

# Propuesta de enseñanza de la distribución binomial para estudiantes de Bachillerato incorporando la tecnología

*Gabriela Cisternas<sup>1</sup>*

*Jocelyn D. Pallauta<sup>2</sup>*

*Alondra Stuardo-Aguayo<sup>3</sup>*

*Macarena Elgueda<sup>4</sup>*

## RESUMEN

En este trabajo se describe el proceso de aplicación de un diseño para la enseñanza de la distribución binomial el cual incorpora el uso del software *Fhatom*. En la experiencia participaron 35 estudiantes chilenos de 3º curso de Educación Media (15 a 18 años). El diseño de enseñanza considera representaciones como la manipulativa, computacional y algebraica, además se recogen algunas de las recomendaciones del proyecto GAISE. Se plantea una tarea con un contexto cercano para los estudiantes y que su solución implica la generación de distribuciones muestrales. A partir de esta información se proponen diversas cuestiones que permiten conjeturar sobre el concepto y características de la distribución binomial que posteriormente son formalizadas. Los estudiantes a través del desarrollo de la propuesta de enseñanza pudieron comprender algunos conceptos de la distribución binomial.

**PALABRAS CLAVE:** Educación Media; Distribución binomial; Estadística; Tecnología.

---

<sup>1</sup> Máster Investigación en Educación, Programa de Matemáticas, Fundación Instituto Profesional Duoc UC, Valparaíso, Chile. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-8348-827X>. E-mail: [ga.cisternasa@profesor.duoc.cl](mailto:ga.cisternasa@profesor.duoc.cl).

<sup>2</sup> Doctora en Educación. Universidad de Los Lagos, Osorno, Chile. Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-5508-4924>. E-mail: [jocelyn.diaz@ulagos.cl](mailto:jocelyn.diaz@ulagos.cl).

<sup>3</sup> Doctoranda en Educación. Universidad de Granada, Granada, Andalucía, España. Orcid: <https://orcid.org/0009-0000-3220-062X>. E-mail: [alondrastuardo@correo.ugr.es](mailto:alondrastuardo@correo.ugr.es).

<sup>4</sup> Máster en Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Andalucía, España. Orcid: <https://orcid.org/0009-0003-3425-7461>. E-mail: [macaelgueda@correo.ugr.es](mailto:macaelgueda@correo.ugr.es).

*Didactic proposal of binomial distribution for undergraduate students incorporating technology*

**ABSTRACT**

This paper describes the application process of a design for the teaching of binomial distribution which incorporates the use of *Fhatom* software. Thirty-five Chilean high school students (15 to 18 years old) participated in the experience. The teaching design includes manipulative, computational and algebraic representations, as well as some of the recommendations of the GAISE project. A task with a context close to the students is proposed, and its solution implies the generation of sampling distributions. Based on this information, several questions are proposed that allow conjecturing about the concept and characteristics of the binomial distribution, which are later formalized. Through the development of the proposal, the students were able to understand some concepts of the binomial distribution.

**KEYWORDS:** Secondary Education; Binomial distribution; Statistics; Technology.

*Proposta de ensino da distribuição binomial para alunos do ensino médio incorporando tecnologia*

**RESUMO**

Este trabalho descreve o processo de aplicação de um projeto para ensino da distribuição binomial que incorpora o uso do software *Fhatom*. Participaram da experiência 35 estudantes chilenos do 3º ano do ensino médio (15 a 18 anos). O projeto de ensino considera representações como manipulativas, computacionais e algébricas, e também algumas das recomendações do projeto GAISE. Propõe-se uma tarefa com um contexto próximo aos estudantes e a sua resolução implica a geração de distribuições amostrais. Com base nesta informação, são propostas várias questões que permitem conjecturas sobre o conceito e características da distribuição binomial que posteriormente são formalizadas. Através do desenvolvimento da proposta de ensino, os estudantes conseguiram compreender alguns conceitos da distribuição binomial.

**PALAVRAS-CHAVE:** Educação média. Distribuição binomial. Estatísticas. Tecnologia.

\* \* \*

*It has been argued that technology offers a range of affordances that could revolutionise statistics education but there are reasons why that transformation has not yet happened and indeed might never happen, except in certain pockets of good practice.*

Pratt, Davies & Connor (2011, p.103)

## Introducción

Los futuros adultos que forman los centros educativos deben ser capaces de realizar juicios para la posterior toma de decisiones, en este sentido Gal (2005) afirma que la importancia de la probabilidad para los adultos reside en la función personal y social de ésta, al momento de hacer frente a situaciones que requieren interpretación de probabilidad, generación de juicios de probabilidad, o toma de decisiones.

