

Abordagem da Dinâmica Populacional através de Interface Gráfica Computacional

Gabriel Rodrigues Tafelli da Silva¹ *

E-mail: gabrieltafelli@gmail.com

Rosana S. Motta Jafelice²

Faculdade de Engenharia Mecânica¹, UFU

Faculdade de Matemática², UFU

Av. João Naves de Ávila 2121

38408-100, Uberlândia, MG

E-mail: rmotta@ufu.br

RESUMO

O objetivo deste trabalho é a construção de uma interface gráfica computacional que estuda o comportamento da população de uma região. O modelo matemático utilizado é o modelo de Verhulst [1], dado por: $\frac{dP}{dt} = rP \left(1 - \frac{P}{P_\infty}\right)$, onde $P(t)$ é o valor da população em cada instante, $P(0) = P_0$, P_∞ é o valor limite da população e r é a taxa de crescimento. Neste trabalho, a taxa de crescimento é considerada como um parâmetro fuzzy obtida através de um Sistema Baseado em Regras Fuzzy [2]; onde as variáveis de entrada são a taxa de crescimento vegetativo e a de migração e a variável de saída é a taxa de crescimento populacional. A Figura 1 apresenta a interface gráfica computacional desenvolvida no software Matlab. Inserindo-se cinco anos e cinco dados de população correspondentes distintos, em ordem crescente; o programa computacional utiliza o Modelo de Verhulst e o Método dos Quadrados Mínimos para determinar uma aproximação do valor limite da população P_∞ e o coeficiente de determinação. Em seguida, se inserirmos a taxa de crescimento vegetativo e de migração, o SBRF determina a taxa de crescimento populacional. A base de regras fuzzy é construída com o auxílio de uma especialista na área. Com essas informações o programa computacional fornece como saída um gráfico da população em função do tempo. Também, pode estimar a população em um ano pré-determinado.

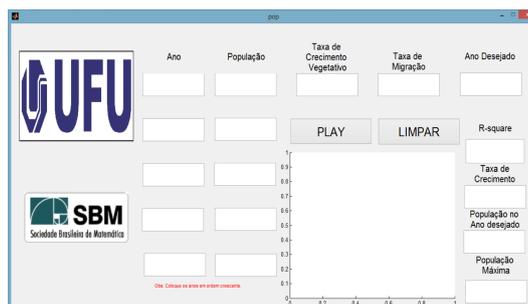


Figura 1: Interface Gráfica Computacional.

Este programa foi utilizado com dados do IBGE da população de Uberlândia, de Minas Gerais e do Brasil, obtendo resultados compatíveis com os estudos demográficos. Assim, a interface gráfica computacional pode ser utilizada, se tivermos as informações necessárias de uma população de qualquer região.

Referências

- [1] BASSANEZI, R.C. *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática*. São Paulo: Editora Contexto, 2002.
- [2] JAFELICE, R.S.M.; BARROS, L.C.; BASSANEZI, R.C. *Teoria dos Conjuntos Fuzzy com Aplicações* (ebook). 2^a ed., Notas em Matemática Aplicada- SBMAC, v. 17, 2012.

*Bolsista de Iniciação Científica PIBIC/CNPq.

Aplicação da Lógica Fuzzy em curvas de potência de sistemas fotovoltaicos.

Fernando Ferrari Putti

Jhonatan Cabrera Piazzentin¹

FCT – UNESP Presidente Prudente
Rua Roberto Simonsen, 305,
3229-5388, Presidente Prudente, SP

Email: Fernando_putti@yahoo.com.br jhonatan_g8@hotmail.com

Luís Roberto Almeida Gabriel Filho

Campus Experimental de Tupã, UNESP
Rua Domingos da Costa Lopes, 780
3404-4200, Tupã, SP

Email: gabrielfilho@tupa.unesp.br

RESUMO

Considera-se a energia solar como uma alternativa renovável e inesgotável para geração da energia elétrica em todo o mundo. O Brasil está entre os países que mais são favorecidos com a tecnologia solar, uma vez que seu clima tropical e sua extensão territorial são muito favoráveis para seu desenvolvimento. Diante desse cenário, pesquisas estão sendo realizadas com o intuito de desenvolver mais tecnologias nesta área como forma de gerar maior viabilidade nas suas implementações. Hoje, as placas solares regem o funcionamento dos sistemas fotovoltaicos [1] sem levar em consideração as particularidades do material de fabricação do módulo, ou ainda devido aos fatores ambientais locais. Desta forma necessitou-se determinar formas de obtenção das curvas de corrente e potência fotovoltaicas, bem como a criação de um modelo matemático ajustado para condições de campo referente ao sistema fotovoltaico localizado no Campus Experimental de Tupã [2]. Posteriormente, foram realizadas estimativas via lógica fuzzy dos parâmetros das equações da potência e corrente de sistemas solares, uma vez que os níveis de erro do modelo matemático existente podem ser controlados pela lógica fuzzy. Para a concretização de tal objetivo realizou-se um estudo aprofundado sobre a lógica fuzzy bem como o processo de desenvolvimento das equações que regem a potência dos sistemas fotovoltaicos, tendo para isto a corrente, potência máxima e a tensão demonstradas em fontes secundárias.

Referências

[1] CASTRO, R. M. G. Introdução à energia fotovoltaica. Universidade Técnica de Lisboa - Instituto Superior Técnico - DEEC/Secção de Energia - Energias Renováveis e Produção Descentralizada – Maio/2008 (edição 2.2).

[2] GABRIEL FILHO, L.R.A. Análise e modelagem geométrica da potência gerada por um sistema híbrido solar fotovoltaico eólico. Botucatu, 2007. 136 p. Tese (Doutorado em Agronomia - Energia na Agricultura) – Faculdade de Ciências Agrárias, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”.

¹Bolsista de Iniciação Científica PIBIC/CNPq

Aplicação da Teoria de Sequências no Estudo do Espectro de Emissão do Átomo de Hidrogênio

Jhonathan Rosa de Souza

Email: jhonathan-rs@hotmail.com

Luiza Araújo Gusmão

Instituto de Química, UFU
Av. João Naves de Ávila, 2121
38408-100, Uberlândia, MG

luiza@qui.ufu.br

Victor Maia Miranda

victor.maia65@gmail.com

Lígia Laís Fêmina

Faculdade de Matemática, UFU
Av. João Naves de Ávila, 2121
38408-100, Uberlândia, MG

Email: ligialf@famat.ufu.br

RESUMO

Uma sequência infinita de números é uma função cujo domínio é o conjunto dos números inteiros positivos.^[4] As sequências infinitas conseguem representar fenômenos da natureza, como a sequência de Fibonacci, a qual aparece naturalmente na reprodução de coelhos e no crescimento de galhos de algumas plantas.^[2] Desta forma, os espectros de emissão de um átomo também podem ser descritos por sequências infinitas.

Um espectro de emissão consiste em uma sequência de linhas discretas, as quais correspondem às transições eletrônicas em um átomo.^[3] A exemplo disso, tem-se o espectro do átomo de hidrogênio, objeto de estudo deste trabalho, que é caracterizado pela emissão dos comprimentos de onda na região do visível que variam de 410,2 (violeta) a 656,3 (vermelho) nm. Todos os comprimentos de onda do espectro de emissão do átomo de hidrogênio são dados pela expressão (1), em que $R = 10973731,5685 \text{ m}^{-1}$ (constante de Rydberg) e n_i e n_f são números inteiros correspondentes aos níveis de energia deste átomo.^[5]

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right) \quad (1)$$

Assim, sendo n_i determinado arbitrariamente e variando-se n_f , de modo que $n_i < n_f$, obtêm-se um conjunto de sequências infinitas, em que cada termo representa um comprimento de onda λ :

$$\begin{aligned} n_i = 1: & \left\{ R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right), R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right), R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right), R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{5^2} \right), \dots, R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_f^2} \right), \dots \right\} \\ n_i = 2: & \left\{ R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right), R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right), R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} \right), R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right), \dots, R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_f^2} \right), \dots \right\} \\ & \vdots \end{aligned}$$

Aplicando o teorema da convergência para a forma geral dessas sequências, têm-se a expressão (2).

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right) \rightarrow \lim_{n_f \rightarrow \infty} \frac{1}{\lambda} = \lim_{n_f \rightarrow \infty} R \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right) \rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{R}{n_i^2} \quad (2)$$

Logo, para um dado n_i e $n_f \rightarrow \infty$, as sequências convergem para $\frac{R}{n_i^2}$. Quimicamente, este limite corresponde ao comprimento de onda λ relativo à energia de ionização do elétron em questão. Desta forma, para o átomo de hidrogênio, sendo o nível fundamental n_i do seu elétron igual a 1, e rearranjando a expressão (2), tem-se que $\lambda = 9,11 \cdot 10^{-8} \text{ m}$. Esse valor permite, posteriormente, o cálculo da energia de ionização do único elétron do átomo de hidrogênio.

