

Aprendizagem matemática: explorando o conceito de função por meio de jogo Pega Varetas

*Caroline dos Santos*¹

*Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes*²

*Ricardo Fajardo*³

RESUMO

O presente artigo, que analisa uma situação de ensino desenvolvida no âmbito de uma pesquisa de mestrado, tem como objetivo investigar indicativos da formação do pensamento algébrico por estudantes no estudo do conceito de função, com o uso do jogo Pega Varetas. A abordagem teórica e metodológica adotada baseia-se na perspectiva histórico-cultural. A situação de ensino proposta visava promover a apropriação do conceito de função a partir dos nexos conceituais de variável, campo de variação e dependência. Foi desenvolvida com estudantes do primeiro ano do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, de uma escola municipal de Ijuí-RS. As ações foram organizadas na perspectiva de um experimento didático, contemplando como instrumento para apreensão do material empírico registros produzidos em portfólios. Como resultados, evidencia-se a formação do pensamento algébrico em consonância com o desenvolvimento da linguagem algébrica e os sentidos atribuídos pelos estudantes.

PALAVRAS-CHAVE: Movimento lógico-histórico; Nexos conceituais; Pensamento algébrico.

¹ Mestranda em Educação Matemática. Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-2151-8071>. E-mail: carolzinisantos@gmail.com.

² Pós-Doutora em Educação. Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-4636-9618>. E-mail: anemari.lopes@gmail.com.

³ Doutor em Matemática. Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-9416-713X>. E-mail: rfaj@ufsm.br.

Mathematical learning: exploring the concept of function through games

ABSTRACT

This article, which analyzes a teaching situation, developed within the scope of a master's degree research, aims to investigate indications of the formation of algebraic thinking by students when studying the concept of function, using the game Pega Varetas. The theoretical and methodological approach adopted is based on the historical-cultural perspective. The teaching situation aimed to promote the appropriation of the concept of function based on the conceptual nexuses of variable, field of variation and dependence. It was developed with students in the first year of the Technical Course in Agriculture Integrated into High School, at a municipal school in Ijuí-RS. The actions were organized from the perspective of a didactic experiment, considering records produced in portfolios as an instrument for capturing the empirical material. As results, the formation of algebraic thinking is evident in line with the development of algebraic language and the meanings attributed by students.

KEYWORDS: Logical-historical movement; Conceptual nexuses; Algebraic thinking.

Aprendizaje matemático: explorando el concepto de función a través del juego Pega Varetas

RESUMEN

Este artículo, que analiza una situación de enseñanza, desarrollada en el ámbito de una investigación de maestría, tiene como objetivo investigar indicios de la formación del pensamiento algebraico por parte de los estudiantes al estudiar el concepto de función, utilizando el juego Pega Varetas. El enfoque teórico y metodológico adoptado se fundamenta en la perspectiva histórico-cultural. La situación docente tuvo como objetivo promover la apropiación del concepto de función a partir de los vínculos conceptuales de variable, campo de variación y dependencia. Fue desarrollado con estudiantes del primer año del Curso Técnico en Agricultura Integrada en la Enseñanza Media, de una escuela municipal de Ijuí-RS. Las acciones fueron organizadas desde la perspectiva de un

experimento didático, considerando los registros producidos en portafolios como instrumento de captura del material empírico. Como resultados, se evidencia la formación del pensamiento algebraico en consonancia con el desarrollo del lenguaje algebraico y los significados atribuidos por los estudiantes.

PALABRAS CLAVE: Movimiento lógico-histórico; Nexos conceptuales; Pensamiento algebraico.

* * *

Introdução

A aprendizagem de conceitos algébricos pelos estudantes pode ser um grande desafio na Educação Básica, especialmente, quando a organização do ensino é pautada somente na formalidade dos conceitos e não considera conexões com elementos que possibilitam a produção de sentidos, o que pode favorecer a reprodução de uma técnica resolutiva mecanizada e repetitiva. Dessa forma, defendemos que os nexos conceituais devem ser o ponto de partida para o ensino de conceitos algébricos, com vistas a considerar seu movimento lógico-histórico e a aprendizagem em sua essência.

Neste contexto se encontra o presente artigo, que analisa uma situação de ensino como parte de uma pesquisa no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (PPGEMEF), da Universidade Federal de Santa Maria. Trata-se de uma dissertação de mestrado, na qual foram elaboradas e analisadas três situações de ensino desenvolvidas em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio.

Especificamente neste artigo, consideramos a situação que envolveu o jogo Pega Varetas visando promover a compreensão de variável, campo de variação e a relação de dependência entre grandezas. Portanto, temos como objetivo investigar indicativos da formação do pensamento algébrico por estudantes no estudo do conceito de função, com o uso do jogo Pega Varetas.

Na sequência, trazemos breves considerações acerca dos aportes teóricos que embasam nosso trabalho, seguidas da organização do experimento didático. Posteriormente, analisamos o desenvolvimento da situação de ensino proposta por meio de recortes de registros realizados pelos estudantes a partir do desencadeamento de sete ações (Calculando a pontuação; Representando a quantidade de varetas; Identificando valores fixos e variáveis; Relacionando o valor da pontuação com a quantidade de varetas; Representando todos os pontos; Aproximando-se da expressão algébrica; Aproximando-se da definição). Ao final, apresentamos algumas considerações acerca do estudo.

Alguns apontamentos teóricos

Nosso estudo fundamenta-se nos pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino (AOE), proposta inicialmente por Moura (1997), pautado na Teoria Histórico-Cultural de Vigotski e na Teoria da Atividade de Leontiev. Para o autor, a AOE é um modo de organizar o ensino que prevê o professor e o estudante em atividade, tendo o professor a necessidade de ensinar um conteúdo e o estudante de se apropriar dele. Nessa perspectiva, “seu conteúdo principal é o conhecimento teórico e seu objeto é a constituição do pensamento teórico do indivíduo no movimento de apropriação do conhecimento” (Moura *et al.*, 2010, p. 100).

Ambos os sujeitos, professor e estudante, em suas respectivas atividades de ensino e de aprendizagem, buscam promover o desenvolvimento humano por meio da apropriação dos conhecimentos teóricos (Moura; Sforini; Lopes, 2017). Para isso, o ensino organizado a partir dos pressupostos da AOE visa gerar a necessidade de apropriação dos conceitos, promovendo a busca coletiva da solução de um problema que pode mobilizar os estudantes para a atividade de aprendizagem.

Destarte, é importante que o professor tenha como intencionalidade possibilitar a criação de motivos para eles solucionarem o problema, pois, “É a necessidade da solução do problema que possibilitará à AOE tornar-se

atividade de aprendizagem para o estudante” (Moura; Sforzi; Lopes, 2017, p. 90). Tais soluções devem ser realizadas na coletividade, por isso deve haver um compartilhamento das ações para sua resolução (Moura *et al.*, 2010).

