

A MATEMÁTICA PELA HISTORICIDADE DE SUA LÓGICA

Mário Magnusson Júnior*

Em meados do século XIX, a Álgebra invade um campo virgem ou quase virgem: o da Lógica. É indubitável a vinculação da Lógica com a Matemática, mais estreita do que entre outras ciências. Não só o encadeamento dedutivo se torna mais transparente em Matemática, como também os sinais nas fases do seu desenvolvimento e nos sistemas de numeração e medida mais empíricos. Isso, sem aludir à "álgebra babilônica", na qual brilha a mentalidade matemática e, nela, o encadeamento pode advertir-se nos problemas egípcios. Como, então, poderia explicar-se a solução de problemas do tipo: determinar os cinco termos de uma progressão aritmética, conhecendo sua soma e a razão da soma dos primeiros aos três últimos?

Se nas culturas pré-helênicas o processo lógico está oculto, entre os gregos da época clássica esse processo se evidencia de modo inescusável, sendo o mais claro de seus descobrimentos a demonstração. A "exigência lógica", "o caminho", "prive sobre a mesma meta", "verdade matemática", "a prova", são exemplos de um método de elaboração do pensamento mediante o qual se demonstrava uma verdade já conhecida.

Assim como a gramática nasceu depois das grandes manifestações poéticas dos historiadores gregos (poemas homéricos, tragédia etc.), a Lógica se formalizou por obra de Aristóteles, depois que o saber grego se havia

separado dos sistemas filosóficos, das doutrinas médicas, das construções históricas e, sobretudo, do saber matemático refletido no trabalho dos pitagóricos, como Hipócrates de Quio, Eudócio de Cnido.

Enquanto os princípios lógicos se vislumbram na obra de Parmênides e, ainda mais, na "dialética" de Zenón de Elea, fundador da Lógica, segundo Aristóteles, é a este que se deve a criação da Lógica Formal, que se manteve estancada até os tempos presentes. Em parte, a "autoridade" de Aristóteles manteve na sombra toda possível modificação dessa estrutura e, em parte, também contribuiu para esse estancamento o caráter que o próprio Aristóteles conferiu à sua criação. Considerou-a um Organon, isto é, um instrumento desprovido de hierarquia científica classificatória.

Também as leis do silogismo aristotélico se mantinham sem maiores adições ou afinamentos. Independente disso, a nitidez e a precisão do raciocínio matemático continuavam progredindo e produzindo novos conhecimentos.

Com o desenvolvimento da Álgebra, durante o século XVII, foi necessária uma advertência para a analogia que se fazia entre a dedução algébrica e as regras silogísticas, pois, tanto neste como naquele caso, letras "vazias" podiam ser preenchidas com entes ou proposições quaisquer.

* Professor do Departamento de Fundamentos da Educação da UFU, graduado em Matemática e em Pedagogia e Mestre em Educação pela USP.

É explicável que tais idéias encontrem uma primeira expressão concreta em Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), matemático e filósofo, verdadeiro precursor da Lógica Matemática. Perseguindo uma idéia que o importunava desde a sua juventude, depois da sua obra sobre um alfabeto do pensamento humano e de um idioma universal, propõe a construção do conhecimento com características universais, cuja linguagem simbólica fosse capaz de expressar, sem ambigüidade, todos os pensamentos humanos. Desse modo, ao surgir uma controvérsia entre dois filósofos, eles deveriam resolvê-la à maneira dos calculistas, ou seja, que se sentassem e, como bons amigos e em mútuo acordo, decidissem: "calculemos".

As idéias de Leibniz, que contêm muitos conceitos da Lógica simbólica de hoje, não tiveram maior influência, pois ficaram inéditas até este século. Igual destino tiveram idéias semelhantes esboçadas durante o século XVIII e início do XIX. Também as idéias de Kant, de grande influência no seu tempo e para quem não era necessária "nenhuma nova invenção na Lógica", vão contribuir, sem dúvida, ao estancamento desse conhecimento. Não deixa de ser interessante observar quão frágil resultou o tripode científico - Lógica Aristotélica, Geometria Euclidiana e Mecânica Newtoniana - no qual Kant apoiou sua filosofia.

Essas idéias sofreram modificações em meados do século XIX. Em 1854, George Boole (1815-1864) publicou *"The Laws of Thought"*, convertendo-se no verdadeiro fundador da Lógica Simbólica. Dessa obra, destacamos:

"O objeto do seguinte tratado é investigar as leis fundamentais das operações da mente em virtude das

quais se raciocina; expressá-las no linguajar de um cálculo, e sobre tal fundamento estabelecer a ciência da lógica e construir seu método à base de um método geral para a aplicação da teoria matemática das probabilidades e, finalmente, recolher dos diversos elementos de verdade que surjam no curso desta investigação algumas informações prováveis referentes à natureza e constituição da mente humana..."

