

ALGORITMOS GENÉTICOS USADOS NA OBTENÇÃO DE AUTÔMATOS CELULARES PARA RESOLUÇÃO DA TAREFA DE CLASSIFICAÇÃO DE DENSIDADE NO ESPAÇO BIDIMENSIONAL

ENRIQUE FYNN¹, GINA MAIRA B. DE OLIVEIRA², LUIZ GUSTAVO A. MARTINS³

Resumo: Os Autômatos Celulares (ACs) são sistemas discretos que se tornaram ferramentas importantes no estudo de sistemas complexos. Eles são caracterizados por uma regra de transição de estados, que determina qual será o próximo estado do reticulado do AC. A exemplo de outros sistemas desta classe, os ACs exibem um comportamento determinístico, dinâmico, complexo e imprevisível. Um aspecto bastante estudado dos Autômatos Celulares diz respeito a como eles realizam computações. Os ACs computam através de processamentos locais e intrinsecamente paralelos que ao final exibem um comportamento global. Mesmo utilizando-se técnicas de busca, o processo de encontrar regras de transição de ACs com habilidade computacional não é trivial uma vez que envolve espaços de regras de alta cardinalidade. As técnicas de busca baseadas em Computação Evolutiva foram as que mais se adequaram a esse problema. Neste trabalho, a tarefa conhecida como Tarefa da Classificação da Densidade (TCD) foi investigada, com ênfase em sua versão bidimensional. Diferentes regras de ACs foram analisadas considerando-se as vizinhanças de *von Neumann* e de *Moore*. Também foram estudadas as regras em diversos tamanhos de reticulados. Experimentos evolutivos foram realizados nesses cenários e um novo comportamento interessante foi observado: a dependência da eficácia da regra com a paridade do tamanho do reticulado na qual a mesma é aplicada.

Palavras Chave: Autômatos Celulares, Algoritmos Genéticos, Tarefa de Classificação da Densidade.

1 Faculdade de Computação, Universidade Federal de Uberlândia, e-mail: enriquefynn@gmail.com

2 Faculdade de Computação, Universidade Federal de Uberlândia, e-mail: gina@facom.ufu.br

3 Faculdade de Computação, Universidade Federal de Uberlândia, e-mail: gustavo@facom.ufu.br

Av. João Naves de Ávila 2121, Uberlândia, 38408-100.

Abstract: Cellular Automata (CA) are discrete systems that have become important tools in the study of complex systems. They are characterized by a rule of states transition, which determines the next state of the CA lattice. Like other systems of this class, CA shows a deterministic, dynamic, complex and unpredictable behavior. A well-studied aspect of the Cellular Automata is respect to how they perform computations. CA computes through local and intrinsically parallel processes that, in the end, exhibit a global behavior. Even using search techniques, the process of searching CA rules with computational ability is not trivial, since it involves spaces of high cardinality rules. The evolutionary search is usually carried out in rule spaces with high cardinality. The search techniques based on evolutionary computation were that more adjusted to this problem. In this work, the task known as Density Classification Task (DCT) was investigated, with emphasis in its two-dimensional version. Different CA rules were analyzed considering both *von Neumann* and *Moore* neighborhoods. We have also analyzed the rules in several lattice sizes. Evolutionary experiments were made in those scenarios and a new interesting behavior was observed: the dependence of the effectiveness of the rule in relation of the parity of lattice size that the rule was evaluated.

Keywords: Cellular Automata, Genetic Algorithms, Density Classification Task.

1. INTRODUÇÃO

Autômatos Celulares (ACs) são estruturas computacionais de implementação extremamente simples, que permite a manipulação direta de seus parâmetros para o estudo de sua dinâmica (Wolfram, 2002). Um AC é definido por seu espaço celular e por sua regra de transição. A habilidade dos ACs executarem tarefas computacionais complexas, mesmo sendo baseados em iterações simples e locais, tem atraído o interesse dos pesquisadores (Mitchell, 1996). O entendimento desse comportamento pode auxiliar os pesquisadores na elaboração de novos paradigmas computacionais, com elementos massivamente paralelos da nanotecnologia. Além disso, existem diversas aplicações práticas para os autômatos celulares, como criptografia, escalonamento, entre outras.

Uma vez definida a tarefa computacional que se deseja resolver deve-se estabelecer o espaço de regras no qual a mesma será investigada: tamanho, dimensão do reticulado e tamanho da vizinhança, associada ao tamanho da regra de transição. Com essas definições, o objetivo é encontrar regras de transição, dentro do espaço especificado, que resolva a tarefa

com uma boa eficácia. Entretanto, encontrar uma regra de transição desse tipo não é uma tarefa fácil. Mesmo utilizando-se técnicas de busca, o processo de encontrar regras de transição de ACs com habilidade computacional não é trivial uma vez que envolve espaços de regras de alta cardinalidade. As técnicas de busca baseadas em Computação Evolutiva (CE) foram as que mais se adequaram a esse problema (Mitchell et al. 1993). Algoritmos Genéticos (AGs) são técnicas de busca não determinística que fazem parte da CE (Goldberg, 1985). Uma das abordagens mais bem sucedidas é o uso de algoritmos genéticos para encontrar regras de transição de ACs capazes de executar uma tarefa computacional específica (Das et al., 1995; Oliveira et al., 2000; Mitchell et al., 1996).

