

## O CONHECIMENTO MATEMÁTICO NAS SÉRIES INICIAIS: PROBLEMAS E PROPOSTAS.\*

*Sônia Maria dos Santos Garcia\*\**

**Resumo:** Este texto analisa problemas e propostas, do ensino de matemática nas séries iniciais do primeiro grau, revelando que a maioria dos princípios metodológicos assumidos pelos professores são decorrentes de suas concepções sobre o conhecimento matemático.

A partir dos anos 80 houve uma verdadeira revolução no eixo das discussões sobre o processo de alfabetização relativamente ao domínio da língua escrita. As investigações sobre a psicogênese da língua escrita e a ampla divulgação da Psicologia Genética de JEAN PIAGET e seus estudos epistemológicos de caráter construtivista auxiliaram bastante as pesquisas também na área da Matemática, que cresceram consideravelmente nessa década, principalmente quanto às reflexões sobre esse ensino nas séries iniciais.

A Matemática, no decorrer dos anos, foi sendo mitificada, por alunos, professores e pais, como uma área de difícil compreensão, sendo considerada **"uma disciplina com resultados precisos e procedimentos**

**Abstract:** This paper discourses problems and suggestions for the teaching of mathematics in the first grades of primary school. The results show that most of the methodological principles taken for granted by school teachers are based on their conceptions on Mathematical knowledge. The paper presents alternatives for a more efficient teaching learning process.

**infalíveis"** (D'AMBRÓSIO, 1993:35). Essas dificuldades são tão "valorizadas" que algumas crianças já chegam à primeira série sentindo-se incompetentes para realizar qualquer tarefa que soe como Matemática.

Ainda hoje encontramos os reflexos e a influência do que se denominou Matemática Moderna, nas séries iniciais do Primeiro Grau.

Há professores que insistem em dar atividades às crianças sobre conjuntos, conjunto vazio confundido com a noção de zero, operação de união como sinônimo de adição de números naturais e os símbolos,  $\in$  -  $\notin$ ;  $\supset$  -  $\subset$ ; (pertence, não pertence, contém, contido) etc, acreditando que com isso auxiliariam o trabalho a ser feito com a

---

\* Este artigo é parte da Dissertação de Mestrado "O conhecimento matemático na primeira série: conceitos e pressupostos dos professores" defendida junto ao Programa de Mestrado em Educação Brasileira - UFU

\*\* Professora do Departamento de Fundamentos da Educação da UFU

aritmética. Mas dessa forma mais confundem a criança do que facilitam o seu aprendizado sobre números naturais e suas operações.

Em Matemática, uma coisa é a Teoria de Conjuntos e outra a Teoria sobre Números - aquela é um componente a mais que pode ou não estar a serviço do aprendizado desta. Para as crianças de 7 a 8 anos é muito extemporâneo o uso da Teoria de Conjuntos, que somente irá auxiliar a aprendizagem e servir de ferramenta de trabalho quando o aluno já tiver construído em seu pensamento os vários campos numéricos: Naturais, Racionais, Inteiros, Irracionais, Reais, etc.

A Matemática Moderna foi um movimento de reformulação do conteúdo a ser ensinado nas escolas, feito por um grupo de matemáticos que se reuniram em Paris, no início dos anos 60, e se denominaram Bourbaki (pseudônimo). Esse grupo, preocupado com o fracasso escolar em Matemática em âmbito internacional, julgou que o atraso científico se devia ao currículo escolar de Matemática. O leste europeu, nessa época, parecia mais adiantado, pois haviam lançado no Espaço o satélite artificial Sputnik.

Após várias reuniões, concluíram que a teoria sobre conjuntos deveria ser tratada em todos os níveis de escolaridade porque ela seria uma teoria unificadora dos vários temas como Números, Geometria, Trigonometria, etc.

Há de se ressaltar que esse grupo fazia um tratamento do conteúdo matemático de forma estruturalista, pois esta filosofia estava em destaque na época.

Muitos pesquisadores têm dedicado seus estudos a propostas que buscam ultrapassar a visão simplista e fragmentada desse ensino. Entre eles estão KAMII & DECLARK (1988), CARRAHER & SCHIELMANN (1988), KAMII & JOSEPH (1992), MAGNUSSON JÚNIOR e MAMERI (1992), FERREIRO (1988), RANGEL (1992), D'AMBRÓSIO (1993), BECKER (1993), MOURA (1994), SPINILLO (1994) e LERNER (1995). Tais pesquisadores têm buscado explicações científicas sobre os prejuízos que essa mitificação tem trazido para a área, no que diz respeito à evasão e repetência nas séries iniciais. Neste aspecto FERREIRO afirma que

"As maiores taxas de repetência se situam nas três primeiras séries do primeiro grau, o filtro mais severo está na passagem do primeiro para o segundo ano da escola primária, alcançando em alguns países da região cifras excessivas (...) no Brasil por exemplo (...)uma em cada duas crianças repete o primeiro ano, repetem em média 30% de todos os alunos do ensino básico (...) isso na América Latina." ( 1988:12).

O quadro acima parece ser agravado pelos cursos de formação de professores, tanto das Universidades como também do Magistério do Segundo Grau.

"A formação do "professor primário", com o curso de Magistério (2º grau), inclui muito pouca Matemática como objeto de estudo. Ele não tem o tempo interno de repensá-la como construção sua para poder organizá-la como teoria a ser ensinada. Em geral, as cadeiras de Didática de seus cursos abordam apenas sugestões de atividades didáticas e não discutem o cerne da questão: a própria Matemática e a construção desses conhecimentos pela criança". (BORDIM & GROSSI, 1992: 84).

Muitos professores perguntam porque as crianças devem tomar posse do objeto de conhecimento matemático, reinventá-lo e reconstruí-lo, quando se pode simplesmente ensiná-las, no sentido restrito da palavra, a contar, a somar, a subtrair, a multiplicar e a dividir.

A Psicologia Cognitiva esclareceu diversos elementos do processo de aprendizagem, mostrando que fórmulas, regras, exercícios repetitivos e treino de algoritmos (formados por um conjunto de regras para manipular símbolos numéricos escritos) raramente produzem compreensão, pois esta provém essencialmente da ação e reflexão da criança. A explicação construtivista baseada em PIAGET entende e explica que o conhecimento matemático é

"...eminente uma construção efetuada na interação sujeito-objeto, e originária de um processo de abstração reflexionante, abstração que implica tomada de consciência ou apropriação pelo sujeito dos mecanismos da própria ação. O conhecimento matemático origina-se, portanto, da

própria ação humana e de suas coordenações, assim que se tornam conscientes. Provém primariamente da experiência lógico-matemática, pela qual a ação do sujeito retira qualidades da própria coordenação das ações e, só secundariamente, da experiência física pela qual a ação do sujeito, já munida de esquemas entre si coordenados, retira qualidades dos objetos; a experiência física só é possível mediante um quadro lógico-matemático prévio." (BECKER, 1993: 61).

