

Géssica

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO
ESTRUTURAL E PRÉ-DIMENSIONAMENTO DAS
ESTRUTURAS ARCO E CÚPULA**

GÉSSICA FONSECA NAVES¹, JESIEL CUNHA²

Resumo

No presente trabalho, por meio de simulações numéricas feitas no *software* ANSYS[®], desenvolveu-se um programa de pré-dimensionamento da estrutura do tipo reticular arco e da estrutura bidimensional cúpula, sendo calculados os esforços atuantes de acordo com a mudança de material, da geometria e das condições de apoio e carregamento. Para o pré-dimensionamento foram desenvolvidas equações gerais com os resultados dos esforços, relacionando momento fletor com as dimensões e vãos da estrutura. Tais equações, juntamente com fórmulas simplificadas utilizadas no cálculo estrutural foram transformadas em linguagem *Object Pascal*, utilizando a ferramenta *Delphi*, o que tornou automático o pré-dimensionamento.

Palavras-chave: simulação numérica, pré-dimensionamento, arco, cúpula.

Abstract

In this paper, numerical simulations of reticulated arch and bi-dimensional dome structures have been performed by using the software ANSYS[®], to develop a program of pre-design. For that, the stresses have been calculated in accordance with the change of material, geometry, loading and support conditions. The equations of pre-design were obtained relating bending moments to the dimensions and spans. These equations, together with simplified formulas used in structural design were turned into Object Pascal, using Delphi tool, which allows an automatic pre-design.

Keywords: numerical simulations, pre-design, arch, dome.

1 - FECIV, Universidade Federal de Uberlândia, Av. João Naves de Ávila, 2121 – Campus Santa Mônica, Bloco 1Y, Uberlândia - MG, CEP 38400-902 – gessicanaves@gmail.com

2 - FECIV, Universidade Federal de Uberlândia, Av. João Naves de Ávila, 2121 – Campus Santa Mônica, Bloco 1Y, Uberlândia - MG, CEP 38400-902 – jecunha@ufu.br

1 Introdução

A estrutura de uma construção consiste no conjunto das partes resistentes, dispostas de maneira planejada. Uma estrutura deve suportar todas as ações (cargas), com as intensidades e combinações mais desfavoráveis, garantindo a segurança contra os estados limites último (ruptura, flambagem etc.) e de utilização (deformação excessiva, fissuração etc.).

Após a concepção estrutural, a estrutura criada deve ser dimensionada. Para isto as peças são isoladas do conjunto tridimensional, sendo definidas as condições de apoio e determinado o carregamento. O cálculo/análise de uma estrutura exige que se crie uma versão idealizada (modelo simplificado) da estrutura real. Isto é necessário, pois a modelagem da estrutura real é complexa, envolvendo teorias sofisticadas, o que exige tempo e esforço computacional.

O pré-dimensionamento das peças é feito a partir destes modelos estruturais simplificados. Ele consiste na determinação das dimensões iniciais dos membros estruturais (dimensão da seção transversal, espessura etc.). Para o engenheiro ele é necessário para o dimensionamento final, que consiste na verificação dos estados limites da peça pré-dimensionada. Para o arquiteto, o pré-dimensionamento auxilia na elaboração de um projeto arquitetônico consistente, pois existe interação entre o projeto arquitetônico e o estrutural. Em alguns casos estes dois projetos se confundem.

O pré-dimensionamento das estruturas requer o uso de grande quantidade de informações, com muitas possibilidades de combinação de materiais, carregamentos, tipos de peças e geometria. Para dinamizar e facilitar a operação de escolha dos dados de entrada e obtenção dos resultados foi criado neste projeto um programa computacional de pré-dimensionamento.

Para os elementos estruturais básicos, as fórmulas empíricas levam a bons resultados, devendo ser diretamente programadas. Já para estruturas com geometria complexa (cúpulas, abóbadas, arcos, vigas-balcão etc.) é necessário um estudo preliminar em um programa de análise estrutural mais elaborado, que utiliza em geral o Método dos Elementos Finitos. Após este estudo é possível, juntamente com as formulações da Resistência dos Materiais e do cálculo estrutural, criar fórmulas simplificadas de pré-dimensionamento.

O objetivo principal deste trabalho é de pré-dimensionar estruturas do tipo arco e cúpula. Por serem estas estruturas complexas, foram feitas simulações computacionais para a determinação do comportamento estrutural e em seguida foi feito o pré-dimensionamento através de equações simplificadas. Além disso, neste trabalho foram pré-dimensionadas treliças com contorno retangular e triangular, por serem estas estruturas de grande utilização e que podem interferir diretamente na elaboração de um projeto arquitetônico.

2 Materiais e metodologia

Após o estudo do cálculo estrutural que envolve estruturas em concreto, aço e madeira (PFEIL, 1988, PFEIL; PFEIL, 2003, FUSCO, 1976) e das técnicas de pré-dimensionamento onde o projeto arquitetônico está envolvido (SCHODEK; BECHTHOLD, 2008, SHAEFFER, 2007, MOORE, 1999, REBELLO, 2000, REBELLO, 2005, MARGARIDO, 2003, SILVA; SOUTO, 2000) foram definidos dois tipos de arcos, de acordo com as condições de apoio: arco bi-apoiado com tirante e arco bi-engastado (Figura 1).

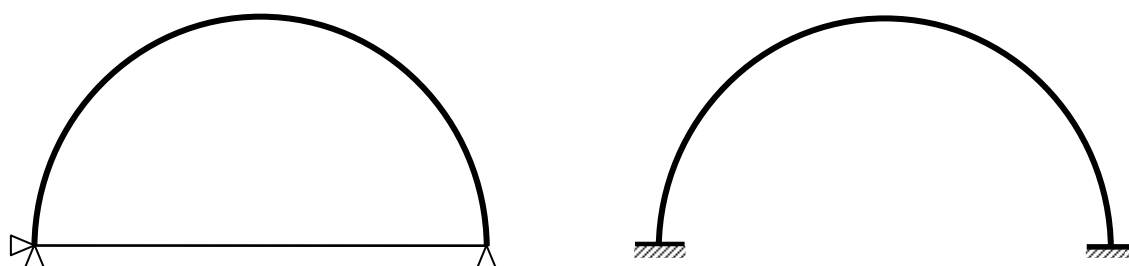


Figura 1 - Arcos bi-apoiado com tirante e bi-engastado.