Referências

- [1] ATKINS, P. W.; OVERTON, T. L.; ROURKE, J. P.; WELLER, M. T.. *Shriver and Atkins' Inorganic Chemistry*, 5ª ed. Grã-Bretanha: editora da Universidade de Oxford, 2010.
- [2] CERQUEIRA, A.. *Um Estudo sobre Sequências e Séries*. 2013, 58 f.. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2013.
- [3] HOUSECROFT, Catherine E.; SHARPE, Alan G.. *Inorganic Chemistry*, 2ª ed., Inglaterra: Pearson Education Limited, 2005.
- [4] THOMAS, George B.. *Cálculo*, vol. 02, 11ª ed., São Paulo: Addison Wesley, 2009.
- [5] RAYNER-CANHAN, Geoff; OVERTON, Tina. *Descriptive Inorganic Chemistry*, 5ª ed., Nova Iorque: W. H. Freeman and Company, 2010.

Aplicação do modelo exponencial assintótico ao estudo da perda de massa do morango

Luani O. Teixeira*

E-mail: luani_teixeira@hotmail.com

Graduanda em Biotecnologia

Marta H. de Oliveira

marta@famat.ufu.br

Faculdade de Matemática

UFU-Campus Patos de Minas

Vivian C. R. Schmidt

vivian@feq.ufu.br

Faculdade de Engenharia Química

Felipe T. Barbosa†

fernandesfelipe13@hotmail.com

Graduando em Biotecnologia

Marcela C. R. da Silva‡

marcela.carolina.rodrigues@hotmail.com

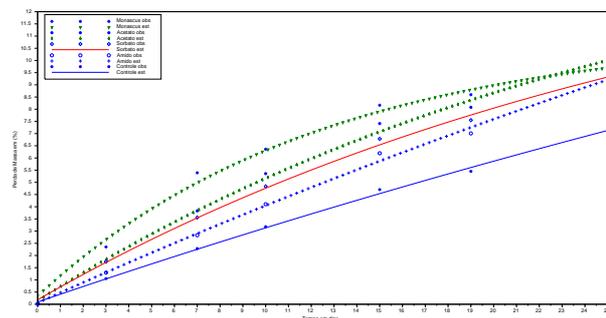
Graduanda em Engenharia de Alimentos

UFU-Campus Patos de Minas

RESUMO

O morango é uma fruta muito perecível, os fatores deteriorantes têm gerado cerca de 40% de perdas do fruto do campo até ao consumidor. Morangos com perda de massa superior a 6% em relação ao período da colheita não possuem mais interesse mercadológico. Assim, o recobrimento dessas frutas com coberturas comestíveis é uma alternativa para estender a vida útil e a adição de conservantes, como o sorbato de potássio e pigmento *Monascus*, contribui por suas propriedades antimicrobianas [2]. Coberturas de amido nativo ou acetilado são biodegradáveis, mas apresentam baixa barreira de umidade, porém com boa permeabilidade seletiva para os gases O_2 e CO_2 , logo são muito aplicáveis no revestimento de frutas. Dessa forma, o objetivo do trabalho foi estudar um modelo matemático que descrevesse o comportamento de perda de massa dos morangos pelos dias de armazenamento para as frutas recobertas com quatro tipos de cobertura (amido, amido com pigmento de *Monascus*, acetato, acetato com sorbato de potássio) e uma amostra sem cobertura para controle. Foi utilizado o modelo exponencial assintótico $y = y^* - ae^{bx}$ onde y^* é o valor assintótico o qual foi determinado pelo método de Ford-Walford [1]. Para determinação das constantes y^*, a, b utilizou-se o método dos mínimos quadrados através da regressão simples para cada cobertura. Os resultados obtidos estão expostos na tabela e ilustrados na figura. Conclui-se que o modelo exponencial assintótico representou a perda de massa dos morangos com erro máximo de 0.5 e mínimo de 0.06 que ocorreu na cobertura com pigmento de *Monascus* e no controle, respectivamente.

	y^*	a	b
Acetato	16.751	16.605	-0.036
Amido	35.386	35.33	-0.012
Controle	30.148	30.055	-0.011
<i>Monascus</i>	11.159	10.807	-0.036
Sorbato	16.388	16.207	-0.033



Referências

- [1] BASSANEZI, R.C.. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. Editora Contexto, 3ed, São Paulo, 2009.
- [2] GARCIA, L. C.. *Aplicação de coberturas comestíveis em morangos minimamente processados*. Dissertação. 2009. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Alimentos. Universidade Estadual de Campinas, São Paulo.

*Iniciação Científica PIAIC/CNPq

†Iniciação Científica PIAIC/CNPq

‡Bolsista de Iniciação Científica PIBIC/CNPq

Arte no GeoGebra: um espirógrafo de 4 círculos

Layla Giovanna Giroto*

E-mail: laylagg@amb.ufu.br

Ingrid da Silva Pacheco †

E-mail: ingrid_spacheco@amb.ufu.br

Ana Maria Amarillo Bertone

Faculdade de Matemática, UFFU

Av. João Naves de Ávila 2121

38408-100, Uberlândia, MG

E-mail: anamaria@famat.ufu.br

RESUMO

Quem nunca brincou com um **Espirógrafo**? aquele brinquedo que consiste em um conjunto de engrenagens de plástico com formas circulares e segmentos de reta que produz uma variedade de belas figuras como mostrada na Figura 1a. Este brinquedo encantou as crianças desde sua criação pelo engenheiro britânico Denys Fisher (1918-2002) que o exibiu pela primeira vez em 1965 na feira internacional de brinquedos da cidade de Nuremberg (Nuremberg International Toy Fair). Idealizado matematicamente pelo matemático, engenheiro e inventor russo, Bruno Abdank Abakanowicz (1852-1900), o espirógrafo produz uma variedade de curvas conhecidas como Hipotrocoides (do grego hipo= dentro, trocoide= roda) e Epitrocoides (epi= fora) [1].

Este estudo faz parte de um projeto maior que tem como objetivo generalizar as curvas “trocoides”. Neste trabalho construímos no GeoGebra [2] uma família de epitrocoides dependendo dos diferentes valores dos raios dos dois círculos e o segmento d que a definem. A epitrocoide é determinada pela trajetória de um ponto situado a uma distância d do centro de um círculo móvel de raio r que roda sem deslizar tangente a o círculo fixado de raio R . Esta construção é mostrada na Figura 1b. Generalizando esta mecânica, é construído no GeoGebra um espirógrafo de quatro círculos- um fixo e três rolando- e uma distância d , como mostra a Figura 1c. Este resultado prático permitiu a construção de outras epitrocoides geradas por qualquer número n de círculos, um deles fixo e os outros $n - 1$ e a distância d rolando com os mesmos princípios do epitrocoide clássica. Um fórmula geral para a família de “trocoides” é obtida e demonstrada pelo método de indução sobre o número n de círculos.

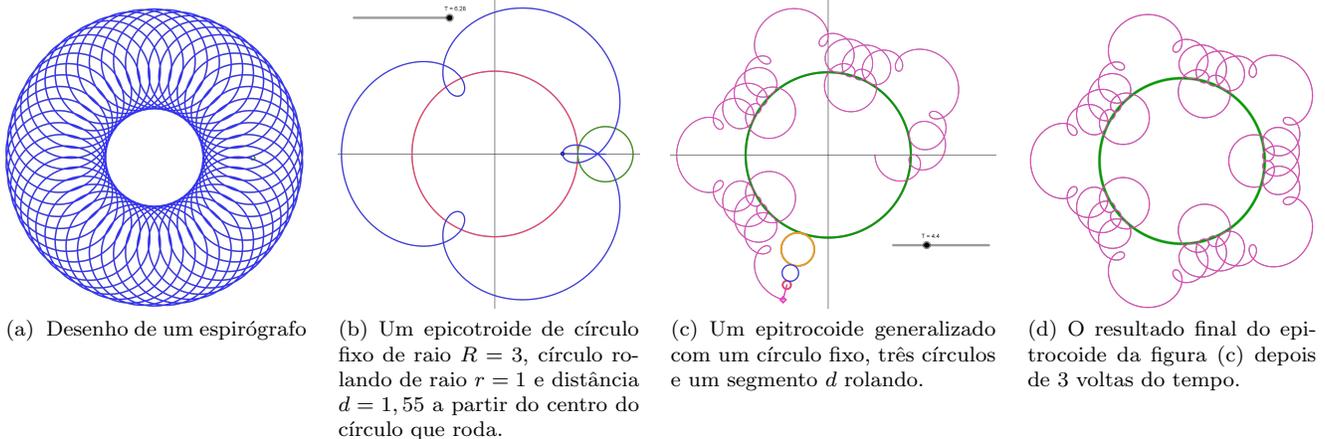


Figura 1: Figuras de espirógrafo, epicotroide e epicotroide generalizado feitas no GeoGebra pelas autoras.

