

Conhecimento Especializado e o Discurso Matemático do Professor no âmbito da decomposição de números naturais: um exemplo de uma tarefa para a Formação

*Brenda Graff*¹

*Caroline Silva*²

*Miguel Ribeiro*³

RESUMO

O conhecimento do professor de matemática possui especificidades próprias de sua prática profissional, sendo especializado, na perspectiva do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*. Esse Conhecimento Especializado materializa-se no discurso matemático utilizado pelo professor, que sustenta sua comunicação com os alunos no contexto escolar. Para desenvolvê-lo, conceitualizam-se Tarefas para a Formação, aqui, foca-se em uma Tarefa para a Formação Discursiva, envolvendo tópicos matemáticos em que alunos (e professores) revelam um conhecimento inadequado ou incompleto, como a decomposição de números naturais. Apresentamos e discutimos o conteúdo de uma Tarefa para a Formação Discursiva que se associa a desenvolver o Conhecimento Especializado do professor no âmbito dos procedimentos, recursos didáticos, estratégias e técnicas de ensino, tarefas e exemplos, que impactam nos elementos do discurso matemático nos escopos das narrativas endossadas e rotinas ritualísticas considerando a decomposição de números naturais.

¹ Mestre em Educação de Ciências e Matemática. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, Brasil. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-8824-8136>. E-mail: brenda.reche@gmail.com.

² Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Estadual de Campinas. Campinas, São Paulo, Brasil. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-7089-7090>. E-mail: caroldesouza86@gmail.com.

³ Doutor em Educação Matemática. Universidade Estadual de Campinas. Campinas, São Paulo, Brasil. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-3505-4431>. E-mail: cmribas78@gmail.com.

PALAVRAS-CHAVE: *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge.* Discurso matemático. Tarefas para a Formação. Decomposição de números naturais.

Teacher's Specialised Knowledge and teacher's mathematical discourse in the scope of decomposition of natural numbers: an example of a discursive tasks for Teacher Education

ABSTRACT

Mathematics teacher's knowledge has specific characteristics specific to their professional practice and is specialized, from the perspective of Mathematics Teacher's Specialized Knowledge. This Specialized Knowledge materializes in the mathematical discourse used by teachers, which supports their communication with students in the school context. To develop this knowledge, Tasks for Teacher Education are conceptualized. Here, we focus on a Task for Teacher Education Discursive, involving mathematical topics in which students (and teachers) reveal inadequate or incomplete knowledge, such as the decomposition of natural numbers. We present and discuss the content of a Task for Teacher Educations Discursive that is associated with developing teachers' Specialized Knowledge within the scope of procedures, didactic resources, teaching strategies and techniques, tasks, and examples, which impact the elements of mathematical discourse within the scope of endorsed narratives and ritualistic routines considering the decomposition of natural numbers.

KEYWORDS: *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge.* Mathematical discourse. Task for Teacher Education. Natural number decomposition.

Conocimiento Especializado y el discurso matemático del profesor de matemática en el ámbito de la decomposición de números naturales: un ejemplo de Tarea para la Formación

RESUMEN

El conocimiento del profesor de matemática tiene especificidades de su práctica profesional, siendo especializado desde la perspectiva del *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*. Este Conocimiento

Especializado se materializa en el discurso matemático utilizado por el profesor, que sustenta su comunicación con los alumnos en el contexto escolar. Para desarrollarlo, aquí se conceptualizan Tareas para la Formación, se centra en una Tarea para la Formación Discursiva, involucrando tópicos matemáticos en los que los alumnos (y profesores) revelan un conocimiento inapropiado o incompleto, como la descomposición de números naturales. Presentamos y discutimos el contenido de una Tarea para la Formación Discursiva que se asocia con el desarrollo del Conocimiento Especializado del profesor en el ámbito de los procedimientos, recursos didácticos, estrategias y técnicas de enseñanza, tareas y ejemplos, que inciden en los elementos del discurso matemático en el ámbito de las relatos acreditados y rutinas repetitivas considerando la descomposición de números naturales.

PALABRAS CLAVE: *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*. Discurso matemático. Tareas para la Formación. Descomposición de números naturales.

* * *

Introdução

O conhecimento do professor de matemática cumpre um papel essencial nas e para as aprendizagens matemáticas dos alunos (Nye; Konstantopoulos; Hedges, 2004). Na prática profissional do professor de matemática, há um conjunto de rotinas próprias, incomuns a outras profissões, como formular e resolver problemas matemáticos, explicitar e discutir tópicos matemáticos, atribuir significado às produções de outros, conceitualizar e implementar tarefas matemáticas. É essencial, portanto, que o professor de matemática detenha um Conhecimento Especializado, assumido, aqui, na perspectiva do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*⁴ – MTSK (Carrillo *et al.*, 2018).

⁴ Opta-se por manter a nomenclatura em inglês, pois esta é uma conceitualização do conhecimento do professor reconhecida internacionalmente, e a tradução desvirtuaria não apenas o sentido, mas, essencialmente, o conteúdo de cada um dos subdomínios que compõem o modelo que a representa.

O MTSK considera o conhecimento do professor de matemática como especializado. Inclui, por exemplo, conhecer os procedimentos envolvidos em cada tópico matemático, as definições e as propriedades que as sustentam, e as formas de representar esses tópicos. Além destes, inclui conhecer os recursos didáticos que (e como) sustentam as discussões com os alunos, as tarefas matemáticas, as estratégias, as técnicas, os exemplos, a serem empregues, otimizando o desenvolvimento do conhecimento matemático dos alunos em cada tópico e em cada momento. Tal conhecimento, materializa-se por meio do discurso matemático a que o professor recorre (ver, por exemplo, Bakhtin, 1992), e que sustenta a comunicação sobre os objetos matemáticos com os seus alunos (Ponte *et al.*, 1998).

Discurso corresponde às diferentes formas de comunicação que possibilitam que indivíduos (de um mesmo grupo social) interajam entre si (Sfard, 2008). O discurso, especificamente o matemático, inclui palavras e símbolos utilizados para gerar narrativas endossadas – sequências verbais matemáticas consideradas verdadeiras pela comunidade científica –, e rotinas ritualísticas – ações repetitivas essenciais para desenvolver as formas de Pensar⁵ matematicamente dos sujeitos (Sfard, 2008).

