

Geometria de Finsler e Superfícies Mínimas Helicoidais num Espaço de Randers

Rosângela M. da Silva

Instituto de Matemática e Estatística, UFG
Campus II (Samambaia), Caixa Postal 131
74001-970, Goiânia, GO
Email: rosams@ufg.br

Keti Tenenblat

Departamento de Matemática, UnB
Campus Universitário Darcy Ribeiro
70910-900, Brasília, DF
Email: keti@mat.unb.br

RESUMO

Consideramos a métrica Euclidiana de $\mathbb{R}^3$ perturbada por uma rotação. Este espaço de Finsler, (M^3, F) , é a região aberta de $\mathbb{R}^3$ limitada pelo cilindro com uma métrica de Randers. Usando a forma de volume de Busemann-Hausdorff, provamos que o helicóide é uma superfície mínima em M^3 , somente se o eixo do helicóide é o eixo do cilindro. Além disto, provamos que no espaço de Randers (M^3, F) , as únicas superfícies mínimas da família a um-parâmetro de superfícies da transformação de Bonnet com o eixo fixado Ox^3 , são os catenóides e os helicóides.

Referências

- [1] da SILVA, R.; TENENBLAT, K. Minimal Surfaces in a Cylindrical Region of $\mathbb{R}^3$ with a Randers Metric. *Houston Journal of Mathematics*, v. 37, p. 745-771, 2011.
- [2] da SILVA, R.; TENENBLAT, K. Helicoidal Minimal Surfaces in a Finsler Space of Randers Type. *Canadian Mathematical Bulletin*, v. 57, p. 765-779, 2014.

Spectrum of the Laplacian on Radial Graphs

Rodrigo B. de Matos*

Fabio B. Montenegro†

Department of Mathematics, UFC

Av Humberto Monte, S/N

Fortaleza-CE

E-mail: rodrigo.matos@mat.ufc.br

zefabio@mat.ufc.br

ABSTRACT

In this work, we prove that if $M = [0, \infty) \times \mathbb{S}^{n-1}$ is a riemannian model whose metric is given by $g_M = dt^2 + r^2(t)g_{\mathbb{S}^{n-1}}$, where $0 < r'(t) \leq c$ for $t > 0$, then the spectrum of the Laplace operator on M is the interval $[0, \infty)$. As a consequence, we reach that if M is a complete hypersurface on $\mathbb{R}^{n+1}$ which is the graph of a radial function, then the spectrum of the Laplace operator on M is the interval $[0, \infty)$. This allow us to construct limited hypersurfaces with the same spectrum of $\mathbb{R}^{n+1}$ which is nontrivial since every compact manifold has discrete spectrum. We will also indicate possible generalizations and discuss some open problems.

Referências

- [1] Donnelly, H., *On the essential spectrum of a complete Riemannian manifold*, Topology 20 (1981) 1-14. 497-503.
- [2] Escobar, J. F.; Freire, A., *The spectrum of the Laplacian of manifolds of positive curvature*, Duke Math. J.65 (1992), 1-21.
- [3] Kumura, H., *On the spectrum of the Laplacian on complete manifolds*, J. Math. Soc. Japan 49 (1997), 1-14.
- [4] Matos, R.; Montenegro, F., *Spectrum of the Laplacian on radial Graphs* Preprint arXiv:1303.3293
- [5] Monte, L. A. C., Montenegro, J. F., *Essential spectrum of a class of Riemannian manifolds* Preprint: arXiv:1205.5428

*Master of Science Fellowship, CNPq

†Partially supported by CNPq

Uma classe de hipersuperfícies de Dupin em $\mathbb{R}^5$, com curvatura de Lie não constante.

Luciana Ávila Rodrigues¹

Departamento de Matemática, UnB
Campus Darcy Ribeiro
70910-900, Brasília, DF
Email: luavila@mat.unb.br

RESUMO

Neste trabalho pretendemos apresentar os resultados obtidos em [1], em colaboração com os professores Ketí Tenenblat (UnB) e Marcelo Ferro (UFG).

Uma hipersuperfície, M^{n-1} em $\mathbb{R}^n$ é de Dupin se cada curvatura principal é constante ao longo de sua correspondente linha ou superfície de curvatura. A hipersuperfície de Dupin é chamada própria se satisfaz a condição adicional de que o número de curvaturas principais distintas é constante em M .