Neste trabalho a tarefa computacional conhecida como Tarefa da Classificação da Densidade (TCD) foi investigada (Packard, 1988). Apesar dessa tarefa ser amplamente investigada no espaço unidimensional, nossa ênfase é a análise da TCD no espaço bidimensional. Os dois tipos de vizinhança bidimensional mais comuns foram utilizadas: vizinhança de *Moore* e vizinhança *von Neumann* (Morales et al., 2001). Além do uso dos AGs na busca das regras de transição, um parâmetro advindo do estudo da equivalência dinâmica das regras (Wolfram, 2002) se mostrou importante para guiar a busca evolutiva. Ele foi denominado neste trabalho espelho-negativo, ou *EspNeg*. Estratégias normalmente investigadas nos algoritmos evolutivos também foram incorporadas à busca básica dos AGs: a coevolução (Juillé & Pollack, 1998) e a avaliação adaptativa (Goldberg, 1985). Com a aplicação dessas estratégias, em conjunto com o parâmetro *EspNeg*, fomos capazes de encontrar regras eficazes tanto na vizinhança de *von Neumann*, quanto na vizinhança de *Moore*. Além disso, um comportamento interessante nunca antes observado nos estudos da TCD foi identificado: a dependência da eficácia da regra com a paridade do tamanho do reticulado. Para o caso dos reticulados de tamanho par, foi encontrada a melhor regra já publicada para a vizinhança de *von Neumann* e identificou-se que a mesma tem uma dependência menor em relação à paridade que outras regras já publicada para reticulados de tamanho ímpar.

Na seção 2 é dada uma breve descrição sobre algoritmos genéticos e sua utilização na busca de “boas” regras de AC que realizam algum tipo de tarefa computacional. A seção 3 descreve os autômatos celulares, sua capacidade computacional e alguns tipos de vizinhança, dando maior ênfase nos ACs bidimensionais que são analisados neste trabalho. A tarefa computacional mais empregada no estudo de ACs (Tarefa de Classificação da Densidade - TCD) é descrita na seção 4. A seção 5 apresenta o ambiente evolutivo utilizado na evolução das regras de AC empregadas na TCD. Na seção 6 são descritos os experimentos realizados, bem como apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir desses experimentos. Por fim, as conclusões principais deste trabalho são apresentadas na seção 7.

2. ALGORITMOS GENÉTICOS

A Computação Evolutiva (CE) estuda um conjunto de técnicas de otimização estocástica inspiradas no processo evolutivo biológico, entre as quais os Algoritmos Genéticos (AGs) constituem a técnica mais conhecida (Goldberg, 1985). Nos AGs, parte-se de uma população inicial de soluções candidatas geradas aleatoriamente que são avaliadas de forma a averiguar sua proximidade à solução do problema.

Baseado nesta avaliação, um processo de seleção separa um subconjunto desta população para servir de base para a geração de uma nova população de soluções candidatas. Esta nova população é obtida a partir da aplicação de operadores genéticos sobre o subconjunto selecionado. É esperado que a nova população seja formada por um conjunto de soluções melhores que aquelas utilizadas em sua formação. Esse processo se repete de modo que, ao longo das iterações, a população evolui até que se chegue a soluções satisfatórias. O fluxograma de funcionamento de um AG padrão é apresentado na Figura 1.

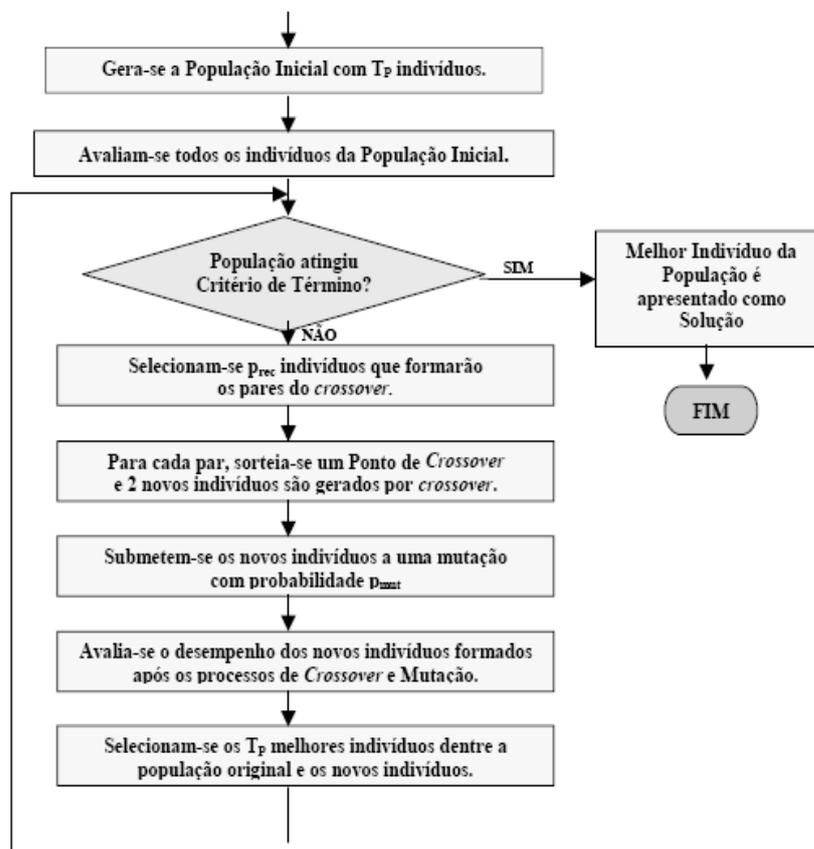


Figura 1 – Fluxograma do Algoritmo Genético

Essa área de pesquisa tem grande interesse econômico e social, se apresentando de inúmeras formas, da área de engenharia à área médica (Mitchell et al., 1993; Michell, 1996; Michell et al., 1996; Michell et al., 1997). Os algoritmos genéticos têm uma importância

significativa na especificação de regras de ACs capazes de realizar uma tarefa computacional. Essa técnica é muito útil quando o conjunto de possíveis soluções de um problema é muito grande e uma busca por força bruta é inviável, Os AGs são usados neste trabalho para encontrar as melhores regras na tarefa de classificação de densidade bidimensional. Nesse problema específico, empregando-se a vizinhança de *Moore* que é formada por nove células e uma regra de transição possui 512 bits, o espaço de busca é formado por 2^{512} possíveis regras. Isto é, impossível de se realizar uma busca exaustiva para encontrar a melhor regra.