Foram considerados três tipos de materiais e perfis para a seção transversal dos arcos: perfil retangular de Madeira Laminada Colada (MLC) - Angelim Pedra (C40), Pinus Caribea (C20), Eucalipto Citriodora (C40), Guarapa Roraima (C40), Ipê (C40), Maçaranduba (C40) e Jatobá (C60); perfil I de aço soldado (ASTM A36) e seção retangular de concreto. Dois tipos de materiais para a estrutura do telhado foram considerados: aço e madeira. Finalmente, foram adotadas três distâncias entre arcos consecutivos (S): quatro metros, cinco metros e seis metros.

Com a aplicação do carregamento (suposto distribuído uniformemente) sobre cada tipo de arco, obteve-se o valor do momento fletor máximo na estrutura para vários valores de vão e assim, com auxílio do *Excel*, foi obtida a equação relacionando tais valores, permitindo a determinação das dimensões da seção transversal. Em seguida, a equação obtida foi incorporada ao programa de pré-dimensionamento.

Para a cúpula foi feito apenas o modelo numérico onde a condição de apoio foi de engaste na base (Figura 2), por ser esta uma condição mais próxima da prática de projeto deste tipo de estrutura. A equação final para a determinação da espessura da cúpula foi elaborada com base em comparações feitas com resultados obtidos numericamente em uma laje plana com as mesmas cargas, divisão da malha, espessura, carregamento e condição de contorno utilizado para a cúpula, conforme será detalhado na Seção 5.

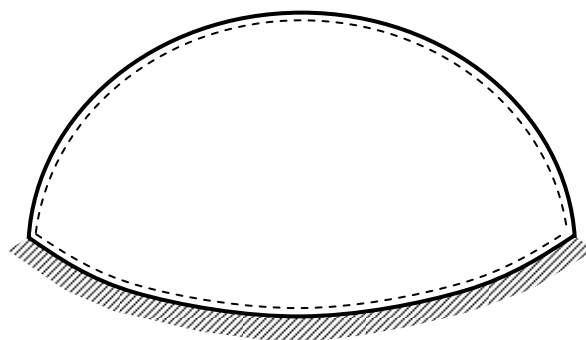


Figura 2 - Cúpula engastada em sua base.

Para realizar as simulações numéricas foi utilizado o Método dos Elementos Finitos (COOK; MALKUS; PLESHA, 1989, BRAUER, 1993, BATHE, 1982) através do software ANSYS® (ANSYS, 2010). Neste programa é necessário definir as características do material, como o módulo de elasticidade, as características geométricas, como a área da seção transversal e a inércia das barras, o carregamento e as condições de apoio (CUNHA, 2008). Essas características são necessárias para a utilização do elemento de barra unidimensional BEAM3 (Figura 3), que possui três graus de liberdade, duas translações e uma rotação. Este elemento foi usado para a simulação dos arcos. Para a cúpula foi usado o elemento de casca bidimensional SHELL63 (Figura 4), com seis graus de liberdade (três translações e três rotações), sendo necessárias características como o módulo de elasticidade, o coeficiente de Poisson e a espessura.

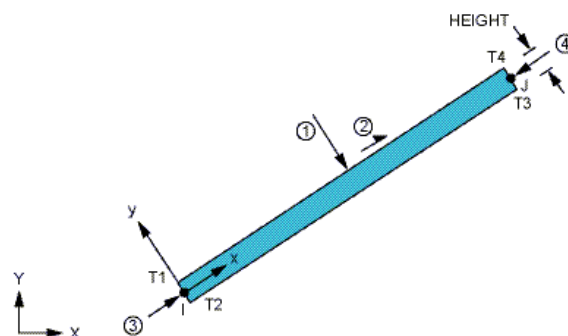


Figura 3 - Configuração do elemento usado para a criação do arco no ANSYS®.

Fonte: ANSYS (2010).

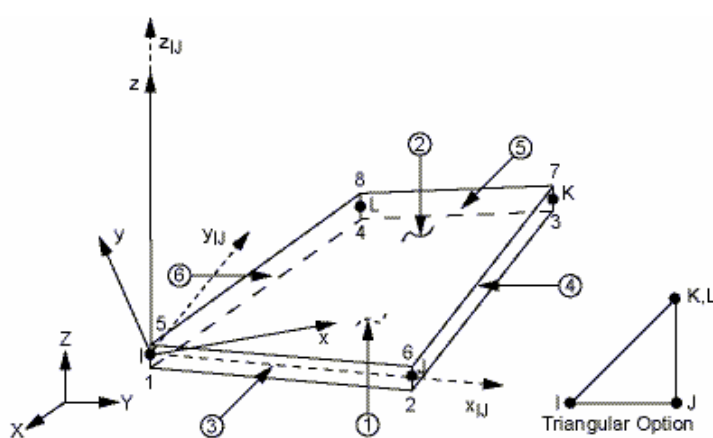


Figura 4 - Configuração do elemento usado para a criação da cúpula no ANSYS®.

Fonte: ANSYS (2010).

Variando-se os materiais, as condições de apoio, o carregamento e os vãos, foram obtidos com as simulações numéricas as tensões e os esforços. Com estes resultados e com base na Resistência dos Materiais e na prática de projeto foram criadas equações simplificadas de pré-dimensionamento das estruturas, sendo estas incorporadas ao programa computacional elaborado.

3 Resultados das simulações numéricas

Conforme explicado, a criação do modelo numérico no programa ANSYS® exigiu a definição das propriedades elásticas, do carregamento e das condições de apoio. Diversos graus de refinamento da malha foram testados para se garantir boa precisão.

As Figuras 5 e 6 exemplificam os modelos numéricos dos arcos e da cúpula obtidos com o ANSYS®.

