

Abordagens conceituais sobre variabilidade estatística em pesquisas brasileiras: uma revisão sistemática de literatura

*Edicarlos Pereira de Sousa*¹

*Irene Maurício Cazorla*²

*Carlos Eduardo Ferreira Monteiro*³

RESUMO

A ideia da variabilidade é importante para a aprendizagem de estatística porque auxilia na compreensão das variáveis, da origem dos dados e suas características típicas. Buscando identificar como as pesquisas brasileiras abordam a variabilidade estatística, no sentido de promover educação estatística a estudantes e professores, realizou-se uma Revisão Sistemática de Literatura no Catálogo de Teses e Dissertações e Portal de Periódicos da Capes, e na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações. Os resultados sugerem que há poucas pesquisas sobre variabilidade estatística na Educação Básica. A maioria das publicações incluídas enfocam a formação inicial ou continuada de professores, evidenciando a ausência de estudos acerca da aprendizagem de estudantes. As publicações também indicam que há pouca abordagem e limitações conceituais relativamente a tópicos como centralidade, medidas de dispersão, dotplot e bloxplot. Constatou-se que atividades referentes à comparação e representação são insuficientes, implicando em dificuldades para apropriação do conceito investigado.

¹ Doutorando em Educação Matemática e Tecnológica (PPGEduatec – Universidade Federal de Pernambuco). Universidade Federal do Cariri, Brejo Santo, Ceará, Brasil. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-4262-544X>. E-mail: edicarlos.pereira@ufpe.br.

² Doutora em Educação. Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, Bahia, Brasil. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-3028-5513>. E-mail: icazorla@uol.com.br.

³ PhD in Education. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Pernambuco, Brasil. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-4355-0793>. E-mail: carlos.fmonteiro@ufpe.br.

PALAVRAS-CHAVE: Variabilidade estatística; Letramento estatístico; Revisão de literatura; Pesquisas brasileiras.

Conceptual approaches to statistical variability in Brazilian research: a systematic literature review

ABSTRACT

The idea of variability is important for learning statistics because it helps in understanding the variables, the origin of the data and their typical characteristics. Seeking to identify how Brazilian research addresses statistical variability, in order to promote statistical education to students and teachers, a Systematic Literature Review was carried out in the Catalog of Theses and Dissertations and Portal de Periódicos of Capes, and in the Digital Library of Theses and Dissertations. The results suggest that there is little research on statistical variability in Basic Education. Most of the publications included focus on initial or continuing teacher training, evidencing the absence of studies about student learning. The publications also indicate that there is little approach and conceptual limitations regarding topics such as centrality, dispersion measures, dotplot and bloxplot. It was found that activities related to comparison and representation are insufficient, implying difficulties in appropriating the investigated concept.

KEYWORDS: Statistical variability; Statistical literacy; Literature review; Brazilian research.

Aproximaciones conceptuales a la variabilidad estadística en la investigación brasileña: una revisión sistemática de la literatura

RESUMEN

La idea de variabilidad es importante para el aprendizaje de la estadística porque ayuda a comprender las variables, el origen de los datos y sus características típicas. Buscando identificar cómo las investigaciones brasileñas abordan la variabilidad estadística, con el fin de promover la educación estadística para estudiantes y profesores, se realizó una Revisión Sistemática de Literatura en el Catálogo de Tesis y Disertaciones y Portal de Periódicos de la Capes, y en la Biblioteca Digital de Tesis y Disertaciones. Los resultados sugieren que existe poca investigación sobre la variabilidad estadística en Educación Básica. La mayoría de las

publicaciones incluidas se enfocan en la formación inicial o continua de docentes, evidenciando la ausencia de estudios sobre el aprendizaje de los estudiantes. Las publicaciones también indican que existe poco enfoque y limitaciones conceptuales en temas como centralidad, medidas de dispersión, dotplot y bloxplot. Se constató que las actividades relacionadas con la comparación y la representación son insuficientes, lo que implica dificultades en la apropiación del concepto investigado.

PALABRAS CLAVE: Variabilidad estadística; Alfabetización estadística; Revisión de literatura; Investigación brasileña.

* * *

Introdução

A sociedade contemporânea demanda diversos conhecimentos das pessoas, o que implica na necessidade de as instituições de ensino pensar e implementar processos educacionais atualizados aos desafios cotidianos. Por exemplo, o avanço tecnológico e a quantidade de informações produzidas e disseminadas socialmente exigem que as pessoas interpretem de maneira crítica dados estatísticos relacionados a vários assuntos. Desse modo, o ensino de estatística nas escolas e universidades deve priorizar estratégias que promovam aprendizagens que possibilitem aos estudantes compreender e analisar o mundo, ao invés de reproduzir procedimentos de cálculo dissociados das realidades sociais desafiadoras.

