.Anais do III Colóquio de Matemática da Região Sudeste
.Uberlândia - 13 a 17 de abril de 2015
Revista Matemática e Estatística em Foco – ISSN: 2318-0552

ENSINANDO MDC PELO ALGORITMO DE EUCLIDES

Fábio Mendes Ramos[1]
Instituto Federal do Norte de Minas, IFNMG
Fazenda Varginha Km 02 Rod.Salinas/Taiobeiras
39560-000, Salinas, MG
Email: fabio.ramos@ifnmg.edu.br

RESUMO

Esse projeto foi realizado com alunos do Programa de Iniciação Cientifica – PIC da OBMEP no polo de Salinas. Constituído de onze encontros em que os alunos medalhistas das Olimpíadas Brasileiras de Matemática residentes na região se reúnem para um estudo mais aprofundado da matemática. Os encontros são modulares, realizados através de reuniões mensais com datas previamente agendadas. Os educandos recebem previamente seu material de estudo, podendo desfrutar de uma matemática que leva em consideração a autonomia. Os conteúdos trabalhados no curso são: aritmética, geometria e contagem. Neste trabalho aborda um dos tópicos de aritmética, o algoritmo do mdc de Euclides. O projeto foi realizado com 20 alunos medalhistas, todos do ensino fundamental, suas idades variam entre 11 a 14 anos. Foram realizados 11 encontros no ano de 2014, divididos em 3 módulos (Aritmética, Geometria e Contagem). E iremos comentar sobre a MDC - conteúdo do módulo de aritmética. **Metodologia:** No primeiro momento o trabalho baseou-se em estudo dirigido onde os alunos foram orientados pelos professores e monitores, em seguida iniciarmos a investigação matemática - o método de sequência didática - para resolvermos os problemas de mdc. O interesse dos alunos nesse tipo de trabalho é essencial para que haja sucesso no ensino/aprendizagem. Nada adiantará se fizermos um material que julgamos excelente se não desperta o interesse do aluno. É preciso de alguma forma atraí-lo para aprender matemática. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) "O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações". (PONTE, BROCARDO E OLIVEIRA, 2013, p. 23). Os alunos estudaram Algoritmo do mdc de Euclides em grupos definidos por eles mesmos, dispostos da seguinte forma: 4 Grupos com 3 alunos e 4 Grupo com 2 alunos. Estudaram a apostila, aritmética elaborada por Hefez e discutiram o conteúdo entre si e entre os grupos e em alguns momentos solicitavam a orientação dos professores e monitores. Algumas abordagem que foram apresentada nos estudos. **Definição de MDC –** d será chamado *mdc* de a e b se gozar das seguintes propriedades: (*i*) $d \mid a$ e $d \mid b$, ou seja, d é divisor comum. (*ii*) $\forall c \in \mathbb{N}$, com $c \mid a$ e $c \mid b$, então $c \mid d$ é divisível por todos os divisores de a e b. **O lema de Euclides:** Dados inteiros a e b, os divisores comuns de a e b são os mesmos que os divisores comuns de a e $b - c \times a$, para todo número inteiro c fixado. *Demonstração.* Seja a, b e $c \in \mathbb{N}$ com $a < c \times a < b$, tomamos $mdc(a, b - c \times a) = d$, então $d \mid b - c \times a$, por hipótese $d \mid a$, dessa forma $d \mid (b - c \times a) + c \times a$, logo $d \mid b$, Assim d é divisor comum de a e b, temos que verificar se d é o máximo dos divisores comuns. Tomando $e \in \mathbb{N}$ um divisor comum de a e b, nesse caso $e \mid a$ e $e \mid b$, nesse caso $e \mid b - c \times a$ e então $e \mid d$, logo $d \geq e$, portanto $mdc(a,b) = d$. Concluímos que o $d = mdc(a,b) = mdc(a, b - c \times a)$. Podemos verificar que através do Lema de Euclides que os divisores comuns de a e b são os mesmos divisores comuns de a, $b - c \times a$, logo tomando o maior divisor comum em ambos os casos obtemos a fórmula: $mdc(a,b) = mdc(a, b - c \times a)$, o que torna possível diminuir a complexidades do problema, até torna-lo trivial. *Exemplo:* Vamos calcular $mdc(a,b)$, onde $a = 162$ e $b = 372$. Pelo Lema de Euclides e o método do algoritmo de da divisão temos: $372 = 162 \times 2 + 48$, Assim, $mdc(372,162) = mdc(372 - 162 \times 2, 162) = mdc(48,162)$. Aplicando o mesmo método temos aos pares 48 e 162, onde $162 = 48 \times 3 + 18$. Temos $mdc(372,162) = mdc(162,48) = mdc(162 - 48 \times 3,48) = mdc(18,48)$. Novamente aplicando o mesmo método para os pares 18 e 48, com $48 = 18 \times 2 + 12$. obtemos $mdc(372,162) = mdc(162,48) = mdc(48,18) = mdc(48-18 \times 2, 18) = mdc(12,18)$. Repetindo o mesmo método para os pares 12 e 18, com $18 = 12 \times 1 + 6$. Será $mdc(372,162) = mdc(162,48) = mdc(48,18) = mdc(18,12) = mdc(18 - 12 \times 1,18) = mdc(6,12)$. Finalmente, obtemos $mdc(372,162) = mdc(12,6) = mdc(12 - 6 \times 2,6) = mdc(0,6) = 6$. Logo $mdc(372,162) = 6$. **Resultado:** Esse tipo de método de ensino de MDC foi muito bem aceito pelos estudantes, estimulando neles a buscarem outras técnicas de resolveres os problemas que envolvesse MDC.

Referências

[1] HEFEZ, Abramo. **Iniciação à Aritmética**. Rio de Janeiro, IMPA, 2014

[2] PONTE, J. P; BROCARDO, J; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

[1] Professor orientador de Bolsista de Iniciação Científica PIC/CNPq