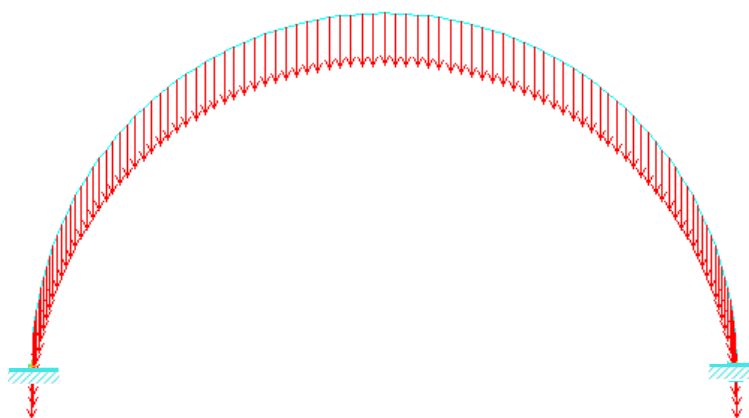


Figura 5 - Modelo numérico de arco bi-engastado com carregamento uniformemente distribuído.

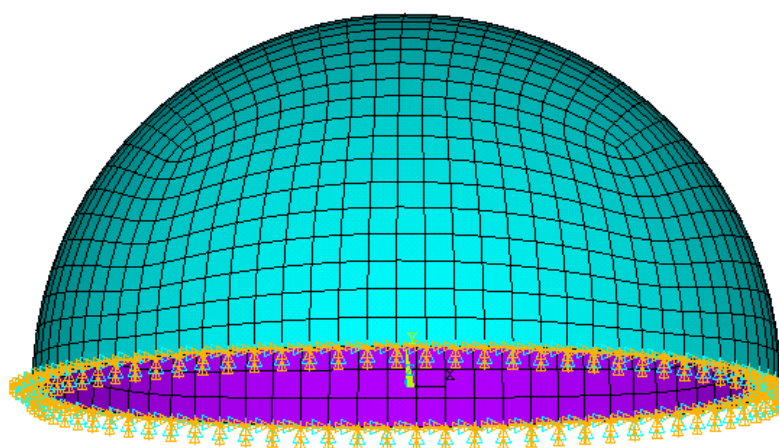


Figura 6 - Modelo numérico da cúpula engastada.

Após o cálculo, uma série de resultados era analisada (tensões, esforços, deslocamentos etc.). A Figura 7 exemplifica a distribuição das tensões normais segundo o eixo x da cúpula, a Figura 8 as tensões segundo o eixo y e a Figura 9 as tensões segundo o eixo z .

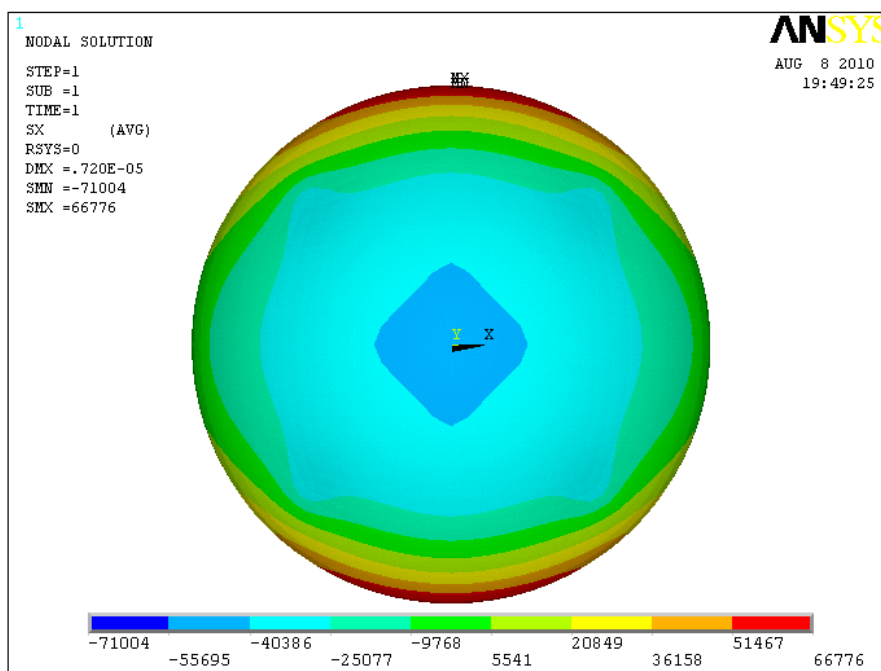


Figura 7 - Distribuição das tensões segundo o eixo x da cúpula.

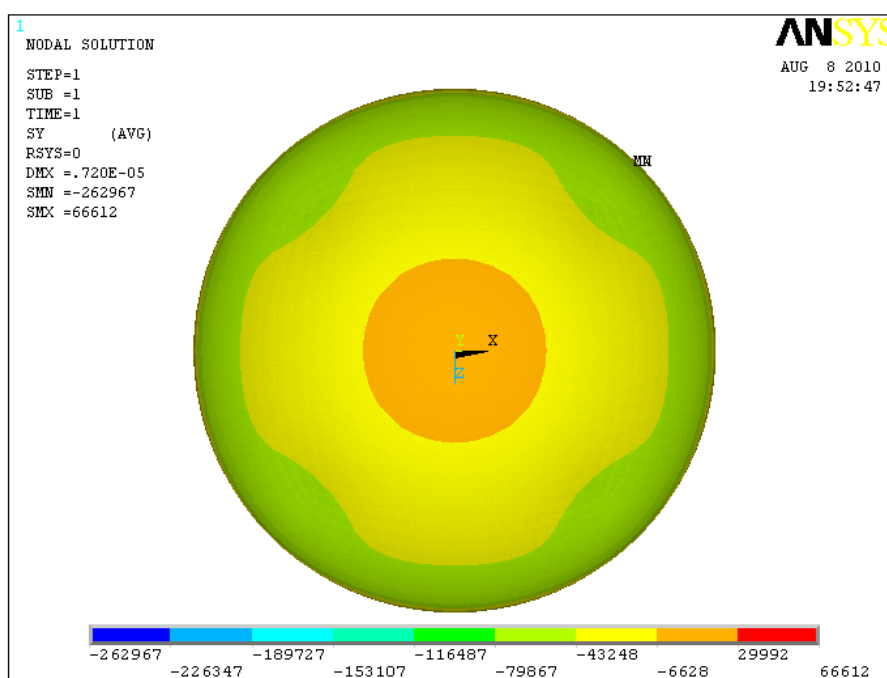


Figura 8 - Distribuição das tensões segundo o eixo y da cúpula.