PIAGET(1981), e colaboradores apontam que tanto o conceito de número como o de operação são adquiridos através de uma construção cognitiva interna. Desta forma,

"...Piaget propõe que o ensino de Matemática seja iniciado já na escola maternal por uma série de manipulações voltadas para os conjuntos lógicos e numéricos, os comprimentos e as superfícies... O desenvolvimento e, por consequência, a aprendizagem, ocorrem na medida em que o sujeito pára a ação própria e procura apropriar-se dela enquanto tal, isto é, dos seus mecanismos íntimos. A ação por si só não leva à compreensão, mas sem a ação certamente não haverá a compreensão." (BECKER, 1993:108).

CARRAHER & SCHIELMANN (1988), apontam em suas pesquisas que não é possível continuar responsabilizando as crianças pelos seus fracassos. A escola precisa descobrir o conhecimento dessas crianças e reorganizá-lo. Talvez sua política tenha sido, até hoje, a de reprimi-lo.

Assim, as crianças, de maneira geral, além de não receberem da escola as condições materiais necessárias ao seu desenvolvimento, são obrigadas a reduzir a aprendizagem à memorização de tabuadas, fórmulas, leis, algoritmos, tarefas essas tão desvinculadas de sua realidade.

"Uma crença corrente é a de que basta o conhecimento da Matemática para ensiná-la corretamente, menosprezando o modo pelo qual constroem-se as noções do pensamento da criança". (BECKER, 1983:147).

Os alunos, de maneira geral, vivenciam na escola uma prática de educação matemática que é caracterizada, nos meios oficiais, por um currículo a ser cumprido, uma lista de tópicos a ser estudados e não uma forma de pensar. A prática pedagógica presente em muitas aulas de Matemática tem tratado o aluno como um ser passivo. Assim caberia a ele ouvir, registrar, efetuar, memorizar regras cujo significado nem sempre entende, tudo isso para resolver questões descontextualizadas e tratadas como tendo uma única solução possível. Deste modo, a criança é tolhida de raciocinar de forma diferente do professor.

RUBEM ALVES(1992), exprime bem este contexto vivenciado por ele e sua filha em que as palavras do professor são vistas como verdades absolutas:

"No meu tempo ainda se cantava tabuada ... Mas o que me impressionava era a sua

recusa de, pelo menos, considerar a possibilidade de que um mesmo problema pudesse ser resolvido por caminhos diferentes. Ela havia aprendido que há uma maneira certa de fazer as coisas, e que caminhos diferentes só podem estar errados. A conversa era sempre encerrada com a afirmação: "Não é assim que a professora ensina." (IN BORDIM & GROSSI, 1992:250).

KAMII apresenta três tipos de conhecimento, afirmando que o ensino não será o mesmo quando o professor entendê-los adequadamente. Esses conhecimentos são:

O CONHECIMENTO FÍSICO, que se refere a "objetos" retirados do mundo externo, por exemplo o ruído de uma roda, a cor da roda, etc...

O CONHECIMENTO SOCIAL, que se refere a convenções que foram estabelecidas socialmente; a cadeira, por exemplo, foi criada para se assentar, a mesa para fazer refeições, as palavras bom dia, boa tarde, boa noite, para cumprimentar as pessoas, os sinais +, -, =, #, para serem utilizados na Matemática; esse conhecimento é de natureza arbitrária e a transmissão de informações, neste caso, é necessária.

O CONHECIMENTO LÓGICO-MATEMÁTICO não está nem no objeto, nem no sujeito, mas na relação mental criada pelo sujeito. Quando compara duas fichas vermelhas, por exemplo, a semelhança está

na relação que o sujeito cria na sua mente. O conhecimento lógico matemático, neste caso, irá depender de como o sujeito entende a semelhança, pois a diferença entre os objetos não vem do mundo exterior, na medida em que a dualidade é uma relação mental.

Os três conhecimentos podem estar presentes numa mesma situação, como a seguir. Quando a criança verbaliza uma sequência numérica do tipo 1, 2, 3, 4..., o conhecimento é social; quando afirma que as fichas são vermelhas, informação retirada do próprio objeto, por meio dos sentidos, esse é o conhecimento físico, enquanto que o conhecimento lógico-matemático é explicado pela relação mental que a criança estabelece com o objeto. Portanto, a idéia do número pode ser representada pela quantidade. Pode-se ver a quantidade, mas não o número, pois esta relação existe apenas na mente das crianças.

O conhecimento físico e o lógico matemático estão intimamente relacionados. Para abstrair uma cor, a criança utiliza-se de sua estrutura mental classificatória que lhe permite selecionar o vermelho dentre as demais cores. Seria impossível "ler" as propriedades físicas dos objetos sem recorrer a uma estrutura lógico-matemática. Da mesma forma que a criança necessita de uma estrutura lógico-matemática para compreender os conhecimentos do mundo físico, ela precisa dessa mesma estrutura para adquirir os conhecimentos sociais.

Para PIAGET (1981), aprender, no sentido restrito do termo, é "fazer", enquanto que conhecer é compreender. Diante desses pressupostos, as pesquisas citadas anteriormente apontam que o grande erro do ensino da Matemática está na ênfase em uma aprendizagem superficial, baseada em regras e sinais operatórios; busca-se o êxito nas "tarefas certas", em detrimento da real compreensão, do conhecimento lógico-matemático.

### **As Estruturas Lógico-Matemáticas e a Construção do Número pela Criança**

Quando PIAGET (1979) pesquisou os conceitos da Matemática, seu objetivo foi o de estabelecer a psicogênese do conhecimento da Matemática, descobrir como as crianças constroem a Matemática. Sua pretensão não era ensinar como se constrói o número, mas descobrir como a criança chegava ao valor Ordinal, Cardinal e de Unidade, apropriando-se do sistema de numeração. O número vale pelo seu lugar e, portanto, cada número tem o seu "segredo". Assim, podemos arrolar os seguintes "segredos" dos aspectos a seguir:

**Valor Ordinal:** Relações de transformação; Seriação;

**Valor Cardinal:** Este princípio consiste em dar um estatuto privilegiado ao último número pronunciado, uma vez que este

representa a reunião de toda a classe. Classes de número; Reversibilidade por negação ou inversão; Tirar, pôr; Equivalência; Espaço (continuidade); Seriação; Inclusão hierárquica;

**Valor Unitário:** Conservação; Correspondência; Reversibilidade por identidade; Sequência numérica ( $n + 1$ ); Inclusão hierárquica;

**Valor Social:** Número de telefone; Placa de carro; Número de ônibus.

Para PIAGET (1981), o resultado principal de suas pesquisas sobre a gênese do número foi o de descobrir que a estrutura operatória se elabora pela síntese, num único sistema, de duas estruturas mais simples que são a reunião das classes e das relações de ordem. Portanto, não existe construção do número cardinal separado do ordinal, mas ambos se constituem de maneira indissociável. PIAGET esclarece ainda que

“não basta de modo algum à criança pequena saber contar verbalmente “um, dois, três etc” para achar-se na posse do número. Um sujeito de cinco anos pode muito bem, por exemplo, ser capaz de enumerar os elementos de uma fileira de cinco fichas e pensar que, se se repartir as cinco fichas em dois subconjuntos de 2 e 3 elementos, essas subcoleções não equivalem, em sua reunião, à coleção total inicial”. (PIAGET, 1981:15).