Referências

- [1] J. D. Lawrence *A catalog of special plane curves*, Dover Publications Inc., 1972 - reissued in 2014.
[2] GeoGebra <https://www.geogebra.org/>

*Bolsista de Iniciação Científica Prograd/DIREN

†Bolsista de Iniciação Científica Prograd/DIREN

Considerações sobre a regra de sinais de Descartes e a taxa de juros de uma série de pagamentos antecipados

Jéssica V. da Silva* Vanessa A. Botta

Faculdade de Matemática, FCT-UNESP

Rua Roberto Simonsen, 305

19060-900, Presidente Prudente, SP

E-mail: ventura_jessica24@hotmail.com

botta@fct.unesp.br

RESUMO

Apresentada pelo famoso matemático e filósofo francês René Descartes, a Regra de Sinal de Descartes estima o número de zeros positivos de um polinômio através do número de mudanças de sinal da sequência de seus coeficientes. Tal regra é fundamental na resolução de alguns problemas da Matemática Financeira, pois em série de pagamentos antecipados a determinação da taxa de juros i de uma aplicação financeira não é obtida através de uma fórmula resolutive básica. Porém, a expressão (1) relacionada aos juros compostos contém o fator $(1+i)^n$, onde n é o período de uma aplicação financeira, e o desenvolvimento de tal fator nos dá um polinômio de grau n na variável i . Com o objetivo de mostrar a existência de zeros positivos (taxa de juros i) de tal polinômio, aplica-se o estudo da regra de sinal de Descartes no polinômio obtido por (1):

$$PMT = PV \left[\frac{(1+i)^{n-1}i}{(1+i)^n - 1} \right]. \quad (1)$$

Teorema 1 (Regra de Sinais de Descartes) *Sejam Z^+ o número de zeros positivos do polinômio $P(z) = a_0 + a_1z + a_2z^2 + \dots + a_nz^n$ e S^- o número de mudanças de sinal da sequência dos coeficientes. Então, $S^- - Z^+$ é um número par não negativo.*

A demonstração da regra de sinal de Descartes é encontrada em [1], sendo apresentada a seguir sua aplicação em Matemática Financeira.

Observe que, sendo informados o valor futuro (FV), o período (n) e a prestação (PMT) de uma série uniforme de pagamentos antecipados, ao desenvolver a equação (1) obtemos:

$$P(i) = \left[1 - \frac{PV}{PMT} \right] i^n + \left[\binom{n}{1} - \frac{PV}{PMT} \binom{n-1}{1} \right] i^{n-1} + \dots + \left[\binom{n}{n-2} - \frac{PV}{PMT} \binom{n-1}{n-2} \right] i^2 + \left[\binom{n}{n-1} - \frac{PV}{PMT} \right] i = 0.$$

Podemos ainda escrever $P(i)$ como $P(i) = \sum_{k=0}^n a_k i^k$, onde $\begin{cases} a_0 = 0; \\ a_k = \binom{n}{n-k} - \frac{PV}{PMT} \binom{n-1}{n-k}, \end{cases} \quad k = 1, \dots, n.$

Ao desenvolver a expressão dos coeficientes a_k de $P(i)$, temos: $a_k = \left[\frac{(n-1)\dots(n-(k-1))}{(k-1)!} \right] f(k)$, onde $f(k) = \left[\frac{n}{k} - \frac{PV}{PMT} \right]$. Observe que, estudar os sinais dos coeficientes a_k de $P(i)$ recai em estudar o sinal de $f(k)$. Note que haverá mudança de sinal de $f(k)$ quando $k = l$, onde $l = \frac{nPMT}{PV}$.

Se $l \in \mathbb{N}^*$ então $f(k) > 0$ para $k = 1, 2, \dots, l-1$, $f(l) = 0$ e $f(k) < 0$ para $k = l+1, \dots, n$. Consequentemente, $a_k > 0$ para $k = 1, \dots, l-1$, $a_l = 0$ e $a_k < 0$ para $k = l+1, \dots, n$. Logo, ocorrerá uma mudança de sinal na sequência $(a_0, a_1, \dots, a_{l-1}, a_l, a_{l+1}, \dots, a_n)$ em a_{l-1} e a_{l+1} .

Se $l \notin \mathbb{N}^*$ consideremos $m \in \mathbb{N}^*$ tal que $m < l < m+1$. Observe que $f(k) > 0$ para $k = 1, \dots, m$ e $f(k) < 0$ para $k = m+1, \dots, n$. Logo, $a_k > 0$ para $k = 1, \dots, m$ e $a_k < 0$ para $k = m+1, \dots, n$. Assim, ocorrerá uma mudança de sinal de $(a_0, a_1, \dots, a_m, a_{m+1}, \dots, a_n)$ em a_m e a_{m+1} .

Aplicando a regra de sinal de Descartes, temos que $S^-(a_0, a_1, \dots, a_n) = 1$. Logo,

$$S^- - Z^+ = 2k, \text{ para } k = 0, 1, 2, \dots \implies 1 - Z^+ = 2k \iff Z^+ = 1.$$

Isto significa que $P(i)$ tem um zero positivo, e este zero representa a taxa de juros i .

Referências

- [1] SANTOS, E. G. A regra de sinais de Descartes. *Revista do Professor de Matemática*, n. 83, p. 45-49, primeiro quadrimestre de 2014.
- [2] SOBRINHO, J. D. V. *Matemática Financeira*. São Paulo: Atlas, 2000.

Estudo do Lançamento Oblíquo Utilizando o Software GeoGebra

Lúcia Resende Pereira

Bruno Cesar Silva*

Faculdade de Engenharia Mecânica, UFU

Av. João Naves de Ávila 2121

38408-100, Uberlândia, MG

E-mail: luciapereira@ufu.br e xbrunocesars@hotmail.com

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma introdução de ideias que formulam as leis do movimento de uma partícula em duas dimensões. Descreve-se resumidamente a teoria, conforme [1]. Além disso, desenvolve-se uma rotina de aplicação utilizando o software GeoGebra, de acordo com [2], a qual posteriormente estará disponível para acesso e auxílio na aprendizagem de qualquer estudante através do portal IGUDI (Instituto GeoGebra de Uberlândia). Nosso trabalho é parte de um projeto feito em equipe com o objetivo de implementar rotinas feitas em softwares livres, especificamente o GeoGebra, o qual servirá de apoio às atividades do IGUDI.

Movimento de um projétil

Descreve-se a trajetória de um corpo lançado no ar como movimento de um projétil. O percurso da partícula é uma curva quando arremessada com um ângulo em relação à superfície da Terra. Faz-se duas considerações importantes para esse problema: 1) A gravidade g do planeta é constante e 2) o efeito da resistência do ar é desprezível.

A equação da trajetória e a altura máxima de um projétil são dadas respectivamente por:

$$y = x \tan \theta - \frac{x^2 g}{2v^2 \cos^2 \theta} \qquad h = \frac{v^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

Desenvolvemos uma rotina no GeoGebra para as seguintes condições iniciais: $v = 100m/s$ e $\theta = \pi/6$. Após desenvolvida a rotina no software, podemos visualizar o seguinte trajeto da partícula. Como mostra a Figura 1.

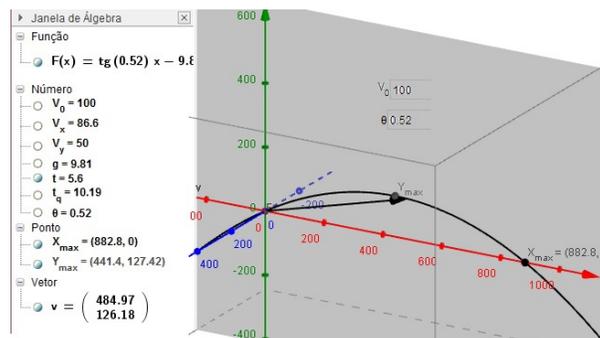


Figura1: Gráfico e Rotina no GeoGebra

O GeoGebra demonstrou simplicidade e potência na elaboração da rotina que descreve o movimento de um projétil, superando as expectativas. A rotina representa uma de tantas outras que serão apresentadas no site do IGUDI, com o propósito de serem utilizadas por qualquer aluno que se interesse em aprofundar os seus conhecimentos teóricos, neste caso, no que se refere às leis do movimento.

Referências

- [1] SERWAY, Raymond A.; JEWETT, John W. Princípios de Física. Vol.1, 3ª edição.
- [2] Manual GeoGebra (pt) disponível em <http://www.geogebra.org/cms/>

Estudo sobre um método de estimação de parâmetros envolvendo a resolução numérica da Equação de Poisson

Alessandro A. Santana Júlia B. de Menezes *

Faculdade de Matemática, UFU

Av. João Naves de Ávila 2121

38408-100, Uberlândia, MG

E-mail: alessandro@famat.ufu.br

jujubmenezes@mec.ufu.br

RESUMO

O estudo de métodos de resolução numérica em problemas envolvendo estimação de parâmetros é uma das áreas do conhecimento humano em constante atividade. Esse campo de estudo está inserido em uma grande área conhecida como problemas inversos. Tais problemas têm por essência a necessidade de se descobrir uma causa que produziu um determinado efeito. É justamente o contrário dos chamados problemas diretos, em que se estabelece uma causa e deseja-se saber o efeito. Nesse campo, um problema de estimação de parâmetros, ligado a um problema físico modelado por uma equação diferencial, é comumente formulado como um problema de otimização. Assim sendo, com o objetivo de assimilar métodos de resolução numérica aplicados nesta área de pesquisa, o presente trabalho consistiu no estudo de um método de estimação de parâmetros envolvendo a equação de Poisson. Sendo esses tipos de problemas formulados como problemas de otimização, a resolução numérica destes, nesse projeto, exigiu o estudo e a implementação computacional de muitos métodos numéricos, a saber: Método das Diferenças Finitas para resolver a Equação de Poisson e calcular gradientes, métodos de integração numérica para calcular funcionais integrais (função objetivo), métodos de otimização para minimizar os funcionais integrais. Os objetivos do estudo, isto é, o entendimento da teoria e a implementação dos métodos foram alcançados com sucesso.