La enseñanza de la estadística y la probabilidad se ha convertido en una necesidad, dado que los ciudadanos requieren de conocimiento de análisis de datos cuantitativos para comprender la información presente en variados ámbitos y de este modo desenvolverse de manera exitosa en la sociedad actual (Engel, 2017; Ridgway, 2022).

En este sentido, la probabilidad permite cuantificar el azar y se conforma en la base de las predicciones estadísticas, de allí su especial relevancia en la estadística, y también en las matemáticas (Bargagliotti et al., 2020). Batanero y Borovcnik (2016) destacan la necesidad del desarrollo de un razonamiento probabilístico, dado que combinan aspectos tanto matemáticos como filosóficos, lo que podría repercutir en dificultades para los estudiantes, dado que eventualmente estos asocian ideas teóricas y subjetivas en la resolución de tareas.

En esta línea, se han identificado variados sesgos o ideas erróneas sobre la probabilidad en la resolución de tareas planteadas en contextos de incertidumbre, como el sesgo de equiprobabilidad, el sesgo de resultado aislado, la percepción de aleatoriedad, entre otros (Batanero; Sánchez, 2005).

Este trabajo se centra en la distribución binomial, pues se constituye en uno de los modelos probabilísticos para variables dicotómicas más utilizados en situaciones de la vida cotidiana y profesional (Sánchez; Landín, 2011). Se considera la realización de un experimento aleatorio y observar si determinado suceso ocurre o no, donde  $p$  corresponde a la probabilidad de que ocurra y  $q=1-p$  de que no ocurra, por tanto, la variable tomaría dos valores, 1 si ocurre y 0 si no ocurre.

Por otra parte, la distribución binomial corresponde a la realización de un experimento aleatorio  $n$  veces, donde cada experimento es independiente del anterior. En este caso la variable aleatoria  $X$ , sigue una distribución binomial de parámetros  $n$  y  $p$  denotado por  $X \sim B(n, p)$  en que  $n$  corresponde al número de repeticiones, mientras que  $p$  es la probabilidad de éxito.

Recogiendo la importancia de este modelo probabilístico, directrices curriculares de bachillerato de diferentes países (Landín; Sánchez, 2010) incorporan el estudio de la distribución binomial.

En Chile la distribución binomial se plantea en 4° curso de Educación Media (17-18 años) en el que se espera que los estudiantes sean capaces de *“fundamentar decisiones en situaciones de incerteza, a partir del análisis crítico de datos estadísticos y con base en los modelos binomial y normal”* (Mineduc, 2019, p. 111). Asimismo, los lineamientos curriculares para este curso recomiendan la inclusión de herramientas tecnológicas en el estudio de los diferentes tópicos.

En la misma línea, el proyecto GAISE II señala que “la práctica estadística moderna es inseparable de la tecnología y muchas herramientas de software y aplicaciones están disponibles gratuitamente para mejorar la

comprensión de los estudiantes, por lo que se recomienda adoptar la tecnología en la mayor medida posible” (Bargagliotti et al, 2020, p.73).

Adicionalmente, GAISE II plantea recomendaciones para la enseñanza de la estadística y la probabilidad con la idea de darle sentido a los datos:

- Plantear preguntas de investigación que promuevan la recogida y análisis de los datos para responder a dichas cuestiones.
- Considerar diferentes tipos de variables, pues de acuerdo a su tipo se planificará la recogida, análisis e interpretación de los datos.
- Incorporar el pensamiento multivariante en los diferentes niveles educativos.
- La importancia de la probabilidad para la cuantificación de la probabilidad.
- La inclusión de la tecnología en la enseñanza de la estadística.
- La importancia de la evaluación centrada, especialmente, en la comprensión de los conceptos involucrados en el desarrollo del razonamiento estadístico.

Así el objetivo de este trabajo es presentar una propuesta de enseñanza de la distribución binomial junto a su implementación en un grupo de estudiantes chilenos que estaban finalizando el 3° curso de Educación Media (15 a 17 años), aunque esta temática se plantea en Chile para 4° curso de Enseñanza Media (Mineduc, 2019), los estudiantes ya contaban con los conocimientos y destrezas para participar de la experiencia.

## **Fundamentos**

En esta sección se describen los elementos considerados para el diseño y la implementación de la experiencia de enseñanza de la distribución binomial.