De acordo com Vigotski (1998), as funções psíquicas superiores passam do intersíquico para o intrapsíquico, logo, existem inicialmente no plano social e a partir do processo de internalização, ou seja, “reconstrução interna de uma operação externa” (Vigotski, 1998, p. 74) passam para o plano individual. Então, para o referido autor, a interação social é fundamental no desenvolvimento da criança, pois aquelas ações que inicialmente são realizadas com o auxílio dos adultos, depois de interiorizadas, passam a ser executadas individualmente. Sendo assim, a criança se apropria dos conhecimentos historicamente produzidos pela humanidade, essenciais para a formação humana, tendo em vista que o homem é um ser social e histórico.

Portanto, a escola tem como papel fundamental possibilitar que os estudantes se apropriarem dos conhecimentos produzidos, validados e sistematizados ao longo da história. E isso pode se efetivar através da Situação Desencadeadora da Aprendizagem (SDA), a qual permite que os estudantes se envolvam ativamente e coletivamente na busca por soluções de problemas, os quais devem considerar a essência dos conceitos e o seu surgimento (Moura *et al.*, 2010).

Para organizar o ensino dos conceitos, é relevante tomar conhecimento do seu movimento lógico-histórico. Para Kopnin (1978, p. 183), histórico é “o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento. O histórico atua como objeto do pensamento, o reflexo do histórico, como conteúdo”. Assim, refere-se à própria história do conceito, seu surgimento e desenvolvimento em determinados contextos sociais. E o lógico é o meio pelo qual o pensamento visa à reprodução do processo histórico real em toda sua objetividade, complexidade e contrariedade. “É a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstrações” (Kopnin, 1978, p. 183-184).

No caso dos conhecimentos algébricos, levando em conta que o foco da situação de ensino abordada neste artigo tem como intuito proporcionar a aprendizagem do conceito de função, o movimento lógico-histórico dos conceitos é fundamental na organização do ensino, pois,

[...] para compreender a linguagem algébrica e também a criação e o uso do sistema simbólico algébrico e o desenvolvimento da linguagem em suas complexidades e contradições, é necessário entender seu movimento histórico e sua essência revelada pelo movimento do pensamento (lógico) (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p. 117).

Os nexos conceituais, ou nexos internos, compõem o lógico-histórico do conceito e são definidos como “elo entre as formas de pensar o conceito, que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens do conceito” (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p. 96). Mas, se diferem dos nexos externos que se limitam aos elementos perceptíveis do conceito e são formais.

Para Sousa (2004, p. 61), “os nexos conceituais que fundamentam os conceitos, contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento”. Os nexos conceituais algébricos (fluência, campo de variação e variável) consideram o movimento lógico-histórico da álgebra e podem viabilizar a apropriação do pensamento algébrico e do conceito de função, já que “Aprender a variação dentro de limites, conjuntos, fronteiras, condições definidas, significa relativizar a variação, criar dependências, criar a partir da variável, ampliar o conceito de variável para o conceito de função” (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p. 123).

O conceito de função, segundo Caraça (1951), pode ser entendido como instrumento criado para interpretar a realidade. Seu ensino não deve ser pautado somente no formalismo ou nas aplicações na realidade objetiva. Logo, seus nexos externos, como o domínio, a imagem, a lei de formação, a representação gráfica e os pontos de intersecção com os eixos das abscissas e

ordenadas não são suficientes para que o conceito em sua essência seja apropriado. Cumpre organizar o ensino tendo como ponto de partida seus nexos conceituais de fluência, variável, campo de variação e dependência.

Com base no exposto, foram elaboradas três situações de ensino que consideram estes nexos na organização do ensino do conceito de função, com a expectativa de que elas se compusessem como situações potencialmente desencadeadoras de aprendizagem. Sobre uma delas é discutida neste artigo.

A organização do experimento didático

As ações foram organizadas na perspectiva de um experimento didático, que, tal qual indica Vigotski (2003 *apud* Cedro, 2008, p. 105), tem o propósito de estudar o desenvolvimento das funções psicológicas superiores no decorrer do processo de escolarização. Assim, elaboramos e desenvolvemos situações de ensino, com o intuito de compreender o fenômeno estudado, ou seja, a aprendizagem dos estudantes. Aqui apresentamos o jogo Pega Varetas e as primeiras aproximações ao conceito de função.

Participaram do estudo 39 estudantes (que denominaremos E1, E2, ..., E39) de uma turma do primeiro ano do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, em uma escola municipal de Ijuí-RS. O desenvolvimento, em sua totalidade, ocorreu nos meses de maio, junho e julho de 2022, em 14 aulas que totalizam 29 períodos de 50 minutos. Quanto a situação de ensino apresentada neste artigo, foi desenvolvida no mês de maio, em três aulas que totalizam seis períodos.

Os estudantes são moradores de Ijuí ou municípios vizinhos. Cerca da metade deles reside na zona rural e a maioria iniciou os estudos nesta escola especificamente para o curso técnico, portanto, vieram de diferentes instituições. O primeiro contato com a turma aconteceu por meio da professora de matemática regente.

No momento inicial da investigação, a pesquisadora acompanhou as aulas de matemática por cerca de dois meses e interagiu com os estudantes.

Ela tinha a intenção de conhecê-los e de compreender o contexto em que estavam inseridos, para organizar o experimento didático.

As situações de ensino propostas foram fundamentadas na AOE que, como atividade, se estrutura de modo que “permita que sujeitos interajam, mediados por um conteúdo compartilhando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema” (Moura, 2018, p. 159). Assim, durante todo o seu desenvolvimento, os estudantes estiveram organizados em grupos, os quais eram alterados a cada aula, possibilitando uma maior interação entre a turma.

O material empírico foi produzido a partir de gravações, em áudio e vídeo, de todas as aulas; portfólios individuais disponibilizados pela pesquisadora; uma folha de exercícios de avaliação da aprendizagem ao final do experimento e um formulário de *feedback*. Neste artigo, utilizaremos os registros realizados nos portfólios, conforme dispomos a seguir.