Referências

- [1] BURDEN, R.; FAIRES, J. *Numerical analysis*, 4ed. PWS-Kent, Boston. 1989.
- [2] DUCHATEAU, P.; ZACHMANN, D. *Applied partial differential equations*, Dover. Mineola, N.Y. 2002.

Estudos sobre a Lei Forte dos Grandes Números e o Teorema do Limite Central

Grace Kelly Souza Carmo Goulart

Taylon Cavalcante Moraes¹

UFG - Câmpus Jataí

Rod BR 364 km 192, Jataí-GO

Sala 06 - Fone: (64) 3606 8289

Email: gracekelly.83@hotmail.com

tayloncavalcanteufg@hotmail.com

RESUMO

Este trabalho teve por intuito estimular um aluno de graduação em matemática no interesse pela pesquisa na área de probabilidade, onde, estudamos teoria introdutória de probabilidade, alguns teoremas sobre Lei Forte dos Grandes Números para variáveis aleatórias (v.a.'s) independentes e identicamente distribuídas.

O principal fundamento para a evolução deste projeto é que diversos alunos do curso de Licenciatura em Matemática sempre mostram interesse em cursar pós-graduação em nível de Mestrado e/ou Doutorado, na área de Matemática Pura/ Aplicada. Mas geralmente os conteúdos abordados nos cursos de Licenciatura em Matemática não são suficientes para capacitar o aluno que pretende continuar seus estudos fora da área de Educação Matemática, e com essa perspectiva, foi desenvolvido um cronograma de atividades para um estudo dirigido, através de revisões bibliográficas de alguns tópicos da área de Probabilidade e Análise, que possibilitasse uma maior facilidade quando o aluno orientando ingressar em um curso de pós-graduação em Matemática (e/ou Matemática Aplicada). Para alcançarmos nossos objetivos, estabelecemos um resultado sobre o Teorema do Limite Central para v.a.'s independentes e identicamente distribuídas, onde primeiramente foi de extrema importância e necessário o estudo de alguns pré-requisitos: como teoria da probabilidade, análise combinatória, análise matemática, variáveis aleatórias, vetores aleatórios, distribuições de probabilidade, independência, esperança matemática, função característica e convergência.

E no final, dos nossos estudos fomos capazes de desenvolver o interesse e a capacidade de pesquisa na área de probabilidade.

Referências

Chung, K. L., A Course of Probability Theory, 3rd Ed, Academic Press, New York, 2001.

James, B. R., Probabilidade: um curso em nível intermediário, 3ed. Rio de Janeiro, IMPA, 2008.

Lima, E. L., Curso de Análise, vol. 2, 4ed., Rio de Janeiro, IMPA, 1981.

Morgado, A. C. O., et al., Análise Combinatória e Probabilidade. Coleção do Professor de Matemática, SBM, 2000

Magalhães, M. N., Probabilidade e variáveis aleatórias, 2ed. São Paulo, Editora da Universidade de São Paulo, 2006.

¹Bolsista de Iniciação Científica PIVIC/CNPq

Modelagem do Deslocamento das Formigas Através de Autômato Celular com Parâmetros Fuzzy do Tipo 2

Guilherme T. Teixeira^{1*}

E-mail: gt.teixeira@hotmail.com

Rosana S. M. Jafelice²

César G. Almeida²

Faculdade de Engenharia Civil¹, UFU

Faculdade de Matemática², UFU

Av. João Naves de Ávila 2121

38408-100, Uberlândia, MG

E-mail: rmotta@ufu.br

cesargui@ufu.br

Heraldo L. Vasconcelos

Instituto de Biologia, UFU

Av. Pará 1720

38405-320, Uberlândia, MG

E-mail: heraldo@umuarama.ufu.br

RESUMO

Neste trabalho simulamos a reocupação de uma trilha de formigas cortadeiras utilizando Autômato Celular e Sistema Baseado em Regras Fuzzy (SBRF) do tipo 2 [1]. A trilha possui uma bifurcação que leva a duas diferentes regiões de atração: uma superior (seguindo-se a trilha B_1) e uma inferior (seguindo-se a trilha B_2). No início da simulação as formigas se deslocam para a região de atração superior e retornam para o formigueiro transportando alimento. Quando ocorre escassez de alimento na região de atração superior as formigas se deslocam para a região inferior. Após a coleta de alimento nesta região as formigas deslocam-se para o formigueiro. O processo de movimentação das formigas é determinado a partir de um SBRF do tipo 2, no qual existem duas variáveis de entrada: sinal químico e obstrução do terreno. O sinal químico assume valores de acordo com as funções: $s_1(t) = e^{-\frac{(t-250)^2}{20000}}$, em B_1 e $s_2(t) = e^{-\frac{(t-650)^2}{20000}}$, em B_2 ; e a obstrução do terreno assume valores de acordo com as funções: $o_1(t) = e^{-\frac{t}{40}}$, em B_1 , e $o_2(t) = e^{-\frac{1}{40}(t-400)}$ se $t \geq 400$ e $o_2(t) = 1$ se $t < 400$, em B_2 , onde t é o número de iterações. Utilizando o SBRF tipo 2 determinamos a variável de saída denominada acesso, que é calculada para cada ponto da trilha a partir dos valores das variáveis de entrada. A base de regras é construída com o auxílio do especialista na área de entomologia [3]. A programação computacional do SBRF tipo 2 no Matlab foi disponibilizada pelo Prof. O. Castilho [2]. O SBRF tipo 2 juntamente com o algoritmo do Autômato Celular fornecem uma faixa de valores da quantidade de formigas com carregamento em função do tempo, para as duas regiões de atração. Como o algoritmo do Autômato Celular apresenta aleatoriedades na escolha da posição de deslocamento das formigas, na captura de alimento, e no acesso à região de atração, esta faixa representa de forma mais adequada a imprecisão característica deste fenômeno biológico.

Referências

- [1] CABRERA N. V. *Aplicação da Extensão de Zadeh para Conjuntos Fuzzy Tipo 2 Intervalar*, Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Uberlândia 2014.72p.
- [2] CASTILLO O.; MELIN P. *Type-2 fuzzy logic: Theory and Applications*, Springer, Heidelberg, Alemanha, 2008.
- [3] TEIXEIRA G.T.; JAFELICE R.S.M.; ALMEIDA C.G.; VASCONCELOS H.L. Autômato Celular no Estudo da Reocupação de Formigas Cortadeiras em Regiões de Forrageamento, *Biomatemática* v. 24, p. 77-90, 2014.

*Bolsista de Iniciação Científica PIBIC/CNPq.

Modelagem para a Combinação Intertécnica de Soluções Geodésicas

Caio Henrique Chrisóstomo Mendonça¹

João Carlos Chaves²

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" UNESP
Faculdade de Ciências e Tecnologia - FCT
Rua Roberto Simonsen, 305
19060-900, Presidente Prudente, SP

Email: caiomendonca94@gmail.com

jcchaves@fct.unesp.br

RESUMO

Um Sistema Geodésico de Referência (SGR) pode ser compreendido como um sistema de coordenadas associados a características terrestre, sendo o *International Terrestrial Reference System* (ITRS) o referencial geodésico mais preciso na atualidade. A realização ou materialização é revista periodicamente através do ajustamento de um conjunto de coordenadas e respectivas Matriz de Variância-Covariância (MVC), obtidas da combinação das técnicas geodésicas espaciais, como SLR (*Satellite Laser Range*), VLBI (*Very Long Baseline Interferometry*) e GNSS (*Global Navigation Satellite System*). Sendo relevante informações adicionais na realização dos sistemas de referência, de acordo com Angermann et al. (2004), os dados de entrada para a combinação intertécnicas são as equações normais livres do VLBI, SLR e GNSS, resultantes das soluções combinadas intratécnicas. Os vetores provenientes de cada solução, em geral, não coincidem com as de uma segunda ou terceira solução. Considerando esse pressuposto, tem-se o seguinte sistema (não redundante):

$$\begin{bmatrix} v_{x_{GNSS}} \\ v_{\dot{x}_{GNSS}} \\ v_{x_{VLBI}} \\ v_{\dot{x}_{VLBI}} \\ v_{x_{SLR}} \\ v_{\dot{x}_{SLR}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{GNSS} \\ \dot{x}_{GNSS} \\ x_{VLBI} \\ \dot{x}_{VLBI} \\ x_{SLR} \\ \dot{x}_{SLR} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{GNSS} - x_{GNSS}^0 \\ \dot{x}_{GNSS} - \dot{x}_{GNSS}^0 \\ x_{VLBI} - x_{VLBI}^0 \\ \dot{x}_{VLBI} - \dot{x}_{VLBI}^0 \\ x_{SLR} - x_{SLR}^0 \\ \dot{x}_{SLR} - \dot{x}_{SLR}^0 \end{bmatrix}$$