Embora as idéias apresentadas por Boole sejam heterogêneas, elas têm valor permanente para a Lógica. Tanto que Bertrand Russel teria considerado que "a matemática pura foi a de Boole", cuja tendência à abstração mostra a característica dos matemáticos ingleses da época. Essa afirmação influenciou um dos pioneiros da tendência booliana, George Peacock (1791-1858), o membro mais matemático do grupo de jovens que, em 1813, fundou, em Cambridge, a "Analytical Society", com o objetivo de promover o progresso da análise superior na Inglaterra. Para a Matemática proposta por Boole, dirigiam-se escassos progressos, em comparação com os êxitos continentais que obtinham a notação leibniana em vez da newtoniana. Com isso, os matemáticos ingleses ampliavam o campo das investigações que haviam realizado e continuavam realizando no continente.

Em 1830, Peacock publicou um tratado de Álgebra, reeditado em dois volumes, entre 1842-1845, acentuando o caráter formal e simbólico das regras da Álgebra. Foi considerado um precursor dos chamados "Princípios de Permanência das Leis Formais", enunciados

pelo matemático e historiador da Matemática, Hermann Hankel (1839-1873), em 1867.

Como o primeiro escrito de Boole sobre o tema data de 1847, é possível que haja nele certa influência da obra de Peacock. De qualquer modo, o livro de Boole, de 1854, abriu novos horizontes à investigação lógica e se fez mais independente da Matemática, buscando uma vinculação cada vez mais estreita da Álgebra com a Lógica, até a fusão de ambas, culminando nas atuais “álgebras de Boole”.

A primeira direção resultou na monumental obra sobre “*Álgebra da Lógica*”, em quatro volumes, de Ernest Schvöder (1841-1900), editada entre 1806 e 1905. Cabe mencionar, também, Augustus de Morgan (1806-1871), matemático segundo o qual os dois olhos das ciências exatas seriam a Lógica e a Matemática. É autor de uma engenhosa e clássica “*Colección de Paradojas*” (póstuma 1872) e, em 1838, introduziu a expressão “indução matemática”, com sentido corrente na atualidade.

Enquanto a construção do formalismo lógico, com vistas à aplicação aos fundamentos da matemática, se iniciava em 1880, de forma independente, por C.S. Peirce nos Estados Unidos, na Alemanha aparecia Frege.

Charles Sanders Peirce (1839-1914) foi um filósofo que se conta entre os fundadores do pragmatismo norte-americano e, como matemático, se ocupou da Lógica Matemática, aperfeiçoou a lógica de Boole e definiu novos conceitos como os “valores e tábuas de verdade”. Por sua parte, Friedrich Gottlob Frege (1848-1925), nos trabalhos que publicou desde 1879 até início deste século, expôs, de forma minuciosa e precisa, conceitos cuja importância

se revelariam mais tarde, tanto na Lógica como na análise dos fundamentos da Matemática. Em seu tempo, o complicado simbolismo empregado não exerceu maior influência e só se tornou conhecido neste século, sobretudo através da obra de Russell.

Simultaneamente, acontecia a contribuição dos “lógicos” italianos, encabeçados por Giuseppe Peano (1858-1932). Ele cristalizou, nos “formulários matemáticos” surgidos no final do século, a proposta de expor a Matemática com um linguajar puramente simbólico, não só a Lógica Matemática, como também os resultados mais importantes de diversos ramos matemáticos.

Embora o trabalho de Peano e seus colaboradores tenha sido criticado, mais por excesso de certas pretensões da doutrina do que pelo emprego exclusivo de símbolos que davam à obra um aspecto ultrapassado, o saldo definitivo foi favorável, pois boa parte dos símbolos de Peano (pertinência, união, intersecção, etc.) se conservam até hoje. Igualmente, seu trabalho contribuiu para fortalecer a corrente geral que, cada vez mais, põe em evidência as conexões da Lógica com a Matemática.

Essa corrente proporcionou, neste século, *Princípios Matemáticos*, obra de Russell, publicada entre 1910 e 1913, em colaboração com o matemático e filósofo Alfred North Whitehead (1861-1947). Essa é uma obra síntese em que se combinam, harmoniosamente, os resultados de Frege e Peano ou, como disse Bourbaki, “a precisão de Frege com a comodidade de Peano” e que representa, ao começo deste século, a expressão mais acabada

da Lógica Matemática, de acordo com a orientação da Matemática como sendo Lógica.

Os professores preocupados com o ensino da matemática poderão ver, na história da Lógica, a formalização de um conhecimento que deverá ser construído pelo aluno. Este servirá de referencial para compreender os "acertos" e "erros" dos alunos no desenvolvimento do seu pensamento lógico-matemático, ou seja, do seu raciocínio.

Bibliografia

BARKER, Stephen F. *Filosofia da Matemática*. Rio de Janeiro: Zahar, 1969.

BOYER, Carl B. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

CAMPEDELLI, Luigi. *Fantasia e lógica na Matemática*. São Paulo: Hermes, 1973.

CARAÇA, B. de Jesus. *Conceitos fundamentais da Matemática*. Lisboa: Bras Monteiro, 1975.