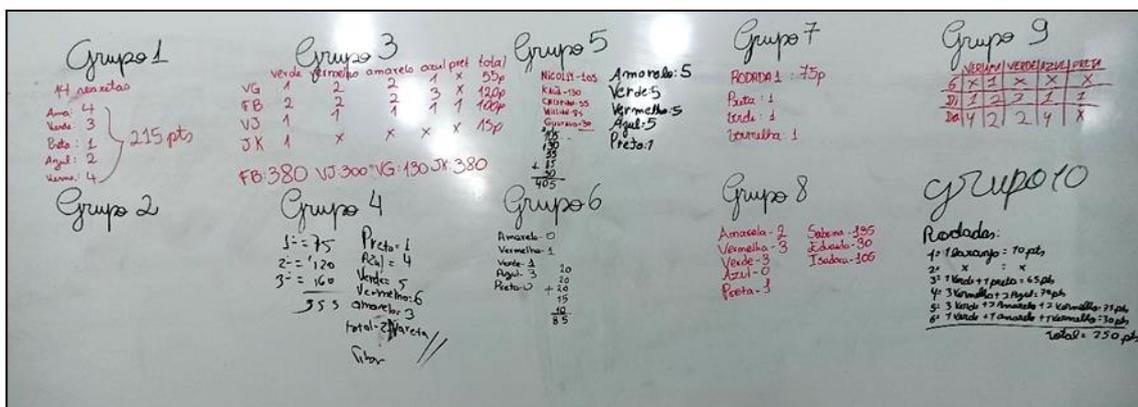
O jogo pega varetas no ensino de função

No primeiro dia, a pesquisadora orientou os estudantes a se organizarem em grupos de três ou quatro integrantes e informou as regras do jogo. Este é composto por 21 varetas, sendo 5 amarelas, 5 vermelhas, 5 verdes, 5 azuis e 1 preta. O participante deve apanhar as varetas uma a uma, sem mover as demais, e obter a maior pontuação, que é dada pela cor da seguinte forma: amarelo (5 pontos), vermelho (10 pontos), verde (15 pontos), azul (20 pontos) e preto (50 pontos). A partir do jogo foram desenvolvidas as ações, conforme é descrito a seguir: Calculando a pontuação; Representando a quantidade de varetas; Identificando valores fixos e variáveis; Relacionando o valor da pontuação com a quantidade de varetas; Representando todos os pontos; Aproximando-se da expressão algébrica; e, Aproximando-se da definição.

Calculando a pontuação

Inicialmente, os grupos jogaram de forma livre para que pudessem se familiarizar com o jogo e suas regras. Em seguida, a pesquisadora solicitou que os estudantes registrassem suas pontuações ao final de cada rodada, da maneira que preferissem. Dessa forma, eles precisavam contar a quantidade de varetas de cada cor e calcular a pontuação obtida por cada jogador. Após algumas rodadas, os grupos socializaram a forma como registraram as pontuações, escrevendo no quadro branco, como mostra a Figura 1.

FIGURA 1: Registros realizados pelos grupos



Fonte: Dados da pesquisa

A partir da observação dos registros, debatemos coletivamente sobre a forma mais rápida e simples para registrar as pontuações. Depois de um tumultuado debate, alguns estudantes escolheram os registros na forma de tabela, dos grupos 3 e 9. Mas, muitos não concordaram, preferindo escrever as cores e sugerindo que fossem abreviados os nomes, utilizando apenas as três primeiras letras para que o registro fosse mais rápido.

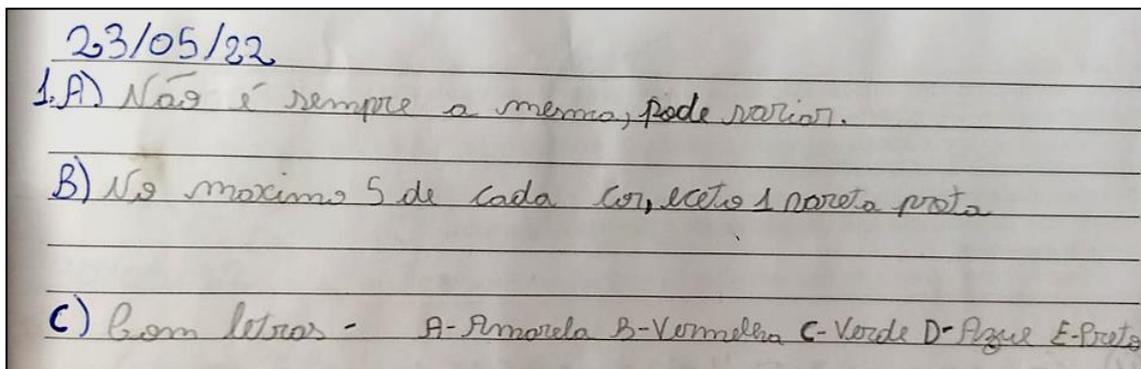
Destacamos que não houve interferência da pesquisadora nos registros produzidos. As respostas foram variadas, mas alguns grupos não compreenderam a proposta. Foi o caso do Grupo 5 que adicionou as pontuações obtidas por todos os integrantes e do Grupo 9 que registrou a

quantidade de varetas, mas não calculou a pontuação obtida por cada jogador. A intenção era que isto fosse superado nas próximas ações.

Representando a quantidade de varetas

Em seguida, com a intenção de possibilitar aos estudantes a compreensão de variável e campo de variação, foram propostas as seguintes questões: Q. 1-a - *A quantidade de varetas de cada cor, obtidas por cada jogador, é sempre a mesma ou pode variar?* Q. 1-b - *Quais são os possíveis resultados para cada cor?* Q. 1-c - *Como podemos representar a quantidade de varetas de cada cor se não possuem um valor fixo?* Estas poderiam ser respondidas a partir da observação dos resultados obtidos a cada rodada e a Figura 2 ilustra a resposta de um dos estudantes.

FIGURA 2: Registros realizados pelo E20 em resposta a questão Q.1



Fonte: Dados da pesquisa

Todos os alunos identificaram, assim como E20, que a quantidade de varetas de cada cor, obtidas por cada jogador ao final da rodada, e a pontuação final não são fixas, ou seja, elas variam. Assim, há a necessidade de variáveis para representar estas grandezas. Segundo Caraça (1951), a correspondência entre conjuntos de números é a essência do conceito de função e, para facilitar o manuseio, é necessária uma representação simbólica para os conjuntos, introduzindo o conceito de variável. Portanto,

Seja (E) um conjunto qualquer de números, conjunto finito ou infinito, e convencionaremos representar qualquer dos seus elementos por um símbolo, por ex.: x . A esse símbolo representativo de qualquer dos elementos do conjunto (E), chamaremos de variável (Caraça, 1951, p. 127).