Diante dessas considerações, só depois de muitos tateios é que a criança

conseguirá pôr em correspondência termo a termo duas coleções de objetos; após muitas manipulações descobrirá que a soma numérica de cada uma se conserva quando modifica o arranjo espacial dos elementos, caminhando progressivamente para construir o conceito de número.

Esta construção acontece quando as estruturas lógicas de agrupamento de classes, que são as inclusões e as classificações, estão em estreita ligação com a seriação. A criança constrói o conceito de número quando utiliza estruturas lógico-matemáticas específicas para esse conhecimento.

Para PIAGET (1981), o número é solidário de uma estrutura operatória que cada criança constrói a partir de uma capacidade natural de pensar e não algo aprendido do meio externo. Segundo SPINILLO(1994), essa afirmação é contrária à teoria que aparece nos livros didáticos, onde os conceitos de número podem ser transmitidos verbalmente, especialmente ensinando a escrever o numeral, como também a enumerá-lo pela contagem. Conforme suas palavras,

"As atividades de contagem mais comuns entre crianças consistem em contar objetos, estabelecendo uma correspondência um a um entre o objeto e um rótulo numérico que o designa. A compreensão do sistema numérico decimal, entretanto, requer mais do que a simples contagem de elementos; requer lidar simultaneamente com o valor absoluto e com o valor relativo dos números.

habilidade esta ausente na contagem de objetos..." (SPINILLO, 1994:42).

O exemplo abaixo caracteriza bem a prática da grande maioria dos professores que atuam na primeira série;

"Hoje vamos aprender o número 7"

Por trás desta frase está a crença de que o conceito de número é transmitido pelo professor e memorizado pela criança por meio da repetição de inúmeros exercícios. DIAS & FARIA explicam que

"Se falamos que há 5 (cinco) bananas numa fruteira, o "cinco" não está em nenhuma banana, nem em nenhuma das outras, mas é uma relação que estabelecemos mentalmente entre elas. Portanto a fonte do conhecimento do conceito de número se encontra no pensamento do indivíduo e não nos objetos a serem contados." (1992:20).

O nome e a escrita dos numerais se referem ao conhecimento social, que é adquirido por meio da transmissão social. Os fundamentos da noção de número estão intimamente relacionadas com as condições lógicas do pensamento, tornando este mais lúdico e propiciando o tratamento dos aspectos afetivos do pensamento tanto quanto das operações mentais: de correspondência, conservação, classificação e seriação, que serão explicadas a seguir.

**CORRESPONDÊNCIA TERMO A TERMO:** É uma estrutura cognitiva por meio

da qual a criança estabelece relação um-a-um entre dois ou mais grupos ou coleções, a fim de compará-los quantitativamente. Exemplo: Distribuir balas entre os colegas, de forma que cada um receba uma.

**CONSERVAÇÃO DO NÚMERO:** O número é, pois, solidário de uma estrutura operatória de conjunto, que possibilita à criança adquirir a noção do todo independente da sua disposição ou de suas partes. Exemplo: Repartir botões entre quatro (ou mais) crianças de forma que elas recebam a mesma quantidade.

**CLASSIFICAÇÃO:** É uma operação mental que dá suporte para os números e quantifica objetos, significa agrupá-los por semelhança ou separá-los por suas diferenças. Exemplo: O número como resultado de classificar; utilizando os blocos lógicos, reunir os objetos que se parecem (classificação livre). Separar os quadrados vermelhos (classificação por compreensão). Ampliar suas coleções de quadrados vermelhos, colocando mais os amarelos, depois os azuis (classificação por extensão).

Segundo MAGNUSSON JÚNIOR e MAMERI,

"As classificações podem ser ainda figurativa, não figurativa e hierárquica. Na figurativa, a criança reúne os objetos que possam representar a sua realidade. Assim, por exemplo, no uso dos Blocos Lógicos a criança poderá fazer um agregado de peças

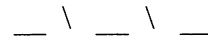
e dizer: - Aqui estão uns vagões de trem (desenhando-os com retângulos e círculos). Na classificação não figurativa a criança poderá reunir objetos, alinhá-los e dar um nome ao grupo pela seqüência dos atributos percebidos. Na classificação hierárquica, que muitos chamam de operatória, a criança estabelece uma coleção com os objetos segundo um critério e identifica sub-grupos dentro do agrupamento". (1992:27).

**SERIAÇÃO:** Na seriação a criança, através de, por exemplo, uma coleção das figuras geométricas dos blocos lógicos, estabelece relações entre essas figuras, que são diferentes em alguns aspectos, ordenando essas diferenças. Esta operação pode ser realizada de duas formas: uma crescente e a outra decrescente. A seriação tem ainda duas propriedades fundamentais: transitividade e a reciprocidade.

"A transitividade estabelece relação entre um elemento de uma série e o seguinte e deste com o posterior; desta maneira podemos deduzir qual é a relação entre o primeiro e o último. Quando dizemos que Antônio é mais velho que Benedito e Benedito é mais velho que Carlos, necessariamente Antônio é mais velho que Carlos. Ou seja, para estabelecer a última relação não foi necessário comparar Antônio com Carlos de maneira efetiva; que pudemos decidir a partir das relações que estabelecemos anteriormente. Na reciprocidade, cada elemento de uma série tem uma relação tal com o elemento imediato que, ao inverter a ordem de comparação, tal relação também se inverte."

(MAGNUSSON JÚNIOR & MAMERI, 1992:27).

**SEQÜENCIACÃO:** A seqüenciação é uma ordenação de elementos em que a criança utiliza o mesmo critério do início ao fim da ordem iniciada. Exemplo: Em um exercício gráfico, dar seqüência ao modelo apresentado, como esse:



Quando PIAGET separa a abstração empírica da abstração reflexiva, pode-se afirmar que, quando uma criança abstrai a cor vermelha de um objeto, é abstração empírica ou simples, enquanto que, para adquirir a noção de número, a criança constrói duas relações entre vários objetos, por meio da abstração reflexiva: uma, a de ordem, a outra, a inclusão hierárquica.

Inicialmente a criança colocará os objetos numa ordem espacial, criando uma relação ordenada; já num segundo momento ela os ordena mentalmente. Para KAMII & DECLARK, (1988:37). "...o número não é empírico por natureza. A criança o constrói por meio da abstração reflexiva pela sua própria ação mental de colocar coisas em relação."

INHELDER (In KAMII & DECLARK, 1988:12) afirma que a epistemologia de PIAGET consegue demonstrar como o pensamento matemático se constrói:



"Na abstração reflexiva o sujeito abstrai as regras do conhecimento lógico-matemático da sua própria coordenação de ações e não de propriedades dos objetos em si. Os objetos por um longo tempo servem como suporte para esta atividade durante o curso do desenvolvimento, mas eles não são a essência da atividade lógica matemática."

