SISTEMAS DE NUMERAÇÃO DE BASE NÃO DECIMAL: O SISTEMA BINÁRIO

*Guilherme Saramago de Oliveira**

O novo Programa de Ensino de Matemática do Estado de Minas Gerais[1] apresenta alguns conteúdos que o programa anterior não abordava nas séries iniciais. Dentre eles, os sistemas de numeração de base não decimal.

Recentemente, ministrando um mini-curso para professores das séries iniciais do Ensino Fundamental[2] da rede pública, verifiquei que muitos docentes apresentavam dificuldades ou preocupações em relação a como trabalhar as bases não decimais com seus alunos.

Pensei, então, em produzir um texto que abordasse tal assunto. Surgiu, assim, este artigo, basicamente estabelecendo algumas orientações introdutórias que, entendo, sejam necessárias aos profissionais da educação que atuam nas séries iniciais. Tratarei aqui de um assunto muito amplo e por isso mesmo me limitarei a tecer comentários principalmente sobre um dos sistemas de base não decimal: o sistema binário ou de base 2. Atualmente o sistema de base 2 é de grande importância, pois é utilizado como linguagem dos modernos computadores.

De um modo geral, um número pode ser escrito numa base qualquer "X" do seguinte modo:

$$a_0x^0+a_1x^1+a_2x^2+a_3x^3+......a_nx^n, \text{ onde}$$

$a_0a_1a_2......a_n$ são os numerais básicos do sistema. São necessários tantos numerais básicos quanto for o valor próprio da base.

Na base decimal, agrupamos de dez em dez e utilizamos os seguintes dígitos para escrever os números: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, ou seja, dez algarismos.

Na base dois (binário) agrupamos de dois em dois e utilizamos dois dígitos para escrever os números 0 e 1, ou seja, dois algarismos.

Na base três, agrupamos de três em três e utilizamos os seguintes dígitos para escrever os números: 0,1 e 2, ou seja, três algarismos, e, assim por diante nas demais bases.

No sistema decimal, então, os números são representados pela combinação dos dez algarismos (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9). No sistema binário esses mesmos números são representados apenas pela combinação dos algarismos 0 e 1.

Um número no sistema decimal sempre pode ser representado por potências de dez. Veja os exemplos:

$$12_{(10)} = 0x10^3+0x10^2+1x10^1+2x10^0$$
$$215_{(10)} = 0x10^3+2x10^2+1x10^1+5x10^0$$
$$3482_{(10)} = 3x10^3+4x10^2+8x10^1+2x10^0$$

OBS: $\boxed{12_{(10)}}$ lê-se: Doze na base 10

Indicativo da Base

* Professor do Departamento de Princípios e Organização da Prática Pedagógica da Universidade Federal de Uberlândia, MG. Mestrando em Educação pela PUC de Campinas, SP.

1. Secretaria do Estado da Educação de Minas Gerais, 1993.

2. Substitui a nomenclatura "1° Grau". Forma adotada a partir da Constituição do Brasil de 1988.

$215_{(10)}$ lê-se: Duzentos e quinze na base dez

$3482_{(10)}$ lê-se: Três mil quatrocentos e oitenta e dois na base dez

ou ainda:

	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
	10^3	10^2	10^1	10^0
12	0	0	1	2
215	0	2	1	5
3482	3	4	8	2

Podemos também representar os números por potências de dois, assim por exemplo:

$12_{(10)} = 1x2^3+1x2^2+0x2^1+0x2^0 = 8+4+0+0$
$15_{(10)} = 1x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0 = 8+4+2+1$
$4_{(10)} = 0x2^3+1x2^2+0x2^1+0x2^0 = 0+4+0+0$

ou ainda,

	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
	2^3	2^2	2^1	2^0
12	1	1	0	0
15	1	1	1	1
4	0	1	0	0

Conclusão:

$12_{(10)} = 1100_{(2)}$
$15_{(10)} = 1111_{(2)}$
$4_{(10)} = 100_{(2)}$

OBS:

$12_{(10)} = 1100_{(2)}$	lê-se: Doze na base dez é igual um, um, zero, zero na base dois (binário)
$15_{(10)} = 1111_{(2)}$	lê-se: Quinze na base dez é igual um, um, um, um na base dois (binário)
$4_{(10)} = 100_{(2)}$	lê-se: Quatro na base dez é igual um, zero, zero na base dois (binário)