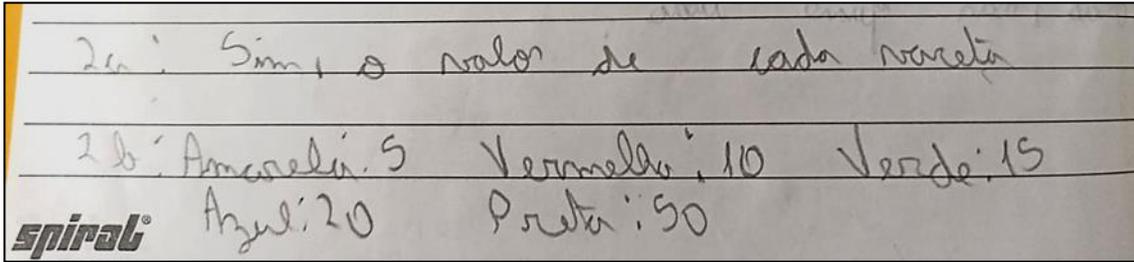
Ao serem questionados quanto à forma que poderiam representar a quantidade de varetas de cada cor, a maioria dos estudantes citou o uso de letras, ressaltando a necessidade de serem diferentes para cada cor. Como ainda não havíamos definido o conceito de variável, os estudantes se referiam a ela como letra, mesmo compreendendo que os valores variam.

A existência da variável está relacionada a um campo de variação, que determina os possíveis valores que ela pode assumir, em determinado contexto. “O campo de variação depende diretamente do movimento da realidade tratada. Não há uma resposta pronta e absoluta, embora boa parte dos movimentos da realidade pareça ocorrer no campo dos números reais” (Sousa, 2004, p. 158).

Identificando valores fixos e variáveis

Juntamente com as anteriores, foram propostas as questões: *Q. 2-a - Existem valores fixos, que não se alteram? Q. 2-b - Quais são esses valores?*, com a intenção de que os estudantes percebessem que alguns valores variam e outros são fixos. A maioria dos estudantes respondeu que as pontuações de cada vareta são fixas, como está na Figura 3.

FIGURA 3: Registros realizados pelo E34 em resposta a questão Q.2



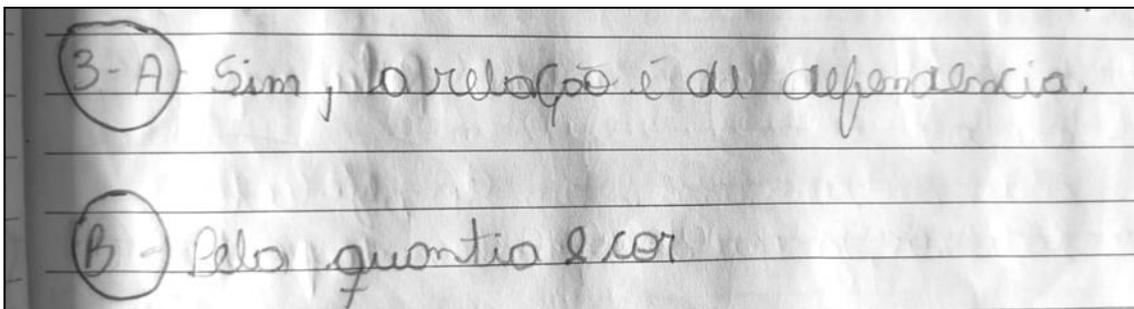
Fonte: Dados da pesquisa

Outros citaram valores relacionados às pontuações de cada vareta como, por exemplo, a pontuação total que pode ser obtida com as varetas da mesma cor, ou seja, com cinco varetas amarelas pode ser obtido um total de 25 pontos.

Relacionando o valor da pontuação com a quantidade de varetas

Para ampliar as discussões e fazer com que os estudantes observassem que existe uma relação de dependência entre as grandezas, tendo em vista que a pontuação final depende da quantidade de varetas obtidas, propusemos as questões: Q. 3-a - *O valor da pontuação final está relacionado à quantidade de varetas de cada cor?* Q. 3-b - *De que forma eles se relacionam?* Embora até aquele momento não houvéssimos mencionado o termo dependência, alguns estudantes já o utilizaram ao responder às questões, como mostra a Figura 4.

FIGURA 4: Registros realizados pela E29 em resposta a questão Q.3

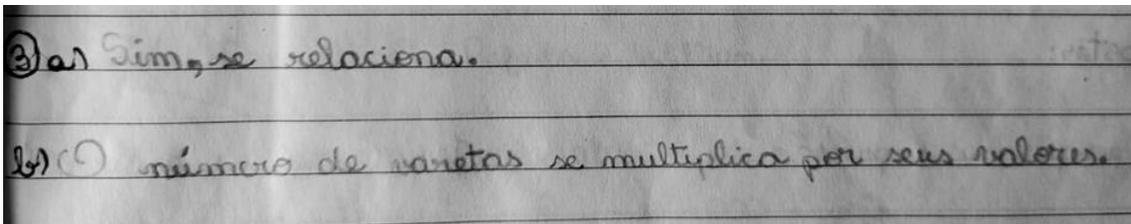


Fonte: Dados da pesquisa

No caso da E29, apresentado na Figura 4, podemos destacar que ela percebeu que a relação de dependência existe e que a pontuação final depende não só da quantidade de varetas, mas também de suas cores, pois os valores são diferentes. De acordo com Caraça (1951), a interdependência é uma das duas características essenciais da realidade. Segundo ele, “Todas as coisas estão relacionadas umas com as outras; o Mundo, toda esta Realidade em que estamos mergulhados, é um organismo vivo, uno, cujos compartimentos comunicam e participam, todos, da vida uns dos outros” (Caraça, 1951, p. 109). E, para Lanner de Moura e Sousa (2008), a interdependência se traduz na álgebra pela dependência entre variáveis.

Outros estudantes expressaram a relação de dependência a partir das operações matemáticas necessárias para se obter a pontuação final, sem utilizar o termo, como vemos na Figura 5.

FIGURA 5: Registros realizados pela E25 em resposta a questão Q.3



Fonte: Dados da pesquisa

A resposta dada pela E25 mostra que ela identificou uma relação, mesmo sem citar a dependência, e explicou a operação a ser realizada para o cálculo da pontuação final, ou seja, é preciso multiplicar a quantidade de varetas de determinada cor pelo seu respectivo valor. Portanto, há indicativos de que ela compreendeu que a pontuação só será obtida se for conhecida a quantidade de varetas de cada cor obtida no jogo. Entender a dependência entre as variáveis é fundamental para a apropriação do conceito de função, uma vez que

A função é o próprio movimento e todo movimento, para ser estudado com profundidade, tem como ponto de partida a condicional **se**, tem uma premissa. Para se estudar qualquer movimento da realidade através da função, temos que eleger um campo de variação, um campo numérico. Ao criá-lo temos a dependência, a interação, a relativização do movimento, mesmo que esse seja a substância, o fundamental, porque o movimento é relativo. O domínio e a imagem têm a ver com a relação de dependência que caracteriza a função (Sousa, 2004, p. 175, grifo do autor).