### As Operações Fundamentais com Números Naturais

As pesquisas atuais de educação matemática de RANGEL (1992), SPINILLO (1994), DANTE (1995) e LERNER (1995) têm postulado uma crença de que a sustentação do trabalho da adição está na estrutura do pensamento numérico, de forma que a criança possa incluir subcoleções em coleções que as contêm, quantificando-as simultaneamente e reciprocamente. Uma vez desenvolvida esta estrutura, a criança não terá dificuldade de representar graficamente as quantidades exploradas nas coleções trabalhadas, assegurando, nesta representação, o caráter incluso das partes no todo.

Existem relatos científicos, como o de HUGHES (1986), afirmando ser possível encontrar noções de adição e subtração entre crianças que ainda não receberam nenhuma orientação acerca das operações fundamentais. A "abstração", segundo HUGHES, não é a única responsável pelas dificuldades desta área, mas também a

linguagem matemática usual tem contribuído significativamente para a não compreensão do conteúdo matemático.

O ensino de matemática geralmente restringe-se a aprender a "armar" continhas e ao uso de algoritmos (adição - "vai um", subtração - "pede emprestado"), tendo por base o ensino da formalização da linguagem Matemática (+, -, =).

Dessa forma RANGEL afirma que também não compreende porque introduzir "*...o simbolismo da união de conjuntos para apoiar a adição dos números elementares.*" (1992:202). RANGEL tem afirmado em suas pesquisas que somente após o domínio das idéias de juntar, adicionar, agrupar e outras idéias aditivas é que se deve propor a representação da adição através do "cálculo armado", a "conta", palavra mais próxima do cotidiano das crianças de primeira série. RANGEL substituiu também em sua pesquisa o termo "sentença matemática" pela "frase matemática", usando como justificativa que o processo pelo qual a criança passa ao ser alfabetizada se aproxima muito da "frase", que é um conceito que está sendo construído, portanto é mais próximo, enquanto que sentença não possui o mesmo significado para a criança, pois está bastante distanciado de sua linguagem.

"Iniciamos a matematização da adição pela **frase matemática**, porque toda a interação inicial da criança com o ato de ler e escrever

se sustenta na disposição espaço-direcional-horizantal, da esquerda para a direita." (RANGEL, 1992:207).

Para trabalhar com adição de duas, três ou mais parcelas, o professor pode apropriar-se dos mesmos critérios anteriores. Sua intervenção correta deve ser exercitada no momento em que a criança registrar suas hipóteses; assim ela irá estruturar seu pensamento matemático com segurança, não tendo necessidade de memorizar tais conceitos.

"As crianças precisam agir sobre os signos operatórios que matematizam as experiências vivenciadas, transformando-os e relacionando-os com os enunciados verbais que explicitam as relações criadas sobre as quantidades das coleções constituídas nos jogos, para que haja a real apropriação da linguagem matemática." (RANGEL, 1992:-204).

A experiência relatada por RANGEL difere da forma tradicional que se apoia na decoreba da tabuada: "para a estrutura operatória da adição no campo de zero a dez se consolidar, propusemos jogos diferenciados que exploravam todas as adições possíveis de uma determinada soma." (RANGEL, 1992:220).

Nestas atividades, RANGEL relata que para construir a estrutura operatória, sustentada pelas propriedades com o elemento neutro e a comutativa, as crianças estavam sendo preparadas pela "ação e

reflexão", por meio da análise das possíveis combinações aditivas de duas parcelas para a obtenção de uma determinada soma.

Como ocorre o processo de multiplicação? Para KAMII (1988), uma criança só conseguirá multiplicar se estiver bem resolvido o processo de adição. A multiplicação é o procedimento consecutivo de somar, por exemplo,  $3+3+3$  (Inclusão hierárquica). A multiplicação é um pensamento hierárquico, e a criança tem que construir essa estrutura multiplicativa.

Após a criança ter compreendido as ações de "juntar", aparecem assim as inversas, as de "tirar", iniciando o processo de subtração, fase em que se estrutura o pensamento no sentido de "tirar". Geralmente nesta fase a criança já utiliza o recurso da representação gráfica da quantidade, dispensando aos poucos o uso do material concreto.

"Numa pesquisa sobre contradições, relações entre afirmações e negações, Piaget (1974) destacou que todas as ações, percepções e cognições funcionam primeiro, positivamente. Só mais tarde é que as crianças fazem as relações entre as ações e objetos e conseguem construir os aspectos negativos que não são observáveis de imediato." (KAMII & DECLARK, 1988:141).

Para KAMII(1988), existe uma facilidade natural da subtração quando a soma já tem uma base sólida.

"Reforçando a adição, elas saberão melhor a subtração, é melhor continuarmos a incentivar a adição e deixar a subtração "de molho". Além disso, o único jogo envolvendo subtração simples [jogo confeccionado por Declark] encheu-se de pó na prateleira enquanto que os de adição estavam em constante uso." (KAMII & DECLARK, 1988:141).

E a noção de divisão e equivalência numérica? A escola, ao introduzir a divisão, não tem atentado para a existência dos conceitos de número que as crianças já trazem, e as várias habilidades que elas já apresentaram mesmo antes de trabalharem com divisão e equivalência.

FRYDMAN & BRYANT(1988), examinaram em suas pesquisas que as crianças constroem estruturas cognitivas quando são solicitadas a dividir quantidades de objetos e, a partir dessa divisão, estabelecem uma compreensão sobre a equivalência numérica entre grupos diferentes "simples, duplo, e triplo". A criança usava, segundo esses pesquisadores, o princípio de correspondência um a um, ao lidar com as diferentes unidades, conseguindo manter a equivalência dos blocos distribuídos.

KAMII (1995), afirma ainda que o mais importante nas operações é o empenho das crianças na ação mental da operação com números, de forma que consigam naturalmente lembrar dos resultados dessas ações.

Trocar os algoritmos pela resolução de problemas seria uma forma de incentivar as crianças a "inventarem" suas próprias maneiras de solucioná-los.

### **Resolução de Problemas, um Problema a ser Desvendado**

São freqüentes as situações de aprendizagem em que a possibilidade de invenção perde relevância, porque a maioria dos problemas propostos não passam de treino do uso dos algoritmos.

Na maioria da vezes em que a criança é solicitada a resolver problemas, a pergunta mais comum é a seguinte: "É de mais ou de menos, professora?" Os problemas mais comuns que as crianças de primeira série têm resolvido são do tipo abaixo:

**Maíra comprou 22 balas. No caminho do bar até sua casa chupou 4 balas. Quantas balas restaram?**

Este tipo de problema é o preferido dos livros didáticos e dos professores das séries iniciais. Usado com muita freqüência, não desafia o raciocínio da criança que souber qual algoritmo usar porque esses problemas terminam sempre da mesma forma: quantos sobraram? quantos restaram? com quanto fiquei? Esse tipo de problema perde o significado

“porque a resolução de problemas na escola tem objetivos que diferem daqueles que nos movem para resolver problemas de Matemática fora da sala de aula. Perde o significado também porque na sala de aula não estamos preocupados com situações particulares, mas com regras gerais, que tendem a esvaziar o significado das situações.” (CARRAHER, CARRAHER & SHIELMANN, 1988:22).

Estes problemas são propostos com a finalidade de verificar a aprendizagem e a aplicação de conceitos, algoritmos, propriedades e outros fatos da Matemática.