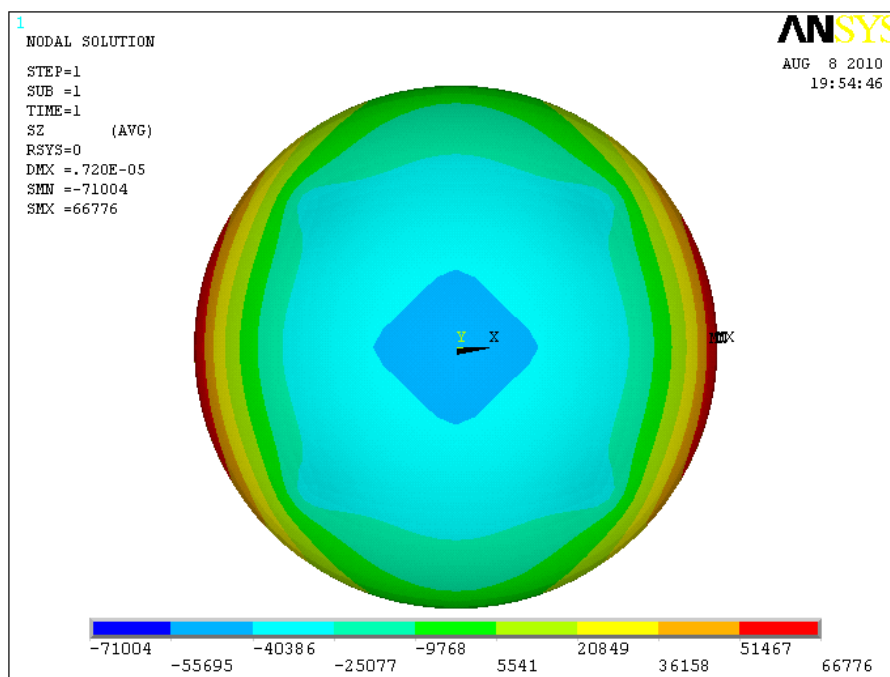


Figura 9 - Distribuição das tensões segundo o eixo z da cúpula.

A Figura 10 mostra o diagrama de momentos fletores para um dos arcos estudados.

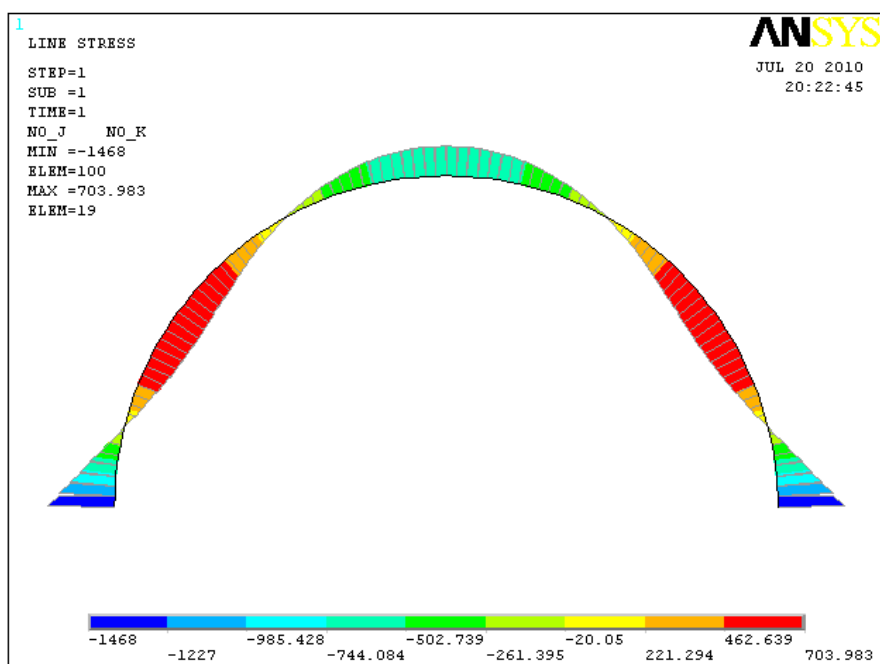


Figura 10 - Diagrama de momento fletor para arco bi-engastado, perfil de madeira, telhado com estrutura de madeira, distância entre arcos consecutivos de 4 m e vão de 3 m.

A partir das mudanças da geometria, do material e das condições de apoio das estruturas, os esforços eram novamente analisados, o que permitiu estabelecer uma relação entre a variação destes aspectos e os esforços/tensões atuantes.

4 Pré-dimensionamento dos arcos

Após a modelagem numérica é feito o cálculo dos momentos fletores máximos para cada tipo de arco e para vários valores do vão. Com esses valores, foram montadas as equações do momento fletor para cada tipo de arco, perfil e distância entre arcos consecutivos.

Para o arco em perfil de aço encontra-se o valor de W_x (módulo de resistência elástico) a partir da equação do momento, através da equação (1):

$$W_x \geq \frac{M_{K(L)}}{f_{yd}} \times 1,4 \quad (1)$$

onde:

f_{yd} : resistência de cálculo do aço;

$M_{K(L)}$: equação para o momento fletor em função do vão;

W_x : módulo de resistência elástico.

Em seguida, procura-se nas tabelas de perfis (incorporadas ao programa) um perfil onde o valor de W_x é igual ou superior ao calculado (Figura 11). Os perfis podem ser obtidos no programa de pré-dimensionamento variando-se os seguintes dados: vão (L) do arco, distância entre arcos consecutivos e tipo de arco.

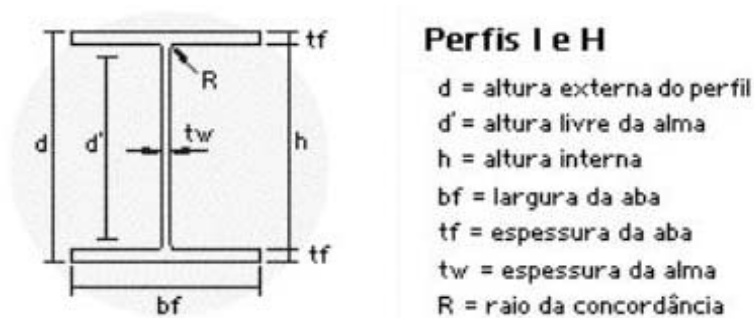


Figura 11 - Perfil I de aço a ser pré-dimensionado.