A elaboração do ambiente evolutivo utilizado nos experimentos foi baseada no AG descrito em (Das et al., 1995) e na evolução guiada por parâmetros descrita em (Oliveira et al., 2001). A população do AG é formada por regras de ACs bidimensionais que são representadas diretamente por cadeias binárias de tamanho fixo: 32 bits se a vizinhança utilizada for a de *von Neumann* e 512 bits se for a de *Moore*. A aptidão de cada indivíduo é dada pela sua habilidade em executar a tarefa em questão. Na especificação do modelo, foi usada a técnica conhecida como elitismo (Das et al., 1995), que mantém as melhores regras para a próxima geração.

3. AUTÔMATOS CELULARES

Autômatos Celulares (ACs) são sistemas totalmente discretos: espaço, tempo e domínio das variáveis. Um AC é definido por seu espaço celular e por sua regra de transição. O espaço celular é um reticulado de N células idênticas dispostas em um arranjo d -dimensional. Cada célula com um padrão idêntico de conexões locais para outras células e com condições de contorno. A regra de transição fornece o próximo estado para cada célula, como uma função da configuração da sua vizinhança atual. A cada passo de tempo, todas as células do reticulado atualizam seus estados de acordo com esta regra. Cada célula do reticulado assume um estado a cada passo de tempo, dentre um conjunto finito de estados possíveis. A regra de transição faz um mapeamento entre células vizinhas para determinar o novo estado da célula central da vizinhança. A aplicação da regra de transição em todas as células do reticulado corresponde a um passo de tempo. Normalmente, o reticulado do AC é submetido à regra de transição por vários passos de tempo resultando no que foi chamado de evolução temporal do AC. Os ACs aqui pesquisados são binários, ou seja, cada célula pode assumir o valor 0 ou 1.

No caso unidimensional, a atualização de uma célula no reticulado depende da vizinhança da célula em questão, sendo que o tamanho da vizinhança é dado por $2 \times \text{raio} + 1$. Considere um AC unidimensional binário de raio 1, onde a vizinhança é formada por três células.

Enquanto os ACs unidimensionais possuem apenas uma linha de células (formato linear), nos ACs bidimensionais as células são dispostas em forma de grade (formato planar). A Figura 3 apresenta um exemplo de reticulado bidimensional.



Figura 3 – Reticulado bidimensional onde os pontos pretos representam o estado 1 e os branco o estado 0

Os tipos de vizinhanças bidimensionais mais estudadas são:

- Vizinhança de *von Neumann*: considera as células imediatamente associadas à célula central. Para raio 1, a vizinhança é formada pela célula central e mais 4 que estão ao lado (vizinhança com 5 células), representada pela Figura 4.
- Vizinhança de *Moore*: considera todas as células vizinhas da célula central, sendo que para raio 1, a vizinhança é formada pela célula central mais 8 que a rodeiam (vizinhança com 9 células), representada pela Figura 5.

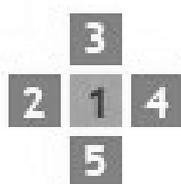


Figura 4 – Vizinhança de *von Neumann*



Figura 5 – Vizinhança de *Moore*

Como na evolução de ACs bidimensionais a vizinhança é formada por um plano, as regras de transição também deverão considerar esse espaço bidimensional. Entretanto, as mesmas também podem ser representadas por simples vetores binários onde cada bit é associado a uma configuração possível das células da vizinhança.

Como a vizinhança de *Moore* para raio 1 é composta por nove células, existem 512 (2^9) combinações possíveis de vizinhanças em uma regra, onde esta regra é representada linearmente com 512 bits, desde que a grade da vizinhança seja representada horizontalmente. Como a regra possui 512 bits, existem 2^{512} regras diferentes. De forma similar, uma regra que usa vizinhança de *Von Neumann* tem 32 bits e existem 2^{32} regras diferentes. O jogo *Life*,

desenvolvido por John Conway nos anos 60, é um exemplo de AC bidimensional com vizinhança de *Moore* (Mitchell, 1996). Este jogo tornou-se muito conhecido no meio acadêmico especialmente pela observação de estruturas denominadas *gliders* que parecem se movimentar, impressão passada apenas com a transição nos estados das células, criando um efeito similar as de criaturas virtuais animadas.

Os bits que definem uma regra de transição estão associados de forma posicional às configurações de vizinhança. No caso unidimensional, a seqüência mais utilizada é da configuração 000 a 111, com ordem binária crescente. No caso bidimensional, podem ser definidos diferentes esquemas de ordenação na seqüência de configurações que os bits da regra representam. A ordem lexicográfica na qual são apresentadas as regras está definida na Figura 6. Nessa representação, a matriz associada a uma vizinhança bidimensional é representada por um vetor unidimensional, no qual cada linha da matriz é concatenada da primeira linha até a última. Por exemplo, a primeira vizinhança bidimensional, dada por todas as nove células no estado 0, com suas 3 linhas concatenadas resulta em 000-000-000, ou seja, equivale ao vetor 000000000. Os 512 bits da regra de transição apresentam o novo estado da célula central da vizinhança 000000000 a 111111111. Na vizinhança de *Von Neumann* a idéia é similar, concatenando-se as linhas para formação de um vetor de 5 bits, que é associado a cada bit de saída de uma regra de transição de 32 bits.