Cazorla e Utsumi (2010) discutem como se deu a inserção do ensino de estatística nos currículos da educação básica, rompendo com a cultura determinística nas aulas de matemática, seguindo uma tendência internacional, face ao reconhecimento da importância das contribuições da Estatística na formação de cidadãos críticos. Essa inserção impulsionou uma área de pesquisa denominada Educação Estatística, cujos objetivos são estudar e compreender como as pessoas ensinam e aprendem estatística, considerando aspectos cognitivos e afetivos do ensino-aprendizagem, a

produção dos conhecimentos estatísticos e a didática da estatística, com vistas ao letramento estatístico.

Gal (2002, 2019) define letramento estatístico como sendo o resultado de dois componentes, o cognitivo e o disposicional. No componente cognitivo, concorrem o próprio letramento, o conhecimento matemático, o estatístico e o do contexto, bem como a capacidade de elaborar questões críticas. O componente disposicional é formado pelas crenças e atitudes, que moldam a leitura do mundo, bem como o posicionamento crítico diante das informações. Nesse modelo, não basta ter o domínio do conhecimento estatístico, isto é, para além de saber calcular as medidas de tendência central e de dispersão, por exemplo, é preciso saber a origem dos dados, conhecer como as variáveis foram definidas e como se distribuem, além de avaliar se as medidas estatísticas utilizadas são adequadas ao contexto ou se poderiam ter sido utilizadas outras, assim como, a quem interessa a divulgação dessas informações.

Visando identificar como pesquisas brasileiras abordam a variabilidade estatística, no sentido de promover uma educação estatística a estudantes e professores, realizamos uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL) que analisou artigos de periódicos científicos, bem como dissertações e teses defendidas no Brasil, buscando responder à seguinte pergunta: Como a variabilidade estatística é abordada em pesquisas acadêmicas nacionais, no âmbito da educação estatística, em diferentes níveis e contextos de ensino e/ou aprendizagem?

Ao responder à questão de pesquisa, a partir das análises das publicações incluídas na revisão, este trabalho identifica como estudantes e professores têm se apropriado da variabilidade estatística, a partir das situações vivenciadas no espaço escolar.

Na próxima seção, argumenta-se em relação à importância do conceito de variabilidade para a educação estatística, a fim de promover o letramento estatístico. A seção da metodologia detalha o percurso da pesquisa, descrevendo o período analisado, as bases de dados escolhidas, os termos de busca definidos, os critérios de exclusão e de inclusão dos trabalhos. Na

sequência, apresentam-se os trabalhos selecionados e uma análise quantitativa e qualitativa dos resultados obtidos. Por fim, nas conclusões, retorna-se à questão de pesquisa, para distinguir quais os avanços e as dificuldades que podem ser apontadas nas publicações analisadas, incluindo reflexões no que diz respeito a perspectivas de estudos futuros.

A importância da variabilidade no ensino de estatística

Por que estudos relacionados à variabilidade são tão importantes à educação estatística, sobretudo quando se busca a promoção do letramento estatístico de estudantes e professores? Embora não haja uma única resposta para essa indagação, destaca-se que vários estudos mostram a noção de variabilidade como fundamental para a estatística (Cobb; Moore, 1997; Fife *et al.*, 2020; Watson *et al.*, 2003). Dessa forma, ressaltam a onipresença da variabilidade, defendendo a ideia de que se não houvesse variabilidade não haveria estatística de dados. Além disso, enfatizam que a investigação estatística presume a variação nos dados, vista como essencial para uma compreensão das estatísticas e para a distinção entre Estatística e outras áreas do conhecimento, a exemplo da Matemática.

Na literatura, nem sempre há um consenso quanto aos termos “variabilidade” ou “variação”, pois alguns autores definem o primeiro como a forma substantiva do adjetivo “variável”, significando que algo provavelmente irá mudar, enquanto o segundo é tido como o substantivo que descreve o ato de variar (Reading; Shaughnessy, 2004). Todavia, assim como Garfield e Ben-Zvi (2008), optamos por usá-los sem distinção, considerando todas essas ideias gerais sobre os dados. Para Shaughnessy (1997), o conceito de variabilidade é complexo e difícil de definir, reforçando a necessidade de ampliar a sua compreensão, uma vez que é primordial para que os estudantes desenvolvam adequadamente o pensamento estatístico.

Silva (2007) destaca que o pensamento estatístico pode ser entendido como as estratégias mentais utilizadas pelas pessoas para tomar decisões

num contexto investigativo. De acordo com a autora, existe uma relação direta entre pensamento estatístico e letramento estatístico, pois, quanto mais um sujeito desenvolve o seu pensamento estatístico, maiores serão as suas chances de apresentar níveis mais avançados de letramento estatístico.

