso, que eles possam compreender como calcular o custo real que cada aparelho eletrônico representa e identificar quais são os aparelhos que consomem mais energia e, portanto, contribuem mais no custo da conta de luz de sua residência. Para ilustrar, se fossem utilizados somente os cinco aparelhos descritos anteriormente, então a conta de energia da residência poderia ser descrita por $y = (0,34 + 3,79 + 7,44 + 13,96 + 0,21)x = 25,74x$. Esses aparelhos juntos representam um custo diário aproximado de 25,74 reais (veja Figura 8) e mensal de 772,20 reais.

Figura 8: Gráfico da Função cuja lei é $y = 25,74x$



Fonte: acervo pessoal dos autores.

É importante observar que ao estimar o consumo de 5 aparelhos, não estamos levando em conta que em uma situação real, existe a possibilidade de que a residência pague taxa mínima de consumo. Essa taxa se aplica quando o total do consumo não ultrapassa um certo valor. Segundo a Resolução Normativa 414 de 2010 da ANEEL, os valores estabelecidos para cada padrão são: o Monofásico, em que o consumidor paga uma taxa mínima equivalente ao consumo de 30 kWh; o Bifásico, em que o custo de disponibilidade pago corresponde a um consumo de 50 kWh; o Trifásico em que a taxa mínima corresponde ao consumo de 100 kWh. Se o professor desejar, pode explorar cada padrão, incluindo um coeficiente linear na determinação da lei de uma função que estima o custo da conta de energia de acordo com o padrão da conta estudada.

Existem ainda outros possíveis descontos que ocorrem na conta de energia. Por exemplo, a tarifa branca que é uma opção em que se paga a energia conforme o horário do consumo e qualquer consumidor de baixa tensão pode solicitar esse tipo de tarifa. Além disso, existe a Tarifa Social de Energia Elétrica, que concede descontos na conta de luz para famílias de baixa renda, indígenas e quilombolas cadastrados no Cadastro Único para Programas Sociais do Governo Federal. A nossa proposta não explora essas possibilidades, mas nada impede que isso seja feito de acordo com o interesse da turma.

Cabe ainda observar que existem sites que simulam o consumo de energia elétrica de uma residência. Por exemplo, em Enel (2022) se pode simular o consumo especificando os aparelhos. Ele simula o consumo para os estados de Rio de Janeiro, Ceará, São Paulo e Goiás, apresentado informações sobre consumo em geral e tributos. Outros sites podem ser pesquisados e explorados ao final da aplicação da atividade.

7 Considerações Finais

Esperamos despertar nos professores o interesse pela Modelagem Matemática, pois o mesmo conteúdo pode ser ensinado por diferentes metodologias de ensino, como os professores Dante (2016) e Youssef et al. (2015) apresentam em suas obras didáticas. A partir das leituras e reflexões realizadas para a elaboração dessa proposta, é possível dizer que a Modelagem Matemática pode funcionar como uma maneira do saber descontraído, ou seja, aprender se divertindo e ao mesmo tempo refletindo sobre uma situação real. Assim, desejamos que o ambiente da turma em sala de aula, seja ela virtual ou presencial, se torne mais leve, mais atrativo para o aluno, despertando seu interesse pela disciplina.

Conforme Libâneo (2013), o professor medeia relação entre o aluno e a matéria, sempre considerando os conhecimentos, experiência e os significados que os alunos trazem à sala de aula. É ele que administra o potencial cognitivo dos estudantes, suas capacidades e interesses, seus procedimentos de pensar, seu modo de trabalhar. A Modelagem Matemática permite uma multiplicidade de perspectivas e possibilidades de ensinar matemática.

A conclusão sobre quais são os vilões da conta de luz será consequência de uma discussão ampla e pertinente, que promove o pensamento crítico e a consciência sobre o uso responsável dos recursos naturais. A reflexão sobre o impacto do consumo elevado de alguns aparelhos na manutenção dos gastos da família promove a educação de um cidadão consciente e responsável. Se juntarmos essa importância com a Modelagem Matemática, acreditamos que é possível conquistar uma maior participação da turma e extrair o máximo de nossos educandos.

Referências

BASSANEZI, Rodney Carlos (2002). **Ensino - aprendizagem com Modelagem matemática**. Acesso em: 01/07/2021. URL: https://www.researchgate.net/publication/256007243_Ensino_-_aprendizagem_com_Modelagem_matematica.

BRASIL (2017a). **Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a Base**. Brasília: MEC/CONSED/UN-DIME. URL: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf.

BRASIL (2017b). **Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (Enade)**. Brasília: INEP. URL: https://download.inep.gov.br/educacao_superior/enade/provas/2017/35_MATEMATICA_LICENCIATURA_BAIXA.pdf.

BRASIL (2022). **Simulador de Consumo**. Acesso em: 25/07/2022. URL: <https://enel-rj.simuladordeconsumo.com.br/>.

BURAK, Dionísio (1992). **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional).

DANTE, Luiz Roberto (2016). **Matemática Contexto & Aplicações**. Vol. 1. São Paulo: Ática.

JACOBINI, Otávio Roberto e WODEWOTZKI, Maria Lucia L (2006). **Uma reflexão sobre a modelagem matemática no contexto da educação matemática crítica**. Em: *Boletim de Educação Matemática* 19.25, pp. 1–16.

LIBÂNEO, José Carlos (2013). **ADEUS PROFESSOR, ADEUS PROFESSORA?** São Paulo: Cortez Editora.

PAIVA, Manoel (2013). **Matemática**. Vol. 1. São Paulo: Moderna.

ROSA, Milton, SILVA REIS, Frederico da e OREY, Daniel Clark (2012). **A Modelagem Matemática Crítica nos Cursos de Formação de Professores de Matemática**. Em: *Acta Scientiae* 14.2, pp. 159–184. URL: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/227>.

SANTOS, José Elyton Batista dos, ROSA, Maria Cristina e SILVA SOUZA, Deniza da (2021). **O ensino de matemática em tempos de pandemia e suas implicações**. Em: *Debates em Educação* 13.31, pp. 758–777. URL: <https://www.seer.ufal.br/index.php/debateseducacao/article/view/11040>.

SILVA, Clécia da e KATO, Lilian Akemi (2012). **Quais elementos caracterizam uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica?** Em: *Bolema: Boletim de Educação Matemática* 26, pp. 817–838.

SILVEIRA, Daniel, ALVARENGA, Darlan e GERBELL, Luiz (2021). **Conta de luz está cada vez mais cara – entenda por que ela sobe e quais os problemas dessa escalada de preços**. Acesso em: 25/07/2022. URL: <https://g1.globo.com/economia/>.

YOUSSEF, Antonio Nicolau, FONSECA PACHI, Clarice Gameiro da e HESSES, Heloisa Maria (2015). **Matemática**. São Paulo: Cereja.

ZUFFI, Edna Maura e ROSA ONUCHIC, Lourdes de la (2007). **O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas e os processos cognitivos superiores**. Em: *Union. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*.