Para DANTE, resolver problemas é uma tarefa muito difícil. Esse tipo de situação, por ser desafiador, não é

“...um mecanismo direto de ensino, mas uma variedade de processos de pensamento que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelo aluno com o apoio e incentivo do professor.” (DANTE, 1995:30).

Por tudo isso caberia perguntar: o que é um problema matemático? DANTE acrescenta ainda que “*é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-los.*” (1995:10).

Dessa forma constrói-se o conhecimento matemático, resolvendo problemas. Não esses problemas que têm sido propostos nas aulas de Matemática. O problema teria que ter uma conotação de desafio, de

multiplicidade de dados reais, de situações cotidianas que utilizem o que as crianças já sabem e o que não sabem, para construir novos conhecimentos matemáticos.

## O Material Concreto e suas Contradições

Afirma-se frequentemente que o ensino de Matemática na escola de Primeiro Grau deve ser feito através de materiais concretos. Essa afirmação é baseada numa interpretação simplista por parte de alguns professores que reduzem a teoria de PIAGET às características dos estágios de desenvolvimento cognitivo, como se a criança que se encontra no período das operações concretas necessitasse sempre dos objetos para raciocinar.

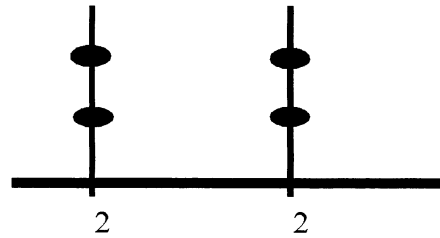
O que é importante não é o fato de que os objetos incluídos em um problema sejam concretos, mas o significado que a situação tem para a criança; por exemplo, o dinheiro pode ser útil para criar situações em sala de aula que permitam à criança compreender as propriedades do sistema decimal, e não por ser um material concreto, mas porque nosso sistema monetário é sistema decimal e, como tal, guarda as mesmas propriedades dos sistemas que as crianças precisam entender na escola.

Muitos pesquisadores têm afirmado que o uso do material concreto por si só não auxilia no desenvolvimento do pensamento

da criança. O material só é importante quando as crianças se apropriam dele, interpretam, refletem sobre ele.

Embora o empirismo postule uma crença que o conhecimento é resultado da percepção do indivíduo, e o material concreto dessa forma estruturaria o pensamento matemático da criança e modificaria a sua maneira de pensar pelos materiais, MACEDO, KAMII E RANGEL (1995) contestam essa crença afirmando que o material, para ser "bom", dependerá de como e quando será utilizado. A qualidade da interação também é um dado importante. O fundamental na construção do conhecimento matemático não é o uso específico do material concreto, mas, sim, o significado da situação, as ações da criança e suas reflexões.

Recentemente KAMII (1995) afirmou, no Seminário Internacional sobre as Novas Perspectivas na Aritmética, realizado em Belo Horizonte, que o material por si só não constrói as estruturas cognitivas. Ele deve ser utilizado para resolver um problema colocado. O ábaco, por exemplo, é um material figurativo, porque a criança não pode passar de nove, é um material concreto em si mesmo, portanto empírico. A criança ainda não coordena na primeira série a interpretação do 1 em 10 e do 10 em 1, por exemplo: em 22 na realidade temos 2 e 2, e não 22. Como mostra a figura abaixo, neste exemplo o ábaco como material auxiliar da aprendizagem não cumpre o seu papel:



ÁBACO

O mesmo ocorre com o "Q.V.L." (quadro valor de lugar). O elástico em volta dos palitos que estão na dezena ou centena não auxilia a compreensão da criança. Não se trata de conhecimento lógico-matemático, pois as crianças, como vimos anteriormente, não aprendem só olhando, mas de conhecimento empírico e físico. O desenho abaixo é um exemplo típico da utilização do quadro valor de lugar, no qual um professor solicita aos seus alunos que representem o algarismo 22.

QUADRO VALOR DE LUGAR

C	D	U
	II	II
	2	2

KAMII afirma em suas pesquisas que os algoritmos são prejudiciais ao raciocínio dos alunos; esses exercícios fazem com que a criança abandone a forma natural de pensar para obedecer à regra, a "conta armada".

Elas não pensam no número como um todo, por exemplo, 355 (trezentos e cinquenta e cinco). Conseguem pensar apenas parte do número 3, 5, 5, somando essas partes como se o número fosse formado apenas por unidades.

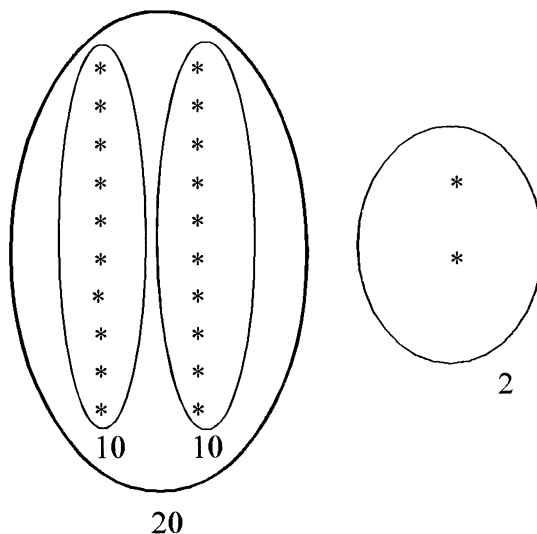
Resolva a seguinte operação:

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \\
 3 \quad 5 \quad 5 \\
 + \quad 1 \quad 8 \quad 7 \\
 \hline
 5 \quad 4 \quad 2
 \end{array}$$

Escrever corretamente o 542 não significa que a criança entendeu a quantidade representada por este numeral. O algoritmo é conveniente para os adultos, caso já tenham compreendido o valor posicional dos números. Já as crianças pensam em cada coluna como unidade, o algoritmo vindo reforçar essa idéia. O professor, quando verbaliza 5 mais 7 são 12, “vai um”, o que na verdade faz é acrescentar uma dezena, e não uma unidade. O mesmo ocorre com a centena.

Portanto, para construir o conceito de número, a criança precisa fazer a síntese entre dois tipos de relação: ordem e inclusão hierárquica. É por meio da estrutura hierárquica que a criança começa a compreender que, a cada vez, ela deverá incluir mais elementos, de forma que o 22 ou o 542 que foram apresentados nos exemplos anteriores são estruturas complexas. Isso

significa dizer que cada objeto contado inclui o objeto que o precede, na proporção  $n + 1$ . O desenho abaixo exemplifica essa discussão.



### - Trazendo o Jogo para o plano Principal, da Sala de Aula

KAMII & DECLARK (1988), KAMII & JOSEPH (1992), RANGEL (1992), MOURA (1994) e MACEDO (1995), propõem dois tipos de atividades para substituir a instrução tradicional da "aritmética": são as situações cotidianas de sala de aula e os jogos em grupo. Afirmam que o uso de jogos na escola não é uma prática nova. Muitos professores já utilizam esse recurso, só que tem sido usado como complemento para reforçar a aprendizagem. O que esses pesquisadores estão propondo é

trazer os jogos, que estavam num plano secundário, para o plano principal.