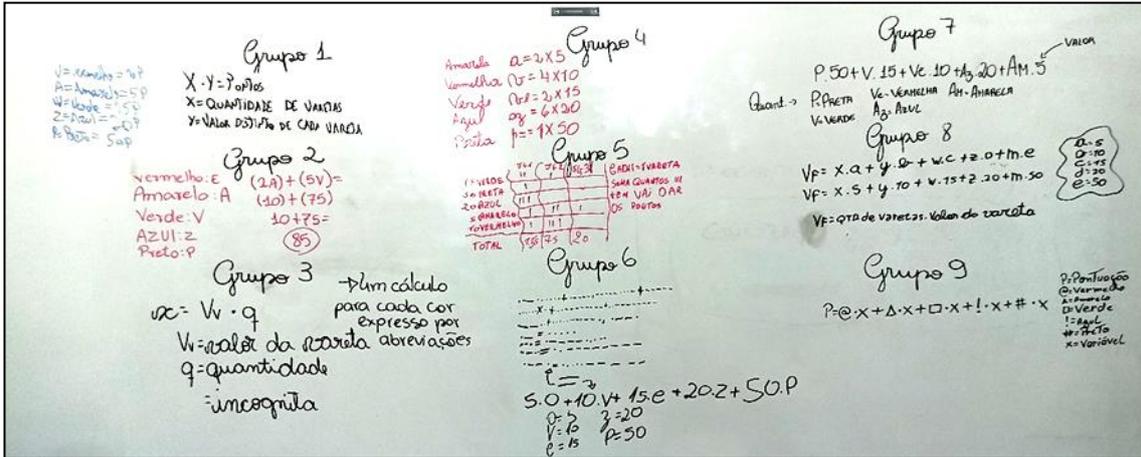
As questões abordadas anteriormente foram respondidas pelos estudantes, organizados em grupos, em seus portfólios. Na sequência, elas foram debatidas no coletivo da turma, com a socialização da síntese das discussões realizadas em cada grupo.

Representando todos os pontos

Posteriormente, propusemos o seguinte problema: *Como podemos representar o cálculo de todos os pontos possíveis do jogo e o número de varetas de cada rodada?* Com este problema, tínhamos o intuito de instigar os estudantes a elaborarem uma expressão algébrica para calcular a pontuação final obtida por um jogador, a partir do número de varetas de cada cor multiplicado pelo seu respectivo valor.

Nessa situação, a expectativa era que os estudantes representassem a pontuação final e a quantidade de varetas de cada cor por variáveis. Após um tempo de debates nos grupos, para responder o problema, socializamos no quadro branco as respostas elaboradas, como exposto na Figura 6.

FIGURA 6: Registros realizados pelos grupos em resposta ao problema



Fonte: Dados da pesquisa

Podemos perceber uma grande diversidade de representações, o que pode indicar que os estudantes estavam em diversos estágios de desenvolvimento conceitual. Isto pode ser decorrente das suas diferentes interações com conceitos algébricos nos anos anteriores ao Ensino Médio.

A Figura 6 nos mostra que os grupos 2, 4 e 5 responderam o problema com registros de uma rodada específica e não conseguiram escrever uma expressão algébrica que pudesse generalizar a situação do jogo. Esta dificuldade encontrada pelos estudantes pode ter origem no “uso da linguagem algébrica em função das próprias características desse sistema simbólico ou pela ruptura entre o conhecimento algébrico e o conhecimento aritmético” (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p. 142-143).

No caso do Grupo 2, as letras utilizadas no registro representam o valor fixo de cada cor, ou seja, são incógnitas. Logo, estes valores fixos deveriam aparecer na expressão algébrica. Para o Grupo 4, as letras utilizadas representam a pontuação obtida com cada cor, ou seja, é o resultado da multiplicação entre a quantidade de varetas de uma determinada cor e seu valor. No entanto, o número de varetas de cada cor deveria ser representado por variável. Por fim, o Grupo 5 representa a quantidade de varetas de cada cor utilizando traços em uma tabela e realiza o cálculo da pontuação de cada jogador em uma rodada específica, não fazendo uso de variáveis.

Os registros dos grupos 1 e 3, na Figura 6, nos revelam que a expressão algébrica escrita não considera as diferentes cores e seus respectivos valores, mas sim, a pontuação obtida pela multiplicação da quantidade de varetas pelo seu valor. Já o Grupo 9 optou pelo uso de símbolos diversos para representar as cores das varetas, incluindo uma legenda para sua identificação. Ao socializarem com a turma, eles esclareceram que os símbolos foram utilizados para identificar as cores, e, a partir disso, verificar a pontuação. Portanto, como eles não associaram o símbolo diretamente ao valor de cada cor, isso pode ter dificultado o uso dos valores fixos na expressão. Nesse sentido, pode haver indicativos da existência de um pensamento algébrico na escrita da expressão, mesmo que não esteja na linguagem matemática mais adequada, pois

A partir da evolução histórica da álgebra, pode-se considerar a existência de um pensamento algébrico anterior à utilização da linguagem que sustenta a álgebra simbólica, sendo que o pensamento se potencializa conforme o estudante vai usando a linguagem mais apropriada (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p. 142)

Além disso, os estudantes do Grupo 9 utilizaram a letra x , identificada na legenda como variável, multiplicando cada um dos símbolos e explicaram que representa a quantidade de varetas de cada cor. Após questionarmos, percebemos que estes estudantes consideravam a ideia de variável no sentido de que os valores do x poderiam variar na mesma expressão algébrica, ou seja, a mesma letra x poderia assumir diferentes valores. Por isso, os integrantes do grupo não sentiram a necessidade de utilizar letras diferentes para cada cor, já que o número de varetas pode ser diferente.

Os grupos 6, 7 e 8 utilizaram os valores fixos de cada cor na escrita da expressão algébrica e representaram a quantidade de varetas de cada cor por variáveis. No entanto, os grupos 6 e 7 não representaram a pontuação

final na expressão, ou seja, não escreveram a variável dependente. Assim, não identificaram o que seria obtido com o cálculo realizado. Podemos supor que os estudantes compreenderam que a expressão iria resultar na pontuação final do jogador, mas ainda não haviam se apropriado do conceito de função que estava sendo apenas introduzido.

Os grupos 6 e 8 utilizaram letras diferentes como variáveis para representar a quantidade de varetas de cada cor. O grupo 8 valeu-se das letras do alfabeto, não relacionadas ao nome da cor, enquanto o grupo 6 considerou letras que fazem parte da palavra, mas não são as suas iniciais. Diferentemente do grupo 7, que fez uso das iniciais de cada cor e, para diferenciar as cores que iniciam com a mesma letra, optaram por incluir a segunda, ou seja, usaram duas letras para representar a mesma variável, por exemplo, ‘az’ para azul e ‘am’ para amarelo, como mostra a Figura 7.