A matriz peso, equação normal de cada conjunto de resultados, é dada por:

$$P = \begin{bmatrix} N_{x_{GNSS}} & N_{x\dot{x}_{GNSS}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ N_{x\dot{x}_{GNSS}} & N_{\dot{x}_{GNSS}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{x_{VLBI}} & N_{x\dot{x}_{VLBI}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{x\dot{x}_{VLBI}} & N_{\dot{x}_{VLBI}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_{x_{SLR}} & N_{x\dot{x}_{SLR}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_{x\dot{x}_{SLR}} & N_{\dot{x}_{SLR}} \end{bmatrix} = N_{FINAL}$$

Sendo x_i e \dot{x}_i as soluções envolvendo coordenadas e velocidades das estações provenientes da combinação intratécnica, N_i é a equação normal da solução de cada técnica, referente a posição e velocidade. Neste sentido, a solução apresentada assume que cada técnica não tem correlação com a outra. Atribuindo de forma adequada o peso referente a cada técnica nas soluções, de acordo com Koch (1987, apud MONICO, 2006), obtém-se a solução final $X(t_0)_f$ para as coordenadas e V_f para as velocidades. Pelo fato das soluções VLBI proporcionarem escala, SLR a origem e GNSS auxiliar na definição de ambas, a solução final tem deficiência apenas em rotação, pois a orientação não pode ser obtida por nenhum sistema de medição, sendo solucionada com a condição NNR (*No Net Rotation*). Portanto, a combinação de soluções intertécnicas deve sanar a deficiência de uma única técnica, além de permitir o conhecimento mais apurado da geometria, rotação e campo de gravidade da Terra, possibilitando compreender, de forma mais prudente, os processos geofísicos globais.

Referências

- [1] ANGERMANN, D. et al. *ITRS Combination Center at DGFI: A Terrestrial Reference Frame Realization 2003*. München, 2004.
[2] MONICO, João Francisco Galera. *Fundamentos matemáticos envolvidos na realização dos ITRS*. Boletim de Ciências Geodésicas, v.12, nº 2, p. 337-351, 2006.

¹ Bolsista de Iniciação Científica FAPESP (Processo: 2014/04741-8)

² Departamento de Cartografia (Orientador)

Modelo hiperbólico para solubilidade de nitrogênio em lagos

Marta H. de Oliveira

Faculdade de Matemática

E-mail: marta@famat.ufu.br

Felipe T. Barbosa*

Graduando em Biotecnologia

fernandesfelipe13@hotmail.com

UFU-Campus Patos de Minas

RESUMO

O nitrogênio é o elemento gasoso mais abundante na atmosfera terrestre, compondo aproximadamente 78.084% de toda a massa gasosa.[1] Apesar de não ser usado na respiração animal, ele é um importante constituinte de estruturas de todos os seres vivos, como os ácidos nucleicos, proteínas, enzimas e alguns carboidratos. O nitrogênio também pode ser encontrado em resíduos de atividades agrícolas e industriais, principalmente. O objetivo do trabalho é fazer a modelagem matemática de dados referentes à solubilidade do nitrogênio, seja ele atmosférico ou advindo de resíduos, a diferentes temperaturas e a uma salinidade de 40 partes por milhão, numa pressão atmosférica de 1 atm.[1] Para trabalhos futuros, pretende-se utilizar essa análise para o estudo da eutrofização de corpos lacustres com atividade industrial e agrícola nas proximidades, a fim da avaliação do impacto ambiental, uma vez que o excesso de nitrogênio pode levar ao crescimento excessivo de plantas e algas, reduzindo as demandas bioquímica e química de oxigênio (DBO, DQO) e a biodiversidade. O modelo proposto é o hiperbólico, $S = \frac{1}{a+bT}$, em que S se refere à solubilidade em relação à temperatura T . Foram considerados para o modelo os dados na tabela abaixo. A linearização do modelo hiperbólico é dada por $\frac{1}{S} = a + bT$, as constantes $a = 0.0585010$ e $b = 0.0014138$ foram obtidas por regressão linear simples pelo método dos mínimos quadrados com um erro calculado de 4×10^{-4} . [2] Os resultados estão ilustrados nas figuras 1 e 2.

Temperatura (°C)	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
Solubilidade(ppm)	17.10	15.60	14.33	13.25	12.32	11.52	10.81	10.19	9.64	9.14	8.70

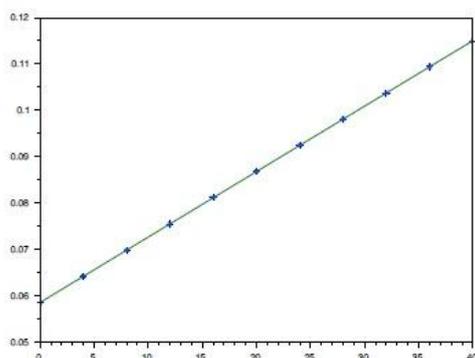


Figura 1: Linearização do modelo hiperbólico

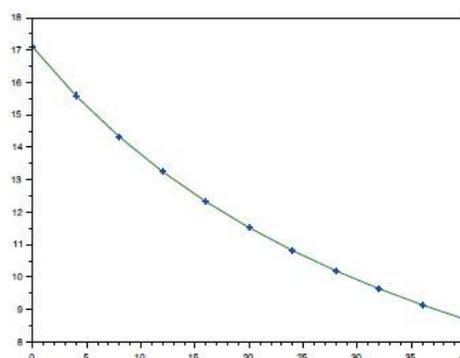


Figura 2: Ajuste hiperbólico da solubilidade

Referências

- [1] BOYD, C.E.. *Water Quality, An Introduction*. Norwell, Massachusetts, USA: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [2] RUGGIERO, M.A.G. e LOPES, V.L.R.. *Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais*. Pearson, 2ed, São Paulo, 1996.

*Iniciação Científica PIAIC/CNPq

Numerical analysis and simulation on project based flight of a rocket using artificial neural network with different aerodynamics approaches

Eriberto O. do Nascimento¹, Vinicius Carvalhaes², Lucas N. de Oliveira³

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás-IFG
Rua 75 nº 46, Centro.
(62) 3227-2873, Goiânia, GO

Emails: eribertobvg1@hotmail.com, profviniciuscarv@gmail.com, lucas@ifg.edu.br

ABSTRACT

Fluid Dynamics can provide the basic modeling equations of rocket on flight, but this equations doesn't always has analytical solutions. Due to this, it is proposed to use a methodology that can solve the aerodynamics modeling problems without any analytical technique, using a tool that is known by the Artificial Neural Networks (ANN). The ANN is a relative new field of study on computer science and many areas of applied mathematics with directly applications on simulations additionally ANN are computational models inspired in nervous system of living beings [1]. They have the capacity of acquisition and maintenance of knowledge (based in information) and can be defined as group of units of processing, characterized by artificial neurons, who are interconnected by a huge amount of interconnections (artificial synapses), represented by vectors.

A rocket launch is a complex and multivariable problem, which involve many types of partial and ordinary differentials equations. The goal of the research is to use Euler Method (EM) and the ANN to obtain parameters that got stability and efficiency to the rocket simulation, as a first sight, the Perfect Vertical Flight Equation was discretized in Finite Difference Method. For this purpose, the grid was simulated on the Forward-Time Centrad-Space (FTCS) scheme [2] with one thousand grids points. In addition, the consistency, convergence and stability were secured by the Courant number of 0.45, for a time step of 0.01 seconds and a space step in 0.05. Some of the drags coefficients and others parameters were obtained by constructing a virtual geometrical prototype on RockSim© software that supply the initials and contour conditions. Finally, the architecture of the layer to the ANN were defined in a conjunct with seven neurons organized in a topological arrangement consisting by the input layer, the unknown layer and the output layer with the sigmoidal function as the activation function of the system, moreover this model were developed in a MatLab© toolbox (nftool). The output correlation parameters came from the Levenberg-Marquardt algorithm, as consequence the input data were a matrix contain the discrete values of velocity and high of the rocket obtained in the EM. Those data were implement in a column matrix with a normalization process. Therefore, the ANN was training to find the interpolation curve for each parameters required. Those curves were the altitude of the rocket as a function of the attack angles and the exhaust velocities of the fuel.

In summary, without the ANN to determine those curves, it would be necessary to construct a prototype for different angle and velocity. Under those circumstances, the simulation showed a solid correspondence between experimental flights and the EM architecture. For the ANN the normalized errors were 3.45 percent, some of these results are under submission process on the Elsevier Journal called Engineering Applications of Artificial Intelligence.

