.Anais do III Colóquio de Matemática da Região Sudeste
.Uberlândia - 13 a 17 de abril de 2015
Revista Matemática e Estatística em Foco – ISSN: 2318-0552

ESTUDO DE UMA NOVA DEMONSTRAÇÃO PARA TEOREMA DA FATORAÇÃO DE APLICAÇÕES SIGMA-NUCLEARES

Ximena Mujica
Departamento de Matemática, UFPR
r. Cel. Francisco H. Dos Santos, 100
81531-980, Curitiba, PR
Email: xmujica@ufpr.br

Ao estender resultados lineares ao caso multilinear, há várias possibilidades de fazê-lo. Neste caso, o resultado linear é o teorema da fatoração para operadores sigma-nucleares, apresentado por Pietsch em seu livro *Operator Ideals*. Esta nova demonstração, mais elegante do que aquela apresentada em minha tese de doutorado, preserva a simetria de aplicações simétricas, mas continua sendo adequada para quaisquer aplicações multi-lineares. A extensão para polinômios segue como consequência.

Referências

[1] MUJICA, X. Aplicações tau(p;q)-somantes e sigma(p)-nucleares. - Tese de Doutorado, UNICAMP - 2006.

[2] PIETSCH, A. Operator Ideals - North Holland Publishing Company - Amsterdam, 1980.

.Anais do III Colóquio de Matemática da Região Sudeste
.Uberlândia - 13 a 17 de abril de 2015
Revista Matemática e Estatística em Foco – ISSN: 2318-0552

Hiper-ideais e o método da desigualdade

Geraldo Botelho
Faculdade de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia
38408-100, Uberlândia, MG
E-mail: botelho@ufu.br

Ewerton R. Torres
Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo
05508-090, São Paulo, SP
E-mail: ewerton@ime.usp.br

RESUMO

Neste trabalho propomos um método para gerar hiper-ideais de aplicações multilineares contínuas entre espaços de Banach baseado na transformação de sequências vetoriais. A noção de hiper-ideal generaliza o conceito de multi-ideal apresentado por Pietsch em [4]. Esta nova estrutura está fundamentada na propriedade de hiper-ideal que diz o seguinte: uma subclasse $\mathcal{H}$ da classe das aplicações multilineares entre espaços de Banach satisfaz a *propriedade de hiper-ideal* se, dados números naturais n e $1 \leq m_1 < \cdots < m_n$, espaços de Banach $G_1, \ldots, G_{m_n}$, $E_1, \ldots, E_n$, F e H, se A é uma aplicação n-linear de $E_1 \times \cdots \times E_n$ em F que pertence a $\mathcal{H}$, $B_1 \colon G_1 \times \cdots \times G_{m_1} \longrightarrow E_1, \ldots, B_n \colon G_{m_{n-1}+1} \times \cdots \times G_{m_n} \longrightarrow E_n$ são aplicações multilineares e $t \colon F \longrightarrow H$ é um operador linear, então a composta

$$t \circ A \circ (B_1, \ldots, B_n) \colon G_1 \times \cdots \times G_{m_n} \longrightarrow H$$

também pertence a $\mathcal{H}$. O corpo dos escalares, $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, será denotado por $\mathbb{K}$.

O método que propomos neste trabalho para gerar hiper-ideais se baseia na noção de funtores de sequências. Em linhas gerais, um funtor de sequências é uma correspondência $\mathcal{X}$ que a cada espaço de Banach E faz corresponder um espaço de Banach $\mathcal{X}(E)$ formado por sequências em E com propriedades similares àquelas definidas em, por exemplo, [1]. Dados $\mathcal{X}$ e $\mathcal{Y}$ funtores de sequências, dizemos que uma aplicação n-linear $A \colon E_1 \times \cdots \times E_n \longrightarrow F$ é $(\mathcal{X} - \mathcal{Y})$-*somante* se existe uma constante $C > 0$ tal que

$$\|(A(x_j^1, \ldots, x_j^n))_{j=1}^k\|_{\mathcal{Y}(F)} \leq C \cdot \sup \|(T(x_j^1, \ldots, x_j^n))_{j=1}^k\|_{\mathcal{X}(\mathbb{K})},$$

para todo $k \in \mathbb{N}$ e todas sequências finitas $(x_j^1)_{j=1}^k \subset E_1, \ldots,\ (x_j^n)_{j=1}^k \subset E_n$, onde o supremo é tomado sobre todas as formas n-lineares contínuas em $E_1 \times \cdots \times E_n$ de norma ≤ 1.