Assume-se, aqui, que aprender matemática consiste em aprofundar-se neste discurso, progredindo em um discurso matemático pré-existente ou aderindo a discursos de sujeitos considerados mais experientes (Sfard, 2008). No contexto escolar, esse sujeito é o professor de matemática (Graff; Ripardo, 2023), tornando-se essencial desenvolver o Conhecimento Especializado do professor, pois seu discurso influencia no discurso dos alunos (ver, por exemplo, Vigotski, 1987) e em suas aprendizagens – essa “influência” deve possibilitar discussões matematicamente adequadas e de elevado nível e demanda cognitiva – isto é, discussões em que o conteúdo matemático é explorado de maneira ampla e profunda.

⁵ Quando se marca uma sintagma nominal com letra maiúscula, privilegia-se o referente a ele associado (Silva, 2015) como aqui, que se utiliza Pensar matematicamente com o “P” de Pensar maiúsculo, por englobar todos os tipos de pensamento (por exemplo, o Algébrico, Estatístico, Geométrico).

Como o Conhecimento Especializado do professor não se desenvolve na prática de sala de aula (Ribeiro; Mellone; Jakobsen, 2013), demanda-se a realização de contextos formativos que tenham por objetivo desenvolvê-lo (Ribeiro; Almeida; Mellone, 2021) e, associadamente, desenvolver o discurso matemático em que esse conhecimento se materializa (Sfard, 2008).

Para esse movimento de especialização da formação de professores conceitualizam-se, no grupo de pesquisa e formação Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor de matemática (CIEspMat)⁶, as Tarefas para a Formação – TpF (Ribeiro, 2021; Ribeiro; Almeida; Mellone, 2021) – recursos formativos e instrumentos de coleta de informações para a pesquisa (assumindo pesquisa e formação de forma imbricada). Elas sustentam as discussões especializadas nos contextos formativos e são conceitualizadas assumindo a prática como origem e destino da formação especializada associada, priorizando desenvolver o Conhecimento Especializado do professor em um determinado tópico, para melhorar a qualidade das discussões matemáticas. Quando as Tarefas para a Formação focam em, também, desenvolver o discurso matemático do professor, são denominadas por Tarefas para a Formação Discursivas (TpFD), pois o conhecimento do professor impacta em suas ações, no que o professor diz e faz, e como o faz, em sua prática profissional (Ribeiro; Carrillo, 2011).

Como um dos elementos geradores para as TpF, consideram-se as Tarefas para os alunos (Ta), conceitualizadas a partir da identificação do conhecimento incompleto ou inadequado dos alunos (usualmente associado às dificuldades que revelam) no tópico que se discute (Ribeiro, 2021). Entre esses tópicos, identificamos a decomposição de números naturais⁷ em que os

⁶ O CIEspMat é um grupo de Pesquisa e Formação que desenvolve trabalhos focados no desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e futuro professor de e que ensina matemática – desde a Educação Infantil ao Ensino Médio. [@ciespmat_formacao](http://www.ciespmat.com.br)

⁷ Embora nos documentos oficiais seja utilizado a expressão “decomposição dos números naturais”, não a adotaremos nesta pesquisa, pois a contração da preposição “de” com o artigo definido “os” – formando o “dos”, neste caso, refere-se à específicos números naturais, dando a entender que já foram mencionados ou que estão em um contexto definido. Por isso, adotou-se a expressão “decomposição de números naturais”, já que se refere ao conceito de decompor números naturais em geral, sem especificar quais, sendo, portanto, uma forma mais ampla e que possibilita uma generalização.

alunos (ver, por exemplo, Lerner; Sadovsky, 1996) e professores (ver, por exemplo, Curi, 2011) revelam conhecimento incompleto ou inadequado.

Com esse fito, apresentamos e discutimos a estrutura e o conteúdo de uma TpFD associada ao objetivo formativo de desenvolver o Conhecimento Especializado e o discurso matemático do professor no âmbito da decomposição de números naturais. Associada a essa TpFD, a questão de pesquisa foca no Conhecimento Especializado associado a procedimentos, recursos didáticos, estratégias, técnicas, tarefas e exemplos, e nos elementos do discurso matemático, narrativas endossadas e rotinas ritualísticas.

Algumas discussões teóricas

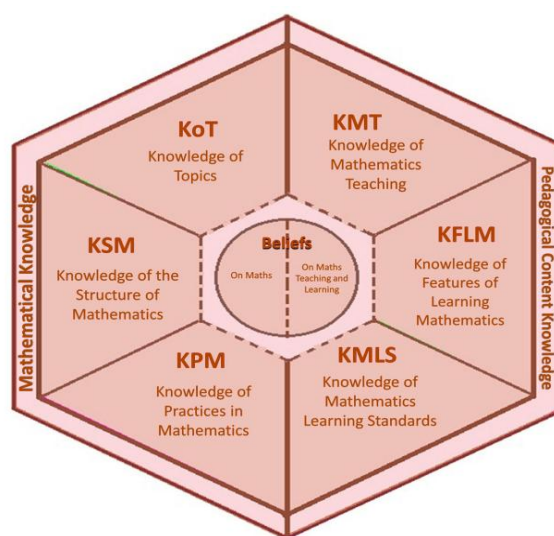
A decomposição de números naturais expressa um número de diferentes formas equivalentes (Cebola, 2002). Há indicações de trabalho associado a esse tópico desde o 1.º ano dos Anos Iniciais pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018). Forma parte, também, dos documentos oficiais de vários outros países (ver, por exemplo, DGE; 2018; MINEDUC, 2015; NCTM 2010).

Embora seja um tópico essencial para o entendimento do Sistema de Numeração Decimal (SND), os alunos revelam um conhecimento inadequado ou incompleto (usualmente associado a dificuldades no tópico), por exemplo: (i) conhecer a diferença entre o valor posicional e o valor absoluto de cada algarismo de um número (Curi, 2011) – em 23, o algarismo das dezenas é o dois, e tem duas dezenas; (ii) conhecer o valor posicional de cada algarismo no número (Lerner; Sadovsky, 1996) – em 23, decompõem como $2 + 3$ ao invés de $20 + 3$; (iii) conhecer diferentes formas de decompor um número – a forma usual de decompor 23 é $23 = 20 + 3$, e formas incomuns são, por exemplo, $23 = 10 + 13$ e $23 = 0 + 23$.

Para que os alunos possam desenvolver o seu conhecimento matemático de forma adequada no âmbito da decomposição de números naturais, é necessário que o professor detenha um Conhecimento

Especializado, assumido, aqui, a partir do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* – MTSK (Carrillo *et al.*, 2018) e seus dois domínios de conhecimento: *Mathematical Knowledge* (MK) e *Pedagogical Content Knowledge* (PCK), sendo cada um deles constituído por três subdomínios.