References

- [1] SILVA, Ivan Nunes da, Redes Neurais Artificiais para Engenharia e Ciências Aplicadas, curso prático. 1.ed. São Paulo: Artliber, 2010.
- [2] ISERLES, A. First Course in the Numerical Analysis of Differential Equations. 2.ed. New York: Cambridge University Press; p. 459, 2009.

¹Graduando em Engenharia Mecânica/ IFG (Campus Goiânia) / Bolsista de Iniciação Científica PIBIC/Capes/FAPEG com processo num. 201410267001375 e pesquisador voluntário da chamada SETEC/CNPq N° 94/2013.

²Professor Me. em Engenharia Mecânica/ Departamento Áreas Acadêmicas IV – IFG (Campus Goiânia)

³Professor Dr. em Física/ Departamento Áreas Acadêmicas II – IFG (Campus Goiânia)

O Estudo da Temperatura de uma Jóia de Prata com Fronteira Irregular

Jennifer C. Borges*

Rosana S. Motta Jafelice

Faculdade de Matemática, UFU

Av. João Naves de Ávila 2121

38408-100, Uberlândia, MG

E-mail: jennifer@mat.ufu.br rmotta.ufu.br

Raphael de Oliveira Garcia

Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP

Cidade Universitária “Zeferino Vaz”, Dist. de Barão Geraldo

13083-970, Campinas, SP

E-mail: gr.gubim@gmail.com

RESUMO

O objetivo deste trabalho é modelar matematicamente a distribuição de temperatura de uma jóia de prata no formato de um trevo de quatro folhas. O trevo apresentado na Figura 1 tem calor sendo gerado uniformemente em todos os pontos, com taxa $q = 1.5 \text{ cal/cm}^3 \cdot \text{s}$. A temperatura de estado estável $u(x, y)$ satisfaz a equação de Poisson [2]:

$$\begin{cases} -\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{q}{k}; & (x, y) \in \Omega \\ u(x, y) = 1; & (x, y) \in \partial\Omega_1 \\ \frac{\partial u}{\partial \eta}(x, y) = 0; & (x, y) \in \partial\Omega_2 \end{cases} \quad (1)$$

onde k , a condutividade térmica, é $1.04 \text{ cal/cm} \cdot \text{°C} \cdot \text{s}$. A Figura 1 mostra a região de estudo Ω , e a sua fronteira dividida em, $\partial\Omega_1$ que apresenta condição de Dirichlet e $\partial\Omega_2$ que apresenta condição de Neumann. O método matemático utilizado para obter a aproximação da solução é o Método de Elementos Finitos triangulares de 1ª ordem [1], e a malha é gerada a partir do software livre GMSH.

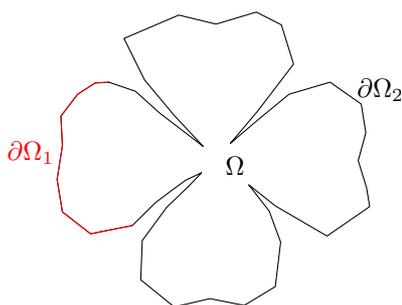


Figura 1: Fronteira gerada no GMSH.

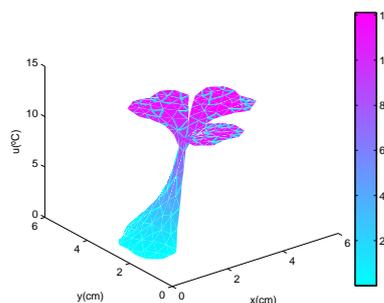


Figura 2: Aproximação da solução da equação (1).

Assim, determinamos uma aproximação para a distribuição da temperatura da jóia de prata como mostra a Figura 2, sendo parte da fronteira com a temperatura igual a 1 e parte da fronteira sem variação de temperatura.

Referências

- [1] AXELSSON, O.; BARKER, V. A. Finite element solution of boundary value problems. *Academic Press*, 1984.
- [2] FRANCO, N. B. Cálculo Numérico. *Pearson Prentice Hall*, 2006.

*Bolsista de Mestrado CAPES.

Programa Educativo Sobre Resolução Numérica de Equações Diferenciais Parciais via Método de Diferenças Finitas

Alessandro A. Santana Júlia B. de Menezes *

Faculdade de Matemática, UFU

Av. João Naves de Ávila 2121

38408-100, Uberlândia, MG

E-mail: alessandro@famat.ufu.br

jujubmenezes@mec.ufu.br

RESUMO

A modelagem matemática de problemas físicos normalmente conduz a formulação destes em termos de Equações Diferenciais Parciais (EDPs). As técnicas de resolução analítica desses tipos de equações são muito limitadas. Essa limitação é superada aplicando técnicas de resolução numérica, e é por esse meio que a grande maioria das EDPs são resolvidas, tanto no meio acadêmico em pesquisas como no desenvolvimento de produtos tecnológicos nas indústrias. Assim sendo, é de fundamental importância o ensino de métodos de resolução numérica de EDPs nos cursos de engenharia. O caminho completo de assimilação e entendimento de métodos numéricos passa por duas fases: Entendimento teórico dos métodos (compreensão matemática) e implementação computacional em alguma linguagem de programação científica. Uma vez implementado corretamente o método segue-se a visualização dos resultados para analisar o fenômeno físico associado a EDP que foi resolvida numericamente. Assim sendo, o desenvolvimento de meios que proporcionem ao aluno, no processo de aprendizagem, a oportunidade de visualização gráfica de resultados numéricos que permitam a análise de um dado fenômeno físico tem grande relevância. O presente trabalho está inserido nesse contexto, isto é, uma plataforma para o ensino sobre resolução numérica de EDPs. Foi desenvolvido uma interface gráfica para entrada de dados e visualização de resultados numéricos (gráficos das aproximações) provenientes da resolução numérica de algumas EDPs clássicas da literatura. Dentre as técnicas de resolução numéricas existentes para resolução de EDPs foi utilizado o Método de Diferenças Finitas (MDF) para resolver três tipos de equações: Equação Parabólica (Equação do Calor 1D e 2D), Equação Parabólica (Equação de Poisson 2D) e Equação Hiperbólica (Equação de Advecção). Tanto os métodos numéricos como a construção da interface gráfica foram implementados em linguagem C. No caso da interface gráfica, foi utilizado a biblioteca GTK para a elaboração das janelas para entrada dos dados e visualização das soluções numéricas, os quais foram gerados via GNUPLOT.

Referências

- [1] BURDEN, R.; FAIRES, J. *Numerical analysis*, 4ed. PWS-Kent, Boston. 1989.
- [2] DUCHATEAU, P.; ZACHMANN, D. *Applied partial differential equations*, Dover. Mineola, N.Y. 2002.
- [3] KRAUSE, A. *Foundations of GTK+ Development*, Apress, Apr 24, 2007.

Redução do Efeito *Striping* em imagens CCD CBERS-2B utilizando a Transformada de Fourier

Ari T. Lopes¹

Aylton Pagamisse

Faculdade de Ciências e Tecnologia, FCT-UNESP
Rua Roberto Simonsen, 305
19060-900, P. Prudente, SP

Email: ari_delopes@hotmail.com aylton@fct.unesp.br

RESUMO

Com a parceria entre os governos do Brasil e China, o INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais) e a CAST (Academia Chinesa de Tecnologia Espacial) iniciou em 1988 um programa de cooperação China-Brasil, CBERS (China-Brazilian Earth Resources Satellite), que lançou três satélites. Um deles é o satélite CBERS-2B lançado em 2007. Ambos os satélites já tiveram suas operações encerradas, porém as imagens tomadas até o fim das operações continuam sendo disponibilizadas para a comunidade. O satélite CBERS-2B possuía o sistema óptico (CCD – High Resolution Charge-Coupled Devices) cujas imagens auxiliam no gerenciamento de recursos terrestres, monitoramento de florestas, geologia e hidrologia, além do monitoramento ambiental como um todo. No entanto existem alguns problemas, como a presença de ruídos nas imagens coletadas pela câmera CCD do satélite CBERS 2B que comprometem a qualidade da imagem e precisam ser atenuados. Os ruídos geralmente ocorrem devido à má calibração, falha de detectores e desgaste do detector devido ao tempo em órbita. Um ruído encontrado nessas imagens é o ruído *striping* (listras).

Este tipo de ruído não só afeta a qualidade e o potencial de interpretação das imagens assim como compromete o processamento delas. Em sistemas de varredura eletrônica o ruído aparece na forma de listras verticais, na direção da trajetória do satélite. A câmera CCD do satélite apresenta este tipo de ruído, variando sua intensidade e periodicidade de acordo com a banda analisada.

Neste trabalho a redução do efeito *striping* é obtido através da filtragem no domínio da frequência, que consiste em modificar a transformada de Fourier de uma imagem e depois calcular a transformada inversa para obter o resultado processado. No caso da utilização da filtragem no domínio de Fourier para a filtragem de *stripes*, busca-se inicialmente identificar em quais frequências o ruído periódico está localizado, e a partir de operações pontuais, eliminar estas frequências.