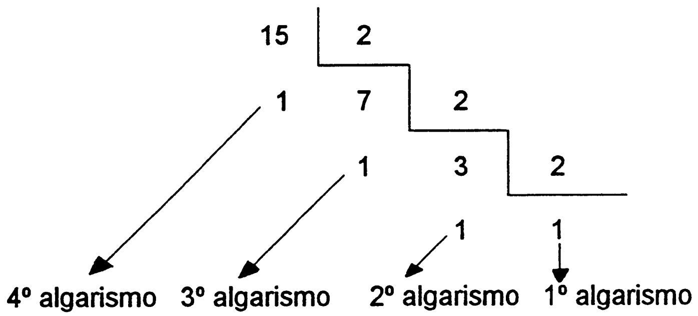
Pequena Tabela de Conversão Decimal/Binário

Base 10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Base 2	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001

Base 10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Base 2	1010	1011	1100	1101	1110	1111	10000	10001	10010	10011

Conversão de Decimal em Binário

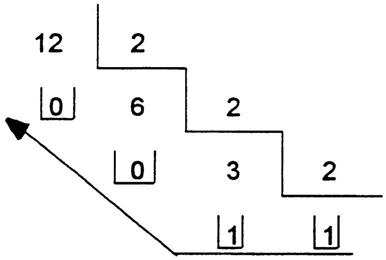
Vamos transformar o número decimal 15 em número binário. Para isso devemos submetê-lo a divisões sucessivas da seguinte forma:



Para organizarmos o número correspondente em binário, basta escrever o último quociente e todos os restos, na ordem inversa àquela em que surgem.

$15_{(10)}$ = $1111_{(2)}$ (lê-se: Quinze na base dez é igual um, um, um, um, na base dois).

Veja outro exemplo:



$12_{(10)}$ = $1100_{(2)}$ (lê-se: Doze na base dez é igual a um, um, zero, zero, na base 2).

Conversão de Binário em Decimal

Para transformar um número decimal em binário, utilizamos um processo de divisões sucessivas. **Para transformar um binário em decimal,** devemos utilizar o processo inverso, isto é, multiplicações sucessivas.

Consideremos o número 15 (quinze - decimal), que, como vimos anteriormente, é representado pelo número binário 1111.

Usando o critério de potenciação temos:

Potência de dois	2^3	2^2	2^1	2^0
Números binários	1	1	1	1

Logo,

$15_{(10)}$ = $1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 8+4+2+1$

Este processo pode ser usado para converter qualquer número binário em decimal. Veja outro exemplo:

Como já vimos, o número 12 (doze - decimal) é representado pelo número binário 1100, então:

$$12_{(10)} \quad = \quad 1x2^3+1x2^2+0X2^1+0X2^0 \quad = \quad 8+4+0+0$$

Usando material simbólico para trabalhar com os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental

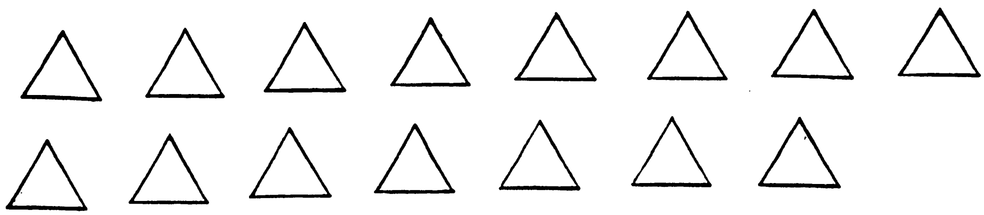
a) **Confecção do Material**

- Confeccionar fichas em cartolina na forma de triângulos (mais ou menos 30 fichas), fichas na forma de quadrados (mais ou menos 15 fichas), fichas na forma de retângulos (mais ou menos 8 fichas) e fichas na forma de losangos (mais ou menos 4 fichas).