FIGURA 1: Domínios e subdomínios do MTSK



Fonte: Carrillo *et al.*, (2018, p. 241)

Discute-se o *Knowledge of Topics* (KoT), destacando o conhecimento da categoria procedimentos; e o *Knowledge of Mathematics Teaching* (KMT), focando o conhecimento das categorias recursos didáticos (físicos e digitais) e estratégias, técnicas, tarefas e exemplos. Apresentam-se, desse modo, exemplos de⁸ conteúdos de conhecimento no âmbito da decomposição de números naturais para cada uma dessas categorias.

No *Knowledge of Topics* (KoT) inclui-se o conhecimento do professor relativo aos tópicos matemáticos, como o conhecimento procedimental, os significados e sentidos e as propriedades que sustentam o tópico (Carrillo *et al.*, 2018). Constitui-se em quatro categorias: (i) procedimentos; (ii) definições, propriedades e fundamentos; (iii) registros de representação; e (iv) fenomenologia e aplicações. Discutem-se todas de forma sintética, mas o

⁸ Para mais informações sobre os demais domínios e subdomínios consultar, por exemplo, Graff e Ribeiro (2024).

foco de atenção é em (i) procedimentos, pois será discutido na Tarefa para a Formação Discursiva (TpFD) apresentada posteriormente.

Em (i), procedimentos, inclui-se o conhecimento do professor relacionado a como fazer *algo* – algoritmos convencionais ou alternativos –, quando fazer *algo* – condições necessárias e suficientes para gerar os algoritmos –, e porque *algo* é feito – os princípios que desenham esses algoritmos (Carrillo *et al.*, 2018). Na decomposição de números naturais inclui, por exemplo:

- (a) Conhecer que um procedimento para decompor um número natural envolve adicionar o valor posicional dos algarismos, como $23 = 20 + 3$.
- (b) Conhecer que um procedimento para decompor um número natural no recurso ábaco envolve efetuar agrupamentos de 10 associado ao uso de parcelas. O número 23 possui duas parcelas (unidade e dezena) e pode ser decomposto em $20 + 3$; $10 + 13$ ou $0 + 23$ (Ribeiro, 2022).

Em (ii), definições, propriedades e fundamentos, inclui-se o conhecimento do professor sobre as diferentes definições de um tópico, o conjunto de propriedades que caracterizam os objetos matemáticos, essenciais para sustentar as definições, e dentre essas propriedades, as fundamentais ao tópico (Carrillo *et al.*, 2018). Por questões operacionais, discutem-se nesta ordem: (a) propriedades; (b) fundamentos; e (c) definições.

- (a) Propriedades, corresponde a conhecer um conjunto de atributos matemáticos invariantes a um tópico. Na decomposição de números naturais inclui, por exemplo, conhecer que o valor absoluto e o posicional dos algarismos coincidem apenas na ordem das unidades.
- (b) Fundamentos, refere-se a conhecer um conjunto de propriedades essenciais para um tópico existir. Na decomposição de números naturais inclui, por exemplo, conhecer que sem identificar o valor posicional dos algarismos, não é possível decompor o número.
- (c) Definições, contempla conhecer um conjunto minimal de propriedades de um ente matemático que permitem identificá-lo univocamente. Na decomposição de números naturais inclui, por exemplo, conhecer que

todo número n com i algarismos que assumem o valor $a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ com $i = 1, 2, \dots, r$ é um polinômio representado por $n = a_0 \times 10^0 + a_1 \times 10^1 + a_2 \times 10^2 + \dots + a_r \times 10^r$ em que $r \geq 0$ (ver, por exemplo, Domingues, 1934).

Em (iii), registros de representação, inclui-se o conhecimento das distintas formas de representar um tópico, envolvendo registros numéricos, linguagem natural, gráfico, algébrico e pictórico (Duval, 1995). Na decomposição de números naturais inclui, por exemplo:

- (a) Conhecer que a quantidade 23 pode ser representada numericamente (registro numérico), por exemplo, como $20 + 3$; $10 + 10 + 3$.
- (b) Conhecer que a quantidade 23 pode ser representada recorrendo à linguagem natural, por exemplo, duas dezenas e três unidades; 10 unidades mais 10 unidades mais três unidades.
- (c) Conhecer que uma quantidade n pode ser representada algebricamente, como

$$n = a_0 \times 10^0 + a_1 \times 10^1 + a_2 \times 10^2 + \dots + a_r \times 10^r, \text{ em que } r \geq 0.$$

Em (iv), fenomenologia e aplicações, engloba-se o conhecimento dos conceitos associados a um tópico e os diferentes sentidos que o envolvem, nos mais variados contextos para ensiná-lo. Na decomposição de números naturais inclui, por exemplo:

- (a) Conhecer que decompor um número natural possui sentido de equivalência, pois pode-se representar um mesmo número recorrendo a distintas decomposições ($23 = 20 + 3 = 10 + 10 + 3 = 2 \overline{\times} 10 + 3$).
- (b) Conhecer que decompor um número natural possui sentido de operador, pois a decomposição pode ser entendida como uma operação a ser realizada – com a operação de um lado da igualdade e o resultado do outro lado da igualdade ($20 + 3 = 23$ ou $2 \overline{\times} 10 + 3 = 23$).

O *Knowledge of Mathematics Teaching* (KMT) refere-se ao conhecimento do professor para ensinar matemática associado às tarefas, às estratégias e às técnicas de ensino de tópicos matemáticos, bem como dos

recursos que podem ser utilizados para potencializar o entendimento matemático dos alunos de cada tópico específico (Carrillo *et al.*, 2018). É constituído por três categorias: (i) teorias de ensino da matemática; (ii) recursos didáticos (materiais ou digitais); e (iii) estratégias, técnicas, tarefas e exemplos. Discutem-se todas de forma sintética, mas o foco de atenção é em (ii) e (iii), pois serão discutidos na TpFD apresentada posteriormente.

Em (i), teorias de ensino da matemática, envolve-se o conhecimento dos elementos teóricos que derivam diretamente dos estudos específicos da Educação Matemática (Carrillo *et al.*, 2018) no âmbito do ensino de cada tópico. Na decomposição de números naturais inclui, por exemplo:

- (a) Conhecer a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1995), em que há um registro de representação auxiliar que pode ser utilizado para compreender o registro de representação principal, sendo o ábaco, por exemplo, um recurso concreto (representação auxiliar) que ajuda na compreensão da decomposição numérica – abstrato (representação principal).