O teorema principal deste trabalho afirma que, com condições pouco restritivas sobre os funtores $\mathcal{X}$ e $\mathcal{Y}$, a classe das aplicações multilineares $(\mathcal{X} - \mathcal{Y})$-somantes é um hiper-ideal.

Para escolhas concretas de funtores $\mathcal{X}$ e $\mathcal{Y}$, tal método permite mostrar que várias classes interessantes de aplicações multilineares são hiper-ideais. Em particular, escolhendo $\mathcal{X}(E) = \mathcal{Y}(E) = \ell_p(E)$, prova-se que a classe das aplicações multilineares fortemente p-somantes (introduzida em [3] como uma notável generalização multilinear do ideal dos operadores absolutamente somantes – veja [2]) é um hiper-ideal.

Referências

[1] BOTELHO, G.; CARIELLO, D.; FÁVARO, V. V.; PELLEGRINO, D. *Maximal spaceability in sequence spaces*, Linear Algebra and its Applications v. 437, p. 2978-2985, 2012.

[2] DIESTEL, J.; JARCHOW, H.; TONGE, A. *Absolutely Summing Operators*, New York: Cambridge University Press, 1995.

[3] DIMANT, V. *Strongly p-summing multilinear operators*, Journal of Mathematical Analysis and Applications v. 278, p. 182-193, 2003.

[4] PIETSCH, A. *Ideals of multilinear functionals*, Proceedings of the Second International Conference on Operator Algebras, Ideals and Their Applications in Theoretical Physics, Leipzig Teubner Texte Math v. 62, p. 185-199, 1983.

Operadores de convolução hipercíclicos em espaços de funções Θ-holomorfas de um dado tipo e uma dada ordem

V.V. Fávaro **A. M. Jatobá**
Faculdade de Matemática, UFU
Av. João Naves de Ávila 2121
38408-100, Uberlândia, MG
E-mail: vvfavaro@gmail.com marques@famat.ufu.br

RESUMO

Neste trabalho provamos um resultado de hiperciclicidade para operadores de convolução defenidos sobre certos espaços de funções inteiras defnidas num espaço de Banach dado (Teorema 1). O enunciado do Teorema 1 lida com o conceito de π_1-tipo de holomorfia introduzida em [1]. Neste trabalho E denota um espaço de Banach sobre $\mathbb{C}$ e E' o dual topológico de E.

Definição 1 *Seja* $(\mathcal{P}_\Theta({}^jE))_{j=0}^\infty$ *um tipo de holomorfia de* E *em* $\mathbb{C}$*. Se* $\rho > 0$ *e* $k \geq 1$*, denotamos por* $\mathcal{B}^k_{\Theta,\rho}(E)$ *o espaço vetorial complexo de todas* $f \in \mathcal{H}(E)$ *tais que* $\widehat{d}^j f(0) \in \mathcal{P}_\Theta\left({}^jE\right)$*, para todo* $j \in \mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \ldots\}$ *e*

$$\|f\|_{\Theta,k,\rho} = \sum_{j=0}^{\infty} \rho^{-j} \left(\frac{j}{ke}\right)^{\frac{j}{k}} \left\|\frac{1}{j!}\widehat{d}^j f(0)\right\|_\Theta < +\infty,$$

que é um espaço de Banach com a norma $\|\cdot\|_{\Theta,k,\rho}$.

Definição 2 *Seja* $(\mathcal{P}_\Theta({}^jE))_{j=0}^\infty$ *um tipo de holomorfia de* E *em* $\mathbb{C}$ *e* $k \geq 1$*. Denotaremos por* $Exp^k_{\Theta,0}(E)$ *o espaço vetorial complexo* $\bigcap_{\rho>0} \mathcal{B}^k_{\Theta,\rho}(E)$ *com a topologia limite projetivo localmente convexa. Aqui estamos considerando a topologia projetivo dada pelas inclusões naturais.*

Definição 3 Seja $k \geq 1$. Um *operador de convolução* em $Exp^k_{\Theta,0}(E)$ é uma aplicação linear contínua

$$\mathcal{O}\colon Exp^k_{\Theta,0}(E) \longrightarrow Exp^k_{\Theta,0}(E)$$

tal que $\tau_{-a}(\mathcal{O}(f)) = \mathcal{O}(\tau_{-a}f)$, para todo $a \in E$ e $f \in Exp^k_{\Theta,0}(E)$, onde $\tau_{-a}f(x) = f(x+a)$, para todo $x \in E$.