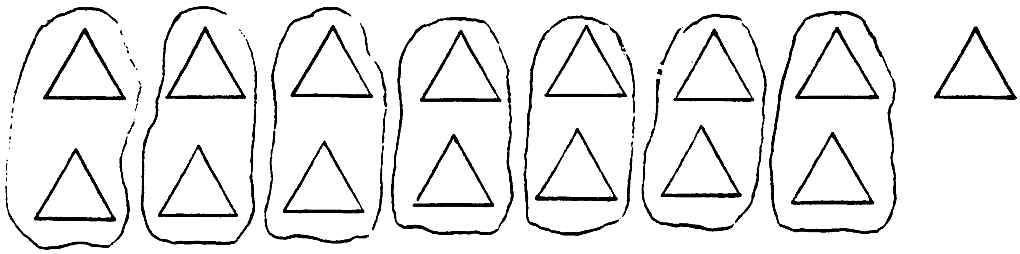
b) **Trabalhando com as Fichas:**

Exemplo: Transformar $15_{(10)}$ em binário

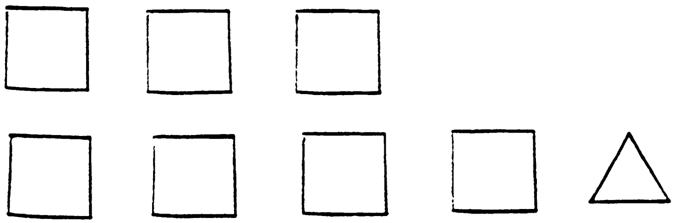
1º Passo) Separar 15 fichas triangulares



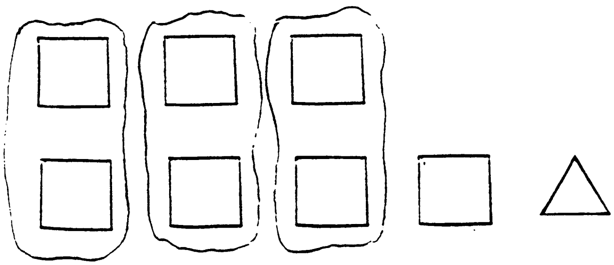
2º Passo) Substituir duas fichas triangulares por uma ficha quadrangular



3º Passo) Obteremos: Sete fichas quadrangulares e uma ficha triangular

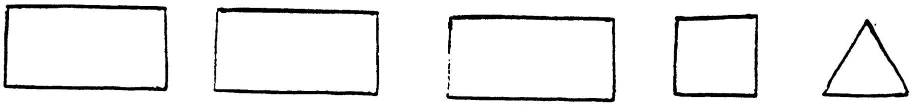


4º Passo) Substituir duas fichas quadrangulares por uma ficha retangular

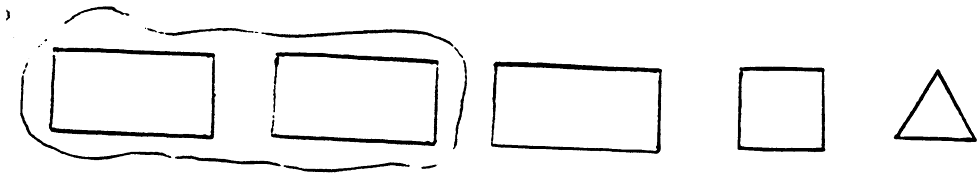


5º Passo) Obteremos:

Três fichas retangulares
Uma ficha quadrangular
Uma ficha triangular

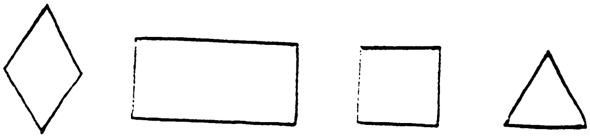


6º Passo) Substituir duas fichas retangulares por uma ficha em forma de losango



7º Passo) Obteremos:

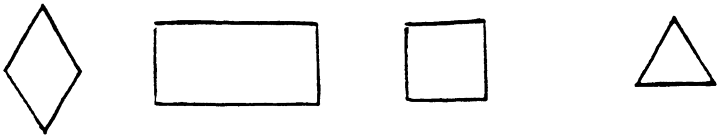
Uma ficha com forma de losango
Uma ficha retangular
Uma ficha quadrangular
Uma ficha triangular



8º Passo) Resultado final:

1	1	1	1
↓	↓	↓	↓
losango	retângulo	quadrado	triângulo

(2) número básico
↳ indicativo da Base



$\boxed{1111_{(2)}}$ lê-se: um, um, um
um na base dois.

Assim, $1111_{(2)}$ é igual a $15_{(10)}$

um, um, um,	Quinze na base
um na base 2	dez.