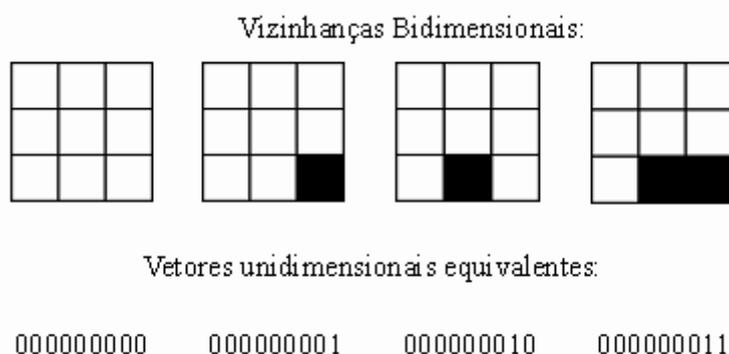


Figura 6 – Organização lexicográfica na vizinhança de Moore

4. TAREFA DE CLASSIFICAÇÃO DA DENSIDADE

Apesar de cada célula desempenhar uma função local, os autômatos celulares são capazes de executarem uma tarefa de natureza global. Por se tratarem de estruturas legitimamente paralelas, cuja composição básica é uma lógica muito simples, os ACs também vêm sendo cogitados como um opção para arquitetura descentralizadas de computadores. Entretanto, o

entendimento de como os ACs realizam computações ainda é vago. A habilidade dos ACs executarem tarefas computacionais complexas, mesmo sendo baseados em iterações simples e locais, tem atraído o interesse dos pesquisadores. O entendimento desse comportamento pode auxiliar os pesquisadores na elaboração de novos paradigmas computacionais, com elementos massivamente paralelos da nanotecnologia. Várias investigações têm sido feitas sobre o poder computacional dos ACs com esforços concentrados no estudo regras de transição unidimensionais capazes de realizarem tarefas computacionais específicas (Oliveira, 1999). Uma das abordagens mais bem sucedidas nesse tipo de estudo é o uso de algoritmos genéticos (AGs) para encontrar as regras de transição capazes de executar as tarefas desejadas (Das et al., 1995; Oliveira et al., 2000; Mitchell et al., 1996).

Nesse trabalho foi investigada a Tarefa da Classificação da Densidade (TCD). Apesar de existir uma prova de que não é possível a existência de uma regra perfeita que resolva todos os reticulados (Land & Belew, 1995), também não se sabe, até o momento, qual é a melhor solução possível. No caso unidimensional, a melhor regra encontrada para a vizinhança de raio 3 apresenta aproximadamente 89% de eficácia. Essa tarefa é amplamente investigada no espaço unidimensional, assim, optou-se neste trabalho em analisar a TCD no espaço bidimensional. Nesse contexto, o objetivo é encontrar um autômato celular binário que possa classificar a densidade de 1s na configuração inicial do reticulado. Se o reticulado inicial tiver mais 1s que 0s, o autômato deve convergir para uma configuração nula de 1s, depois de certo período de tempo. Caso contrário, deve convergir para uma configuração nula de 0s, como exemplificado na Figura 7, para a vizinhança de *von Neumann*, e na Figura 8 que usa uma vizinhança de *Moore*. Nas figuras, cada quadro representa um instante de tempo na evolução do AC bidimensional. Nem todos os passos de tempo são apresentados, apenas o inicial, o final e alguns intermediários. Nesse estudo foram adotadas diversas abordagens, possibilitando a identificação de comportamentos interessantes relacionados à paridade do tamanho do reticulado e à melhor regra conhecida para o caso bidimensional em reticulados pares.

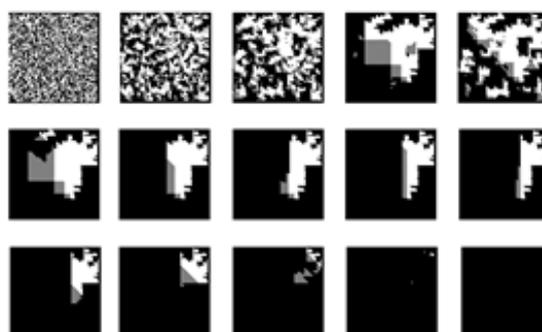


Figura 7 – Evolução de um reticulado 2D com vizinhança de von Neymann resolvendo a tarefa de classificação de densidade, regra: 111315FF.

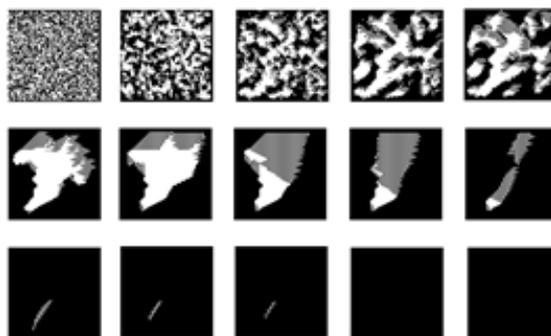


Figura 8 - Evolução de uma rede 2D com vizinhança de *Moore* resolvendo a tarefa de classificação de densidade, regra: 0000001001101410B1514050D2B77570101130703054557009557D703957FF70B1B455505131345177F475F077F7F77FF57475D1F7F6765BF3F3FBFFFF7F77.

A TCD é uma tarefa não trivial para ACs de raio pequeno em qualquer dimensão, pois eles se baseiam apenas em iterações locais. Fazer esta tarefa satisfatoriamente para um tamanho de reticulado fixo requer uma computação mais poderosa que aquela que pode ser realizada por uma única célula ou qualquer combinação linear de células. Como os 1s podem ser distribuídos pelo reticulado, o AC tem de transferir a informação sobre grandes distâncias. Um tipo de coordenação global é requerido para comunicar células que estão distantes e que não podem se comunicar diretamente. A configuração mais estudada para a TCD é definida em um reticulado unidimensional com 149 células e regras de ACs de vizinhança de raio 3. O melhor desempenho para a TCD nesta configuração é de aproximadamente 89% (Wolz & Oliveira, 2008). No entanto, espera-se encontrar ACs em dimensões maiores que resolvam a tarefa com uma eficácia superior do que em dimensões menores. Até a apresentação deste trabalho, não se tinha conhecimento de regra bidimensional que resolva com eficácia maior que 85% os reticulados bidimensionais de tamanho 12x12 (144 células) ou 13x13 (169 células), formados por um número de células próximo ao do caso unidimensional (149 células).