FIGURA 7: Registros realizados pela E9 em resposta ao problema

PROBLEMA: Como podemos representar o cálculo de todos os pontos possíveis do jogo e o número de varetas de cada corada					
Nº VARETA	VERDE	VERMELHA	AZUL	AMARELA	
	a	a	a	a	a = 50
					b = 20
					c = 5
1	1v.d	1ve.e	1az.b	1am.c	d = 15
2	2v.d	2ve.e	2az.b	2am.c	E = 10
3	3v.d	3ve.e	3az.b	3am.c	
4	4v.d	4ve.e	4az.b	4am.c	
5	5v.d	5ve.e	5az.b	5am.c	
$P. 50 + 1v \cdot 15 + 1ve \cdot 10 + 1az \cdot 20 + 1am \cdot 5$ $P. 50 + V \cdot 15 + Ve \cdot 10 + Az \cdot 20 + Am \cdot 5$					

Fonte: Dados da pesquisa

Na Figura 7, visualizamos o caminho realizado pelo Grupo 7, ao qual pertence E9, para elaborar a expressão algébrica. Eles iniciaram com os nomes das cores e escreveram possíveis resultados de algumas rodadas para

buscar uma generalização, nos quais utilizaram apenas as letras iniciais de cada cor. Desse modo, há uma representação simbólica de cada cor, mas ainda apegada ao sensorial, pois as letras precisavam remeter à cor, o que pode dificultar a escrita em uma linguagem simbólica formal.

O movimento lógico-histórico do conceito de variável é essencial para sua compreensão, uma vez que passou por diferentes representações até chegar à utilização de apenas uma letra do alfabeto. De acordo com Caraça (1951), a variável não coincide com nenhum dos elementos do conjunto individualmente, mas pode representar todos eles. Logo, a variável é “[...] o símbolo da vida colectiva do conjunto, vida essa que se nutre da vida individual de cada um dos seus membros, mas não se reduz a ela” (Caraça, 1951, p. 127).

A dificuldade dos estudantes em utilizar apenas uma letra como variável pode estar associada ao recente surgimento da álgebra simbólica, já que

[...] o simbolismo algébrico da maneira como é visto atualmente surge há aproximadamente 400 anos. Com sua representação na forma mais sintética, o francês Viète (1540-1603) é considerado ‘Pai’ da álgebra simbólica ao usar símbolos literais para quantidades desconhecidas e também para quantidades dadas, gerando os parâmetros. Viète usou apenas letras para estudar o movimento (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p. 113).

Ao ensinar os conceitos algébricos, é essencial que o professor leve em conta seu movimento lógico-histórico na elaboração de situações de ensino, visando possibilitar aos estudantes a vivência desse processo de construção da variável até sua representação mais sintética.

Par Sousa, Panossian e Cedro (2014), ao considerar o uso de palavras, letras, signos e símbolos, é possível traçar um caminho para a linguagem algébrica, que passa pelas não simbólicas – retórica, geométrica, sincopada – até chegar à simbólica. Na álgebra retórica, é considerada a variável

palavra; na geométrica, a variável figura; na sincopada, a variável numeral; e na simbólica, a variável letra. Portanto, é compreensível que os estudantes usem outras representações de uma variável, antes de utilizar apenas uma letra do alfabeto. “A partir da metade do século XVII, a álgebra simbólica começa a se impor como conhecimento científico. O uso do simbolismo pretendia mais do que simplesmente sintetizar a escrita, pretendia facilitar o uso do pensamento” (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p. 114).

Com base no exposto, podemos dizer que o Grupo 8 foi o que mais se aproximou da expressão algébrica esperada, isso porque utilizou apenas uma letra do alfabeto para representar as variáveis referentes às quantidades de varetas de cada cor, exceto na pontuação final, e que não remetia ao nome da cor, além de considerar os valores fixos.

Enquanto alguns grupos se aproximaram desta expressão, outros estiveram distantes de uma generalização que pudesse representar a relação entre as grandezas envolvidas. Isto nos leva a entender que “é necessário que o professor esteja consciente das dificuldades do movimento do pensamento dos estudantes em se apropriar de uma linguagem simbólica formal, que foi sendo elaborada por séculos por diversas civilizações” (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p. 136). Esta ideia orientava as nossas ações.

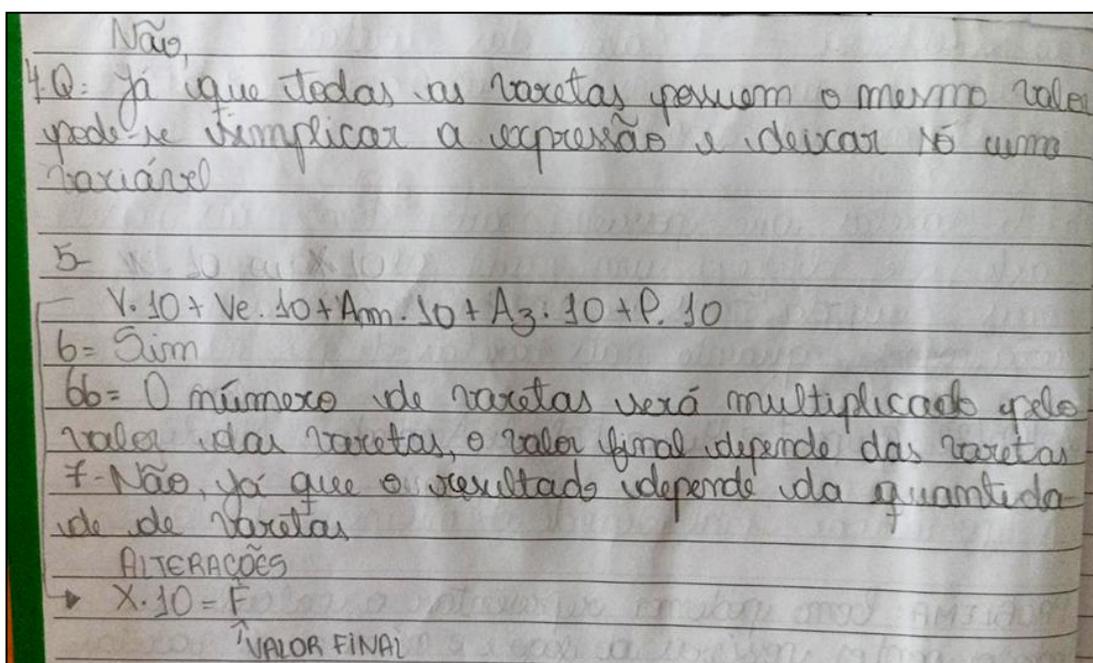
Aproximando-se da expressão algébrica

Na sequência, informamos aos estudantes que todas as varetas, independentemente da cor, passariam a ter a mesma pontuação, de 10 pontos. Disponibilizamos um tempo para que pudessem jogar novamente, seguindo as regras modificadas, e propusemos as seguintes questões para os grupos: *Q. 4- Podemos utilizar a mesma expressão algébrica da atividade anterior, para representar a pontuação total e a quantidade de varetas de cada cor? Justifique. Q. 5- Se não, que expressão algébrica podemos utilizar? Q. 6-a - O valor da pontuação final está relacionado à quantidade de*

varetas? Q. 6-b - De que forma? Q. 7 - É possível obter a pontuação final sem saber a quantidade de varetas? Explique.