Teorema 1 *Seja* $k \geq 1$,, E' *separável e* $(\mathcal{P}_\Theta({}^jE))_{j=0}^\infty$ *um* π_1*-tipo de holomorfia de* E *em* $\mathbb{C}$*. Então todo operador de convolução em* $Exp^k_{\Theta,0}(E)$ *que não é múltiplo da identidade é hipercíclico.*

Referências

[1] V.V. Fávaro, A. M. Jatobá *Holomorphy types and spaces of entire functions of bounded type on Banach spaces.* Czechoslovak Mathematical Journal, v. 59, p. 909 – 927, 2009.

[2] V.V. Fávaro, A. M. Jatobá *Holomorphy types and the Fourier-Borel transform between spaces of entire functions of a given type and order defined on Banach spaces.* Mathematica Scandinavica , v. 110, p. 111 – 139, 2012.

[3] L. Nachbin, *Topology on Spaces of Holomorphic Mappings.* Springer, New York, 1969.

.Anais do III Colóquio de Matemática da Região Sudeste
.Uberlândia - 13 a 17 de abril de 2015
Revista Matemática e Estatística em Foco – ISSN: 2318-0552

Sobre a igualdade $(\mathcal{I} \circ \mathcal{J})^{\text{dual}} = \mathcal{J}^{\text{dual}} \circ \mathcal{I}^{\text{dual}}$

Geraldo Márcio de Azevedo Botelho **Giselle Moraes R. Pereira**
Faculdade de Matemática, UFU
Av. João Naves de Ávila 2121
38408-100, Uberlândia, MG
E-mail: botelho@ufu.br gisellemoraes@famat.ufu.br

RESUMO

O objetivo deste trabalho é combinar dois procedimentos canônicos da teoria de ideais de operadores lineares entre espaços de Banach: o dual $\mathcal{I}^{\text{dual}}$ de um ideal $\mathcal{I}$; e a composição $\mathcal{I} \circ \mathcal{J}$ dos ideais de operadores $\mathcal{I}$ e $\mathcal{J}$, que definiremos a seguir.

Dados os espaços de Banach E e F e $\mathcal{I}$ um ideal de operadores, seu dual é definido como $\mathcal{I}^{\text{dual}}(E;F) := \{u \in \mathcal{L}(E;F) : u' \in \mathcal{I}(F';E')\}$, onde u' denota o adjunto do operador u. E, dados $\mathcal{I}$ e $\mathcal{J}$ ideais de operadores e $u \in \mathcal{L}(E;F)$, dizemos que u pertence a $\mathcal{I} \circ \mathcal{J}(E;F)$ se existem um espaço de Banach G e operadores $v \in \mathcal{J}(E;G)$ e $w \in \mathcal{I}(G;F)$ tais que $u = w \circ v$.

A ideia deste trabalho é, dados ideais $\mathcal{I}, \mathcal{J}$ e espaços de Banach E e F sobre o corpo $\mathbb{K} := \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, investigar a validade da igualdade

$$(\mathcal{I} \circ \mathcal{J})^{\text{dual}}(E;F) = \mathcal{J}^{\text{dual}} \circ \mathcal{I}^{\text{dual}}(E;F).$$

Mostraremos que a igualdade acima será verdadeira acrescentando uma condição ao espaço F e uma condição aos ideais $\mathcal{I}$ e $\mathcal{J}$; mais precisamente, a igualdade será verdadeira se F for reflexivo e os ideais estiverem contidos em seus respectivos duais, ou seja, se os ideais forem simétricos. Este trabalho foi baseado na dissertação [5] e nas referências [1,2,3,4,6].

Referências

[1] BOTELHO, G.; PELLEGRINO, P.; TEIXEIRA E. *Fundamentos de Análise Funcional.* SBM, 2012.

[2] DEFANT A.; FLORET, K. *Tensor norms and operator ideals.* North-Holland, 1993.

[3] JARCHOW, H. *Locally Convex Spaces.* B. G. Teubner Stuttgart, 1981.

[4] MEGGINSON, R. E. *An introduction to Banach space theory.* Springer-Verlag, 1998.

[5] PEREIRA, G. M. R. O dual de um ideal de operadores e ideais de operadores simétricos entre espaços de Banach. *Dissertação de Mestrado*, UFU, 2012.