A ideia de variabilidade transcende o cálculo de medidas de variação, tais como amplitude (total), variância, desvio padrão ou coeficiente de variação (ISODA *et al.*, 2018). Segundo os autores, para entender as perspectivas teóricas da variabilidade, é preciso transpor a preocupação centrada no tratamento matemático que faz o estudante realizar cálculos que, muitas vezes, não entendem o que realmente representam. Portanto, essa publicação alerta para a presença da matematização do conhecimento estatístico, em detrimento do estímulo do estudante ao questionamento e à postura crítica, dificultando a percepção do fenômeno da variabilidade como componente dos dados, intimamente relacionada com o letramento estatístico.

Estrella *et al.* (2021) abordam a importância do conceito de variabilidade, reforçando a baixa quantidade de estudos relacionados a sua compreensão e avaliação no nível escolar. A ausência de materiais que explorem esse conceito no ensino básico, dentre outros aspectos, pode ser uma das razões que contribuem para que a variabilidade não ocupe um lugar de relevância no currículo trabalhado em sala de aula. Nesse contexto, Rodríguez-Alveal e Maldonado-Fuentes (2023) realizaram uma tipologia das perguntas no tocante à variabilidade nos livros chilenos de Ensino Médio, com o intuito de indagar sobre a qualidade e o nível cognitivo das perguntas apresentadas, cujos resultados evidenciaram uma maior presença de questões com abordagem aritmética, com pouca ênfase a estratégias de ensino baseadas na argumentação e na tomada de decisão.

A variabilidade é inerente à análise de dados estatísticos. No entanto, a compreensão desse conceito deve considerar as diferentes fontes que originam um fenômeno investigado. Nesse sentido, Rodríguez-Alveal e Maldonado-Fuentes (2023) recomendam a abordagem de problemas a partir de diferentes fontes exploratórias de variabilidade: a) real ou natural -

inerente à natureza do fenômeno estudado: altura e diâmetro da cabeça das pessoas; b) induzida - na qual há influência de terceiros quanto ao comportamento de um fenômeno: efeito de um fertilizante no crescimento de plantas; e c) amostral - influenciada pelo tamanho amostral: situações basilares para a inferência estatística.

Estudos recentes que tratam do ensino e da aprendizagem da variabilidade, considerando diversas perspectivas com estudantes e professores, têm demonstrado cada vez mais interesse em investigações desse conceito nos diferentes níveis de ensino, haja vista as recorrentes dificuldades apontadas em pesquisas que tratam do assunto (Estrella *et al.*, 2021; Garfield *et al.*, 2015). Contudo, torna-se preocupante que o conhecimento sistematizado não mostra avanços nos processos de aprendizagem no sentido de fazer o estudante perceber a interconexão entre a variabilidade e outras ideias da Estatística, tais como distribuição, centralidade, amostragem, inferência e representatividade.

Os estudos brasileiros que tratam do ensino e da aprendizagem de conceitos estatísticos na Educação Básica surgiram, com maior frequência, após os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), na década de 1990 (Brasil, 1997, 1998). Desde então, os temas de estatística ganharam maior espaço no currículo escolar, principalmente com o intuito de preparar os estudantes para situações que envolviam o tratamento de informações, pois o foco da aprendizagem estatística naquela época era fazer o estudante se apropriar de formas de coleta, organização e sistematização de dados. Porém, na década seguinte, as pesquisas acadêmicas direcionaram o olhar para questões como a compreensão do pensamento, do raciocínio e do letramento estatísticos de estudantes e professores, alcançando uma compreensão de que a educação estatística deve superar a matematização dos dados.

A abordagem do conceito de variabilidade estatística permanece pouco frequente em estudos brasileiros, justificando as contribuições deste trabalho. Por isso, na próxima seção, serão detalhados os procedimentos metodológicos

adotados na identificação e análise da produção científica nacional que vem abordando o tema para a promoção de uma educação estatística.

Aspectos Metodológicos

A RSL, enquanto pesquisa bibliográfica, visa identificar como o conhecimento científico vem se desenvolvendo em um contexto específico. De acordo com Lima e Miotto (2007), implica em um conjunto ordenado de procedimentos de busca por soluções, atento ao objeto de estudo, e que, por conseguinte, não pode ser aleatória. Para as autoras, trata-se de um tipo de investigação com a vantagem de resumir um conjunto de evidências relativas a um tema particular, com métodos claros e organizados de busca, analisando de forma crítica a síntese das informações obtidas.