A filtragem de *stripes* no domínio de Fourier segue os seguintes passos: A imagem é transformada para o domínio de Fourier utilizando a transformada rápida de Fourier (FFT) onde são então identificadas as frequências do ruído. Após a identificação, o sinal do ruído é diminuído pontualmente, através de operações aritméticas. Após a redução pontual do ruído, é feita a transformada inversa, trazendo a imagem para o domínio espacial. Este procedimento tem como característica principal a eliminação de ruídos periódicos e, portanto, a redução do efeito *striping*.

Referências

- [1] CENTENO, J. A. S., *Sensoriamento Remoto e Processamento de Imagens Digitais*, Ed. Curso de Pós Graduação em Ciências Geodésicas, UFP, Curitiba, 2004.
- [2] GONZALEZ, R. C., Woods, R. E., *Processamento Digital de Imagens*, 3 ed. Pearson Prentice Hall, São Paulo, 2010.
- [3] SCHOWENGERDT, R. A. *Remote Sensing: Models and Methods for Image Processing*. San Diego: Academic Press, 2007.

¹Bolsista de Iniciação Científica FAPESP

Simulated Annealing aplicado ao Projeto Ótimo de Robôs Manipuladores Ortogonais

Sezimaria Pereira de F. Saramago

Vinícius Nunes Carvalho¹

Faculdade de Matemática, UFU
Av. João Naves de Ávila, 2121
38408-100, Uberlândia, MG

Email: saramago@ufu.br

viniciusncarvalho92@gmail.com

RESUMO

Simulated Annealing é uma metodologia de otimização que pertence à mesma classe dos métodos das Redes Neurais e Algoritmos Genéticos, no sentido que simulam métodos Naturais. O algoritmo Simulated Annealing permite uma útil conexão entre a mecânica estatística (comportamento de um sistema de vários graus de liberdade em equilíbrio térmico a uma temperatura finita) e a otimização combinatória (encontrar um mínimo de uma dada função dependendo de vários parâmetros), conforme Faria e Saramago [3]. O Improved Simulated Annealing é uma modificação do método Simulated Annealing, proposto por Carvalho e Saramago [2], que visa uma maior eficácia desta técnica e também busca um menor custo computacional.

Os parâmetros do algoritmo são: a função custo, que representa a energia do sistema; as variáveis de projeto, que descrevem sua configuração e a temperatura, que é um parâmetro de controle. Se o parâmetro temperatura (T) tiver magnitude muito superior ao desvio padrão da função no intervalo, quase todos os pontos são aceitos. Ao passo que se T for igual a zero, o método se torna uma busca aleatória do mínimo. Assim, adota-se: T_i como o valor do desvio padrão da função objetivo no intervalo estudado e T_f com a ordem de grandeza desejada para a precisão do ponto ótimo.

O método desenvolvido foi utilizado para resolver problemas multi-objetivo na área de robótica, mais especificamente em manipuladores 3R ortogonal, ou seja, que possui três juntas de revolução, sendo que a garra é montada na extremidade da última junta. Para o projeto de um robô é importante levar em consideração a arquitetura e disposição das peças, bem como as posições que ele assumirá durante o trabalho e com isso se torna importante conhecer seu ambiente de trabalho (Brandão, [1]). O espaço de trabalho de um robô é de suma importância do ponto de vista teórico e prático, sendo uma característica fundamental para o estudo cinemático e o projeto dimensional. Este trabalho busca justamente maximizar o espaço de trabalho e a rigidez do mecanismo, bem como otimizar a destreza do manipulador.

O volume do espaço de trabalho do robô é importante para identificar os lugares onde este não consegue atuar. Este volume é o volume do sólido de revolução obtido pela rotação da seção radial em torno do eixo z . A rigidez é a capacidade de um sistema mecânico de suportar cargas sem mudanças significativas em sua geometria, calculada para estimar a resistência do sistema. Já a destreza é um índice que irá avaliar o desempenho do sistema robótico, fornecerá o quão satisfatório o sistema se comporta com relação a transmissão de movimento e força.

Os resultados obtidos serão comparados com valores publicados de forma a verificar a eficiência da técnica proposta.

Referências

- [1] Brandão, M. A. L., 2014, Evolução Diferencial Melhorada Implementada em Processamento Paralelo, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia.
- [2] Carvalho, V. N, Saramago, S.F.P., 2014, Improved Simulated Annealing, Congresso Nacional de Matemática Aplicada à Indústria-CNMAI , Brasil, p. 1-11.
- [3] Faria, E.D. e Saramago, S.F.P., 2001, Constraint optimization problems using simulated annealing, Ciência & Engenharia, Brasil, V. 10, n. 1, p. 69-75.

¹Bolsista de Iniciação Científica PIBIC/CNPq

Solução Numérica da Equação de Advecção-Difusão com Elaboração de Algoritmo e Aplicações

Ana Carolina Vieira

Isaac Dayan B. Silva

Diego Ferreira Gomes

Instituto de Matemática Estatística e Computação Científica, UNICAMP

Rua Sérgio Buarque de Holanda

13083-859, Campinas, SP

E-mail: anaguina12@yahoo.com.br

isaacpbs@yahoo.com.br

diego.gomes@ifma.edu.br

João Frederico da Costa Azevedo Meyer

Instituto de Matemática Estatística e Computação Científica, UNICAMP

Rua Sérgio Buarque de Holanda

13083-859, Campinas, SP

E-mail: joni@ime.unicamp.br

RESUMO

Este trabalho utiliza o modelo clássico da Equação Diferencial Parcial de Difusão-Advecção [1] com uma opção específica nas condições de contorno. É adotado um tratamento bidimensional para o domínio Ω , quando adequado às dimensões geofísicas do problema. Podemos pensar que esse domínio modela um rio em que sua extensão é de 100 km, largura 50 m e profundidade não ultrapassa os 3 m. Este trabalho visa oferecer um maior entendimento sobre a construção de um modelo de advecção-dispersão que pode ter aplicação em diversos problemas práticos como, por exemplo, o estudo de dispersão de poluentes nesse rio. Essa equação e algumas variações têm sido utilizadas para modelar problemas de espalhamento de petróleo e outros poluentes como em [2]. Mostramos a aplicação desse modelo numérico para um problema específico, mas que poderá ser adaptado conforme a necessidade.

Além disso, em função da impossibilidade de encontrar solução analítica para a equação proposta neste trabalho, procurou-se obter uma solução numérica com discretização espacial através do uso do Método de Diferenças Finitas centradas de 2ª ordem e a discretização temporal foi obtida através do Método de Crank-Nicolson. As condições de contorno foram definidas a partir da hipótese que, se houvesse poluição no rio, a mesma seria absorvida nas margens. Propõe-se também um algoritmo para as simulações computacionais em diferentes cenários com resultados numéricos e plotagens de gráficos, evidenciando assim, o potencial deste trabalho como suporte na avaliação e consolidação de outros problemas similares.

Pode-se visualizar nos resultados, a possibilidade de utilizar esse modelo e a solução numérica como apoio às políticas públicas que visem, por exemplo, estimar o impacto das fontes poluidoras no rio, sua mitigação, ações emergenciais ou encontrar o local mais poluído para iniciar um processo de contingência e limpeza.

Referências

- [1] Okubo, A.; Levin, S. A. Diffusion and Ecological Problems: Mathematical Models. (1980). Springer, Berlin. *Biomatemática*
- [2] OLIVEIRA, R. F.; MEYER, J. F. C. A.; A Elaboração de Cenários de Acidentes com Derrame de Óleo na Região do Terminal de Angra dos Reis, RJ: Modelagem, Análise e Simulação Computacional. *Biomatemática*, v. 14, n. 1, p. 92-102, 2004.

Um modelo matemático para a Dinâmica do HIV

Danielle Rocha Santos

Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, UFVJM
Rodovia MGT 367 – Km 583 – nº 5000 / Alto da Jacuba
39100-000, Diamantina, MG
Email: daniellerocha12@hotmail.com

Michely Santos Oliveira

Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, UFVJM
Rodovia MGT 367 – Km 583 – nº 5000 / Alto da Jacuba
39100-000, Diamantina, MG
Email: michelysantos@ict.ufvjm.edu.br

RESUMO

O trabalho para a Conclusão de Curso intitulado “Um modelo matemático para a Dinâmica do HIV” se encaixa no eixo temático das equações diferenciais e utiliza como base do estudo modelos sobre a dinâmica do HIV.

A AIDS é uma doença que assusta muito as pessoas, principalmente por não haver ainda uma cura definitiva. Em 1983 se descobriu que a AIDS era causada por um vírus o qual passou a ser denominado de vírus da imunodeficiência humana, ou simplesmente HIV.

O objetivo do nosso trabalho é analisar o desenvolvimento do vírus HIV no corpo humano. Para isso, propusemos sistemas de equações diferenciais ordinárias, envolvendo células TCD4+ sadias, células TCD4+ infectadas e a quantidade de retrovírus livres.

Trabalhamos com as células TCD4+ pois são os linfócitos mais atingidos pelo retrovírus HIV. É a quantidade de linfócitos TCD4+ infectados que determina se a pessoa desenvolveu a AIDS ou é apenas portadora do retrovírus HIV.