## Antecedentes

Existen estudios sobre esta materia que intentan buscar mejoras en el aprendizaje de los estudiantes, basándose en estrategias que disten de la memorización de conceptos o de la realización de cálculos algorítmicos, pues esta forma de enseñanza no garantiza una óptima comprensión de los conceptos (Batanero; Borovcnik, 2016; Batanero et al., 2000). En este contexto, García-García et al. (2018) desarrollan un experimento de enseñanza de la distribución binomial con estudiantes mexicanos de bachillerato (16-17 años). Para ello, aplicaron un mismo cuestionario antes y después de la implementación de una actividad formativa. A los estudiantes se les planteó una actividad en un contexto de lanzamiento de monedas que incorporaba la simulación computacional a través del uso del software *Fathom*. Los resultados sugieren que el uso del software les permitió a los estudiantes mejorar los resultados obtenidos en el pre-test, pues consideraron la variabilidad como una relación entre lo que prevé la distribución teórica de la variable aleatoria y lo que ocurre en una serie de experiencias de esa variable. Los autores enfatizaron que el uso de *Fathom* promovió una mejor comprensión del concepto, al facilitar a los estudiantes la simulación de un gran número de ensayos del experimento, donde pudieron observar frecuencias de datos que no habrían podido visualizar si el experimento se hiciera de manera manual.

Respecto a las dificultades en la comprensión de la distribución binomial, Begué et al. (2019) analizaron los argumentos utilizados por los estudiantes de bachillerato (17-18 años) al realizar una actividad de generación de muestras. A los estudiantes se les planteó que al lanzar cien chinchetas 68 cayeron con la punta hacia arriba y 32 con la punta hacia un lado, y se les solicitó conjeturar acerca de los resultados al repetir la misma situación en cuatro supuestos casos. Las respuestas evidenciaron que los estudiantes confunden los conceptos de aleatoriedad y probabilidad, sin notar que la probabilidad es la medida del grado de incertidumbre,

coincidiendo con estudios anteriores (Konold, 1989). También observaron que un bajo porcentaje de estudiantes argumenta basándose en el enfoque frecuencial de la probabilidad, aludiendo, algunos, a la asimetría del objeto utilizado, además casi la mitad de los participantes mostró una limitada comprensión de la aleatoriedad.

Otro estudio sobre el tema se encuentra en Begué et al. (2021), donde los investigadores plantearon una situación basada en el lanzamiento de un balón a una canasta, pero esta vez la situación se basa en un tamaño pequeño de la muestra ( $n = 10$ ), donde la variable aleatoria queda definida por el número de aciertos en la canasta. En este caso a los estudiantes se les pidió estimar, lo que fuese posible a partir de los datos del enunciado. Los resultados mostraron que más de un 50% de los estudiantes estimó valores argumentando con el enfoque frecuencial de la probabilidad, al contrario de Begué et al. (2019). Como en esta ocasión el tamaño muestral se limitó sólo a  $n = 10$ , la variabilidad muestral presentó mayor rango en comparación con tamaños muestrales más amplios, por lo que se esperaba que los estudiantes argumentaran aludiendo a esta propiedad, sin embargo, la mayoría de ellos no justificaron en este sentido. Al igual que en Begué et al. (2019), los estudiantes no distinguieron entre aleatoriedad y probabilidad. Los autores lo atribuyeron que para los estudiantes la aleatoriedad y probabilidad son conceptos semejantes, donde no distinguen la probabilidad como una medida del grado de la incertidumbre.

### **Papel de la tecnología**

La tecnología forma parte del cotidiano de la sociedad actual, no estando exento el ámbito educativo. En este sentido, la tecnología se ha incorporado en el aula de matemáticas progresivamente (García, 2019), donde los profesores han debido implementar variados recursos tecnológicos para promover la motivación y comprensión de variados conceptos.

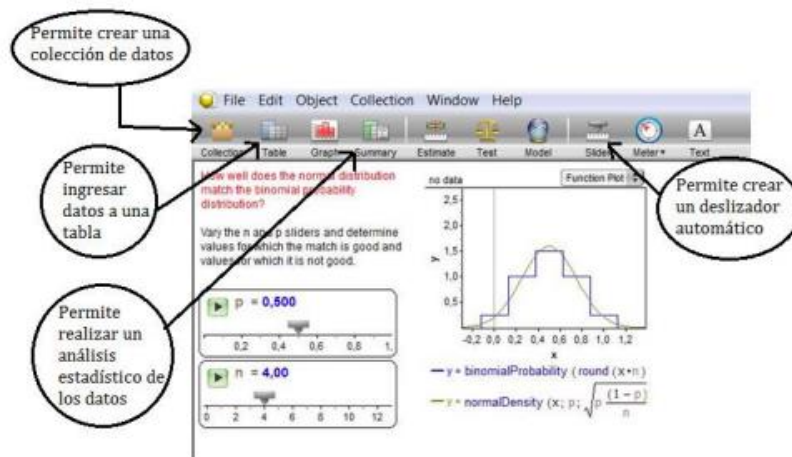
En el caso de la Estadística y la Probabilidad, la incorporación de la tecnología ha facilitado, por ejemplo, el cálculo y la enseñanza experimental de variados conceptos, mediante el uso de simuladores. Diferentes autores (Biehler et al., 2013; Chance et al., 2007; Pratt et al., 2011) aconsejan el uso de tecnología para el estudio de la Estadística y la Probabilidad, dado que favorece la visualización de diferentes representaciones contribuyendo a una mejor comprensión de los conceptos.