[6] PIETSCH, A. *Operator ideals.* North-Holland, 1980.

.Anais do III Colóquio de Matemática da Região Sudeste
.Uberlândia - 13 a 17 de abril de 2015
Revista Matemática e Estatística em Foco – ISSN: 2318-0552

The surjective hull of the composition ideal of polynomials

Sonia Berrios   Geraldo Botelho *
Faculdade de Matemática, UFU
Av. João Naves de Ávila 2121
38408-100, Uberlândia, MG
E-mail: soniles@famat.ufu.br   botelho@ufu.br

Pilar Rueda†
Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Valencia
Av. Blasco Ibáñez, 13
46100, Burjasot-Valencia, Spain
E-mail: pilar.rueda@uv.es

ABSTRACT

Let $\mathcal{I}$ be an ideal of operators between Banach spaces in the sense of Pietsch [2]. An n-homogeneous polynomial $P \in \mathcal{P}(^nE;F)$ belongs to $\mathcal{I} \circ \mathcal{P}$ if there exists a Banach G, an n-homogeneous polynomial $Q \in \mathcal{P}(^nE;G)$ and an operator $u \in \mathcal{I}(G;F)$ such that $P = u \circ Q$.

Let $\mathcal{Q}$ be a polynomial ideal. A continuous n-homogeneous polynomial $P \in \mathcal{P}(^nE;F)$ belongs to the surjective hull $\mathcal{Q}^{sur}$ of $\mathcal{Q}$ if $P \circ Q_E \in \mathcal{Q}(^n\ell_1(B_E);F)$ where $Q_E : \ell_1(B_E) \to E$ is the canonical surjection. The polynomial ideal $\mathcal{Q}$ is said to be surjective if $\mathcal{Q} = \mathcal{Q}^{sur}$.

Given a normed polynomial ideal $(\mathcal{Q}, \|\cdot\|_{\mathcal{Q}})$ and a polynomial $P \in \mathcal{Q}^{sur}(^nE;F)$, we define

$$\|P\|_{\mathcal{Q}^{sur}} := \|P \circ Q_E\|_{\mathcal{Q}}.$$

In this work we study the surjective hull of the composition ideal $\mathcal{I} \circ \mathcal{P}$, and as a application we describe the surjective hull of the ideal $\overline{\mathcal{P}^{\mathcal{F}}}$of polynomials that can be approximated, in the sup norm, by finite rank polynomials.

The set of all $\mathcal{I}$- bounded n-homogeneous polynomials fron E to F is denoted by $\mathcal{P}_{\mathcal{I}}(^nE;F)$ (see [1]).

Theorem. (a) If $\mathcal{I}$ is an operator ideal, then $(\mathcal{I} \circ \mathcal{P})^{sur} = \mathcal{P}_{\mathcal{I}}$. In particular, the polynomial ideal $\mathcal{P}_{\mathcal{I}}$ is surjective.

(b) If $(\mathcal{I}, \|\cdot\|_{\mathcal{I}})$ is a normed operator ideal, then

$$\|P\|_{\mathcal{P}_{\mathcal{I}}} \le \|P\|_{(\mathcal{I}\circ\mathcal{P})^{sur}} \le \frac{n^n}{n!}\|P\|_{\mathcal{P}_{\mathcal{I}}}$$

for every $P \in \mathcal{P}_{\mathcal{I}}(E;F)$.

Corollary. $\overline{\mathcal{P}^{\mathcal{F}}}^{sur} = \mathcal{P}^{\mathcal{K}}$.

Here $\mathcal{P}^{\mathcal{K}}$ denotes the ideal of compact polynomials. Finally, under the condition Γ, introduced in [1], we prove that

Proposition. If $\mathcal{I}$ is an operator ideal such that satisfies the condition Γ then $(\mathcal{I} \circ \mathcal{P})^{sur} = \mathcal{I}^{sur} \circ \mathcal{P}$.

Referências

[1] ARON, R. and RUEDA, P. *Ideals of homogeneous polynomials*, Publ. Res. Inst. Math. Sci. v. 48, n. 4, p. 957-969, 2012.

[2] PIETSCH, A. *Operator Ideals*, North-Holland, 1980.

*Supported by CNPq Grant 302177/2011-6 and Fapemig Grant PPM-00326-13
†Supported by Ministerio de Ciencia y Innovación MTM2011-22417