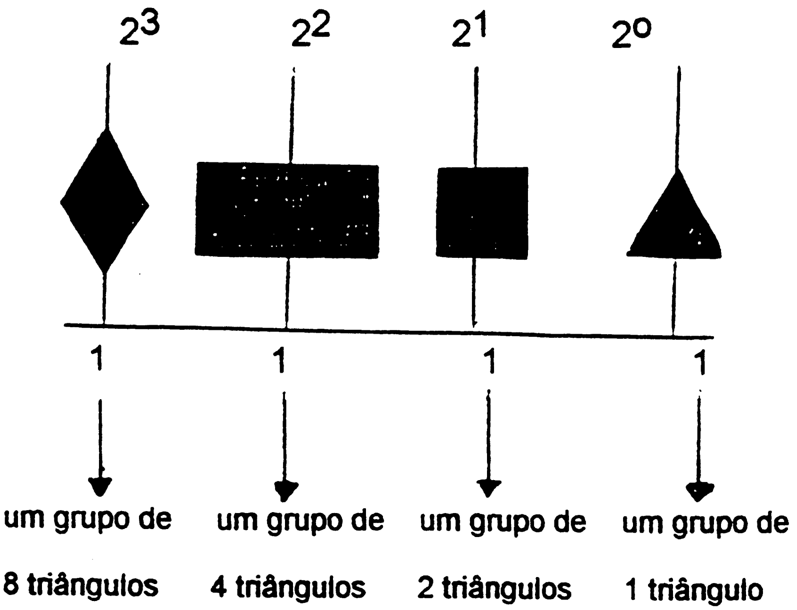
CONCLUSÕES

Em todos os passos agrupamos sempre de duas em duas fichas. A forma de triângulo corresponde à primeira ordem, a forma de quadrado à segunda ordem, a forma de retângulo à terceira ordem e a forma de losango à quarta ordem.

As ordens então se distinguem pela forma.

Ao se trabalhar com as fichas e agrupá-las de duas em duas, substituindo cada grupo por uma outra ficha de forma diferente, estamos demonstrando o princípio fundamental de base dois: "duas unidades de uma ordem se transformam em uma unidade de ordem imediatamente superior". As formas utilizadas no exemplo (losango, retângulo, quadrado, triângulo) podem ser substituídas por outras.

Desse modo, na base 2, para escrever o numeral 15 (quinze - base decimal), faríamos o seguinte:



(2)

Ou seja:

$15_{(10)}$ = 1 grupo de 1 (um) ou seja um triângulo
1 grupo de 2 (dois) ou seja um quadrado (valor 2 triângulos)
1 grupo de 4 (quatro) ou seja um retângulo (valor de 4 triângulos)
1 grupo de 8 (oito) ou seja um losango (valor de 8 triângulos)

Ou ainda,

$15_{(10)} = 8+4+2+1$ ou
$15_{(10)} = 1\times2^3+1\times2^2+1\times2^1+1\times2^0$ ou
$15_{(10)} = 1111_{(2)}$

Importante

Podemos, no sistema Binário, fazer todas as operações que são feitas no sistema Decimal. Por exemplo:

Adição $100_{(2)} \rightarrow 4_{(10)}$ $+101_{(2)} \rightarrow 5_{(10)}$ $1001_{(2)}$ $9_{(10)}$	Subtração $101_{(2)} \rightarrow 5_{(10)}$ $-\ 100_{(2)} \rightarrow 4_{(10)}$ $1_{(2)}$ $1_{(10)}$
Multiplicação $11_{(2)} \rightarrow 3_{(10)}$ $\times\ 10_{(2)} \rightarrow 2_{(10)}$ 00 $6_{(10)}$ 11 $110_{(2)} \rightarrow 6_{(10)}$	Divisão $6_{(10)}$ $2_{(10)}$ $110_{(2)}$ $\lvert\ 10_{(2)}$ 010 $11_{(2)}$ 00 $3_{(10)}$

BIBLIOGRAFIA

DUARTE, Ana Lúcia A. e CASTILHO, Sonia F. da R. *Metodologia da Matemática:* A aprendizagem significativa nas séries iniciais. Belo Horizonte: Vigília, 1983.

LIBERMAN, Marilúcia P. e WERG, Regina L. Motta. *Fazendo e compreendendo Matemática*. São Paulo: Solução, 1989.

NETTO, Scipione di Piero. *Matemática:* Conceitos e operações. 5ª Série. São Paulo: Saraiva, 1982.

PILETTI, Claudino (Org.). *Didática Especial*. São Paulo: Ática, 1985.

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO DE MINAS GERAIS. *Programa de Ensino de Matemática*. Belo Horizonte: SEE-MG, 1993. volume II.

YOUSSEF, A. N. e FERNANDES, V. P. *Linguagem BASIC e programas para Matemática.* São Paulo: Scipione, 1985.