Esses indicadores estão permitindo inferir que o jogo está começando a sair de uma visão puramente instrucional que caracteriza o ensino e a aprendizagem.

"Para nós, a importância do jogo está nas possibilidades de aproximar a criança do conhecimento científico, vivendo "virtualmente" situações de solução de problemas que a aproximam daqueles que o homem "realmente" enfrenta ou enfrentou. A imitação através do jogo, a busca da compreensão de regras, a tentativa de aproximação das ações adultas, vividas no jogo, estão em acordo com pressupostos teóricos construtivistas, que asseguram ser necessária a promoção de situações de ensino que permitam colocar a criança diante de atividades que lhe possibilitem a utilização de conhecimentos prévios para a construção de conhecimentos melhor elaborados." (MOURA, 1994:17).

Há professores que temem o aspecto competitivo dos jogos. Para eles, usar situações que favoreçam a competição é

desaconselhável no contexto pedagógico, porque favoreceria práticas pouco aconselháveis: o suborno, a sonegação de informações, o escárnio, etc. De fato, na "lógica do capitalismo", essa forma de competição tem prevalecido muitas vezes.

Em contraposição a essa idéia de jogo, muitos pesquisadores têm valorizado outros significados da competição. MACEDO (1995), tem buscado uma outra compreensão para explicar o significado da competição, "pedir juntos", quando é impossível ganhar ao mesmo tempo.

A competição é entendida aqui como desafio, "limite de espaço-temporal do jogo", ordenadora do conhecimento e dos limites das relações interpessoais. Competição e autonomia, significaria ser governado por si mesmo. O problema, então, não estaria na "competição", mas na forma de lidar com ela. Não se evita a competição evitando o jogo.

No Seminário Internacional cujo tema foi As Novas Perspectivas na Aritmética,

1930	Construção de regras "O Juízo Moral na Criança"	· regra · assimilação recíproca	· heteronomia · autonomia
1940	Formação do símbolo "A Formação do Símbolo na Criança"	· símbolo · assimilação deformante	· hábitos sociais · brincadeira simbólica
1980	Construção Dialética "As Formas Elementares da Dialética"	· exercício · assimilação funcional	· coodenação · meios/fins

(MACEDO,1995).

realizado em Belo Horizonte, MACEDO (1995), aponta três grandes momentos em que os jogos foram importantes na obra de PIAGET. O quadro abaixo revela esses momentos,

Nessas obras PIAGET esclarece suas idéias sobre o jogo.

**O JOGO SIMBÓLICO:** é importante porque é brincando que a criança simboliza essa vida social tão complexa e fundamental para seu desenvolvimento e para a compreensão de seu cotidiano. Por meio da brincadeira a criança assimila o real.

Nos exercícios com jogos a criança aprende a coordenar meios e fins, entende o sentido dos hábitos sociais, os conceitos matemáticos e habilita-se a entrar na vida adulta, social, compreendendo, atuando na perspectiva da linguagem Matemática.

**JOGO E INTERDEPENDÊNCIA:** jogo é construção de regras. Sem regras não há vida social. Há interdependência entre as duas morais: a heteronomia e a autonomia.

**JOGO É A EXPLICAÇÃO DO MUNDO:** as crianças que não jogam não simbolizam o mundo, as coisas. Os jogos são algo que pode ser realizado através de simulação. A crítica mais severa ao ensino da Matemática na primeira série é que os professores, de maneira geral, acham que através do jogo de palavras, só de ouvir, a criança aprende. Essa

Matemática tradicional tem valorizado "o conhecimento social", apresentando fatos às crianças.

**A FUNÇÃO SOCIAL DO JOGO:** seria simular dramas humanos, comportamentos, ações, relações entre coisas. Quando as crianças brincam de casinha, de escolinha, de médico, elas estão jogando. E é um jogo sério.

E o registro dos jogos? O registro é muito importante, mas deve estar a serviço do raciocínio. Existem jogos em que a escrita é necessária, a criança recorre à escrita para lembrar o que fez. Nesse momento a escrita e a aritmética se unem em forma de relatos. Escrever por escrever, para KAMII, é um exagero da escola tradicional.

MACEDO(1995), apresentou no Seminário Internacional algumas vantagens e a importância do jogo na Matemática:

- feedback imediato;
- as crianças discutem e chegam a uma conclusão;
- a professora não dá respostas prontas, ela interage com seus alunos, fazendo com que pensem sobre a "resposta";
- os jogos são mais dinâmicos e criativos do que as tradicionais folhas mimeografadas;
- as crianças defendem seus pontos de vista, "suas hipóteses";
- simulam ações, relações entre objetos;
- atuação, movimento, trabalham a motricidade, os símbolos;



## Uma Outra Forma de Ver a Geometria

A maioria dos livros didáticos tem demonstrado um certo interesse pelos temas aritméticos, enquanto que os geométricos são abordados de forma abstrata, descritiva, desinteressante e desarticulada dos outros conteúdos, aparecendo sempre nos últimos capítulos. Os estudos e pesquisas nesta área são em número reduzido e quase não chegam às escolas.

"A conseqüência desse tratamento negligente, por parte dos autores e professores, se estende aos diferentes níveis de ensino. É fácil encontrar entre alunos, ou até mesmo professores, aqueles que confundem o cubo com o quadrado; não identificam propriedades comuns ao quadrado e ao losango, ou ao quadrado e ao retângulo; mudam o conceito que têm de determinadas figuras geométricas, quando as mesmas são graficamente representadas em posição diferente daquela em que geralmente aparece nos livros didáticos; não aceitam que figuras geométricas, limitadas por fronteiras, são formadas por infinitos pontos, pois consideram que sendo a quantidade de pontos infinita não deveria ser limitada; não concebem o plano como espaço, o que nos leva a concluir que, para eles, figuras de três dimensões são as únicas espaciais. Todas essas observações demonstram que a percepção visual do espaço geométrico é confusa e equivocada."(ARAÚJO, 1994:13).

À medida que o professor considera a geometria "difícil", porque é abstrata, acaba

confirmando e direcionando sua preferência aos temas aritméticos.

Ao nível nacional, os pesquisadores de Matemática têm tomado posições em relação às mudanças no processo de seu ensino e de aprendizagem. SOARES recomenda uma *"rearticulação nos conteúdos tendo como referencial o conhecimento matemático historicamente produzido e a lógica da sua elaboração."* (In ARAÚJO, 1994:14). Propõe ainda que se considerem três eixos norteadores dessa rearticulação, que são *números, medida e geometria*. Deve-se ainda considerar a relevância de cada um no processo em desenvolvimento.

A geometria manipulativa tem sido sugerida por pesquisadores desta área que se preocupam com a forma como tem sido trabalhada na sala de aula; a orientação destes pesquisadores é a de que, manuseando objetos diversificados, tais como caixas de vários tamanhos e formatos, é possível encontrar semelhanças e diferenças, chegando a conceitos de faces, arestas e vértices, como também de figuras planas, quando esses mesmos sólidos são planificados, como, por exemplo, círculo, quadrado, retângulo, triângulo e outras figuras, assegurando que o conhecimento nesta área seja menos abstrato.