Em (ii), recursos didáticos (físicos e digitais), tem-se o conhecimento do professor sobre os recursos que podem ser utilizados para potencializar o ensino dos tópicos matemáticos; e as limitações que podem estar envolvidas em seu uso (Carrillo *et al.*, 2018). Na decomposição de números naturais inclui, por exemplo:

- (a) Conhecer que o uso do recurso ábaco tem potencialidade para desenvolver o entendimento do valor posicional, e que para isso deve-se cobrir a predefinição que as hastes do recurso possuem⁹, assim, ao determinar qual haste representará as unidades, as demais ordens são determinadas (Ribeiro, 2022).
- (b) Conhecer que no recurso ábaco, as hastes indicam as ordens do SND e, portanto, a quantidade de peças que se colocam em cada haste

⁹ Essas marcações já veem usualmente definidas de fábrica, com a unidade sendo a primeira haste da direita para a esquerda, a dezena, a segunda haste da direita para a esquerda, e assim sucessivamente.

corresponde à quantidade de elementos dessa ordem, podendo ser mais de nove peças¹⁰ (Ribeiro; Graff; Silva, 2024).

Em (iii), estratégias, técnicas, tarefas e exemplos, engloba-se o conhecimento do professor sobre o tipo de tarefas, e da discussão associada, que podem ser utilizadas para explorar determinadas componentes de um tópico, bem como as estratégias, as técnicas e os exemplos que podem ser empregados para o ensino de cada um desses tópicos. Na decomposição de números naturais inclui, por exemplo:

- (a) Conhecer que um tipo de tarefa com potencialidades para que os alunos entendam a decomposição de números naturais (e não só), deve conter perguntas solicitando decompor um número natural utilizando diferentes formas, para Pensar além da decomposição por meio da adição do valor posicional dos algarismos (Ribeiro, 2022).

O Conhecimento Especializado do professor de matemática materializa-se por meio do seu discurso matemático (ver, por exemplo, Sfard, 2008). Como o ser humano participa do mundo a partir da produção de interações sociais (Vigotski, 2008), logo, tem-se o discurso como um tipo de comunicação que ajuda indivíduos a interagirem com seus pares – participantes de um mesmo grupo social.

Desse modo, as aprendizagens matemáticas são otimizadas quando o sujeito é inserido no discurso matemático, desenvolvendo aptidão para conversar de e sobre matemática a partir de comunicações interpessoais (Sfard, 2008), que no ambiente escolar é a comunicação, por exemplo, entre os alunos e o professor de matemática (sujeito mais experiente). Assim, o discurso matemático possui quatro elementos (Sfard, 2008): (i) uso de palavras; (ii) mediadores visuais; (iii) narrativas endossadas; e (iv) rotinas.

Em (i), uso de palavras, engloba-se as palavras que nomeiam os objetos matemáticos sob a forma de linguagem natural e o modo como são utilizadas

¹⁰ Este conhecimento leva a uma das *Fake News* no ensino da matemática (Graff; Silva; Ribeiro, 2024), que considera o jogo do Nunca 10 como uma estratégia adequada para que os alunos entendam o valor posicional.

(Sfard, 2008). Na decomposição de números naturais, envolve, por exemplo, usar a expressão “duas dezenas e três unidades” para identificar o 23.

Em (ii), mediadores visuais, tem-se os símbolos que designam com precisão e clareza um objeto matemático (Sfard, 2008). No âmbito da decomposição de números naturais envolve, por exemplo, usar os números e os sinais das operações para formar uma expressão numérica, como $23 = 20 + 3$ ou $23 = 2 \times 10 + 3$; e usar expressões algébricas, como $n = a_0 \times 10^0 + a_1 \times 10^1 + a_2 \times 10^2 + \dots + a_r \times 10^r$, em que $r \geq 0$.

Em (iii), narrativas endossadas, engloba-se as sequências verbais que se referem a objetos matemáticos, e que estão sujeitas a aprovação ou rejeição pela comunidade de intelectuais que participam desse discurso específico (Sfard, 2008). Desse modo, narrativas endossadas, correspondem às definições, propriedades, teoremas, demonstrações e procedimentos. No âmbito da decomposição de números naturais envolve, por exemplo:

- (a) Usar a narrativa endossada do tipo procedimentos, em que se efetua a decomposição de um número natural a partir da adição do valor posicional de seus algarismos.
- (b) Usar a narrativa endossada do tipo propriedades, em que se afirma que o valor absoluto e o posicional de um algarismo coincidem quando a ordem é a das unidades.
- (c) Usar a narrativa endossada do tipo fundamentos, ao afirmar que o valor posicional dos algarismos de um número sustenta a decomposição, pois sem identificá-los não se decompõe o número.
- (d) Usar a narrativa endossada do tipo definições, cujo todo número n com i algarismos que assumem o valor $a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ com $i = 1, 2, \dots, r$ é um polinômio representado por $n = a_0 \times 10^0 + a_1 \times 10^1 + a_2 \times 10^2 + \dots + a_r \times 10^r$ em que $r \geq 0$ (ver, por exemplo, Domingues, 1934).

Em (iv), rotinas, corresponde a regularidades¹¹ de repetição características de um discurso, que faz uso de palavras e símbolos para criar narrativas de acordo com suas necessidades discursivas. Possui três tipos: (a) rotinas do tipo atos; (b) rotinas ritualísticas; e (c) rotinas de explorações. Discutem-se todas de forma sintética, mas o foco de atenção é em (b), pois será discutida na TpFD apresentada posteriormente.

Em (a), rotinas do tipo atos, tem-se as rotinas que, embora produzam narrativas, não se preocupam com o desenvolvimento do Pensar matematicamente – situando-se no *saber fazer*. Na decomposição de números naturais envolve, por exemplo, usar o procedimento de decomposição associado a adicionar o valor posicional dos algarismos, sem preocupar-se em compreender que essa não é a única maneira de decompor um número e pode até nem ser a forma mais adequada para a determinada situação em que essa decomposição foi efetuada (Cebola, 2002).