5. AMBIENTE EVOLUTIVO UTILIZADO NA EVOLUÇÃO DAS REGRAS

Essa investigação teve como base os trabalhos anteriores de Morales et al. (2001) e Oliveira & Siqueira (2005) que também utilizaram algoritmos genéticos na busca de regras de ACs 2D com vizinhança de *Moore* que resolvessem a TCD. O primeiro trabalho citado utilizou um AG padrão na busca dessas regras e uma função de avaliação estática que avaliava o desempenho de uma regra a partir de seu desempenho ao resolver a TCD em uma amostra de reticulados bidimensionais, obtendo uma regra com eficácia em torno de 69%. Posteriormente, Oliveira & Siqueira (2005) aperfeiçoaram a busca evolutiva incorporando uma estratégia usual em AGs chamada de “recurso compartilhado”. Além disso, uma heurística baseada em parâmetros de

previsão de ACs foi incorporada à avaliação, para guiar a busca evolutiva, assim como já havia sido feito para o caso unidimensional (Oliveira et al., 2000), obtendo uma regra com eficácia em torno de 71%.

Nesta investigação, partiu-se do ambiente evolutivo descrito em (Oliveira & Siqueira, 2005) baseado em um AG padrão. Esse ambiente foi utilizado para busca de regras 2D tanto com vizinhança de *Moore* quanto de *von Neumann*, e novas adaptações foram propostas no ambiente evolutivo para melhorar seu desempenho na busca de regras eficazes. Aplicaram-se algumas técnicas inspiradas no comportamento dos ACs e nas teorias evolucionistas para contribuição com o método evolutivo. Nessa seção, são descritas as técnicas utilizadas no AG de forma sucinta.

5.1 Indivíduos e gerações da população inicial

Os indivíduos da população representam as regras de transição dos ACs que pretendemos obter. Assim, um indivíduo é uma cadeia binária interpretada como os bits de saída de uma regra. Dependendo do tipo de vizinhança utilizado, o tamanho da cadeia pode variar. Assim, no caso da vizinhança de *von Neumann*, formada por 5 células, existem 32 configurações diferentes de vizinhança e o indivíduo é uma cadeia de 32 bits. De forma similar, no caso da vizinhança de *Moore*, formada por 9 células, existem 512 configurações diferentes de vizinhança e o indivíduo é uma cadeia de 512 bits. A população inicial é formada por P cadeias binárias no tamanho especificado (32 ou 512), gerados por sorteio com distribuição uniforme. P é um parâmetro de entrada do ambiente evolutivo.

5.2 Função de Avaliação

5.2.1 Avaliações adaptativas

Nos trabalhos iniciais de evolução da TCD unidimensional, foi observado que o AG tem uma maior convergência se forem utilizados reticulados gerados com distribuição uniforme de 0s e 1s no processo de avaliação dos indivíduos (regras de transição), ao longo das gerações. Só ao final da execução de um AG a melhor regra evoluída é avaliada em uma amostra de reticulados gerados com distribuição gaussiana, que correspondem aos casos de mais difícil classificação, pois o número de 0s tende a 50%. Esse procedimento – reticulados uniformes nas avaliações durante a evolução e reticulados aleatórios na avaliação final – foi adotado em vários trabalhos, inclusive nos trabalhos iniciais da TCD 2D em (Morales et al., 2001) e (Oliveira & Siqueira, 2005). Entretanto, foi observado que a partir de certo ponto da evolução,

as regras de transição (indivíduos) do AG começam a resolver com tranquilidade os reticulados uniformes impostos a eles e diminui a pressão seletiva necessária à evolução de boas regras para o problema. Assim, aumentou-se o grau de dificuldade das amostras a serem classificadas de forma gradativa, realizando uma avaliação adaptativa dos indivíduos: os reticulados inicialmente são todos uniformes. Sempre que uma regra resolve um percentual k dos reticulados utilizados na avaliação, o número de regras uniformes cai $x\%$ e são substituídos por reticulados aleatórios gerados por uma distribuição gaussiana. Os valores percentuais k e x são parâmetros de entrada do ambiente.

5.2.2 Parâmetro espelho-negativo (*EspNeg*)

Existem transformações de equivalências entre regras de ACs em qualquer dimensão, tais que depois de serem aplicadas essas transformações foram obtidas novas regras que resolvem a tarefa com a mesma eficácia da regra original. Uma dessas transformações de equivalências é o espelho-negativo (Wolfram, 2002). A transformação negativo de uma regra é a alteração de todos os bits da regra pelo seu bit negativo e a transformação espelho é a alteração dos bits de saída de forma que os bits que definem a vizinhança do bit de saída alterado é o reverso dos bits que definem a vizinhança do bit original. Por exemplo, dada uma regra unidimensional de raio 1, seu terceiro bit está associado à vizinhança 011 e na transformação espelho ele deve ser trocado com o bit de saída da vizinhança 110, ou seja, a 6ª posição da regra. A transformação espelho-negativo (*EspNeg*) é a junção das duas transformações anteriores. No exemplo anterior seria necessário trocar o bit de saída da vizinhança 001 pelo da vizinhança 011. Os bits da regra original podem ser comparados com a regra alterada após a transformação, contabilizando-se o número de bits efetivamente alterados nessa transformação. O parâmetro *EspNeg* corresponde exatamente ao número de bits alterados por essa transformação pelo número total de bits da regra, obtendo-se uma razão que varia de 0 a 1. Observou-se dentre outras coisas que as melhores regras já publicadas para a TCD têm o valor do parâmetro *EspNeg* próximo de 1. Assim, essa informação foi utilizada na avaliação das regras, conforme a abordagem de evolução parametrizada proposta em (Oliveira et al., 2000), incorporando a heurística do parâmetro *EspNeg*.

5.3 Operações de Seleção, *Crossover* e Mutação

Para selecionar os pais a serem submetidos ao *crossover* foi utilizado o elitismo, que consiste em selecionar pares aleatórios de indivíduos entre os E melhores da população, onde E define o tamanho da elite. Por se tratarem de indivíduos binários, os métodos de *crossover* e

mutação correspondem aos mais tradicionais no estudo de AGs: *crossover* de ponto simples e mutação por complemento binário.