## Propostas de Alguns Pesquisadores para Mudar a Matemática nas Séries Iniciais

CARRAHER & SCHIELMANN (1988) e CARRAHER (1983) desenvolveram pesquisas, usando um sistema de dinheiro denominado “dinheiro chinês”, criando situações para que as crianças compreendessem três tópicos básicos do currículo de Matemática do Primeiro Grau:

- 1)- as propriedades básicas do sistema decimal (valores absoluto e relativo e a geração de qualquer quantidade);
- 2)- a relação entre essas propriedades e a escrita de números pelo valor de lugar;
- 3)- a relação entre o sistema decimal, a notação pelo valor de lugar e os algoritmos escolares para a resolução de operações aritméticas.

O “dinheiro chinês” foi introduzido na sala de aula em situações de faz-de-conta, simulando um “mini-mercado”, uma vendinha, assim denominado pelos pesquisadores e crianças. *“Inicialmente todas as transações foram orais. Desta forma as crianças têm a oportunidade de concentrar sua atenção sobre o valor das moedas e no processo de troca.”* (CARRAHER, 1992:42).

A proposta de KAMII (1988) é fazer com que os professores tragam para a sala de aula, num primeiro momento, as situações do cotidiano, depois os jogos e por último as discussões em classe, o debate, o diálogo. As

crianças construiriam seu pensamento matemático pelas atividades cotidianas.

Para RANGEL (1992), o objetivo do ensino da aritmética na primeira série é descrito pelas seguintes palavras:

“Um dos grandes objetivos do ensino da aritmética na Educação Matemática na 1ª série do 1º grau deveria ser o de propor situações em que as crianças, agindo sobre unidades - elementos individualizados, viessem a constituir e a quantificar coleções possíveis de serem decompostas em sub-coleções, sendo capazes de pôr em relações quantificáveis as partes e o todo que as contém”. (RANGEL, 1992:29).

As metas da Educação Matemática, sendo entendidas dessa forma, estariam voltadas para o desenvolvimento do raciocínio, estimulariam o pensamento autônomo e criativo, fariam com que as crianças pensassem; isso mudaria muito as atividades rotineiras de sala de aula.

ROGALSKI(1992), afirma que a aquisição das noções matemáticas correspondem a um duplo processo:

“1) Constituição de um novo conceito a partir de uma ação sobre a realidade, isto é, da ação em situação, é através de situações problemas que um conceito adquire sentido para o aluno; 2) Utilização de conceitos matemáticos para representar a realidade.” (In BORDIN & GROSSI, 1992:93).

Segundo JOSEPH(1992), um programa, uma proposta ou um projeto dito construtivista de Matemática não deve se limitar somente às aulas de Matemática por duas razões muito simples:

“Em primeiro lugar, a aritmética é aquilo que as crianças constroem a partir de suas experiências na vida real e não algo que é colocado em suas cabeças a partir dos livros. Em segundo lugar os professores não podem fazer “funcionar” a atividade mental das crianças somente nas aulas de Matemática”. (In KAMII & JOSEPH, 1992:125).

TOLCHINSKY (1995), sugere que os professores abram as portas das salas de aula para os “textos sociais”, misturando números e nomes, esses que têm uso comum e objetivo no dia-a-dia. Afirma ainda que os conhecimentos cotidianos têm um papel estratégico para fundamentar o conhecimento matemático. Por exemplo, quando se solicita à criança que faça o registro numérico do 127, a criança escreve separadamente, registrando o cem, o vinte e por último o sete, 100207, como se fossem números isolados.

## O Professor e suas Intervenções

PIAGET faz a seguinte observação:

“Tudo o que se ensina à criança a impede de inventar ou de descobrir.”(In BRINGUIER, 1978:93).

Alguns professores acham que são construtivistas porque não usam cartilhas, não exigem da criança que decore a tabuada, não impõem algoritmos para ensinar Matemática. Para muitos pesquisadores desta área, o "não" é insuficiente para definir um professor construtivista. Ao contrário, seria necessário o lado positivo, o "sim". A afirmação positiva é que definiria a postura desse professor e não a negação.

Nesse sentido, o papel dos professores, quando trabalham com a Matemática, deve ser o de organizar situações problematizadoras que provoquem curiosidade e busca de soluções por parte da criança. Quando surgirem dificuldades no processo de descoberta, os professores poderão provocar novas explorações através de contra-exemplos. O diálogo com a professora ou com outras crianças pode favorecer a verbalização e a reflexão de suas ações.

"É essencial que os educadores compreendam a verdadeira natureza do conhecimento lógico-matemático, porque aqueles que acreditam que esse conhecimento é constituído por fatos apresentarão às crianças "fatos" ou facilitarão para elas a observação de "fatos" em vez de se preocuparem com o raciocínio."(KAMII, 1992:89).

Para CARRAHER e seu grupo de pesquisadores, o professor precisa compreender muito bem o sistema lógico-

matemático e saber quais os fatos básicos para apresentá-los à criança. O trabalho na sala de aula deve ser um momento de interação entre a Matemática organizada pela comunidade científica e a Matemática como atividade humana:

"Enquanto atividade humana, a Matemática é forma particular de organizarmos os objetos e eventos no mundo. Podemos estabelecer relações entre os objetos de nosso conhecimento, contá-los, medi-los, somá-los, dividi-los, etc... e verificar os resultados das diferentes formas de organização que escolhermos para nossas atividades." (CARRAHER, CARRAHER e SCHIELMANN, 1988: 12 e 13).

Sendo assim, o professor tem oportunidade de utilizar situações rotineiras como lista de chamada, despesas de supermercado e outras, para auxiliar a criança a construir o seu pensamento numérico.

O professor tem o papel de estimular seus alunos a pensar, criar situações desafiadoras, fornecer informações e sistematizar os conhecimentos que vão sendo construídos por eles. Para que isso aconteça, é necessário que o professor esteja em constante interação com a criança, observando-a constantemente. O objetivo principal seria procurar entender o seu raciocínio, ou seja, como ela está construindo o seu conhecimento.

Diante destas constatações, o professor, quando entende a natureza do conhecimento lógico-matemático, passa a ver o erro de outra forma; o que antes era considerado uma fatalidade, passa a ser entendido numa outra perspectiva; o erro passa a ser concebido como uma importante fonte de informação do pensamento da criança, num dado momento. O professor passa, então, a descobrir o porquê do seu raciocínio, e a intervenção pode contribuir de forma significativa para que a criança resolva seus conflitos conceituais e evolua.

A prática do professor que dedica grande parte do seu tempo trabalhando com seus alunos cópia de 1 até qualquer outro algarismo, armando continhas, usando a quadro valor de lugar Q.V.L., não está facilitando a compreensão do sistema decimal, pois não conseguiu mostrar as regularidades que possibilitam compreender a formação do conceito de número de forma sistematizada.