Como exemplo, a Figura 12 mostra a equação final do perfil de aço, relacionando momento fletor máximo e vão.

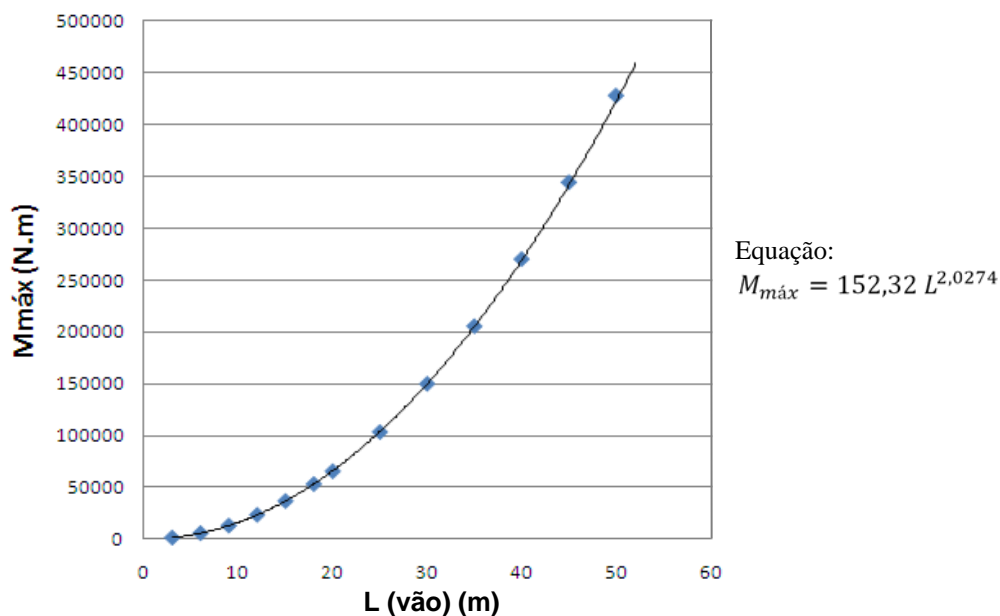


Figura 12 - Variação do momento fletor máximo em relação à variação do vão para um arco bi-engastado com estrutura do telhado de madeira, perfil de aço e distância entre arcos consecutivos $S = 4$ m.

Para o arco com seção transversal em madeira (Madeira Laminada Colada) (Figura 13), calcula-se o módulo de resistência elástico W_x e em seguida a altura h da seção retangular, sendo a largura da base da seção um dado de entrada (equações 2 e 3):

$$W_x \geq \frac{M_{K(L)}}{f_{c0,d}} \times 1,4 \quad (2)$$

$$h = \sqrt{\frac{6W_x}{b_w}} \quad (3)$$

onde:

$f_{c0,d}$: resistência de cálculo da madeira à compressão;

b_w : largura da base da seção transversal do arco.

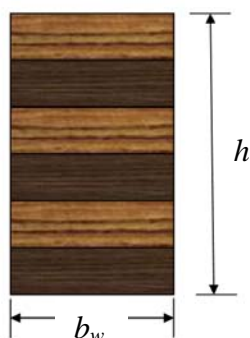


Figura 13 - Seção transversal de madeira a ser pré-dimensionada.

Para o arco com seção transversal de concreto, a altura foi obtida através da equação (4):

$$h = C + K_{23} \sqrt{\frac{M_{K(L)}}{b_w f_{ck}}} \quad (4)$$

onde:

h : altura da seção transversal;

$C = 0,03\text{m}$: cobrimento adotado para a armadura;

$K_{23} = 3,522$: constante escolhida para o domínio de deformação entre 2 e 3, em que a peça se encontra no estado limite último, por se tratar de domínio econômico;

f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto.

5 Pré-dimensionamento da cúpula

O pré-dimensionamento da cúpula consiste na determinação de sua espessura a partir do vão, conforme esquematiza a Figura 14.

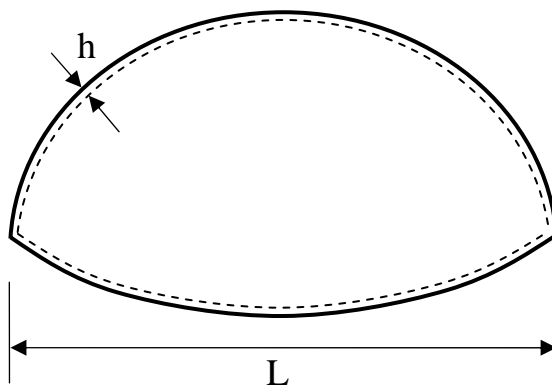


Figura 14 - Cúpula de concreto a ser pré-dimensionada.

Uma cúpula é um elemento estrutural do tipo casca. A casca é idealizada como uma membrana, onde existem apenas tensões de tração e de compressão. No entanto, se existem membros de enrijecimento nas bordas (apoios) não é possível manter o estado de equilíbrio de membrana, aparecendo tensões de flexão. Estas tensões aparecem também nas vizinhanças de cargas concentradas, aberturas e nervuras. Na prática as cascas cilíndricas de concreto armado não funcionam como membranas. Ao longo das bordas, tensões e deslocamentos diferentes daqueles da Teoria da Membrana aparecem. Isto depende da maneira em que a casca é apoiada (RAMASWAMY, 1978, BILLINGTON, 1965).

Dada a complexidade do comportamento estrutural, e por conseqüência, de se obter fórmulas simplificadas de pré-dimensionamento de uma cúpula, adotou-se a estratégia de se adaptar o pré-dimensionamento da cúpula ao de uma laje plana com as mesmas características, através da determinação de um coeficiente de ajuste (equação 5):

$$h = \frac{L}{45 \times \gamma} \quad (5)$$

onde:

h : espessura da cúpula;

L : vão da cúpula;

γ : coeficiente de ajuste da fórmula.