Existe una amplia variedad de softwares con diferentes características que se emplean para el análisis de los datos (p. ej. *RStudio*, *Python*). En este trabajo se optó por el software *Fathom*, al igual que en otras investigaciones dirigidas al estudio de modelos probabilísticos (Cisternas et al., 2021; García et al., 2018; Landín; Sánchez, 2010; Salinas-Herrera; Salinas-Hernández, 2022).

*Fathom* es una aplicación de pago, que posee una interfaz cercana al usuario que facilita el desarrollo de distintos procedimientos de manera eficiente, contribuyendo en la comprensión de conceptos de Estadística y Probabilidad, como, por ejemplo, las distribuciones muestrales y aplicaciones (Biehler et al., 2013; García-García et al., 2018). Una de las fortalezas de este software es que facilita la realización de un gran número de simulaciones en el contexto de un experimento aleatorio, además permite representar los datos y realizar el cálculo de estadísticos (Alpízar, 2007). La Figura 1 muestra la interfaz del software con algunas de sus funciones.



**FIGURA 1:** Interfaz del Software *Fathom*



**Fuente:** Los autores.

## Descripción de la experiencia

En el contexto, de la importancia de procurar una enseñanza de la estadística y de la probabilidad basada en promover la capacidad de razonar argumentadamente, junto con tomar decisiones sustentada en los datos (Garfield et al., 2008), se diseña una propuesta de enseñanza que se describe a continuación.

## Muestra

La muestra es intencional y por conveniencia (Izcara, 2014), y se compone de 35 estudiantes chilenos que finalizaban el 3° curso de Enseñanza Media (15 y 17 años) de un colegio particular subvencionado de Valparaíso. Para llevar a cabo la experiencia de enseñanza se le solicitó el consentimiento al director del establecimiento junto a los profesores siguiendo las normas éticas. Dicha experiencia se realizó en dos sesiones de la clase de matemáticas (90 minutos cada una), y fue dirigida por la primera autora en conjunto con la profesora de la asignatura.

Los participantes durante el curso, de acuerdo a las directrices curriculares (Mineduc, 2020), habían trabajado aspectos como la interpretación de datos en situaciones de incertidumbre basados en las medidas de dispersión o probabilidades condicionadas, argumentar la veracidad de conjeturas a través del uso del lenguaje simbólico y diferentes tipos de representaciones.

### Tarea propuesta

Dado el interés de los estudiantes por el juego Pokémon, al momento de diseñar la propuesta de enseñanza, se optó por incorporarlo en el contexto de la tarea planteada (Figura 2).

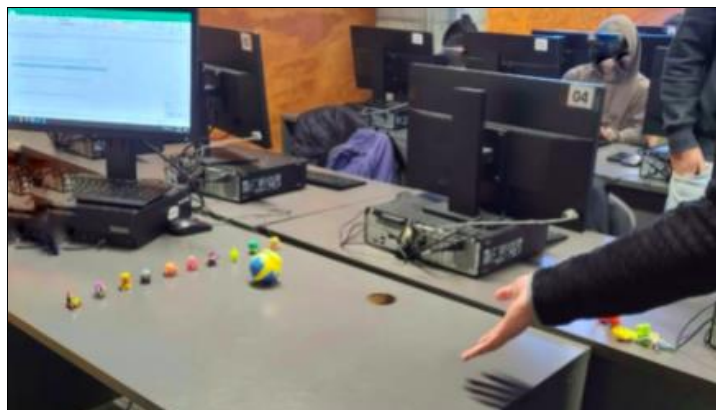
**FIGURA 2:** Ejemplo de materiales usados



**Fuente:** Los autores.

En primera instancia a los estudiantes se les solicitó reunirse en parejas por afinidad, dado que el número de estudiantes era impar, uno de ellos desarrolló la actividad con la profesora de la asignatura. Para comenzar un integrante de la dupla, llevaba a cabo la actividad experimental que consistía en realizar 10 lanzamientos de una pokebola (pelota de tenis) para golpear a un Pokémon (figura pequeña) (Figura 3), desde una cierta distancia, mientras el otro registraba los resultados.

**FIGURA 3:** Actividad experimental



**Fuente:** Los autores.

Luego, intercambian los roles realizando nuevamente la actividad experimental, para tener 2 muestras de lanzamientos. Los estudiantes emplearon una tabla de datos, como la presentada en la Figura 4, dado que este tipo de representación es útil para la organización de un conjunto de datos (Pallauta; Arteaga, 2021). En ella, por cada lanzamiento (L) registraron si se había conseguido o no golpear al Pokémon.