5.4 Coevolução

Na natureza, a interação entre a presa e o predador provê nas espécies envolvidas uma evolução conjunta. Isto é causado porque a pressão para que a presa evolua é aumentada pela evolução do predador e vice-versa. Por exemplo, considere a relação entre a visão de uma coruja e a capacidade de se camuflar de um roedor: quando a capacidade de camuflagem aumenta, a coruja é forçada a se adaptar, melhorando sua capacidade de observação ou desenvolvendo outros mecanismos para detecção do roedor; o que, por sua vez, força a espécie de roedores novamente a se adaptar (correr mais rápido, etc.). Modelos de AGs coevolutivos já haviam sido avaliados anteriormente em ambientes de busca de regras para a TCD unidimensional (Juillé & Pollack, 1998). Além do modelo de AG padrão, também implementamos um modelo de AG coevolutivo para a busca das regras bidimensionais. Nesse último, existe uma segunda população formada pelos reticulados bidimensionais que são utilizados na avaliação das regras. Esses indivíduos são matrizes binárias e seu tamanho é dado pelo tamanho que se deseja resolver, sendo que os principais tamanhos evoluídos foram 12x12, 20x20 e 21x21. Essa segunda população também sofre evolução ao longo das gerações. Assim, as regras da primeira população sofrem uma pressão seletiva maior para evoluírem de forma a se adaptar aos reticulados mais difíceis que vão surgindo.

6. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

6.1 Experimentos Iniciais com a Vizinhança de *von Neumann*

Os primeiros experimentos foram feitos usando um ambiente evolutivo com tamanho da população (P) = 100; número de reticulados (R) = 100; número de gerações (G) = 100; número de passos do AC = 320; 3 mutações em todas as regras; limiar do *EspNeg* = 0.98; limiar da avaliação adaptativa = 88%; e peso dos parâmetros na avaliação final = 40%.

Duas séries com 100 execuções cada foram realizadas usando a vizinhança de *von Neumann* em dois tamanhos diferentes: 12x12 e 21x21. A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos nessas duas séries de experimentos, apresentando: (i) quantas execuções do AG encontraram a uma regra final dentro de uma determinada faixa de eficácia (< 50%, entre 50% e

55%, etc.), (ii) a média de todas as 100 regras finais obtidas; e (iii) as três melhores regras finais obtidas nos 100 experimentos. Além disso, a melhor regra final obtida em cada tamanho foi avaliada em 10^5 reticulados aleatórios de diversos tamanhos de reticulado diferentes. O código delas em hexadecimal é: 040F35BF, evoluída no 12x12, e 111315FF, evoluída no 21x21. Os resultados dessa avaliação são apresentados na Tabela 2, onde se pode observar o desempenho na TCD de duas regras que utilizam a vizinhança de *Von Neumann* evoluídas pelo AG padrão nos tamanhos 12x12 e 21x21. Essas regras foram avaliadas em reticulados de diversos tamanhos, de 4x4 a 21x21. Nos reticulados de tamanhos menores 4x4 e 5x5 foram usadas todas as configurações possíveis de reticulados. Nos tamanhos maiores, amostras de 10^5 reticulados aleatórios foram utilizadas.

Tabela 1 - Distribuição das melhores regras finais obtidas para TCD em cada série de execuções (reticulados 12x12 e 21x21) com vizinhança de Von Neumann.

	040F35BF	111315FF
<50%	0	8
50 ~ 55%	9	10
55 ~ 60%	3	0
60 ~ 65%	33	35
65 ~ 70%	55	47
70 ~ 75%	0	0
> 75%	0	0
Média	63,73	62,78
1ª Melhor	68,51	69,02
2ª Melhor	68,38	68,21
3ª Melhor	68,3	68,03

Verificou-se que o comportamento da regra varia de acordo com a paridade do tamanho do reticulado para o qual a mesma foi evoluída: a regra evoluída em um ambiente onde os reticulados eram de tamanho ímpar (21x21) é mais adequada a resolver reticulados ímpares e seu desempenho cai muito nos reticulados de tamanho par, enquanto a regra que evoluiu em um reticulado de tamanho par (12x12) apresentou menor oscilação embora também favoreça a resolução de reticulados pares. Por isso, é difícil analisar qual é a melhor regra entre as duas, pois embora a regra evoluída no tamanho ímpar consiga resolver com mais facilidade os reticulados ímpares, ela é péssima para resolver reticulados pares, enquanto a regra evoluída pelo reticulado par resolve a maioria dos reticulados de forma satisfatória, sendo superior nos tamanhos pares.

É interessante observar também que embora a regra bidimensional com vizinhança de *Von Neumann* possua o mesmo número de células do que uma regra unidimensional de raio 2, a regra bidimensional resolve com mais facilidade a TCD enquanto a regra unidimensional de

mesmo tamanho (32 bits) tenha eficiência em torno de 50%, não apresentando, portanto qualquer sinal de poder computacional.

Tabela 2 - Eficácia das regras 040F35BF e 111315FF (evoluídas em tamanhos de reticulado 12x12 e 21x21, respectivamente) em diferentes tamanhos de reticulados.