Para determinação do coeficiente de ajuste elaborou-se um modelo numérico no ANSYS® para uma laje plana com as mesmas condições de contorno, carregamento, espessura e malha. O coeficiente foi obtido relacionando a raiz quadrada (estimativa empírica) das tensões normais da laje plana em relação à cúpula, sendo estas tensões os valores médios nas regiões com os maiores valores de tensão e não simplesmente os valores máximos numéricos indicados pelo ANSYS®, pois às vezes podem ocorrer concentrações de tensões devido à modelagem feita via Método dos Elementos Finitos.

Os resultados foram obtidos para vãos da cúpula e da laje variando de 5 a 50 m. Para vãos de 5, 10 e 20 m foi adotada espessura da seção transversal de 0,15 m e para 30 e 50 m a espessura adotada foi de 0,20 m. Em seguida, por simplificação, foi feita a média aritmética

dos resultados obtidos, chegando-se ao coeficiente final (γ). O valor do coeficiente encontrado foi de aproximadamente 9.

6 Pré-dimensionamento das treliças

Do ponto de vista do projeto arquitetônico, dois parâmetros são interessantes na concepção de treliças planas: a altura da treliça e o comprimento dos módulos. Com base na prática de projeto estes parâmetros foram determinados para treliças com contorno retangular e triangular. As fórmulas empíricas deduzidas foram implementadas no programa de pré-dimensionamento.

Para a treliça com contorno retangular (Figura 15) a altura h é determinada a partir do vão L , utilizando a equação (6):

$$h = 0,26 \times L^{0,567} \quad (6)$$

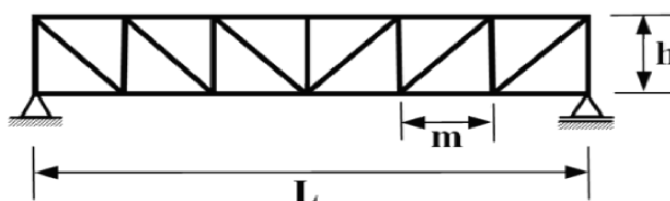


Figura 15 - Geometria da treliça com contorno retangular.

Para a treliça com contorno triangular (Figura 16) a altura é função do tipo de telha, que indica a inclinação do telhado. Foram calculadas as alturas para telhas de aço, de cerâmica e de fibrocimento.

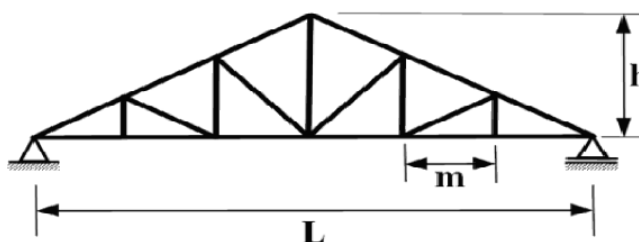


Figura 16 - Geometria da treliça com contorno triangular.

Para telha de aço tem-se a equação (7):

$$h = 0,15 \times \frac{L}{2} \quad (7)$$

Para telha cerâmica tem-se a equação (8):

$$h = 0,25 \times \frac{L}{2} \quad (8)$$

Para telha de fibrocimento a altura é obtida pela equação (9):

$$h = 0,15 \times \frac{L}{2} \quad (9)$$

A determinação do comprimento aproximado do módulo (m) foi feita para treliças em madeira e em aço, tendo como dado de entrada o vão da treliça (L). As fórmulas apresentadas a seguir são válidas para treliças com contorno retangular e triangular.

Para treliça de madeira tem-se a equação (10):

$$m = 0,66 \times L^{0,375} \quad (10)$$

Para treliça de aço tem-se a equação (11):

$$m = 0,37 \times L^{0,420} \quad (11)$$

7 Programa computacional para o pré-dimensionamento

Para que o pré-dimensionamento seja uma ferramenta eficiente na concepção do projeto arquitetônico (arquitetos) e no cálculo estrutural (engenheiros), o procedimento foi automatizado através da implementação das fórmulas simplificadas em um programa computacional, utilizando a ferramenta *Delphi*, com a linguagem *Object Pascal*. O programa faz o pré-dimensionamento a partir dos dados de entrada fornecidos pelo usuário, onde pode-se variar com facilidade o material, o vão, a condição de apoio etc.

O programa computacional elaborado foi denominado “PRÉ-DIMENSIONAR”. Neste, além do arco, da cúpula e da treliça, foi desenvolvido em trabalhos anteriores o pré-dimensionamento de vigas, pilares, lajes, vigas balcão e grelhas, em aço, madeira e concreto. Uma característica interessante do programa é a facilidade de utilização, necessitando-se de poucos dados de entrada.

A Figura 17 mostra a tela principal do programa. Nesta estão os ícones para cada tipo de material e de estrutura a ser pré-dimensionada.



Figura 17 - Tela principal do programa “PRÉ-DIMENSIONAR”.

As Figuras 18, 19 e 20 mostram, respectivamente, a tela para o pré-dimensionamento dos arcos de concreto, de madeira e de aço.

PRÉ-DIMENSIONAR 1.0

Aço PILAR VIGA Arco Madeira PILAR VIGA Arco

Concreto PILAR VIGA LAJE GRELHA VIGA BALCÃO Arco CÚPULA TRELIÇA

Arco Biengastado

Telhado de Madeira

Distância aproximada entre Arcos (S)

4 m

5 m

6 m

Largura da seção transversal (b_w): [m]

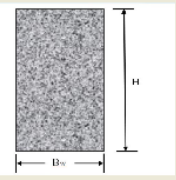
Resistência característica do concreto (f_{ck}): [MPa]

Vão (L): [m]

Calcular

Altura da seção (H): [cm]

Seção transversal de concreto:



Arco Bi-engastado

Arco com Tirante bi-apoiado

Distância entre arcos [m]

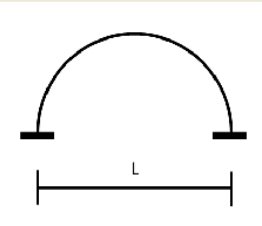
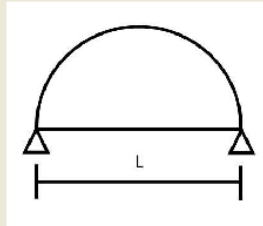
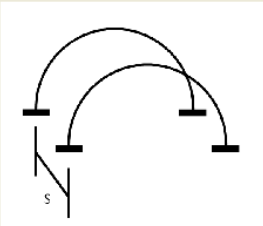




Figura 18 - Tela do programa “PRÉ-DIMENSIONAR” para arcos de concreto.