Em Petticrew e Roberts (2006), é possível encontrar um guia detalhado para a escrita de trabalhos de revisão sistemática. Os autores ressaltam que, mais do que produzir um resumo científico, a RSL visa responder a uma pergunta ou testar uma hipótese específica, identificando caminhos para estudos futuros. Em educação matemática, as revisões sistemáticas são utilizadas para direcionar investigações preocupadas com diversos objetos de estudos.

Considerando a importância de compreender como e se o letramento estatístico aparece nos artigos, dissertações e teses brasileiras que abordam a variabilidade estatística no âmbito das pesquisas educacionais com estudantes e professores, este artigo se propôs a responder: Como a variabilidade estatística é abordada em pesquisas acadêmicas nacionais, no âmbito da educação estatística, em diferentes níveis e contextos de ensino e/ou aprendizagem?

As buscas foram realizadas durante o mês de maio de 2023 em três bases de dados: Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), Catálogo de Teses e Dissertações (CTD) e Portal de Periódicos (PP), sendo essas duas últimas de responsabilidade da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). A escolha dessas bases justifica-se por serem

públicas e de livre acesso, constituindo-se como relevantes para a disseminação gratuita da produção acadêmica nacional (BDTD e CTD/CAPES) ou nacional e internacional (PP/CAPES). Vale destacar que se optou por não definir o período (ano) dos trabalhos, possibilitando ampliar o quantitativo de produções e favorecendo o entendimento de como a temática vem sendo abordada nos últimos tempos.

As estratégias de busca, para cada base consultada, foram padronizadas, usando-se os mesmos cinco termos (descritores ou palavras-chave): 1) variabilidade estatística; 2) variação estatística; 3) medidas de dispersão; 4) medidas de variabilidade; 5) medidas de variação. Foram usados unicamente termos escritos em língua portuguesa, uma vez que o objetivo deste artigo é investigar o conceito de variabilidade estatística nas produções nacionais. Optou-se por buscas individuais, termo a termo, com os descritores escritos entre aspas, e sem uso de operadores booleanos. Por fim, o *corpus* desta pesquisa foi definido conforme as seguintes etapas de leituras: 1) títulos; 2) resumos e palavras-chave; 3) objetivos, metodologias e considerações finais ou conclusões.

Com os termos usados, inicialmente, foram obtidos 583 resultados na BDTD, 171 no CTD/CAPES e 226 no PP/CAPES. Em todas as bases, foram identificadas produções repetidas. Por isso, a repetição foi estabelecida como critério de exclusão. Também foram descartados: trabalhos sem relação com a educação estatística; outros tipos de documentos (resenhas, fichamentos, relatórios, produtos educacionais, livros ou capítulos de livros) e, por fim, estudos realizados fora do contexto educacional brasileiro. Na Tabela 1, é possível observar que, das 980 produções identificadas, 958 foram eliminadas, restando, portanto, 22 trabalhos para análise.

Na fase seguinte, foram definidos dois critérios de inclusão: pesquisa relacionada, de alguma forma, com o conceito de variabilidade estatística, no âmbito da educação estatística; estudos com embasamento teórico pertinente ao problema sob investigação, contribuindo para a compreensão de como a produção acadêmica nacional aborda a temática investigada.

TABELA 1: Busca realizada na BDTD, CTD/CAPES e PP/CAPES, com diferentes termos de busca.

Termos de Busca	Resultados Iniciais			Produções Excluídas		
	BDTD	CTD/ CAPES	PP/ CAPES	BDTD	CTD/ CAPES	PP/ CAPES
“variabilidade estatística”	10	8	4	6	7	3
“variação estatística”	87	42	77	87	42	77
“medidas de dispersão”	157	52	78	146	51	76
“medidas de variabilidade”	89	15	45	89	15	45
“medidas de variação”	240	54	22	239	53	22
Total		980			958	

Fonte: elaborado pelos autores (2023).

Para a análise qualitativa das pesquisas, utilizou-se a Análise de Conteúdo (AC) de Bardin (2016), organizada em três fases: 1) pré-análise; 2) exploração do material; 3) tratamento dos resultados e interpretação. O *corpus* desta pesquisa foi formado por 11 trabalhos (2 artigos, 4 dissertações e 5 teses), escolhidos a partir dos critérios de inclusão estabelecidos para responder à questão de pesquisa.

Na fase de exploração do material, consoante a AC dos textos incluídos, foram definidas quatro categorias: 1) Pesquisas em contextos formativos/colaborativos de professores e licenciandos; 2) Produções acadêmicas com estudantes da Educação Básica acerca da variabilidade; 3) Estudos que envolveram análise de livros didáticos; 4) Mobilização de conceitos estatísticos em outros contextos do Ensino Superior. Na próxima seção, são analisadas as produções selecionadas.