O estudo em questão trata de um modelo mais próximo do real, considerando a presença de dois tipos de drogas. O primeiro, denominado de inibidores de transcriptase reversa, impedem a ação dessa enzima, ou seja, o vírus consegue entrar na célula, mas não consegue transcrever o DNA a partir do RNA viral. O segundo são os inibidores de protease, que impedem a enzima protease sintetizar a proteína gp-120 que está presente no envelope externo do HIV e que se liga preferencialmente as células TCD4.

Procuraremos nesse modelo pontos de equilíbrio, ou seja, um ponto em que a infecção permanece sob controle, com linfócitos TCD4+ em sua maioria sadios e pequena quantidade de retrovírus mesmo que façamos pequenas perturbações nos parâmetros. Com os cálculos dos pontos de equilíbrio, através dos cálculos numéricos, poderemos classificar em função dos valores dos parâmetros definidos para o modelo matemático e assim construir mapas de regiões de estabilidade assintótica e instabilidade.

Referências

[1] GRAPIGLIA, Geovani N.; ANGELOSSI, Kleberon H. e RIZZI, Rogério L. Modelos Matemáticos da Dinâmica do HIV, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel-PR.

[2] OLIVEIRA, Anna Paula Machado de. Modelos Contínuos para a Dinâmica de População. UFV.

[3] SILVA, Ligia Belarmino da. Estudo dos Pontos de Equilíbrio em Modelos Determinísticos da Dinâmica do HIV. São Paulo, 2005.

Uma Aplicação da Formula de Black-Scholes no Mercado Financeiro

Pablo Henrique Dias da Silva¹

Faculdade de Engenharia Mecânica, UFU
Graduação em Engenharia Aeronáutica
Email: pablohenriquediassilva@gmail.com
Av. João Naves de Ávila, 2121
38408-100, Uberlândia, MG

Hernán Roberto Montúfar López

Instituto de Matemática, UFU
Email: montufar@famat.ufu.br
Rua Rodrigo Gabriel, 35
38408-100, Uberlândia, MG

RESUMO

Black, Scholes e Merton queriam saber o preço justo $Y(t)$ de uma opção num instante t qualquer, para isso consideraram uma obrigação $B(t)$ com taxa instantânea de rendimento μ fixa, como uma conta bancária com taxa de juros fixa (obrigação sem riscos), dada pelo seguinte modelo diferencial determinístico

$$dB(t) = \mu B(t) dt$$

e a cotação $S(t)$ de uma ação na bolsa com taxa média de rendimento r e volatilidade $\sigma > 0$, expressada por uma equação diferencial estocástica do tipo

$$dS(t) = rS(t)dt + \sigma S(t) dW(t).$$

Uma opção de compra européia com valor K e data de expiração d pré-estabelecidos dá ao seu detentor o direito, mas não a obrigação, de comprar uma ação nessa data pelo valor de exercício da opção. Sendo $b(t)$ e $s(t)$ os números de obrigações e ações, o preço justo da opção pode ser dado por uma estratégia autofinanciada

$$Y(t) = b(t)B(t) + s(t)S(t).$$

Para cada momento, o valor da obrigação $B(t)$ é determinístico, sendo assim existe uma função $C(t, x)$ tal que $Y(t) = C(t, S(t))$. Usando a Fórmula de Itô e as condições de fronteira suficientes é possível chegar à fórmula de Black-Scholes de onde vem

$$Y(t) = C(t, S(t)) = S(t)\Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{S(t)}{K}\right) + \left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)(d-t)}{\sigma\sqrt{d-t}}\right) - Ke^{-\mu(d-t)}\Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{S(t)}{K}\right) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(d-t)}{\sigma\sqrt{d-t}}\right)$$

onde $\Phi(u) = \int_{-\infty}^u \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du$ é a função distribuição de uma variável aleatória normal padrão.

Note que a fórmula não depende da taxa média de rendimentos r da ação, mas depende da taxa fixa μ da obrigação. O que é muito importante devido à dificuldade de estimar parâmetros a partir de observações das cotações de ação.

Pode-se observar também que $b(t)$ e $s(t)$ variam conforme $S(t)$ varia, obrigando a compra e venda continuamente de ações e obrigações para manter a estratégia autofinanciada.

Referências

- [1] Albuquerque, J. P. A.; Fortes, J. M. P.; Finamore, W. A. "Probabilidade, Variáveis Aleatórias e Processo Estocásticos". Editora Interciência: PUC- 2008.
- [2] Braumann, Carlos A., **Introdução às Equações Diferenciais Estocásticas e Aplicações**, Edições SPE, 2005.
- [3] Oksendal, Bernt, **Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications**, Sixth Edition, Springer, 2007.

¹Bolsista de Iniciação Científica PBG

Uma Generalização da curva Hipocicloide e sua construção no Geogebra

Ingrid da Silva Pacheco*

E-mail: ingrid_spacheco@amb.ufu.br

Layla Giovanna Girotto †

E-mail: laylagg@amb.ufu.br

Ana Maria Amarillo Bertone

Faculdade de Matemática, UFU

Av. João Naves de Ávila 2121

38408-100, Uberlândia, MG

E-mail: anamaria@famat.ufu.br

RESUMO

A hipocicloide é curva determinada pela trajetória de um ponto de uma circunferência quando esta roda, sem deslizar, no interior de uma outra circunferência fixa, à qual é tangente. Girolamo Cardano (1501 - 1576) foi o primeiro a descrever as aplicações das curvas hipocicloides na tecnologia das impressoras de prensa de alta velocidade (1570)[1]. Mas, o estudo dessas curvas se remonta à Grecia Antiga. Uma das mais recentes e impactantes aplicações é o motor de rotação de Wankel, inventado pelo engenheiro alemão Felix Wankel(1902 - 1988). Atualmente a mecânica do motor de Wankel é utilizado em automóveis e nas modernas turbinas eólicas, mostrando como estas curvas e suas aplicações são ainda uma pesquisa ativa da área. Este estudo é parte de um projeto sobre a generalização das curvas “trocoídes” usando o software GeoGebra [2]. Neste trabalho construímos uma generalização da curva hipocicloide, considerando três círculos, um de raio fixo de raio R , e mais dois de raio r_1 e r_2 , realizando a mesma mecânica da curva hipocicloide. As coordenadas (x_P, y_P) do ponto P da hipocicloide generalizada vem dadas por:

$$\begin{aligned} x_P &= (R - r_1) \cos(T) + (r_1 - r_2) \cos\left(T\left(\frac{R}{r_1} - 1\right)\right) + r_2 \cos\left(T\left(\frac{R}{r_1} + \frac{R}{r_2} - 1\right)\right); \\ y_P &= (R - r_1) \sin(T) - (r_1 - r_2) \sin\left(T\left(\frac{R}{r_1} - 1\right)\right) - r_2 \sin\left(T\left(\frac{R}{r_1} + \frac{R}{r_2} - 1\right)\right), T \in [0, 6\pi]. \end{aligned}$$

Esta fórmula é demonstrada, usando o método de indução, para uma curva hipocicloide generalizada definida por n círculos, realizando a mesma mecânica da curva hipocicloide de dois círculos.

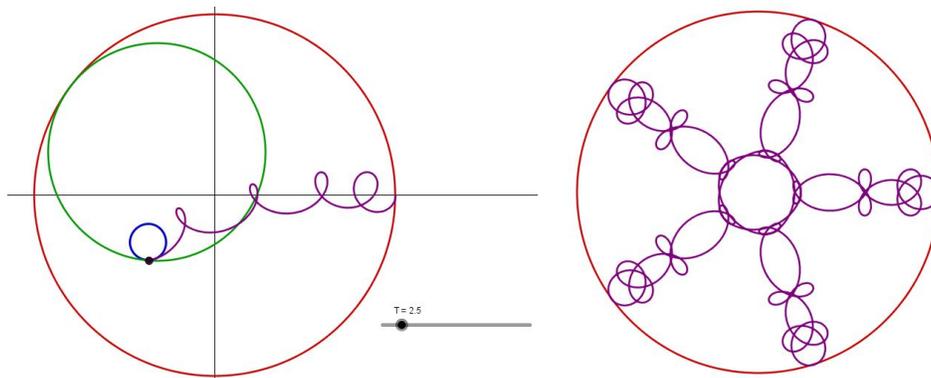


Figura 1: Na imagem, à esquerda, uma etapa da construção da curva hipocicloide generalizada de círculo fixo com raio $R = 5$, dois círculos rolando de raios $r_1 = 3$ e $r_2 = 0.5$ e com um tempo de deslizamento de $T = 2,5s$ (segundos). Na imagem, à direita, o resultado final, após completar um tempo de $T = 6\pi s$.

Referências

- [1] Zbynek Sír, Bohumír Bastl, Miroslav Lávicka, *Hermite interpolation by hypocycloids and epicycloids with rational offsets*, *Science Direct*, p. 405-408, 2010.
- [2] GeoGebra: <http://www.geogebra.org>.

*Bolsista de Iniciação Científica Prograd/DIREN

†Bolsista de Iniciação Científica Prograd/DIREN