Tamanho do Reticulado	040F35BF (12x12)	111315FF (21x21)
4x4	75,921	35,046
5x5	71,914	70,695
6x6	72,072	41,865
7x7	69,157	71,752
8x8	69,805	43,908
9x9	67,167	71,456
10x10	67,77	43,49
11x11	65,559	70,904
12x12	65,901	43,872
13x13	64,115	69,94
14x14	64,375	40,537
15x15	63,389	69,065
16x16	64,084	41,526
17x17	62,076	68,856
18x18	62,955	41,097
19x19	61,796	67,825
20x20	62,332	40,841
21x21	60,913	67,014
<i>EspNeg</i>	0,875	0,625

6.2 Experimentos Robustos com a Vizinhança de Moore

Experimentos iniciais também foram realizados com a vizinhança de *Moore* usando o mesmo ambiente descrito anteriormente ($P=100$, $R=100$, $G=100$). Entretanto, devido à maior dimensão das regras nessa vizinhança (512 bits), a convergência desse ambiente foi inferior. Por isso, novos experimentos foram realizados com essa vizinhança em um ambiente mais robusto, onde utilizou-se o tamanho da população (P) = 300, número de reticulados (R) = 300 e número de gerações (G) = 300, mantendo os demais parâmetros iguais ao do ambiente mais simples (usando uma avaliação adaptativa e heurística do espelho-negativo). Uma nova série de experimentos com 100 execuções foi feita utilizando-se esse ambiente robusto e reticulados de 12x12 e 21x21. O desempenho dos dois experimentos em cada série de 100 execuções é apresentado na Tabela 3, de forma similar à Tabela 1. As melhores regras finais desse experimento para cada tamanho utilizado foram: 020D03110C191449230F4B1D85D35577114 900D591AF5CB756151B1D91FFF1FF4320100B2319357F2F5C67778E5F5BBB126E13F656 39718F076B7CF7CED75777, para o tamanho 12x12 e 0003606C00CD40961117160A872728

4110110225759E457F29D965379F6F6BF7F173652BE45AB1369913F88497B7CB3DF00723337537FFD7FB38F97FD575FDDD7 para o tamanho 21x21. Essas regras foram comparadas com a melhor regra já publicada (Wolz & Oliveira, 2008), que foi evoluída em um reticulado 21x21. Observa-se na Tabela 4 o desempenho das três regras em diferentes tamanhos de reticulado: (12x12) corresponde à melhor regra obtida por nosso AG evoluída em reticulado de tamanho par; (21x21) trata-se da melhor regra obtida por nosso AG evoluída em reticulado de tamanho ímpar; WO (21x21) trata-se de uma regra evoluída em reticulado ímpar, referente à melhor regra publicada na tarefa de classificação da densidade bidimensional e com código em hexadecimal: 00000001001101410B1514050D2B77570101130703054557009557D703957FF70B1B455505131345177F475F077F7F77FF57475D1F7F6765BF3F3FBFFFFF7F77 (Wolz & Oliveira, 2008).

Pode-se notar que, assim como a regra usada para resolver a TCD na vizinhança de *von Neumann*, a regra WO (21x21) descreve um padrão oscilatório entre os vários tamanhos, sendo que seu desempenho é melhor em reticulados ímpares. Neste trabalho, a melhor regra evoluída no 21x21, embora apresente um resultado inferior à WO nos reticulados ímpares, apresenta um desempenho superior à WO na maioria dos reticulados pares (acima de 8x8). Essa regra também apresenta uma forte oscilação relacionada à paridade do tamanho do reticulado. Por outro lado, a regra evoluída no tamanho par (12x12) oscila pouco entre diversos tamanhos de reticulados, e é superior às outras duas regras em todos os reticulados pares, do 4x4 até o 21x21.

Como pode ser observado, o uso de uma heurística baseada na simetria e o aumento nos parâmetros do AG melhoraram o desempenho das regras evoluídas em ambos os reticulados (12x12 e 21x21). Entretanto, essa melhora de desempenho foi acompanhada por um comportamento oscilatório indesejado, principalmente nas regras evoluídas no reticulado ímpar (21x21). No caso das regras evoluídas no reticulado par (12x12), tal comportamento se mostrou mais estável.

Tabela 3 - Distribuição das melhores regras finais obtidas para TCD em cada série de execuções (reticulados 12x12 e 21x21) com vizinhança de Moore.

	12x12	21x21
70 ~ 75%	0	1
> 75%	100	99
Média	82,14	78,46
1ª Melhor	84,75	81,45
2ª Melhor	84,28	80,84
3ª Melhor	84,27	80,55

Tabela 4 - Eficácia das regras de 512 bits evoluídas em reticulado 12x12 e 21x21 quando submetidas a diferentes tamanhos de reticulados.

Tamanho do Reticulado	(12x12)	(21x21)	WO (21x21)
4x4	80,613	26.599	44,21
5x5	85,888	80.925	88,76
6x6	87,177	47.346	52,04
7x7	84,863	81.173	87,24
8x8	85,453	58.793	56,87
9x9	83,476	80.496	85,93
10x10	83,849	66.061	60,46
11x11	82,83	79.764	84,87
12x12	82,78	70.237	63,95
13x13	81,969	79.03	84,34
14x14	81,465	72.146	66,95
15x15	80,671	78.391	84,27
16x16	80,458	73.114	69,83
17x17	79,659	77.338	83,58
18x18	79,217	73.252	72,03
19x19	78,409	75.94	83,07
20x20	77,944	72.896	73,95
21x21	76,838	74.919	82,23
Esp-Neg	0,984	0.977	1

7. CONCLUSÕES

Neste artigo foram apresentados os principais resultados obtidos no estudo dos autômatos celulares aplicados na tarefa de classificação da densidade em reticulados bidimensionais, analisando as vizinhanças de *Moore* e *von Neumann*.

Na análise das regras, foram encontrados ACs na vizinhança de *von Neumann* que resolvem a TCD com eficiência razoável, enquanto essa tarefa tem um baixo desempenho quando resolvida em reticulados unidimensionais com o mesmo tamanho, ou seja, regras de 32 bits (raio 2).

Na análise das regras da TCD deve-se considerar a paridade e o tamanho dos reticulados. Embora a TCD seja mais estudada em reticulados ímpares, espera-se que essa tenha comportamento similar para qualquer reticulado, tanto ímpar quanto par. O comportamento oscilatório não é desejado e não foi observado anteriormente devido ao fato dos estudos anteriores se focarem apenas em reticulados ímpares. Apesar da dependência da paridade já

tenha sido observada em outra tarefa, o Problema da Paridade (PP) (Wolz & Oliveira, 2008), ela ainda não havia sido relatada na TCD. É interessante salientar que também se observou essa oscilação aplicando regras de 128 bits (raio 3) em diferentes tamanhos de reticulados unidimensionais. Os resultados obtidos são importantes para compreender mais sobre os autômatos celulares e as variáveis envolvidas na sua aplicação em problemas computacionais.