Em (b), rotinas ritualísticas, tem-se os rituais, ocorrência necessária para o processo de aprendizagem matemática, já que desenvolve o Pensar matematicamente a partir de sucessivas interações com sujeitos mais experientes no discurso matemático (Sfard, 2008). Além disso, inclui, dentre outras ações, aumentar a demanda cognitiva dos exemplos utilizados relativamente ao tópico, à medida em que os alunos se aprofundam no discurso sobre um objeto matemático; bem como utilizar recursos para aprofundar-se no entendimento de uma componente do tópico para ajudar a praticar o discurso (potencializar as discussões matemáticas). Na decomposição de números naturais envolve, por exemplo, usar o recurso ábaco em aulas introdutórias sobre a decomposição de números naturais – como forma de ensinar o valor posicional –, cobrindo com adesivos a predefinição que as hastes do recurso possuem, assim, ao iniciar a rotina ritualística, determina-se qual haste representará as unidades e as demais

¹¹ No âmbito do trabalho que desenvolvemos com foco nas especificidades do conhecimento matemático do professor, atendendo à adequação matemática, padrão de repetição necessita ser considerado como regularidade de repetição (Ribeiro, 2021) que são exteriorizadas de determinada forma, recorrendo a palavras e mediadores visuais de um discurso.

ordens são, também, determinadas (ver, por exemplo, Ribeiro, 2022); ao encerrar a rotina ritualística (quandos termina-se de decompor o número), inicia-se uma nova rotina ritualística (uma nova decomposição) mudando a unidade de haste (entendendo que independente do lugar que ocupa, ao determiná-la, as demais ordens assumem suas posições à sua esquerda).

Em (c), rotinas de explorações, engloba-se a produção de narrativas (endossadas ou não), que ocorre quando o sujeito se torna autônomo para Pensar matematicamente, após participar de sucessivas rotinas ritualísticas com os sujeitos mais experientes (Sfard, 2008). Na decomposição de números naturais envolve, por exemplo, usar o mediador visual algébrico de um polinômio para definir¹² a decomposição de números naturais.

Há três formas de discurso matemático: (i) discurso matemático coloquial; (ii) discurso matemático escolar; e (iii) discurso matemático literato.

Em (i), discurso matemático coloquial, tem-se o discursar sobre objetos matemáticos sem a adequação para uma linguagem matematicamente válida. Na decomposição de números naturais envolve, por exemplo, usar a palavra *casas* (inadequada) ao referir-se às posições do número, como em *23, o 2 está na casa das dezenas*.

Em (ii), discurso matemático escolar, tem-se o discurso ideal de ser utilizado na escola (contudo, não é o que ocorre sempre). Neste tipo de discurso são utilizadas mais palavras e menos símbolos para referir-se aos objetos matemáticos – considerando sempre a adequação matemática (Sfard, 2008). No âmbito da decomposição de números naturais envolve, por exemplo, usar a palavra *ordem* (adequada) para referir-se às posições do número, como em *23, o 2 está na ordem das dezenas*.

Em (iii), discurso matemático literato, engloba-se um rigor linguístico e um refinamento criterioso da linguagem, utilizando mais símbolos do que palavras para referir-se aos objetos matemáticos (Sfard, 2008). No âmbito da decomposição de números naturais envolve, por exemplo, usar $a \overline{\times} 10$

¹² Ver a definição em narrativas endossadas do tipo definições (página 12).

para referir-se a ordem das dezenas do número $n = a_0 \times 10^0 + a_1 \times 10^1 + a_2 \times 10^2 + \dots + a_r \times 10^r$.

Em Graff e Ribeiro (2024) discutem-se algumas relações entre o Conhecimento Especializado do professor de matemática e o discurso matemático desse grupo social. Aqui, retomam-se aquelas que são foco de discussão na TpFD conceitualizada.

Procedimentos, definições, propriedades e fundamentos – narrativas endossadas: os procedimentos, definições, propriedades e fundamentos (KoT) são considerados como narrativas endossadas (discurso matemático), já que são consensualmente aceitos pelos participantes mais experientes do discurso matemático – matemáticos, pesquisadores, professores de matemática ou membros da comunidade acadêmica.

Recursos didáticos (físicos e digitais) – rotinas ritualísticas: os recursos didáticos – físicos e digitais (KMT) são considerados como rotina ritualística (discurso matemático), já que nelas, o sujeito de maior autoridade – o professor de matemática (Graff; Ripardo, 2023) – usa recursos nas aulas de matemática e orienta seus alunos a treinarem alguma componente de um determinado tópico – os alunos, usualmente, acabam por usá-lo da maneira como o professor ensina (seja adequada ou não), por ele ser considerado mais experiente no seu uso.

Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos – rotinas ritualísticas: as estratégias, técnicas, tarefas e exemplos (KMT) são rotinas ritualísticas (discurso matemático), pois responder tarefas matemáticas são indispensáveis para aprender matemática (Graff; Ripardo, 2023), já que permitem que os alunos desenvolvam seu conhecimento e o materialize em seu discurso matemático a partir, por exemplo, da inclusão de perguntas em tarefas que requerem o uso de distintas estratégias para resolver um determinado problema (sobre um tópico específico), ou do aumento da demanda cognitiva na sequência dos exemplos incluídos nas tarefas.

Tarefa para a Formação Discursiva (TpFD) no âmbito da decomposição de números naturais

Apesar de a discussão sobre tarefas não ser recente no âmbito da pesquisa em Educação Matemática (Tirosh; Wood, 2008), o foco dessas tarefas tem sido prioritariamente em tarefas matemáticas para os alunos (Delgado, 2013; Walls, 2005), discutindo abordagens pedagógicas associadas, como sejam, tarefas de resolução de problemas e tarefas investigativas (ver, por exemplo, Delgado, 2013; Ponte, 2005; Stein; Smith, 1998). De forma complementar, tem emergido, recentemente, um foco nas Tarefas para a Formação de professores que envolvem *algo a* mais do que Tarefas para os alunos e uma discussão de como implementar em sala de aula (Nacarato, 2013), permitindo uma discussão que considera às especificidades da prática profissional do professor de matemática, de modo a fazer diferente do que tem sido feito (Ribeiro; Almeida, 2022), que os alunos entendam matemática e passem a Pensar matematicamente.

Indo na contramão das propostas que se focam essencialmente no conhecimento pedagógico geral, desconsiderando as especificidades das áreas de conhecimento que os professores ensinam e, portanto, sem preocupação e foco nas especificidades dessa prática para que os alunos entendam os tópicos matemáticos específicos (Ribeiro, 2018), consideramos que a prática do professor de matemática é especializada e, nesse sentido, necessita de Tarefas para a Formação que se associam a objetivos formativos específicos de desenvolver o conhecimento, competências e discurso do professor, para possibilitar que os alunos entendam, transformando as aulas de matemática em *lugares de pensamento*.

Assim, considerando esse Conhecimento Especializado do professor e o fato de que ele não se desenvolve, ao longo dos anos, na prática de sala de aula com os alunos (Ribeiro; Mellone; Jakobsen, 2013), conceitualizam-se as denominadas Tarefas para a Formação – TpF (Ribeiro, 2021; Ribeiro; Almeida; Mellone, 2021). Essas TpF consideram, usualmente, uma Tarefa

para os alunos (Ta) como um dos pontos de partida para a discussão (apenas o detonador e não o foco prioritário), permitindo uma transposição para a prática profissional futura esperada.