Os grupos responderam aos questionamentos em seus portfólios e, em seguida, socializaram as ideias com a turma, para refletirmos, no coletivo, sobre as respostas. Essa ação teve a intenção de possibilitar aos estudantes identificarem a expressão mais simples que expressasse a relação de dependência entre a pontuação final e a quantidade de varetas e a verificação de que se trata de uma função. A Figura 8 apresenta as respostas de uma estudante.

FIGURA 8: Registros realizados pela E9 em resposta as questões Q.4, Q.5, Q.6 e Q.7



Fonte: Dados da pesquisa

Em resposta à questão Q.4, a estudante demonstrou ter compreendido que a expressão algébrica poderia ser simplificada, ou seja, como todas as cores teriam a mesma pontuação não seria necessário saber quantas varetas de cada cor foram obtidas, apenas o total. Ao explicar que ficaria apenas uma variável, supomos que ela se referia a uma variável independente, já que não representa a variável dependente na expressão. Ela realizou uma

alteração na expressão e escreveu de uma forma mais simples, uma única variável para representar a quantidade total de varetas. Durante o momento de socialização com a turma, notamos que a maioria dos estudantes conseguiu escrever uma expressão algébrica adequada à situação, de modo que as cores não interferissem no resultado, diferenciando umas das outras apenas pelas letras do alfabeto escolhidas como variáveis.

A escrita da expressão algébrica pode ter sido facilitada pela percepção da regularidade com os resultados obtidos, ou seja, a quantidade de varetas obtidas é sempre multiplicada por 10. Os movimentos regulares podem ser compreendidos a partir do pensamento algébrico, pois

A partir do momento em que estudamos e compreendemos tais movimentos, criamos movimentos quantitativos e qualitativos, a partir de leis. Em determinados estudos, as leis qualitativas podem ser representadas a partir das quantitativas, a tal ponto, que elaboramos funções (Sousa, 2004, p. 94).

Ainda na Figura 8, a estudante considerou em sua resposta à questão Q.6-b a relação de dependência entre as grandezas envolvidas, esclarecendo que o valor final dependeria das varetas, o que contribuiu em sua resposta à questão Q.7, já que a variável dependente seria obtida apenas com o valor da variável independente. Salientamos que os estudantes demonstraram facilidade para responder os questionamentos e isso pode ser decorrente das discussões anteriormente realizadas.

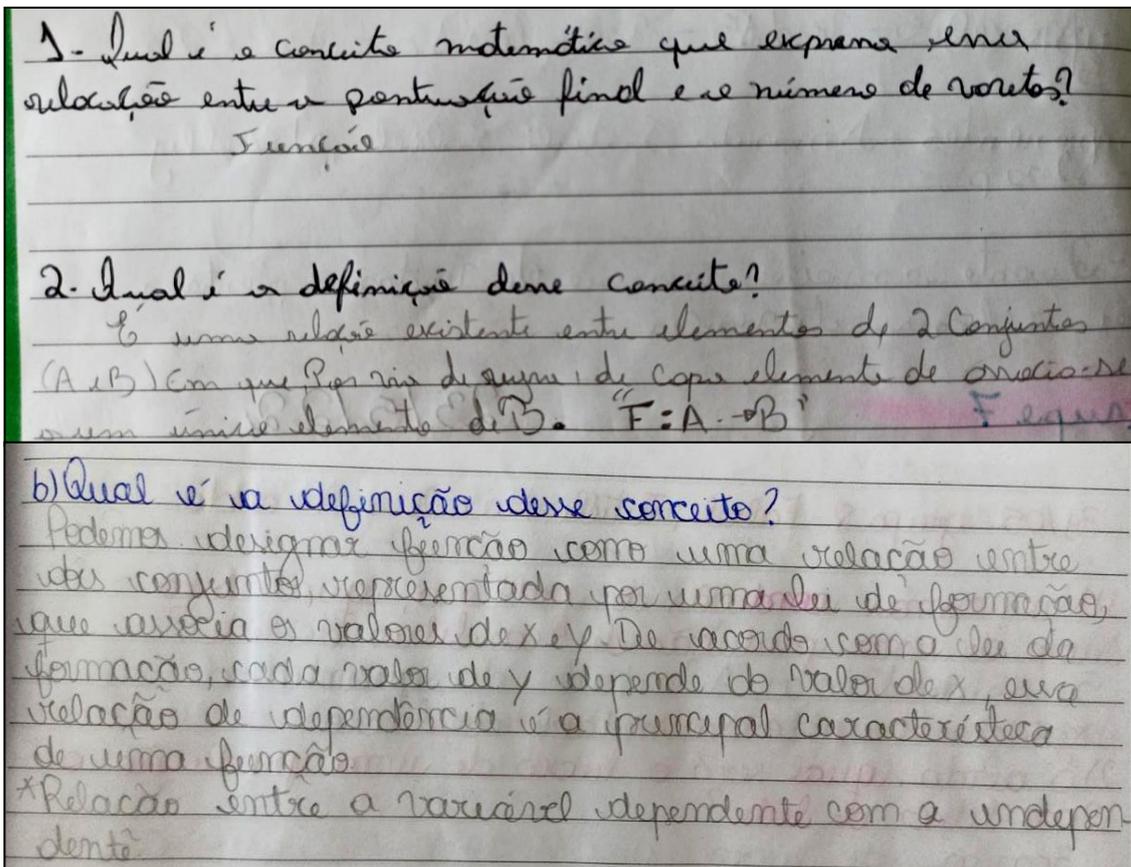
Aproximando-se da definição

Ao final da aula, após o momento de socialização, a pesquisadora solicitou aos estudantes que realizassem uma pesquisa, como tema de casa, para descobrir qual era o conceito matemático envolvido na situação estudada, considerando a relação de dependência entre as grandezas

envolvidas e a expressão algébrica encontrada. As questões propostas foram:
1) Qual é o conceito matemático que expressa essa relação entre a pontuação final e o número de varetas? 2) Qual é a definição desse conceito?