Apresentação dos Dados e Análise dos Resultados

A partir das categorias identificadas pela análise de conteúdo, tem-se no Quadro 1 os trabalhos nacionais que tratam da variabilidade estatística identificados nesta RSL:

QUADRO 1: Pesquisas acadêmicas nacionais que tratam da variabilidade estatística no contexto de promoção da educação estatística.

Categoria	Tipo	Autoria
Pesquisas em contextos formativos/colaborativos de professores e licenciandos	Artigo	Oliveira Júnior e Pereira (2018)
	Dissertação	Moreno (2010)
	Tese	Silva (2007), Novaes (2011), Silva (2017), Santos (2020)
Investigações com estudantes da Educação Básica acerca da variabilidade	Artigo	-
	Dissertação	Cavalcanti (2011), Moreno (2014), Souza (2019)
	Tese	-
Estudos que envolveram análise de livros didáticos	Artigo	Andrade <i>et al.</i> (2014)
	Dissertação	-
	Tese	-
Mobilização de conceitos estatísticos em outros contextos do Ensino Superior	Artigo	-
	Dissertação	-
	Tese	Cruz (2020)

Fonte: elaborado pelos autores (2023).

Categoria 1: Pesquisas em contextos formativos/colaborativos de professores e licenciandos

Nessa categoria, foram identificadas 06 produções acadêmicas, organizadas sob a forma de artigo (01), dissertação (01) e teses (04). Os trabalhos tiveram como foco central as aprendizagens de professores que ensinam matemática, ou licenciandos que estão no processo de formação inicial. Vale ressaltar que quase todas as pesquisas de doutoramento recuperadas neste trabalho estão nesta categoria, por concentrar 04 das 05 teses desta revisão sistemática.

Caracterização e principais resultados das pesquisas que constituíram a primeira categoria

A tese de doutorado de Silva (2007) investigou o raciocínio concernente à variação utilizado para resolver problemas estatísticos que emergiram durante uma investigação idealizada e realizada pelos próprios sujeitos da pesquisa. Seguindo os pressupostos metodológicos de uma pesquisa-ação, nove professores da educação básica e dois estudantes de licenciatura em Matemática constituíram o grupo de participantes desta investigação. Para responder o problema principal de pesquisa, a autora baseou-se em Garfield (2002), para avaliar o nível de raciocínio de variação utilizado pelo professor de matemática em diferentes etapas do ciclo investigativo do pensamento estatístico.

A pesquisa de Silva (2007) destaca-se, nesta revisão sistemática, como o primeiro trabalho nacional que abordou as aprendizagens de professores envolvendo o conceito de variação. Conforme a autora, percebeu-se que o desenvolvimento do pensamento estatístico não implicou no raciocínio relativo à variação nos professores e licenciandos. Os participantes compreenderam o significado de desvio padrão como medida da variação/homogeneidade dos dados, embora não o tenham percebido como intervalo em torno da média. A média e o desvio padrão não foram utilizados para comparar distribuições. Os participantes demonstraram equívoco em relação à média, compreendendo-a como a maioria,

que é o conceito de moda, constituindo-se um fator de dificuldade posterior para perceber a importância de uma medida de variação.

No intuito de estudar as características das atividades que favoreciam a apreensão da variabilidade, durante um processo formativo com dezessete estudantes de um curso de licenciatura em Matemática, Moreno (2010) realizou um estudo de caso, por meio da engenharia didática, para concepção, realização, observação e análise das sequências de ensino. O processo formativo foi organizado em encontros semanais ministrados pelo próprio pesquisador.

De acordo com Moreno (2010), os futuros professores de matemática conseguiram perceber a variação somente entre os dados, mas não em relação a uma medida de tendência central. Esse resultado contribuiu para aumentar a dificuldade dos licenciandos em situações que exigiam a interpretação das medidas de variabilidade. Situações que envolveram comparação entre distribuições com a mesma média, porém com dispersões distintas, auxiliou os participantes da pesquisa a compreenderem que a média, muitas vezes, pode não ser recomendada como medida-resumo dos dados, o que justifica reconhecer o papel das medidas de variação. Por fim, o autor destacou que associar a ideia de concentração com variação baixa pode ser um obstáculo didático à compreensão da variação, por existirem situações nas quais as concentrações dos dados estão localizadas nos extremos, gerando alta dispersão.

