

Equivalências do V Postulado de Euclides

Fernanda A. Caixeta¹

Marcelo G. O. Vieira

Faculdade de Ciências Integradas do Pontal, UFU
Rua Vinte, 1600 – Bairro Tupã
38304-402, Ituiutaba, MG

Email: fernandacaixeta@outlook.com

mgov@pontal.ufu.br

RESUMO

Fundamentada na obra de Euclides, intitulada Elementos e publicada aproximadamente no ano 300 a.C., a Geometria Euclidiana trata-se de uma teoria baseada no método axiomático, sendo esta constituída inicialmente por cinco axiomas. Os quatro primeiros axiomas foram facilmente aceitos pelos matemáticos da época, entretanto o quinto axioma, o V Postulado de Euclides, desde a sua criação, foi alvo de críticas e vários questionamentos. Para muitos matemáticos, aquilo que Euclides considerava um axioma, era considerado por eles como sendo uma proposição, logo passível de prova a partir dos axiomas e proposições estabelecidas anteriormente.

Ao longo da História, diferentes matemáticos pelo mundo se dedicaram ao desafio de demonstrar o V Postulado de Euclides, como por exemplo, Ptolomeu, Próculo, John Wallis, Nasin Eddin, dentre outros. As demonstrações exibidas por eles apresentavam uma coisa em comum, elas utilizavam nas suas argumentações alguma versão equivalente ao V Postulado de Euclides, o que tornavam estas supostas demonstrações do V Postulado contraditórias. Evidentemente, tais equivalências eram desconhecidas pelos matemáticos em questão.

Atualmente, tem-se a compreensão que considerando-se a veracidade do V Postulado de Euclides, isto conduz a construção da teoria conhecida como Geometria Euclidiana, e considerando-se a veracidade da negação do V Postulado de Euclides, isto conduz a construção de outras Geometrias bem estabelecidas.

O objetivo deste trabalho é catalogar algumas das inúmeras equivalências do V Postulado de Euclides e apresentar as demonstrações que validam estas equivalências. Citamos abaixo o enunciado do V Postulado de Euclides e o enunciado de algumas das suas principais equivalências:

- **V Postulado de Euclides**: Se uma reta r intercepta duas outras retas r_1 e r_2 , no mesmo plano, de modo que a soma dos ângulos colaterais internos, de um mesmo lado da reta transversal r , é menor que 180, então r_1 e r_2 se encontram daquele lado da transversal r .
- **Axioma de Playfair ou Axioma das Paralelas**: Por um ponto não pertence a uma reta pode-se traçar uma única reta paralela à reta dada.
- Se duas retas paralelas são cortadas por uma transversal, então os ângulos alternos internos são congruentes.
- A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180.

Referências

- [1] BARBOSA, J. L. M. Geometria Euclidiana Plana. Rio de Janeiro: SBM, 2005.
[2] BARBOSA, J. L. M. Geometria Hiperbólica. Goiânia: Editora da UFG, 2002.
[3] REZENDE, E. Q. F. & QUEIROZ, M. L. B. *Geometria Euclidiana Plana e Construções Geométricas*. 2 ed. Campinas: Editora UNICAMP, 2006.

¹Bolsista do Programa de Ensino Tutorial - PET/SESu

Superfícies com Curvatura Gaussiana Negativa

Róbson L. Santos* **Romildo S. Pina**

Instituto de Matemática e Estatística, UFG

Caixa Postal 131

74001-970, Goiânia, GO

E-mail: robsonlousa@hotmail.com

romildo@ufg.com

RESUMO

O trabalho que pretende ser apresentado em forma de pôster no III Colóquio de Matemática da Região Sudeste é fruto do projeto de Iniciação Científica PIBIC/CNPq realizado durante agosto de 2014 até o presente momento, com término em julho de 2015. O projeto consiste no estudo das principais propriedades das superfícies no espaço, com foco principal nas superfícies que possuem curvatura gaussiana negativa, para tanto, foi preciso um estudo prévio de curvas no plano e no espaço, estudo este realizado durante o desenvolvimento do projeto para o Programa Jovens Talentos para a Ciência ocorrido no período de agosto de 2013 a julho de 2014, ambos sob orientação do Dr. Romildo da Silva Pina.

Superfícies, sumariamente, podem ser entendidas como o plano cortado, deformado, curvado e remendado, sendo o próprio plano uma superfície. Por necessidade de uma formalização, é definido o conceito de Superfícies Regulares como sendo um subconjunto S de \mathbb{R}^3 tal que para cada ponto de S existe uma vizinhança e uma aplicação diferenciável, homeomórfica, que possui diferencial injetiva para todo ponto de um aberto de \mathbb{R}^2 sobre esta vizinhança contida em \mathbb{R}^3 .

São estas superfícies que vêm sendo estudadas no desenvolvimento do projeto, para assim chegar ao conceito de Curvatura Gaussiana e finalmente definir Superfícies com Curvatura Gaussiana Negativa, principal objeto deste estudo.

Referências

- [1] CARMO, M. P. Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies. 5ª ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2012.
- [2] TENENBLAT, K. Introdução à Geometria Diferencial. 2ª ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2008.

*Bolsista de Iniciação Científica PIBIC/CNPq