.Anais do III Colóquio de Matemática da Região Sudeste
.Uberlândia - 13 a 17 de abril de 2015
Revista Matemática e Estatística em Foco – ISSN: 2318-0552

# Algumas considerações sobre decomposição de grupos e invariantes cohomológicos

**Ermínia de Lourdes Campello Fanti** **Letícia Sanches Silva***
Universidade Estadual Paulista, UNESP - IBILCE
Rua Cristovão Colombo, 2265
15054-000, São José do Rio Preto, SP
E-mail: fanti@ibilce.unesp.br le-cissinha@hotmail.com

## RESUMO

Em [2], Andrade e Fanti definiram o invariante cohomológico $E(G,W,M)$, sendo $G$ um grupo, $W$ um $G$-conjunto e $M$ um $\mathbb{Z}_2G$-módulo, e apresentaram alguns resultados na teoria decomposição de grupos e dualidade considerando $E(G,W,\mathbb{Z}_2)$ (isto é, tomando $M=\mathbb{Z}_2$ visto como $\mathbb{Z}_2G$-módulo trivial). $E(G,W,M)$ é definido usando (co)homologia de grupos para o par $((G,W),M)$ seguindo [4]. O objetivo deste trabalho é apresentar algumas propriedades de $E(G,W,M)$, em especial quando $M$ é o $\mathbb{Z}_2G$-módulo $\mathcal{F}_TG$, sendo $T$ um subgrupo de $G$, relacionando tal invariante com decomposição de grupos. Um grupo $G$ se decompõe sobre um subgrupo $T$ se $G$ é um produto livre amalgamado não trivial (com subgrupo amalgamado $T$), ou seja, $G=G_1 *_T G_2$ com $G_1 \neq T \neq G_2$ ou se $G$ é um HNN-grupo sobre um grupo base $G_1$, $G=G_1{*}_{T,\theta}$. Grupos que se decompõe sobre um subgrupo surgem naturalmente, por exemplo, quando calculamos, através do Teorema de Van Kampen, o grupo fundamental de superfícies compactas. Muitos dos resultados relativos a $E(G,W,M)$ estão fortemente relacionados com resultados apresentados em [3], para o invariante de pares de grupos $E(G,\mathcal{S},M)$, sendo $\mathcal{S}$ uma família de subgrupos de $G$.

# Referências

[1] ANDRADE, M.G.C.; FANTI, E.L.C. A relative cohomological invariant for pairs of groups. *Manuscripta Math.*, v.83, p. 1-18, 1994.

[2] ANDRADE, M.G.C.; FANTI, E.L.C. The cohomological invariant E'(G,W) and some properties. *International Journal of Applied Mathematics*, v.25, p. 183-190, 2012.

[3] ANDRADE, M.G.C.; FANTI, E.L.C.; DACCACH, J.A. On certain relative cohomological invariant. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, Bulgária, v. 21, n.3, p. 335-351, 2005.

[4] DICKS, W.; DUNWOODY, M.*Groups acting on graphs*. Cambridge: Cambridge University Press, 1988.

[5] SILVA, L.S. *O invariante $E(G,W,M)$: algumas propriedades e aplicações na teoria de decomposição de grupos*. Dissertação (Mestrado), IBILCE-UNESP, São José do Rio Preto (2013).

*Bolsista Capes - Doutorado

# Grupos de 4-variedades “flat” e o Teorema de Borsuk-Ulam para $T^4$

**Anderson P. dos Santos**
Departamento de Matemática, UTFPR
Avenida Alberto Carazzai, 1640
86300-000, Cornélio Procópio, PR
Email: andersonsantos@utfpr.edu.br

## RESUMO

Dizemos que um grupo $\pi$ é um grupo de n-variedade “flat” se ele é livre de torção e tem um subgrupo normal de índice finito, que é isomorfo a $Z^n$. Estas são condições necessárias e suficientes para que $\pi$ seja o grupo fundamental de uma n-variedade riemanniana fechada “flat”. Em [5], são apresentados todos os grupos de 4-variedades “flat”, ou seja, são conhecidas todas as 4-variedades fechadas que são revestidas finitamente por $T^4$. Neste trabalho, usando [5], identificamos os grupos fundamentais das 4-variedades “flat” que são revestidas duplamente por $T^4$, e estudamos as involuções livres sobre $T^4$. Finalizamos com o estudo de uma generalização do Teorema de Borsuk-Ulam, apresentada em [2], para a terna $(T^4,\tau;R^n)$, onde $\tau$ denota uma involução livre sobre $T^4$.

## Referências

[1] BORSUK, K. Drei Sätze über die n-dimensionale Euklidische Sphäre. *Fund. Math.* 20, p. 177-190, 1933.

[2] GONÇALVES, D. L. The Borsuk-Ulam theorem for surfaces. *Quaestiones Mathematicae*, 29, p. 117-123, 2006.

[3] GONÇALVES, D. L.; GUASCHI, J. The Borsuk-Ulam theorem for maps into a surface. *Topology and its Applications*, 157, p. 1742-1759, 2010.

[4] GONÇALVES, D. L.; HAYAT, C.; ZVENGROWSKI, P. The Borsuk-Ulam Theorem for Manifolds, with Applications to Dimensions Two and Three. *Proceedings Bratislava Topology Symposium. “Group Actions and Homogeneous Spaces”*, p. 9-28, 2010.

[5] HILLMAN, J. A. Flat 4-manifolds groups. *New Zealand Journal of Mathematics*, 24, p. 29-40, 1995.