Uma investigação do tipo estudo de caso, com dois professores do ensino básico em interação com outros professores no decorrer de um processo de formação continuada, foi desenvolvida por Novaes (2011). O objetivo da pesquisa foi analisar concepções didáticas e específicas de conteúdos da Estatística Descritiva, mobilizadas por professores da Educação Básica. A autora utilizou o modelo teórico concepção, conhecimento e conceito (*ckc*), proposto por Balacheff (2001) e Balacheff e Gaudin (2002), para identificar concepções sobre estatística que professores da Educação Básica utilizam para escolher as estratégias que empregarão na resolução de situações-problema.

O trabalho de Novaes (2011) identificou dezesseis concepções docentes para o ensino de estatística: três de conhecimento específico e treze de

conhecimento didático, que funcionam de modo interdependentes. No tocante à construção do conceito de variabilidade, o envolvimento crítico nas atividades e a reprodução de procedimentos matematizados não foi suficiente para a promoção do letramento estatístico. A competência da transferência do pensamento determinista da matemática para a análise de dados foi identificada nesta pesquisa, oferecendo forte resistência até finalmente passar por mudança. No final da pesquisa, observou-se que a caracterização e possíveis mudanças das concepções que dificultam o processo de ensino e aprendizagem foram fruto de um atento acompanhamento da atividade docente.

A identificação e a caracterização de indícios dos conhecimentos estatísticos que compõem o letramento estatístico de estudantes da Licenciatura em Pedagogia foi o objetivo principal de Silva (2017). Os níveis de letramento estatístico de Gal (2002) foram usados como base teórica dessa pesquisa. Por meio de um estudo de caso, foi planejada uma oficina abordando variabilidade estatística, cujas atividades trabalharam média, desvio médio, mediana e quartis.

Após análise das atividades propostas e construção dos mapas conceituais, Silva (2017) identificou indícios de desenvolvimento de noções básicas de conceitos estatísticos que compõem o letramento estatístico dos futuros professores, destacando-se o raciocínio de variabilidade associado à ideia de média, além de conceitos de amplitude, dispersão, medidas separatrizes e representação gráfica pelo boxplot. Por outro lado, problemas relativos à escala numérica constituiu-se num fator de dificuldade para a promoção do letramento estatístico dos participantes.

O estudo de Oliveira Júnior e Pereira (2018) foi realizado com dezesseis participantes, dentre bolsistas de iniciação à docência e estudantes de pós-graduação, com o objetivo de avaliar a aprendizagem do conceito de variabilidade estatística. Utilizando três dos sete elementos constituintes do modelo epistemológico para compreensão da variabilidade, de Garfield e Ben-Zvi (2005), os autores desenvolveram sequências de ensino, estruturadas em dois momentos: manualmente, utilizando lápis e papel milimetrado, e desenvolvidas com o uso do software “R”.

Como resultados, Oliveira Júnior e Pereira (2018) identificaram dois tipos de variabilidade na concepção dos participantes: interna a um grupo, identificando a variação dos dados em um ou mais conjuntos, bem como entre grupos, caracterizada pela variabilidade das medidas estatísticas utilizadas para síntese e comparação de conjuntos de dados. Os autores concluíram que o uso do software foi aceito pelos participantes, embora esse resultado não implique em descartar o uso de recursos tradicionais (papel milimetrado e lápis), uma vez que as duas metodologias podem ser aplicadas em sala de aula.

No trabalho de Santos (2020), buscou-se analisar as concepções de futuros professores de matemática relativas aos conhecimentos de medidas de tendência central, medidas de dispersão e variabilidade, por meio de um ambiente informatizado, numa perspectiva teórica de promoção de uma educação estatística. Como escolha metodológica, realizou-se um estudo de caso organizado em duas fases: levantamento inicial de concepções dos futuros professores e verificação de concepções emergentes dos sujeitos, ao recorrerem a um ambiente informatizado. A pesquisa tomou como bases teóricas o modelo *ckç*, o Conhecimento Pedagógico Tecnológico do Conteúdo (TCPK), o pensamento estatístico e o letramento estatístico.

Os principais resultados apontados por Santos (2020) sugeriram uma confusão entre variáveis qualitativas e variáveis quantitativas, por parte dos futuros professores de matemática, uma vez que a frequência numérica da variável qualitativa foi confundida com o tipo de variável. Nas concepções relacionadas às medidas de tendência central, destacaram-se: a definição de média, moda e mediana como parâmetros de análise; o reconhecimento do desvio padrão como medida de dispersão; a associação de variação com dispersão; a compreensão da média como um procedimento de cálculo, equivalente a um rateio, e a moda como o valor que mais se repete. Na atividade que verificava a influência da variabilidade dos dados na medida de tendência central e no diagrama de caixa (boxplot), os sujeitos concluíram que: a mediana é o segundo quartil no diagrama de caixa; a variabilidade interfere nas medidas de tendência central; os valores da média e da mediana são próximos em situações que apresentam baixa

variabilidade nos dados. Por fim, os autores reforçam a necessidade de estratégias diferenciadas para o estudo e para o ensino de estatística em contextos de formação inicial de professores de matemática.