**FIGURA 4:** Ejemplo registro de datos

L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>	L <sub>4</sub>	L <sub>5</sub>	L <sub>6</sub>	L <sub>7</sub>	L <sub>8</sub>	L <sub>9</sub>	L <sub>10</sub>
✓	x	x	✓	x	x	✓	✓	✓	✓

L: lanzamiento.    ✓: acierto    x: no acierto

Número de aciertos: 6

**Fuente:** Los autores.

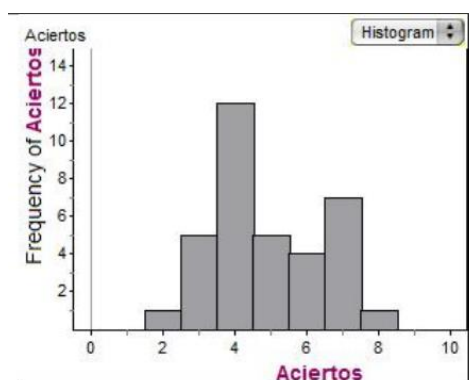
### Uso de software

La autora principal contaba con una licencia institucional del software *Fathom* para llevar a cabo la experiencia. A través de este los estudiantes, en parejas, realizaron simulaciones de aciertos en 10 lanzamientos y comparaban con los datos registrados de la actividad

experimental (Figura 5). En algunos casos, dicha simulación era similar a la obtenida en la etapa anterior, mientras que otras eran diferentes. Así, algunos estudiantes volvían a realizar la simulación hasta conseguir una igual a la obtenida de manera experimental.

Posteriormente, se les pidió a los estudiantes reunir los datos recogidos en la actividad experimental por toda la clase y construir un histograma en *Fathom* como se aprecia en la Figura 5.

**FIGURA 5:** Histograma con datos recogidos en la actividad experimental



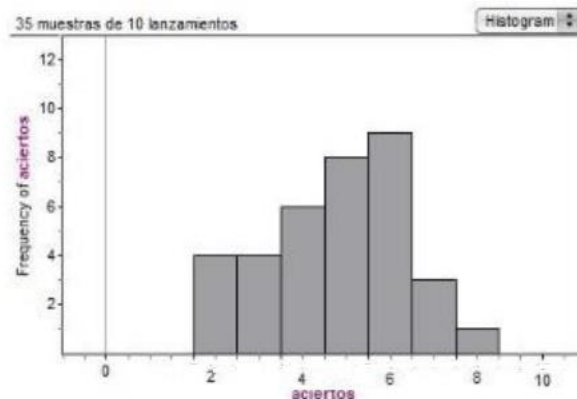
**Fuente:** Los autores.

A continuación, se solicitó a los estudiantes analizar el histograma, para guiar dicho análisis se plantearon preguntas como: ¿qué significa que la barra más alta corresponda a 4 aciertos?, ¿cómo se interpreta la barra de 2 y 8 aciertos?

Algunos ejemplos de respuestas fueron: “El 4 significa que la cantidad de aciertos que más se repitió en todas nuestras muestras es 4”, “que la barra más alta sea el 4, es porque la mayoría de nosotros acertó 4 veces del total de los 10 lanzamientos”

Posteriormente, se les pidió a los estudiantes realizar una simulación en *Fathom* con una muestra de tamaño 35, el gráfico resultante se presenta en la Figura 6.

**FIGURA 6:** Histograma con simulación



Fuente: Los autores.

Los estudiantes se sorprenden al ver que el gráfico (Figura 6) es distinto al que se obtuvo con los datos de la actividad experimental (Figura 5). A partir de esto, ejecutan nuevas simulaciones con el software, al menos 20 simulaciones, hasta obtener un gráfico similar al obtenido con los datos recolectados de manera experimental (Figura 5).

## Reflexión

Una vez realizadas las simulaciones se les planteó a los estudiantes, en forma abierta la cuestión: ¿Cuál crees que es la cantidad de veces que acertarías a golpear al pokemon con la pokebola en 10 lanzamientos? Se generó un diálogo en la clase, en que los estudiantes mencionaron variados posibles resultados con diversa justificación. Algunos indicaron que es tan probable acertar como no hacerlo, en este caso se basaban en la concepción de aleatoriedad como sinónimo de impredecible y que ha sido identificado en estudios (Begué et al., 2021; García-García et al., 2018). Otros estudiantes mencionaron que estaban seguros que al menos le acertarían 1 vez, o que era casi imposible darle a la pokebola las 10 veces basados en intuiciones secundarias erróneas (Fischbein, 1987) que se transforman, posteriormente, en creencias subjetivas que explican la ocurrencia de fenómenos aleatorios (Batanero et al., 2016).