Consideramos hipersuperfícies de Dupin em $\mathbb{R}^5$, parametrizadas por linhas de curvatura e com quatro curvaturas principais distintas. O nosso resultado principal prova uma caracterização de tais hipersuperfícies em termos das curvaturas principais e de três funções vetoriais que dependem de uma só variável. Mostramos que essas funções vetoriais descrevem curvas planas. Para mostrar tal caracterização usamos a teoria dos invariantes de Laplace. Além disso, mostramos que essas hipersuperfícies tem curvatura de Lie não constante e que algumas curvaturas de Moebius são constantes ao longo de certas linhas de curvatura. Fornecemos exemplos de tais hipersuperfícies de Dupin que são irredutíveis.

Referência:

[1] Ferro, M. L.; Rodrigues, L. A.; Tenenblat, K. On a class of Dupin hypersurfaces in $\mathbb{R}^5$ with nonconstant Lie curvature. Geometriae Dedicata, 169 (2014), 301-321.

¹Parcialmente financiado por CAPES PROCAD.

Uma generalização do Teorema de Aleksandrov

Rodrigo Silva dos Santos

Centro de Ciência e Tecnologia em Energia e Sustentabilidade, UFRB
Avenida Centenário, 697
44085-132, Feira de Santana, BA
E-mail: rodrigo.santos@ufrb.edu.br

RESUMO

O estudo das hipersuperfícies do espaço euclidiano tridimensional que possuem ou curvatura média constante, ou curvatura gaussiana constante, constitui um tópico clássico da Geometria Diferencial.

Em 1954, Hsiung mostrou que se M é uma hipersuperfície estritamente convexa ou estrelada com curvatura média superior constante então M é necessariamente uma esfera. Em particular se a curvatura de Gauss-Kronecker é constante e M é mergulhada no espaço euclidiano, então pelo Teorema de Hadamard para hipersuperfícies convexas, M é uma esfera. O caso convexo foi estudado previamente por Liebmann e Süus, sendo que o primeiro mostrou em 1899 que as esferas são as únicas superfícies compactas no espaço euclidiano com curvatura Gaussiana constante. Ele também mostrou que as esferas são as únicas superfícies ovais com curvatura média H constante.

Em 1958, Aleksandrov estendeu o resultado de Liebmann mostrando que a única hipersuperfície compacta e mergulhada no espaço euclidiano com curvatura média H_1 constante é uma esfera. No caso de hipersuperfícies compactas imersas, Hsiang, Teng e Yu e Wentz foram capazes de construir exemplos não esféricos no espaço das matrizes e no espaço euclidiano, respectivamente.

Em 1988, Ros provou que se a curvatura escalar H_2 é constante e a hipersuperfície é mergulhada então ela deve ser uma esfera. Entretanto, em 1987, Ros estendera este resultado para qualquer H_r . Em linhas gerais, ele provou o seguinte resultado

“Uma hipersuperfície compacta mergulhada no Espaço Euclidiano com H_r constante para algum $r = 1, \dots, n$ é uma esfera.”

Neste trabalho estaremos estendendo o resultado acima no seguinte sentido:

“Se $S \subset \mathbb{R}^{n+1}$ é uma hipersuperfície compacta mergulhada com alguma curvatura média alta constante em um cone convexo suave por partes C e perpendicular a ∂C então S é parte de uma hipersfera redonda”.

Para provar este teorema, estendemos uma fórmula integral de Minkowski obtida por Hsiung e uma desigualdade integral inspirada no trabalho de Heintze & Karcher e obtida por Ros.

Referências

- [1] CARMO, M. P. *Geometria Riemanniana*. Projeto Euclides: IMPA, Rio de Janeiro, 5ª Edição, 2011.
- [2] CHOE, J.; PARK, S. Capillary surfaces in a convex cone. *Math. Z.*, n. 267, p. 875-886, 2011.
- [3] HSIUNG, C. C. Some integral formula for closed hypersurfaces. *Math. Scand*, n. 2, p. 286-294, 1954.
- [4] MONTIEL, S.; ROS, A. Compact Hypersurfaces: The Alexandrov Theorem for Higher Order Mean Curvatures. in *Differential Geometry* (ed. B. Lawson and K. Tenenblat), p. 279-296, Essex, Longman, 1991.
- [5] Reilly, R. Geometric Applications of the Solvability of Neumann Problems on a Riemannian Manifold. *California Univ.*, p. 23-29, 1980.
- [6] ROS, A. Compact Hypersurfaces with Constant Higher Order Mean Curvatures. *Revista Matemática Iberoamericana*, n. 3, p. 447-453, 1987.