Toda TpF é entendida, simultaneamente, como um recurso para a formação e um instrumento de coleta de informações para a pesquisa, pelo que sempre possui uma questão de pesquisa associada. As TpF conceitualizadas no CIEspMat perseguem o objetivo formativo prioritário de promover discussões que buscam desenvolver o Conhecimento Especializado do professor, para que possam implementar práticas pedagógicas emocionantes e matematicamente inovadoras (Ribeiro; Silva, 2024). Quando as TpF focam, também, em desenvolver o discurso matemático do professor são denominadas de Tarefas para a Formação Discursivas (TpFD)¹³.

Assim, a TpFD¹⁴ corresponde à tarefa que os professores participantes de um contexto formativo recebem, e, pela abordagem formativa que se desenvolve, usualmente, são compostas por duas partes: assume-se como ponto de partida uma problemática para focar a atenção no conhecimento materializado em forma de discurso matemático (Parte Preliminar); um conjunto de perguntas que buscam aceder e desenvolver o Conhecimento Especializado do professor e, conseqüentemente, seu discurso matemático a partir de uma Tarefa para os alunos (Ta) – que se encontra dentro de um retângulo – no âmbito do tópico que se aborda (Parte I).

Considera-se aqui, uma TpFD que foi validada em diferentes contextos (com futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais; com professores de matemática e pedagogos; e com formadores de professores dos Anos Iniciais). Esta TpFD foi conceitualizada considerando o objetivo formativo de desenvolver o Conhecimento Especializado e o discurso matemático dos participantes relativamente aos procedimentos (narrativas

¹³ Outro tipo de TpF são as que se centram em desenvolver o Conhecimento Interpretativo e denominam-se por Tarefas Interpretativas – TI (Mellone *et al.*, 2020; Ribeiro; Silva, 2024). As TI contém, além da Parte Preliminar e da Parte I, uma Parte II, que é constituída por um conjunto de perguntas para atribuição de significado às produções dos alunos para a Ta, fornecendo um *feedback* construtivo.

¹⁴ Para uma discussão associada ao modelo que descreve o processo de conceitualização e validação de TpF, consultar, por exemplo, Ribeiro e Almeida (2022).

endossadas) do tópico decomposição de números naturais a partir do uso de um recurso físico, o ábaco (rotina do tipo ritual).

Apresentamos, aqui, por foco de discussão, parte da TpFD (Figura 2), em particular, duas perguntas da Parte Preliminar e duas perguntas da Parte I, relacionadas a uma Ta de introdução ao tópico decomposição de números naturais, conceitualizada para ser implementada no 4.º ano dos Anos Iniciais, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018).

Figura 2: Parte de uma TpFD no âmbito da decomposição de números naturais

PARTE PRELIMINAR

1. Imagine que você vai substituir um professor que pensou em uma tarefa para que os alunos decomponham um mesmo número de diferentes maneiras. Para isso, ele tinha formulado uma questão associada a um número de 2 ordens, o 23, e colocou como enunciado da questão que os alunos indicassem alguns exemplos de diferentes decomposições desse mesmo número. O que você espera que os alunos façam?
[...]

3. Existe alguma diferença entre o recurso da Figura 1 e o recurso da Figura 2? Justifique sua resposta.

Figura 1





Figura 2



[...]

PARTE I

Tarefa: Decompondo números no ábaco
(Você deve explicar sempre o seu raciocínio, descrevendo o processo que usar para responder à questão. Pode fazê-lo usando esquemas, palavras, cálculos, ...)

1. Considere a quantidade 105.

a) Utilizando o ábaco que lhe foi entregue, decomponha, de pelo menos três formas distintas, essa quantidade e registre na sua folha o que foi feito (você pode, por exemplo, desenhar o ábaco e as peças que o acompanham), e efetue os registros numéricos correspondentes a essas decomposições.

[...]

Considere a tarefa anterior:

(i) Resolva a tarefa por si mesmo sem considerar um contexto de ensino.

(ii) Qual considera ser o objetivo matemático desta tarefa? (O que se pretende explorar acerca de conhecimento matemático?)

[...]

Fonte: elaboração própria

Na Parte Preliminar, a 1. tem como objetivo¹⁵ desenvolver o Conhecimento Especializado dos participantes acerca dos procedimentos para decompor um número natural (associado à categoria procedimentos – KoTp¹⁶). De forma associada, desenvolvem, também, as narrativas endossadas do tipo procedimentos – Nep¹⁷ – do discurso matemático. Assim, inclui, por exemplo, conhecer a decomposição de números naturais por meio da adição do valor posicional dos algarismos do número (Ribeiro, 2022). Esse Conhecimento Especializado materializa-se no discurso matemático ao usar a narrativa endossada, que envolve a decomposição de um número adicionando o valor posicional dos seus algarismos¹⁸.

Com a 2. almeja-se desenvolver o Conhecimento Especializado dos participantes relativamente ao uso do recurso ábaco em suas práticas de sala de aula (recursos físicos e digitais – KMTr¹⁹). De forma associada, desenvolvem-se as rotinas ritualísticas, em que se usa recursos físicos ou digitais (Rrr²⁰). Assim, por exemplo, inclui conhecer o uso do recurso ábaco sem predefinições de ordens em cada uma das hastes para ensinar o valor posicional, desse modo, deve-se demarcar, no ábaco, qual das hastes irá representar a ordem das unidades e, assim, as demais ordens já ficam definidas (Ribeiro, 2022). Esse conhecimento materializa-se no discurso matemático a partir de uma rotina ritualística em que ao usar o recurso ábaco, sem predefinições de ordens em cada uma das hastes, potencializa-se ensinar o valor posicional, assim, deve-se demarcar, ao iniciar a rotina, qual

¹⁵ Todas as TpFD possuem um objetivo de pesquisa e um objetivo formativo, e esses objetivos são alcançados por aceder e desenvolver o Conhecimento Especializado e o discurso matemático dos participantes. Cada pergunta da TpFD persegue, também, um objetivo específico que se associa sempre a aceder (para contribuir para a pesquisa de entender que conhecimento revelam) e a desenvolver (para contribuir para a formação e para a pesquisa de entender que e como esse conhecimento e discurso matemático se desenvolvem).

¹⁶ KoTp significa que a pergunta se associa a desenvolver o Conhecimento Matemático Especializado no âmbito do subdomínio KoT e, em particular, na categoria procedimentos – p.

¹⁷ Nep significa que a pergunta se associa a narrativas endossadas – Ne – do tipo procedimentos – p.