Asimismo, hubo estudiantes que indicaron que debía haber una forma “matemática” de calcular las veces que una persona puede acertar a darle al

Pokemón, puesto que no se puede estar adivinando las probabilidades. En este sentido, surgió la idea de medir la probabilidad de que ocurra un suceso en experimentos aleatorios.

Posterior al espacio de diálogo y reflexión que se produjo en el aula, se les pidió a los estudiantes calcular probabilidades de forma experimental y que utilizaran la información proporcionada por el histograma para responder las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona acierte 4 veces al pokemon, si lanza la pokebola 10 veces?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona le acierte al menos 7 veces a un pokemon, si lanza la pokebola 10 veces?

Los estudiantes ofrecieron respuestas correctas e incorrectas, algunas de ellas fueron:

R<sub>1</sub>: P(Aciertos = 4) = 6/35, correcta.

R<sub>2</sub>: P(Aciertos = 4) = 4/10, incorrecta.

R<sub>3</sub>: P(Aciertos ≥ 7) = 34/35, incorrecta

R<sub>4</sub>: P(Aciertos ≥ 7) = 1/35, correcta.

Posterior al momento de las respuestas, se promovió la reflexión acerca de cómo se podían calcular probabilidades sin la realización de los experimentos. Para ello, se ejemplificó con la experiencia de lanzar 100 veces la pokebola y el tiempo necesario para tal actividad. Los estudiantes mencionaron que tenían la certeza de que existía una manera “más corta” y precisa de obtener ciertos resultados.

Luego de compartir las respuestas en la clase, se definió formalmente la distribución binomial de forma algebraica junto a la fórmula que permite determinar la probabilidad de diferentes sucesos en la realización de experiencias aleatorias de variables dicotómicas

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x} = \binom{n}{x} p^x \cdot q^{n-x}, \text{ con } x = \{0, 1, \dots, n\}$$

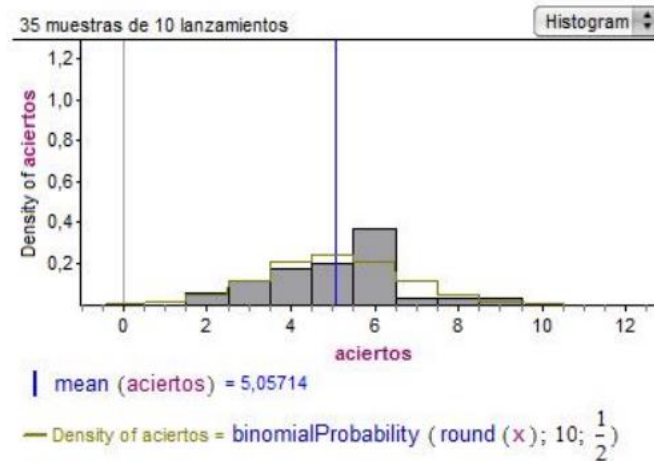
x: corresponde al número de veces que queremos que sea éxito

n: corresponde a la cantidad de experimentos a realizar  
p: probabilidad de éxito.

A continuación, se pidió a los estudiantes que compararan los valores de las probabilidades conseguidos de manera empírica con los obtenidos de forma teórica con el uso de la fórmula.

Para finalizar la sesión se realizaron simulaciones en el software comparando las muestras obtenidas con la gráfica de la distribución binomial. Los estudiantes en *Fathom* generaron muestras de tamaño 10, con probabilidad de acierto  $\frac{1}{2}$ . Se van turnando para incorporar datos al software y completar las 35 muestras. A partir de la Figura 7, por ejemplo el estudiante E2 comenta: “cómo se van moviendo los rectángulos a medida que realizan nuevas simulaciones”.

**FIGURA 7:** Comparación de simulaciones



Fuente: Los autores.

Cuando finaliza la actividad, los estudiantes manifestaron haber disfrutado la experiencia, y valoraron el uso del software en el ahorro de tiempo al graficar, algunos de los comentarios fueron:

E3: “Qué entretenido, casi nunca usamos tecnología en matemáticas”.

E8: “Yo soy repitente y el año pasado no lo vimos así, con el software es más fácil la comprensión, el año pasado gastamos mucho tiempo haciendo cálculos”.

E11: “La simulación es súper rápida, permite ver mejor el movimiento de la gráfica”.

## Conclusiones

Se plantea una propuesta para la introducción al estudio de la distribución binomial que incorpora el uso de tecnología a través de *Fathom*. Recogido algunas de las sugerencias de GAISE II (Bargagliotti et al, 2020) a los estudiantes a partir de una situación enmarcada en un contexto cercano, se les pidió generar muestras de diferente tamaño, incorporando el uso de software para facilitar la visualización, y con ello medir el grado de incertidumbre de un determinado suceso.