O conhecimento não se constrói pela aprendizagem de novos fatos, mas pela construção de novos conceitos, novas compreensões. A respeito dessas aquisições, CARRAHER apresenta um bom exemplo, que é o "mito da tabuada" na primeira série:

"A diferença entre um aluno que sabe a tabuada de multiplicar até sete, por exemplo, e um que sabe todas a tabuadas de multiplicar é irrelevante do ponto de vista

construtivista se ambos compreendem a relação entre adição e multiplicação. Por outro lado, se o aluno que memorizou menos tabuadas compreender a relação entre adição e multiplicação e o outro, que memorizou todas elas, não compreender essa relação, o segundo seria considerado "menos avançado" do ponto de vista construtivista. Se ele esquecer algum fato, não terá meios de construí-lo, o outro, no entanto, pode construir a resposta certa para qualquer fato a partir de sua compreensão."(1992: 35).

Considerando o significado da Educação Matemática no mundo atual e a criação e o desenvolvimento de uma nova disciplina, a **Educação Matemática**, pode-se concluir que o professor não pode mais reproduzir os modelos educacionais que ele próprio vivenciou enquanto aluno. É necessário que o professor reformule a concepção de ensino. As considerações psicológicas sugerem que o professor tem o papel de auxiliar o aluno a reconstruir modelos matemáticos que ele compreenda em outras situações, representá-los de maneira a poder utilizar os mais poderosos sistemas simbólicos da Matemática, como instrumento de pensamento, utilizá-los em uma variedade de situações que lhes dêem significado.

As considerações sociológicas discutem a representação social e abrem perspectivas para uma nova definição a ser conquistada por novas maneiras de interagir com seus alunos, enquanto as considerações antropológicas devem tornar o professor

consciente de quem são seus alunos e como pode ajudá-los a construir um futuro para eles próprios. Já as considerações epistemológicas e históricas devem engajar o professor num processo de reavaliação de o que importa incluir no currículo. Como avaliar sem excluir, como construir conhecimentos significativos.

Deste modo, o professor que trabalha com Matemática nas séries iniciais precisa também comprometer-se com um ensino crítico. A Matemática cria realidades para o indivíduo, como, por exemplo, por meio da escolha social de modelos que determinam o preço de serviços essenciais (como água, luz e telefone) e os índices de inflação. A análise desses modelos que criam realidades é essencial à formação crítica do aluno.

### Referências Bibliográficas

- ARAÚJO, M.A.S. "Porque Ensinar Geometria nas Séries Iniciais do 1º Grau". **A Educação Matemática em Revista**, Santa Catarina: SBEM, V. II, N.3, p. 12-16. 1994.
- BECKER, Fernando. **Da Ação a Operação: O Caminho da Aprendizagem em JEAN PIAGET e PAULO FREIRE**. São Paulo: PUC/São Paulo: 1983. (Tese de Doutorado).
- \_\_\_\_\_. **A Epistemologia do Professor: O cotidiano da Escola**. Petrópolis: Vozes,

- 1993.
- BORDIN, J. & GROSSI, E.P. **Paixão de Aprender**. Rio de Janeiro: Vozes, 1992.
- BRINGUIER, Jean C. **Conversando com Jean Piaget**. Rio de Janeiro: DIFEL, 1978.
- CARRAHER, Terezinha. N; CARRAHER, David e SHIELMANN, Ana L. **Na vida Dez na Escola Zero**. 5 ed. São Paulo: Cortez, 1988.
- CARRAHER, Terezinha N; (org.). **Aprender Pensando**; Contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação. Recife: SEE/PE, 1983.
- \_\_\_\_\_. “Uma Construção Matemática.” **Caderno AMAE EDUCANDO**, Belo Horizonte: V.1, n.1, p.30-38, 1992.
- \_\_\_\_\_ & SCHIELMAN, Ana L. “Matemática da rua para a escola.” **Caderno AMAE EDUCANDO**, Belo Horizonte: V.1, N.1, p.30-44, 1992.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação, reflexões sobre Educação e Matemática**. São Paulo: Summus, 1986.
- DANTE, Luíz. R. **Didática da Resolução de Problemas em Matemática**. 6 ed. São Paulo: Ática, 1995.
- DIAS, Fátima R.T. & FARIA, Vitória. L.B. “Como a Criança Constroe o Conceito de Número?”: **Caderno AMAE EDUCANDO**. Belo Horizonte: V.1, N.1, p. 19-25, 1992.
- FERREIRO, Emília. “Alternativas a la 1ª Comprension Del Analfabetismo em la Region,” In: **INEP - ANAIS Alternativas de Alfabetização para a América Latina e o Caribe**. Brasília: 29-42, 1988.
- FRANCHI, Anna. “Onde está o Problema?” **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. Santa Catarina: SBEM, V.II, N.3, p.29-33, 1994.
- FRYDMAN. O. & BRYANT, P. “Sharing and the Understanding of Number Equivalence by Young Children.” **Cognitive Development**, V.3. p. 323-339, 1988. ( Mimeog. ).
- HUGHES. M. “Children and Number Difficulties” In: **Earning Mathematics**. Oxford: Brasil Blackwel, 1986. (Mimeog. ).
- KAMII, Constance. “As Novas Perspectivas na Aritmética”; Comunicação oral realizada no Seminário Internacional, Belo Horizonte: 1995.
- \_\_\_\_\_ & DECLARK, G. **Reiventando a Aritmética**; Implicações da Teoria de Piaget, Campinas: Papirus, 1988.
- \_\_\_\_\_ & JOSEPH, L. **Aritmética Novas Perspectivas**; Implicações da Teoria de Jean Piaget. Campinas: Papirus, 1992.
- LERNER, DÉLIA. **A Matemática na Escola: Aqui e Agora**. Tradução Juan Acunã Liorens. 2.ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.
- MACEDO L. “As Novas Perspectivas na Aritmética,” Comunicação Oral Realiza-

- da no Seminário Internacional, Belo Horizonte: 1995.
- MAGNUSSON, JÚNIOR M. & MAMERI, M. “Dos Primeiros Passos aos Primeiros Números”. **Ensino em Re-vista UFU**: Uberlândia: V.1, N.1, Jan./Dez, p. 23-28, 1992.
- MOURA, M. O. “A Séria Busca no Jogo; do Lúdico na Matemática”. **A Educação Matemática em Revista**. Santa Catarina: SBEM, V.II, N.3, p.17 - 24, 1994.
- PIAGET J. & SZEMINSKA, A. **A Gênese do Número na Criança**. 2.ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1981.
- \_\_\_\_\_. et.alli. **Abstração Reflexionante; Relações Lógico-Aritméticas e ordem das Relações Espaciais**. Tradução Fernando Becker & Petronilha Beatriz G.Silva. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.
- RANGEL, Ana. C. S. **Educação Matemática e a Construção do Número pela Criança**; Uma Experiência em Diferentes Contextos Econômicos. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.
- SPINILLO, Alina G. “O Conhecimento Matemático antes do Ensino da Matemática na Escola.”: **A Educação Matemática em Revista**. Santa Catarina: SBEM, V.II, n.3, p.41-50, 1994.
- TOLCHINSKY, Liliana. “Progresso com os Números.”, **Revista Nova Escola**. Ano X, n.87, Set., p. 56-57, 1995.