¹⁸ Para especificar o conteúdo do Conhecimento Especializado e discurso matemático que se pretende desenvolver, para não ficar repetitivo aqui, o leitor deverá retornar à discussão teórica que sustenta, inclusive, a elaboração desta pergunta na TpFD.

¹⁹ KMTr significa que a pergunta se associa a desenvolver o Conhecimento Pedagógico Especializado no âmbito do subdomínio KMT, em particular, na categoria recursos didáticos (físicos e digitais) – r.

²⁰ Rrr significa que a pergunta se associa às rotinas ritualísticas – Rr – do tipo recursos físicos ou digitais – r.

das hastes irá representar a ordem das unidades – após isso, as demais ordens já ficam definidas. Ambas as perguntas da Parte Preliminar se associam ao discurso matemático escolar e ao literato.

Na Parte I, (i) tem como objetivo que o professor resolva a Ta por si mesmo, de modo a possibilitar estabelecer um ponto de partida do seu conhecimento para um conjunto de discussões de Conhecimento Especializado, identificando o conteúdo e o nível de conhecimento do professor e, de modo associado, o conteúdo e nível de fluência no discurso matemático, tanto escolar como literato²¹.

A 1.a) da Ta intenciona contribuir para desenvolver um conhecimento associado às diferentes estratégias de decomposição de um número natural usando o recurso ábaco, discutindo-se, assim, os procedimentos (Kotp). Esse conhecimento materializa-se no discurso matemático escolar²² a partir do uso de narrativas endossadas (Nep). Assim, por exemplo, inclui-se conhecer, no recurso ábaco, que um dos procedimentos da decomposição de números naturais envolve utilizar agrupamentos de 10 associado ao uso de parcelas – a quantidade de parcelas deve ser correspondente a quantidade de ordens que se tem no número. Esse conhecimento materializa-se no discurso matemático ao usar a narrativa endossada, em que no recurso ábaco, decompõe-se um número a partir do procedimento que envolve utilizar agrupamentos de 10 associado ao uso de parcelas – a quantidade de parcelas deve ser correspondente a quantidade de ordens que se tem no número.

A (ii) pretende que o professor identifique o objetivo de aprendizagens matemáticas da Ta, de modo a refinar a atenção para o tipo, natureza e objetivo de aprendizagens matemáticas associados às tarefas (estratégia, técnicas, tarefas e exemplos – KMTe²³), pois o usual é que os professores elenquem um conjunto de objetivos, sendo a vasta

²¹ São perguntas voltadas para o professor e, portanto, espera-se o uso do discurso matemático escolar ou literato.

²² Como é uma Tarefa para os alunos cujo nível de conhecimento é compatível com os dos alunos, espera-se o uso do discurso matemático escolar, entretanto, como essa tarefa é usada na formação de professores espera-se, também, que surjam respostas com o uso do discurso matemático literato.

²³ KMTe significa que a pergunta se associa a desenvolver o Conhecimento Pedagógico Especializado no âmbito do subdomínio KMT, em particular, na categoria estratégias, técnicas, tarefas e exemplos – e.

maioria amplos e desassociados especificamente à tarefa, ou não específicos do tópico matemático, ou tampouco das aprendizagens da matemática. Esse conhecimento materializa-se em rotinas ritualísticas ao usar tarefas matemáticas (Rrt²⁴). Assim, associa-se a identificar que a Ta persegue o objetivo de aprendizagens matemáticas de conhecer como decompor um número natural de diferentes formas (a partir de diferentes procedimentos) – possibilitando pensar além da decomposição por meio da adição do valor posicional dos algarismos de um número. Esse conhecimento materializa-se no discurso matemático ao usar rotinas ritualísticas, de diferentes formas de decomposição de um número natural, possibilitando ir além da decomposição por meio da adição do valor posicional dos algarismos de um número.

Considerações Finais

Melhorar a prática matemática do professor de forma a oportunizar que os alunos entendam cada vez mais e melhor a matemática, tornando-se autônomos em generalizar formas de pensar e de proceder matematicamente, demanda desenvolver as dimensões (matemática e pedagógica) do seu Conhecimento Especializado e os elementos do seu discurso matemático associados a esse conhecimento, de modo a possibilitar que esse discurso seja sempre matematicamente adequado. As Tarefas para a Formação Discursivas (TpFD), como a apresentada aqui, e outras Tarefas para a Formação que já estão conceitualizadas (ver, por exemplo, Ribeiro; Gibim; Alves, 2021; Silva; Ribeiro, 2024) possuem esse fito.

Especificamente o exemplo que se trouxe aqui, de uma TpFD, com um foco em dois dos subdomínios do MTSK e em dois elementos do discurso matemático, reflete o tipo de discussão que se considera ao conceitualizar tais tarefas – contribuição para desenvolver e refinar o Conhecimento Especializado e o discurso matemático do professor.

²⁴ Rrt significa que a pergunta se associa às rotinas ritualísticas – Rr – do tipo tarefas matemáticas – t.

Trazer tal exemplo busca possibilitar, também, que ocorra uma replicabilidade dos processos de conceitualização de TpFD, abandonando o espaço de discussão de práticas formativas generalistas (que têm como consequência ausência de discussão matemática que contribua para melhorar as aprendizagens e os resultados), passando a direcionar a atenção para as especificidades da prática matemática do professor de matemática permitindo fazer o que ainda não foi feito (Ribeiro; Almeida, 2022) que os alunos entendam e aprendam matemática, refletindo nos seus resultados.

Apresentamos uma parte de uma TpFD que forma parte dos instrumentos de coleta de informações para uma pesquisa e de um itinerário formativo que tem sido implementado e validado em vários contextos territoriais. A expectativa é que possa servir para que outros formadores e pesquisadores, que busquem implementar práticas formativas e efetuar pesquisa com foco nas especificidade do conhecimento do professor possam problematizar a sua prática e implementar nos diversos contextos formativos de que são responsáveis, efetuando, se necessário, apenas adequações conforme o contexto cultural, social e histórico em que atuam, garantindo que a discussão matemática sejam, de fato, especializante, e que o discurso matemático seja desenvolvido.

Referências

- BAKHTIN, M. *Questão de literatura e estética*. São Paulo: Unesp/HUCITEC, 1992.
- BAUMERT, J. *et al.* Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student progress. *American Education Research Journal*, v. 47, n. 1, p. 133–180, 2010.
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, MEC, 2018.
- CARRILLO, J. *et al.* The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model*. *Research in Mathematics Education*, v. 20, n. 3, p. 236–253, 2018.
- CEBOLA, G. *Do número ao sentido do número*. 2002.