En este sentido, en la experiencia fue posible observar que el uso de *Fathom* contribuyó en el interés de los estudiantes por participar en la actividad, así como en la comprensión de algunas de las características de la distribución binomial.

De este modo, en esta experiencia se buscó promover la comprensión de conceptos en lugar del cálculo algorítmico de probabilidades. Como advierten Batanero y Borovcnick (2016) el uso de simuladores permite a los estudiantes realizar variadas acciones como incrementar o reducir datos, cambiar rangos del parámetro, optimizando de forma significativa los tiempos. Con respecto al aprendizaje de las características de la distribución binomial y la aplicación de ésta en el cálculo de probabilidades, fue posible observar que los estudiantes se apropiaron de los conceptos: forma gráfica de la distribución, forma algebraica, probabilidad de éxito y fracaso, entre otros, pues fueron capaces de aplicar la distribución para la resolución de problemas de aplicación planteados posteriormente. Además, durante el tiempo que duró la unidad, constantemente hacían referencias a lo trabajado con el software, lo cual les permitió realizar relaciones con otro tipo de actividades.



En cuanto al aspecto afectivo, los estudiantes mostraron una buena disposición a participar en la actividad, lo que fue posible de valorar a través de los comentarios realizados, pues para algunos de ellos era la primera vez que trabajan con software en la clase de matemática. De este modo, se propició un ambiente de aprendizaje relacionado con lo que viven a diario en un ambiente digitalizado en el cual la escuela ha tardado en incorporar a la dinámica de enseñanza.

Por otra parte, la reciente crisis sanitaria generada por el COVID-19, puso de manifiesto la necesidad de que los ciudadanos cuenten con conocimiento estadísticos y probabilísticos, los cuales involucran la comprensión de modelos probabilísticos que permiten la adecuada toma de decisiones basada en los datos (Muñiz-Rodríguez et al., 2020). Por tanto, es fundamental que los profesores diseñen procesos de instrucción ricos que promuevan el desarrollo del razonamiento estadístico y probabilístico que todo ciudadano debe tener para desenvolverse exitosamente en la sociedad actual.

## Referencias

ALPÍZAR, M. Herramientas tecnológicas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, n. 3, p. 96-115. 2007.

BARGAGLIOTTI, A.; FRANKLIN, C.; ARNOLD, P.; GOULD, R.; JOHNSON, S.; PEREZ, L.; SPANGLER, D. *Pre-K-12 Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education II (GAISE II) A Framework for Statistics and Data Science Education*. Virginia: American Statistical Association and National Council of Teachers of Mathematics, 2020.

BATANERO, C.; GARFIELD, J.; OTTAVIANI, M. G.; TRURAN, J. Research in statistical education: Some priority questions. *Statistical Education Research Newsletter*, v. 1, n. 2, p. 2-6. 2000.

BATANERO, C.; SÁNCHEZ, E. What is the nature of high school student's conceptions and misconceptions about probability? En G. A. Jones (ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*, p. 241-266. New York: Springer. 2005. Disponible en: [https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8\\_11](https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_11). Revisado 16 de Julio, 2023.

BATANERO, C.; CHERNOFF, E. J.; ENGEL, J.; LEE, H.; SÁNCHEZ, E. *Research on teaching and learning probability*. ICME-13. Topical Survey series. New York, NY: Springer. 2016.

BATANERO, C.; BOROVCNIK, M. *Statistics and probability in high school*. Rotterdam: Sense Publishers. 2016.

BEGUÉ, N.; BATANERO, C.; GEA, M. M. Argumentos de los estudiantes de bachillerato en la generación de muestras de la distribución binomial. En CONTRERAS, J. M.; GEA, M. M.; LÓPEZ-MARTÍN M. M.; MOLINA-PORTILLO, E. (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. 2019. Disponible en: [www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html](http://www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html). Revisado 16 de Julio, 2023.

BEGUÉ, N.; DIAZ-LEVICOY, D.; BATANERO, C.; GEA, M. M.. Lanzamiento a una canasta de baloncesto: interpretación de una situación binomial por estudiantes de Bachillerato. En: ZACARIAS, J.; CRUZ, H.; VELASCO, F.; JUAREZ, B.; VASQUEZ, V. H.; TAJONAR, F.; REYES, H.; SALGADO, G. (Eds.), *Innovación en los Procesos de Enseñanza y Aprendizaje de lo Estadístico y lo Estocástico*. Puebla, 2021. p. 19-34.

BIEHLER, R.; BEN-ZVI, D.; BAKKER, A.; MAKAR, K. Technology for enhancing statistical reasoning at the school level. In M. A. (Ken) Clements et al. (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 643-689) Springer International Handbooks of Education 27. 2013. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4684-2\\_21](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4684-2_21).