Revista Matemática e Estatística em Foco – ISSN: 2318-0552

# Large scale geometric invariants

**Évelin Meneguesso Barbaresco** **<u>Flávia Souza Machado da Silva</u>**

Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, UNESP
R.: Cristóvão Colombo, 2265 - Bairro: Jd. Nazareth
15054-000, São José do Rio Preto, SP
E-mail: evelin@ibilce.unesp.br flavia@ibilce.unesp.br

## <u>ABSTRACT</u>

The idea behind the large scale geometry is to look geometric objects from afar, for a procedure to move away and look at it from increasing distances. For example, when viewed from a greater distance the set of integers $\mathbb{Z}$ resembles the real line. Interesting large scale geometric properties have been discovered and have important applications in topology, analysis, computer science and data analysis. A large scale geometric invariant is asymptotic dimension. It is, roughly speaking, a large scale version of the Lebesgue covering dimension. This invariant was defined by Gromov [1] for a metric space $X$ as the smallest integer $n$ so that for every $R > 0$ there is a uniformly bounded cover of $X$ so that no $R$-ball in $X$ meets more than $n+1$ elements of the cover. A generalization of notion of asymptotic dimension is the concept finite decomposition complexity for metric spaces, introduced by Guentner, Tessera, and Yu [2, 3]. Intuitively, finite decomposition complexity measures the difficulty of decomposing a metric space into uniformly bounded pieces that are well-separated from one another. The aim this work is to present large scale invariance of asymptotic dimension and finite decomposition complexity and also some properties of these invariants.

## Referências

[1] GROMOV, M. Asymptotic invariants of infinite groups. Geometric group theory. Volume 2 *Proc. Symp. Sussex Univ., Brighton, July 14-19, 1991* Lond. Math. Soc. Lecture Notes 182, Niblo and Roller ed., Cambridge University Press, Cambridge, p. 1–295, 1993.

[2] GUENTNER, E.; TESSERA, R.; YU, G. Discrete groups with finite decomposition complexity. *Groups, Geometry and Dynamics*, v. 7, n. 2, p. 377–402, 2013.

[3] GUENTNER, E.; TESSERA, R.; YU, G. A notion of geometric complexity and its application to topological rigidity. *Inventiones mathematicae*, v. 189, n. 2 , p. 315–357, 2012.

[4] NOWAK, P. W.; YU, G. *Large Scale Geometry.* Zürich: European Mathematical Society (EMS), 2012.

.Anais do III Colóquio de Matemática da Região Sudeste
.Uberlândia - 13 a 17 de abril de 2015
Revista Matemática e Estatística em Foco – ISSN: 2318-0552

# Sobre Certo Invariante Homológico para um Par $(G, W)$

**Maria Gorete Carreira Andrade***
IBILCE - UNESP
Rua Cristovão Colombo, 2265
15054-000, São José do Rio Preto, SP
E-mail: gorete@ibilce.unesp.br

## RESUMO

Através da teoria de cohomologia de grupos, Andrade e Fanti ([1], [2]) definiram um invariante cohomológico $E(G, \mathcal{S}, M)$, onde $G$ é um grupo, $\mathcal{S}$ é uma família de subgrupos de $G$ com índice infinito e M é um $\mathbb{Z}_2G$-módulo e obtiveram diversos resultados em Topologia Algébrica. Baseados no invariante $E(G, \mathcal{S}, M)$, Andrade e Gazon ([5]) definiram um outro invariante algébrico, dual ao anterior, denotado por $E_*(G, \mathcal{S}, M)$, utilizando a teoria de homologia de grupos ao invés da cohomologia, e demonstraram algumas propriedades específicas em teoria de dualidade de grupos. Em [4] Dicks e Dunwoody apresentaram um outro tratamento para a (co)homologia relativa de grupos considerando $W$ um $G$-conjunto não vazio e definindo os grupos de homologia $H_*(G, W; M)$ e de cohomologia $H^*(G, W; M)$. Em [3], Andrade e Fanti deram uma outra caracterização do invariante $E(G, \mathcal{S}, M)$, através da teoria de cohomologia devida a Dicks e Dunwoody, denotando esse invariante por $E(G, W, M)$ e obtendo alguns resultados em dualidade e decomposição de grupos quando $M = \mathbb{Z}_2$. O objetivo deste trabalho é, através da teoria de homologia de Dicks e Dunwoody, apresentar uma outra caracterização do invariante $E_*(G, \mathcal{S}, M)$ definido em [5]. Denotamos este invariante homológico (dual ao invariante $E(G, W, M)$ definido em [3]) por $E_*(G, W, M)$ e apresentamos também algumas computações desse invariante para módulos específicos e no caso em que $(G, W)$ é um par de dualidade de Poincaré.

# Referências

[1] ANDRADE, M.G.C.; FANTI, E.L.C. A relative cohomological invariant for pairs of groups. *Manuscripta Math.*, v.83, p.1-18, 1994.

[2] ANDRADE, M.G.C.; FANTI, E.L.C.; DACCACH, J.A. On certain relative cohomological invariant. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, Bulgária, v. 21, n. 3, p. 335-351, 2005.

[3] ANDRADE, M.G.C.; FANTI, E.L.C. The cohomological invariant E'(G,W) and some properties. *International Journal of Applied Mathematics*, v.25, p.183 - 190, 2012.

[4] Dicks, W., Dunwoody, M. J., *Groups acting on graphs*, Cambridge, Cambridge University Press, 1989.

[5] M.G.C. Andrade; A. B. Gazon, A dual homological invariant and some properties, *International Journal of Applied Mathematics*, v. 27, n. 1, 13-20, International Journal of Applied Mathematics, 2014.

*Apoio FAPERP - Processo $n^o$ 063/2014