Os códigos foram feitos usando linguagem C e estão sobre licença GPLv3, disponíveis no site www.gitorious.org/cellular-automata para *download*.

AGRADECIMENTOS

Enrique Fynn agradece à FAPEMIG pelo apoio financeiro; a Lucas C. Vella pela ajuda na otimização e organização do programa; a Leonardo de S. Alt pela manutenção da CADL (*Cellular Automata Development Library*) e a Rodrigo Q. Saramago pelos desenhos utilizados.

Gina Maira B. Oliveira agradece ao apoio da FAPEMIG e CNPQ.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Das R.; Crutchfield, J. P.; Mitchell, Melanie; Hanson J. E. (1995). Evolving globally synchronized cellular automata. In L. J. Eshelman (ed.), Proceedings of the Sixth International Conference on Genetic Algorithms

Goldberg, D. E. (1985). Optimal Initial Population Size for Binary-Coded Genetic Algorithms. TCGA Report 85001. Universidade do Alabama.

Goldberg, D. E. (1989). Genetic algorithm in search, optimization and machine learning. Addison- Wesley.

Juillé, H.; Pollack, J. Coevolving the Ideal Trainer: Application to the Discovery of Cellular Automata Rules, Proceedings of Genetic Programming Conference 3 (1998), Madison.

Land, M.; Belew, R. No Perfect Two-State Cellular Automata for Density Classification Exists. Physical Review Letters 74(25) (1995), 5148.

Mitchell, M.; Hraber, P. T.; Crutchfield, J. P. (1993). Evolving cellular automata to perform computations: mechanism and impediments. Physica D, vol. 75, pages 361-391.

Mitchell, M. (1996). Computation cellular automata: a selected review. In: T. Gramss (ed.), *Nonstandard Computation*: Weinheim. VCH Verlagsgesellschaft.

Mitchell, M.; Crutchfield, J. P.; Das. R. (1996). Evolving cellular automata with genetic algorithms: a review of recent of work. In: *International Conference on Evolutionary Computation and Its Applications*, 1. Moscou.

Mitchell, M. (1997). *An Introduction to Genetic Algorithms*. Mit Press. Massachusetts.

Morales, F., Crutchfield, J., Mitchell, M. Evolving two-dimensional cellular automata to perform density classification: a report on work in progress, *Parallel Computing* 27 (2000), 571-585. *Evolutionary Computation* (2001), 348-355.

Oliveira, G. M. B. (1999). *Dinâmica e evolução de autômatos celulares unidimensionais*. Tese de doutorado apresentada à Divisão de Pós-Graduação do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). São José dos Campos.

Oliveira, G. M. B.; de Oliveira, P. P. B.; Omar, N. (2000). Guidelines for Dynamics-Based Parameterization of One-Dimensional Rule Spaces Cellular Automata, *Complexity Journal*, 6(2), MIT Press, 63-71.

Oliveira, G. M. B.; de Oliveira, P. P. B.; Omar, N. (2000). Evolving Solutions of the Density Classification Task in 1D Cellular Automata, Guided by Parameters that Estimate their Dynamic Behavior. *Proceedings of the Artificial Life VII*.

Oliveira, G. M. B.; de Oliveira, P. P. B.; Omar, N. (2001). Definition and Applications of a Five- Parameter Characterization of One-Dimensional Cellular Automata Rule Space, *Artificial Life*, MIT Press, 277-301.

Oliveira, G. M. B.; de Oliveira, P. P. B.; Omar, N. (2001). Improving Genetic Search for One-Dimensional Cellular Automata, Using Heuristics Related to Their Dynamic Behavior Forecast, *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Seoul.

Oliveira, G. M. B.; de Oliveira, P. P. B.; Omar, N. (2001). Searching for One-Dimensional Cellular Automata in the Absence of a priori Information, *ECAL2001- Proceedings of 6th European Conference on Artificial Life*, Praga, 2001.

Oliveira, G. M. B.; Bortot, J. C.; Oliveira, P. P. B. de (2002). Multiobjective Evolutionary Search for One-Dimensional Cellular Automata in the Density Classification Task. In: *Proceedings of the Artificial Life VIII* p.202-205.

Oliveira, G. M. B; Coelho, A. R.; Monteiro, L. H. A. . Cellular Automata Cryptographic Model based on Bi-directional Toggle Rules. *International Journal of Modern Physics C*, v.15, n. 8 (October), p. 1061-1068, 2004.

Oliveira, G. M. B. , Siqueira, S. R. C. (2005) Using dynamic behavior prediction to guide an evolutionary search for designing two-dimensional cellular automata In: Advances in Artificial Life 8th European Conference, ECAL 2005, Canterbury, UK, September 5-9, 2005, Proceedings Series: Lecture Notes in Computer Science Subseries: Lecture Notes in Artificial Intelligence, Vol. 3630.

Oliveira, G. M. B. , Siqueira, S. R. C. (2006). Parameter Characterization of Two-Dimensional Cellular Automata Rule Space. *Physica D*, 2006, in press.

Oliveira, P. P. B. de; Bortot, J. C.; Oliveira, G. M. B. The best currently known cellular automata rules for density classification and the evolutionary mechanisms that led to them, *Neurocomputing*, Amsterdam 70 (2006), 35-43. 14.

Packard, N. Adaptation toward the Edge of Chaos. *Dynamic Patterns in Complex Systems*" (1988), 293-301.

Wolz, D.; Oliveira, P.P.B. de. Very effective evolutionary techniques for searching cellular automata rule spaces, *Journal of Cellular Automata* 3 (2008), 289-312.

Wolfram S. *A New Kind of Science*, Wolfram Media, 2002.