CISTERNAS, G.; DIAZ-PALLAUTA, J.; DIAZ-LEVICOY D. Aproximación a la distribución de Poisson incorporando el uso de tecnología desde el Enfoque Ontosemiótico. *Educação Matemática Debate*, v. 5, n. 11, p. 1-25. 2021. DOI: <https://doi.org/10.46551/emd.e202112>.

CHANCE, B.; BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J.; MEDINA, E. The Role of Technology in Improving Student Learning of Statistics. *Technology Innovations in Statistics Education*, v.1, n. 1. 2007. DOI: <http://dx.doi.org/10.5070/T511000026>.

ENGEL, J. Statistical literacy for active citizenship: a call for data science education. *Statistics Education Research Journal*, v.16, n.1, p. 44-49. 2017. DOI: <https://doi.org/10.52041/serj.v16i1.213>.

FISCHBEIN, E. *Intuition in science and mathematics*. Reidel. 1987.

GAL, I. Towards "probability literacy" for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. *En Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*. Boston, MA: Springer US, 2005. p. 43-71.

GARCÍA-GARCÍA, J.; ARREDONDO, E.; MÁRQUEZ, M. Desarrollo de la noción de distribución binomial en estudiantes de bachillerato con apoyo de tecnología. *Revista Paradigma*, v. 39, n. 2, p. 92 – 106. 2018.

GARCÍA, L. Necesidad de una educación digital en un mundo digital. *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia (RIED)*. v.22, n. 2, p. 9-22. 2019. DOI: <http://dx.doi.org/10.5944/ried.22.2.23911>.

- GARFIELD, J.; BEN-ZVI, D.; CHANCE, B.; MEDINA, E.; ROSETH, C.; ZIEFFLER, A. *Developing students' Statistical reasoning: connecting research and teaching practice*. Dordrecht: Springer, 2008.
- IZCARA, S. *Manual de investigación cualitativa*. Fontamara. 2014.
- KONOLD, C. Informal conceptions of probability. *Cognition and Instruction*, v. 6, n. 1, p. 59-98. 1989. Disponible en: <http://www.jstor.org/stable/3233463>.
- LANDÍN, P.; SÁNCHEZ, E. Niveles de razonamiento probabilístico de estudiantes de bachillerato frente a tareas de distribución binomial. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 12, n. 3, p. 598-618. 2010.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN (MINEDUC). *Bases Curriculares 3° y 4° medio*. Unidad de Currículum y Evaluación. 2019. Disponible en: <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/14364/bases%203%c2%b0%204%c2%b0.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Revisado el 11 de julio, 2023.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN (MINEDUC). *Programa de Estudio Matemática 3° medio*. Unidad de Currículum y Evaluación. 2020. Disponible en: [https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-140137\\_programa.pdf](https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-140137_programa.pdf). Revisado el 10 de septiembre, 2023.
- MUÑIZ-RODRÍGUEZ, L.; RODRÍGUEZ-MUÑIZ, L. J.; ALSINA, A. Deficits in the statistical and probabilistic literacy of citizens: Effects in a world in crisis. *Mathematics*, v. 8, n. 11, p. 1-20, 2020. DOI: <https://doi.org/10.3390/math8111872>.
- PALLAUTA, J.; ARTEAGA, P. Niveles de complejidad semiótica en gráficos y tablas Estadísticas, v. 108, p. 13-22, 2021.
- PRATT, D.; DAVIES, N.; CONNOR, D. The role of technology in teaching and learning Statistics. En: BATANERO, C.; BURRILL, G.; READING, C. (Ed.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education*. A joint ICM/IASE. New York: Springer, 2011, p. 97-107. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0\\_13](https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_13).
- RIDGWAY, J. Why engage with civic statistics? In J. Ridgway (Ed.), *Statistics for empowerment and social engagement* (pp. 1-13). Cham: Springer. 2022. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-031-20748-8\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-031-20748-8_1).
- SALINAS-HERRERA, J.; SALINAS-HERNÁNDEZ, U. Teaching and Learning the Notion of Normal Distribution Using a Digital Resource. *Can. J. Sci. Math. Techn. Educ.* v. 22, p. 576–590. 2022. DOI: <https://doi.org/10.1007/s42330-022-00226-1>.
- SÁNCHEZ, E.; LANDÍN, P. Fiabilidad de una jerarquía para evaluar el razonamiento probabilístico acerca de la distribución binomial. En: Marín, Margarita; Fernández, Gabriel; Blanco, Lorenzo J.; Palarea, María Mercedes (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV*. Ciudad Real: SEIEM. 2011. p. 533-542. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/1837/>. Revisado el 07 de julio, 2023.

Recibido en junio de 2023.

Aprobado en noviembre de 2023.