PRÉ-DIMENSIONAR 1.0

Aço PILAR VIGA Arco Madeira PILAR VIGA Arco

Concreto PILAR VIGA LAJE GRELHA VIGA BALCÃO Arco CÚPULA TRELIÇA

Arco Biengastado

Telhado de Madeira

Distância aproximada entre Arcos (S)

4 m

5 m

6 m

Tipo de madeira:

Angelim Pedra

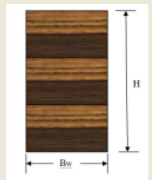
Largura da seção transversal (b_w): [m]

Vão (L): [m]

Calcular

Altura da seção (H): [cm]

Seção transversal de MLC:



Arco Biengastado

Arco com Tirante bi-apoiado

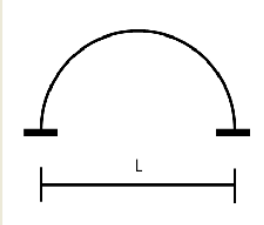
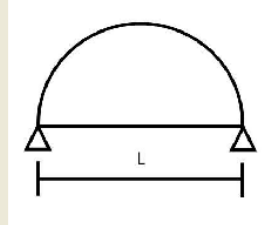



Figura 19 - Tela do programa “PRÉ-DIMENSIONAR” para arcos de madeira.

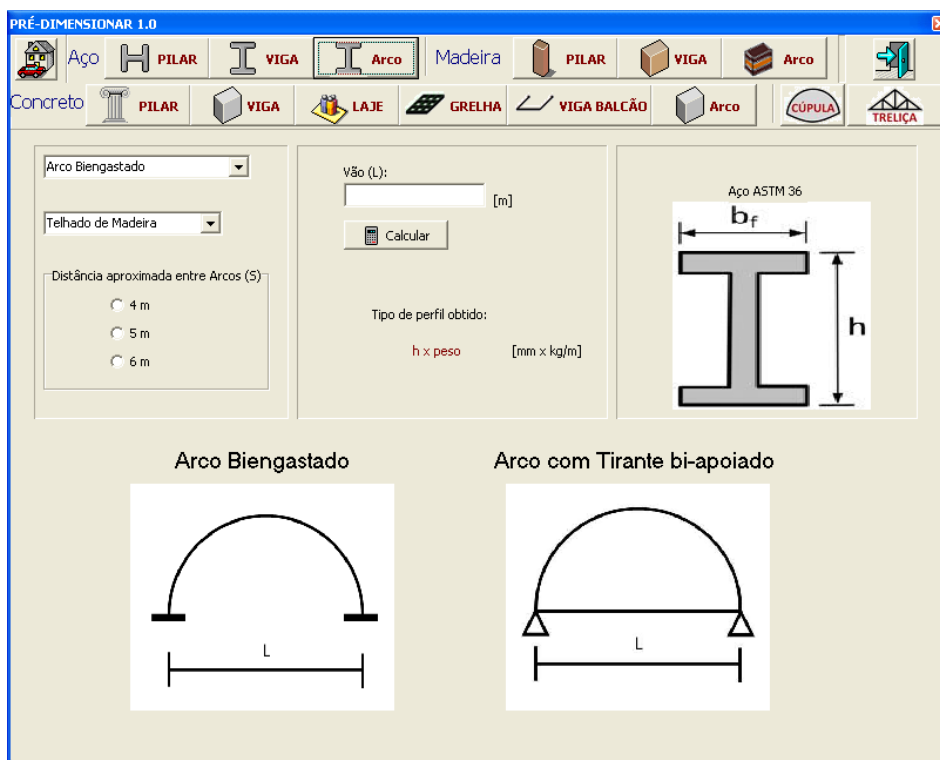


Figura 20 - Tela do programa “PRÉ-DIMENSIONAR” para arcos de aço.

As Figuras 21 e 22 mostram, respectivamente, a tela para o pré-dimensionamento da cúpula e das treliças com contorno retangular e triangular.

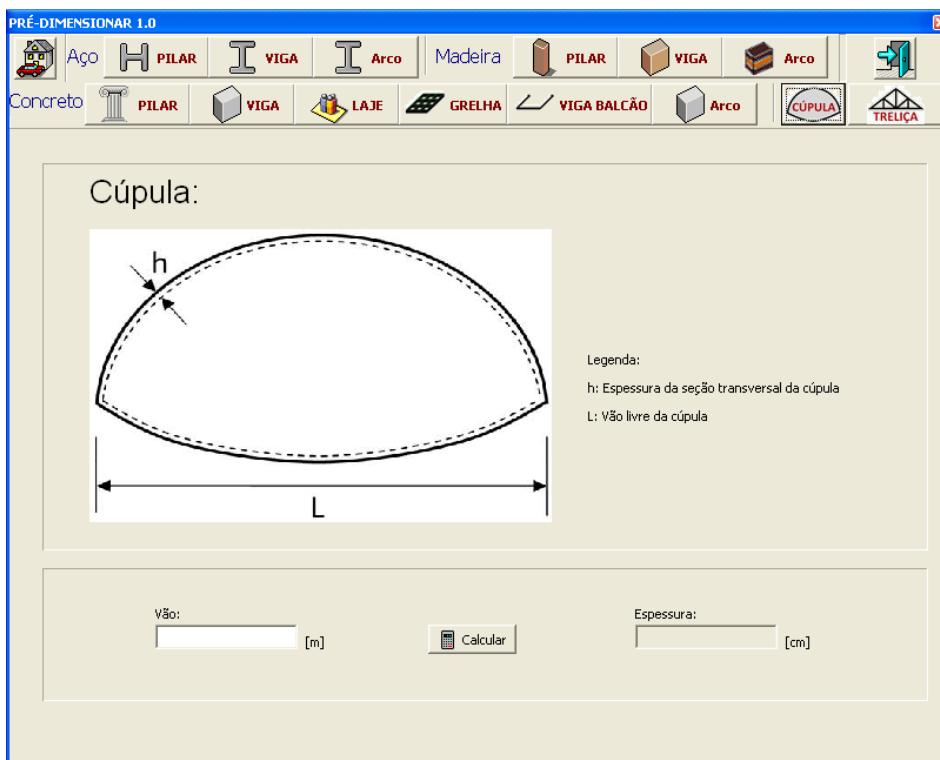


Figura 21 - Tela do programa “PRÉ-DIMENSIONAR” para a cúpula.