Categoria 2: Investigações com estudantes da Educação Básica acerca da variabilidade

A segunda categoria reuniu 03 dissertações. As pesquisas identificadas neste grupo apresentaram propostas didáticas preocupadas com a compreensão dos estudantes a respeito de variabilidade, desde os anos iniciais, abrangendo o Ensino Fundamental e Médio. Esta categoria evidenciou não haver motivos para a variabilidade ser estudada apenas a partir de certa idade, uma vez que as crianças menores já apresentam compreensões relacionadas ao assunto, mesmo que informalmente.

Caracterização e principais resultados das produções acadêmicas que constituíram a segunda categoria

A variabilidade estatística foi pesquisada por Cavalcanti (2011). O principal objetivo do estudo foi investigar as compreensões apresentadas por estudantes do segundo e do quinto anos do Ensino Fundamental relacionadas a esse conceito. Diversos aspectos da variabilidade (quantificação, representação, descrição, comparação, predição e gradação) foram investigados com quarenta e oito estudantes participantes, tomando-se como referencial teórico Garfield e Ben-Zvi (2005). O método clínico piagetiano foi aplicado, as crianças foram entrevistadas individualmente e incentivadas a explicar o que compreendiam a respeito do conceito explorado.

Ao estabelecer uma gradação referente à compreensão de vários aspectos da variabilidade estatística, Cavalcanti (2011) ressaltou que, em ordem decrescente, os que expressaram maior complexidade foram a comparação entre conjunto de dados, a predição a partir da moda, a comparação entre pontos com quantificação de variação e a proposição de ausência de variação. Segundo a

autora, pode-se observar que, desde o segundo ano de escolaridade, os estudantes conseguem compreender aspectos da variabilidade e essa constatação pode ser intensificada se os estudantes vivenciarem situações de ensino que os desafiem a analisar e refletir sobre os dados.

O principal objetivo do estudo de Moreno (2014) foi investigar as contribuições decorrentes dos gráficos dotplot e do boxplot na aprendizagem da variabilidade estatística por estudantes do Ensino Médio. Com base em sequências de ensino, o autor conduziu uma pesquisa qualitativa com os participantes que precisaram coletar, organizar e representar os dados por meio do dotplot e do boxplot, fundamentais para compreensão do conceito estudado. As ideias intuitivas envolvendo variabilidade, de Garfield e Ben-Zvi (2005), e o letramento estatístico de Gal (2002) foram adotados para elaboração das atividades. A taxonomia SOLO (BIGGS; COLLIS, 1982) foi usada para a categorização das respostas dos estudantes, quanto ao raciocínio de variabilidade.

Dentre os principais resultados de Moreno (2014), destacam-se que os estudantes não tinham conhecimentos prévios no tocantes às medidas de dispersão, mas revelaram ter ideias intuitivas de variabilidade. O gráfico resultante da sobreposição do dotplot e do boxplot, denominado dot-boxplot, tornou evidente a dificuldade inerente à mediana e quartis, em especial no caso dos valores repetidos que ocupam posições em torno de tais medidas. Essa construção permitiu aos estudantes apontar a variabilidade por meio do intervalo interquartil. Por último, destacou-se que as atividades de comparação entre variáveis diferentes em um mesmo grupo ou de uma mesma variável entre grupos diferentes favoreceram o reconhecimento da natureza da variabilidade.

A pesquisa de Souza (2019) examinou como as Tecnologias Digitais (TD) auxiliam os estudantes do Ensino Fundamental na elaboração do conceito de variabilidade. Por meio de uma pesquisa de intervenção, organizada em três etapas (pré-teste, intervenção e pós-teste), o autor analisou os conhecimentos adquiridos ao longo da aplicação das atividades e das interações entre estudante-estudante e estudante-pesquisador. Por meio de bases teóricas como Batanero (2001) e Garfield e Ben-Zvi (2005), a pesquisa

apresenta várias reflexões quanto a percepções da variação incorporadas aos gráficos construídos pelos próprios sujeitos participantes.

Os resultados da dissertação de Souza (2019) mostraram estratégias que podem contribuir para que estudantes do Ensino Fundamental compreendam a variabilidade utilizando diferentes representações. Dessa forma, é possível perceber que os estudantes apresentaram dificuldades no cálculo procedimental, na interpretação das medidas de tendência central e na construção de gráficos de colunas, importantes para a apreensão do conceito supracitado. Outro resultado evidenciado nessa pesquisa foi a limitação dos estudantes na resolução de situações-problema relativas à interpretação e cálculo da média. Segundo o autor, tal fato decorre de operações matemáticas, muitas vezes, não formalizadas pelos estudantes. Por fim, o trabalho identificou ser mais fácil interpretar do que construir gráficos, independentemente do tipo considerado.