CURI, E. Sistema de Numeração Decimal: uso cotidiano e aprendizagens escolares (CO). In: XIII Conferência interamericana de Educação Matemática, 2011. *Anais [...]*. 2011.

DELGADO, C. *As práticas do professor e o desenvolvimento do sentido de número: Um estudo no 1.º ciclo*. 2013. TESE (doutorado) - Universidade de Lisboa, Lisboa, 2013.

DGE, D. G. D. E. *Aprendizagens essenciais de Matemática - 2.º ciclo do ensino básico*. Portugal, 2018.

DOMINGUES, H. *Fundamentos da Aritmética*. São Paulo: ATUAL EDITORA, 1934.

DUVAL, R. Geometrical Pictures: Kinds of Representation and Specific Processings. In: GEOMETRICAL PICTURES, 1995, Berlin, Heidelberg. (R. Sutherland & J. Mason, Org.). *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education*. Berlin, Heidelberg: Springer, 1995. p. 142–157.

GRAFF, B. R.; RIPARDO, R. B. Comognição e Materacia: enlaces teóricos para a promoção do discurso matemático escolar. *Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática*, v. 7, n. 1, 2023.

GRAFF, B.; RIBEIRO, M. MTSK e discurso matemático: aproximações referentes ao conhecimento matemático. *Revista Espaço Plural*, v. 20, n. 41, p. 104–128, 2024.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. *O sistema de numeração decimal um problema didático*. Porto Alegre: ARTMED, 1996. (Didática da Matemática).

MELLONE, M. *et al.* Mathematics teachers' interpretative knowledge of students' errors and non-standard reasoning. *Research in Mathematics Education*, v. 22, p. 154–167, 2020.

MINEDUC, M. D. E. D. C. *Bases Curriculares 7º básico a 2º medio*. MINEDUC, 2015.

NACARATO, A. A escrita nas aulas de matemática: diversidade de registros e potencialidades. *Leisure, Teoria e Pratika*, v. 31, n. 61, 2013.

NCTM. *Making it happen: A guide to interpreting and implementing common core state standards for mathematics*. 2010.

NYE, B.; KONSTANTOPOULOS, S.; HEDGES, L. V. How Large Are Teacher Effects?. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, v. 26, n. 3, p. 237–257, 2004.

PONTE, J. *et al.* O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. *Quadrante*, v. 7, n. 2, p. 41–70, 1998.

PONTE, J. P. Gestão Curricular em Matemática. *In: GTI (ED), O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM), 2005. p. 11–34.

RIBEIRO, C. M. da S.; SILVA, C. A. S. Especificidades do Conhecimento Interpretativo do professor e das Tarefas para a Formação como elementos para práticas criativas e matematicamente inovadoras. *Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação*, [s. l.], p. e024073–e024073, 2024. Disponível em: <https://periodicos.fclar.unesp.br/iberoamericana/article/view/18553>. Acesso em: 10 set. 2024.

RIBEIRO, M. Especificidades das Tarefas para a Formação (TPF) para desenvolver o conhecimento especializado do professor no âmbito do pensamento algébrico: entendendo regularidades de repetição. *Espaço Plural*, v. 1, n. 01, p. 32–32, 2021.

RIBEIRO, M. *In: Das generalidades às especificidades do conhecimento do professor que ensina matemática: metodologias na conceitualização (entender e desenvolver) do Conhecimento Interpretativo*. 2018. (Abordagens teóricas e metodológicas nas pesquisas em educação matemática). v. 1, p. 167–185.

RIBEIRO, M. *Recursos para entender os números e as operações: material dourado, ábaco e Quadro de Valor Posicional*. Campinas: Cognoscere, 2022.

RIBEIRO, M.; ALMEIDA, A. Tarefas para a Formação para desenvolver o conhecimento especializado do professor no âmbito do Pensamento Algébrico em contextos de regularidades de crescimento: exemplos de conteúdo de conhecimento a desenvolver. *Espaço Plural*, v. 1, n. 01, 2022.

RIBEIRO, M.; ALMEIDA, A.; MELLONE, M. Conceitualizando Tarefas Formativas para Desenvolver as Especificidades do Conhecimento Interpretativo e Especializado do Professor. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 14, n. 35, p. 1–32, 2021.

RIBEIRO, M.; CARRILLO, J. Knowing mathematics as a teacher. *In: CERME 7, 2011, Rzeszów. Proceedings of the Seventh Congress of European Society for Research in Mathematics Education*. Rzeszów: Cerme, 2011.

RIBEIRO, M.; GIBIM, G.; ALVES, C. A Necessária Mudança de Foco na Formação de Professores de e que Ensinam Matemática: Discussão de Tarefas para a Formação e o Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 14, n. 34, p. 1–24, 2021.

RIBEIRO, M.; GRAFF, B.; SILVA, C. Fake News no ensino da matemática! Temos sim, e necessitamos combater e erradicar. *Educação e Matemática*, Portugal, 2024.

RIBEIRO, M.; MELLONE, M.; JAKOBSEN, A. Prospective teachers' knowledge in/for giving sense to students' productions. *In: 2013*. p. 89–96.

SFARD, A. *Thinking as Communicating: Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing*. Cambridge University Press, 2008.

SILVA, J. O uso de letras maiúsculas e/ou minúsculas. *In: XIX CONGRESSO NACIONAL DE LINGUÍSTICA E FILOLOGIA*, 2015, Rio de Janeiro. Cadernos do CNLF. Rio de Janeiro: [s. d.], 2015. p. 219–235.

STEIN, M.; SMITH, M. Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, v. 3, n. 4, p. 268–275, 1998.

TIROSH, D.; WOOD, T. *The handbook of mathematics teacher education*. Rotterdam: Sense Publishers, 2008.

VECE, J. P.; SILVA, S. D.; CURI, E. Desatando os nós do sistema de numeração decimal: investigações sobre o processo de aprendizagem dos alunos do 5º ano do ensino fundamental a partir de questões do SAEB/Prova Brasil. *Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, v. 15, n. 1, 2013.

VIGOTSKI, L. *A formação social da mente*. 7. ed. São Paulo: Martins Fonte editora, 2008.

VIGOTSKI, L. *The collected works of LS Vygotsky: Problems of the theory and history of psychology*: Springer Science & Business Media, 1987.

WALLS, F. Challenging task-driven pedagogies of mathematics. *In: Annual conference of the mathematics education research group of australasia*, 2005, Melbourne, Sydney. *Proceedings of the 28th*. Melbourne, Sydney: MERGA, 2005.

Recebido em agosto de 2025.

Aprovado em dezembro de 2026.