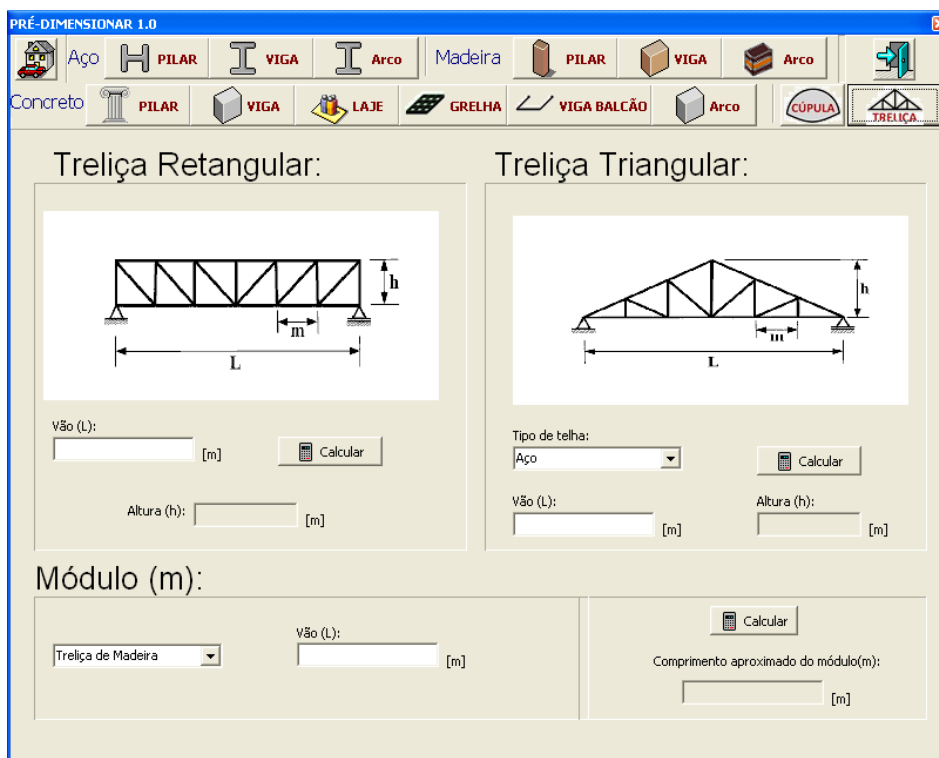


Figura 22 - Tela do programa “PRÉ-DIMENSIONAR” para treliça retangular e triangular.

Diversos cálculos e ajustes foram realizados, para que o programa se tornasse robusto e de fácil utilização.

8 Conclusões

As simulações numéricas realizadas por meio do *software* ANSYS[®] auxiliaram nas análises e na elaboração das fórmulas de pré-dimensionamento de arcos e cúpulas, sendo agilizada a resposta com a mudança na geometria e nos parâmetros que definem as estruturas, com resultados precisos e confiáveis.

A construção do programa de pré-dimensionamento em linguagem *Object Pascal* exigiu cuidados com os parâmetros adotados, a seqüência de cálculo, a interação com o usuário, assim como à montagem das telas de apresentação. As operações que podem ser realizadas no programa possibilitam aos usuários a obtenção de resultados rápidos e de fácil leitura.

O programa poderá ser útil a estudantes e profissionais de engenharia civil na etapa de pré-dimensionamento do cálculo estrutural, tornando este mais ágil. Para os profissionais e

estudantes de arquitetura o programa auxiliará no desenvolvimento de projetos arquitetônicos consistentes, onde a estrutura influencia as dimensões e a distribuição das partes que compõem a edificação.

9 Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e à PROPP-UFU (Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação da Universidade Federal de Uberlândia) pelo apoio financeiro.

10 Referências bibliográficas

ANSYS. Computational Applications and System Integration Inc., Version 12.0, 2010.

BATHE, K. J. Finite element procedures in engineering analysis. New Jersey: Prentice-Hall, 1982.

BILLINGTON, D. P. Thin shell concrete structures. New York: McGraw-Hill, 1965.

BRAUER, J.R. What every engineer should know about finite element analysis. New York: Mercel Dekker, 1993.

COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E. Concepts and applications of finite element analysis. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1989.

CUNHA, J. Curso básico do programa de elementos finitos ANSYS®. Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Civil, 2008. 92 p. Apostila.

DELPHI. Borland Software Corporation. Version 7.0, 2002.

FUSCO, P.B. Estruturas de concreto: fundamentos do projeto estrutural. São Paulo: USP, 1976.

MARGARIDO, A. F. Fundamentos de estruturas: um programa para arquitetos e engenheiros que se iniciam no estudo das estruturas. São Paulo: Zigate, 2003.

MOORE, F. Understanding structures. Boston: WCB McGraw-Hill, 1999.

PFEIL, W. Estruturas de aço: dimensionamento prático. 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, 1988.

PFEIL, W.; PFEIL, M. Estruturas de madeira. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

RAMASWAMY, G. S. Design and construction of concrete shell roofs. New Delhi: McGraw-Hill, 1978.

REBELLO, Y. C. P. A concepção estrutural e a arquitetura. São Paulo: Zigate, 2000.

REBELLO, Y. C. P. Estruturas de aço, concreto e madeira: atendimento da expectativa dimensional. São Paulo: Zigate, 2005.

SCHODEK, D. L.; BECHTHOLD, M. Structures. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2008.

SHAEFFER, R. E. Elementary structures for architects and builders. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2007.

SILVA, D. M.; SOUTO, A. K. Estruturas: uma abordagem arquitetônica. 2. ed. Porto Alegre: Sagra Luzzatto, 2000.