Na aula seguinte, foi lembrada a expressão algébrica encontrada e as grandezas que estavam sendo representadas pelas variáveis. Posteriormente, foram socializadas as respostas encontradas como tema de casa. Em sua maioria, eles conseguiram identificar que se tratava do conceito de função e apresentaram uma definição, como ilustra a Figura 9.

FIGURA 9: Registros realizados por E2 e E9 em resposta as questões 1 e 2



Fonte: Dados da pesquisa

Entretanto, alguns citaram o conceito de equação, o que pode ser indicativo de não atribuição de sentido à incógnita. Assim, a pesquisadora pediu que elaborassem uma equação do primeiro grau, sendo escolhida '2 + x = 3', que foi resolvida coletivamente. A partir de questionamentos,

perceberam que só existe um número capaz de satisfazer a expressão, ou seja, não é variável. Então, todos concluíram que na equação a letra x assumiu o papel de incógnita, pois é importante diferenciá-la da variável.

Analisando o movimento histórico da álgebra, observa-se que a noção de incógnita está presente desde momentos singulares da álgebra retórica, que recorria à linguagem natural e gerava métodos particulares para encontrar valores desconhecidos. Entretanto, a variação e a noção de variável não se apresentam nesse momento histórico. É somente após os estudos de Viète e posteriormente de Descartes que a noção de variável é associada a uma simbologia própria e se desenvolve em resposta às necessidades humanas do controle do movimento das quantidades e dos avanços dos conhecimentos científicos (Panossian; Moretti; Souza, 2017, p. 142).

Em seguida, comparamos a equação com a expressão algébrica encontrada anteriormente ($F = 10x$). Por meio da identificação das suas diferenças, especialmente da relação de dependência entre as variáveis, os estudantes constataram que se tratava de uma função. Assim, sistematizamos a definição de função e identificamos a pontuação total como variável dependente e a quantidade de varetas como variável independente.

Considerações finais

Neste artigo, tivemos por objetivo investigar indicativos da formação do pensamento algébrico por estudantes no estudo do conceito de função, com o uso do jogo Pega Varetas. Para isso, discutimos uma situação de ensino voltada à introdução do conceito de função, a partir dos nexos conceituais de variável, campo de variação e da relação de dependência entre grandezas.

A elaboração e o desenvolvimento da situação de ensino, em suas diferentes etapas, viabilizaram discussões essenciais acerca da constituição dos nexos conceituais e sua relevância para a aproximação ao conceito

função. O objetivo dessa atividade era introduzir este conceito, cujo estudo foi desenvolvido nas aulas seguintes.

A partir da análise dos dados, foi possível identificar indicativos da formação do pensamento algébrico pelos estudantes, isso porque, no início, por meio do jogo Pega Varetas, dos primeiros registros realizados e das questões propostas, os estudantes perceberam que alguns valores variam, dentro de um limite, e que há uma relação de dependência entre as grandezas envolvidas. Na sequência, eles valeram-se dessas percepções, no problema proposto, que demandou a escrita de uma expressão algébrica, pois gerou a necessidade do uso de variáveis, levando em conta a dependência entre a pontuação final e a quantidade de varetas obtidas de cada cor. Por fim, a alteração na pontuação das varetas, cujo valor passou a ser igual, possibilitou a escrita de uma lei de formação de uma função com a variável dependente e a independente.

Com a análise do desenvolvimento da situação de ensino, percebemos que houve um aprimoramento na constituição da linguagem algébrica e na produção de sentido pelos estudantes às ações desencadeadas. Assim, tanto o uso de variáveis, que passaram por representações das álgebras não simbólicas antes de chegar a uma escrita formal com o uso de uma letra do alfabeto, quanto os sentidos atribuídos pelos estudantes nos registros realizados, podem evidenciar a formação do pensamento algébrico.

Finalizando, cabe destacar dois aspectos. O primeiro se refere à relevância da organização intencional do ensino neste experimento didático, na medida em que as situações de ensino foram elaboradas e desenvolvidas com base na Atividade Orientadora de Ensino, com o intuito de que desencadeassem a aprendizagem dos estudantes e possibilitassem que estes estivessem em atividade. O segundo se refere a importância dos nexos conceituais na organização do ensino, pois conceitos como o de variável, que não constituem um tópico específico de ensino no currículo escolar, mas que são essenciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico, podem não ser discutidos em aulas que priorizam tão somente manipulações técnicas e repetitivas.

Referências

- CARAÇA, B.de J. *Conceitos fundamentais da matemática*. 2. ed. Lisboa: Gradiva, 1951.
- CEDRO, W. L. *O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de Matemática: uma perspectiva histórico-cultural*. 2008. 242 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.
- KOPNIN, P. V. *A dialética como lógica e teoria do conhecimento*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978. (Coleção Perspectivas do homem)
- LANNER de MOURA, A. R.; SOUSA, M. do C. de. Dando movimento ao pensamento algébrico. *Zetetiké*, Campinas, SP, v. 16, n. 2, p. 63–76, 2008. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646891>. Acesso em: 16 jul. 2024.
- MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como unidade formadora. *Bolema*. São Paulo, v. 11, n. 12, p. 29-43, 1997. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10647/7034>. Acesso em: 16 jul. 2024.
- MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. de (org.). *Ensinar a ensinar: Didática para a Escola Fundamental e Média*. 2. ed. São Paulo, SP: Cengage, 2018. p. 145-165.
- MOURA, M. O. de et al. *A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural*. Brasília: Líber, 2010.
- MOURA, M. O. de; SFORNI, M. S. de F.; LOPES, A. R. L. V. A objetivação do ensino e o desenvolvimento do modo geral da aprendizagem da atividade pedagógica. In: MOURA, M. O. de (org.). *Educação Escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural*. São Paulo: Edições Loyola, 2017. p. 71-99.
- PANOSSIAN, M. L.; MORETTI, V. D.; SOUZA, F. D. de. Relações entre movimento histórico e lógico de um conceito, desenvolvimento do pensamento teórico e conteúdo escolar. In: MOURA, M. O. de (org.). *Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural*. São Paulo: Edições Loyola, 2017. p. 125-152.
- SOUSA, M. do C. de. *O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do Ensino Fundamental*. 2004. 285 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, 2004.
- SOUSA, M. do C. de; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. *Do movimento lógico e histórico à organização do ensino: o percurso dos conceitos algébricos*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2014.
- VIGOTSKI, L.S. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. In: COLE, Michael et al. (org.). Tradução de José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

Recebido em fevereiro de 2024.

Aprovado em agosto de 2024.