Categoria 3: Estudos que envolvem análise de livros didáticos

A terceira categoria contemplou somente 01 produção acadêmica (artigo científico). Esta categoria foi criada para contemplar pesquisas cujos resultados são provenientes de contextos diferentes das demais discutidas. Dessa forma, o artigo selecionado não teve relação com a vivência de processos formativos envolvendo professores/licenciandos, nem investigou compreensões de estudantes relativamente ao conceito de variabilidade estatística, pois surgiu com o propósito de analisar como conceitos estatísticos aparecem nos livros didáticos.

Caracterização e principais resultados do estudo desta terceira categoria

A análise de livros de Matemática do Ensino Médio foi feita por Andrade *et al.* (2014), que procuraram identificar como as medidas de tendência central e dispersão (MTCD) aparecem em coleções didáticas brasileiras e francesas. A amostra brasileira foi formada por sete coleções do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) do ano 2012. Para

comparar com as coleções brasileiras, os autores selecionaram sete coleções listadas na página do Ministério da Educação Nacional da França. Considerando a teoria dos campos conceituais para mapeamento das situações presentes nos livros, os autores reforçam a importância de abordagens variadas para a formação dos conceitos de centralidade e de dispersão nos estudantes. Como resultados, foram identificadas dezenove formas diferentes de apresentação dos dados em atividades que envolvem as MTCD. Algumas estão presentes em ambas as coleções brasileiras. Não obstante, o diagrama de caixa (boxplot) aparece somente nas coleções da França. Além disso, nos livros brasileiros, há uma predominância das MTCD no último ano do Ensino Médio, na maior parte das coleções.

Categoria 4: Mobilização de conceitos estatísticos em outros contextos do Ensino Superior

A última categoria de análise também foi definida por uma única produção, referente a uma tese de doutorado na área de psicologia cognitiva. Diferentemente da primeira categoria, que focou em processos de formação com professores em formação inicial ou continuada, o estudo foi realizado com estudantes de graduação do curso de bacharelado em Administração de uma universidade pública. Dessa forma, foi definida uma categoria específica porque se trata de uma pesquisa desenvolvida num contexto diferente dos casos anteriores.

Caracterização e principais resultados do estudo desta quarta categoria

O trabalho de Cruz (2020) investigou o desempenho e o raciocínio envolvendo medidas de tendência central (média, moda e mediana) e medidas de dispersão (amplitude, desvio padrão e coeficiente de variação) de estudantes do curso Administração de uma universidade pública. A pesquisa fundamentou-se em teorias gerais e específicas sobre desenvolvimento e aprendizagem, a fim de identificar o impacto da Educação Estatística na formação profissional. Como procedimentos metodológicos, os estudantes responderam a uma Escala de

Atitudes em relação à Estatística (EAEC), passaram por uma entrevista e, por fim, responderam a um instrumento com quatro situações que contemplaram conceitos estatísticos. Segundo a autora, em termos gerais, os melhores resultados dos estudantes foram obtidos em situações relacionadas com as medidas de tendência central, exceto a mediana. Outra constatação importante diz respeito aos tipos de justificativas dadas para as situações associadas a um cálculo procedimental, em que os estudantes tiveram melhor desempenho. Por fim, os resultados apontaram que os conceitos de tendência central parecem melhor consolidados, em relação às medidas de dispersão, que costumam apresentar maiores dificuldades tanto no procedimento como na mobilização conceitual.

Conclusão

Este trabalho visou responder como a variabilidade estatística vem sendo abordada em pesquisas acadêmicas nacionais, no âmbito da educação estatística, em diferentes níveis e contextos de ensino e/ou aprendizagem, evidenciando os avanços das pesquisas e a divulgação científica nessa área.

Os resultados obtidos sugerem uma escassez de trabalhos no que diz respeito à variabilidade, principalmente nos primeiros anos da Educação Básica e no Ensino Médio, tendo em vista a identificação de apenas dois trabalhos, sendo um de cada nível. Dessa forma, foi observado nesta RSL que a maioria dos estudos foram desenvolvidos no contexto da formação de professores, inicial ou continuada, evidenciando a ausência de trabalhos com foco na aprendizagem de estudantes.

A compreensão procedimental dos conceitos estatísticos foi observada em várias pesquisas, tanto com estudantes quanto com professores, contrapondo-se a uma concepção de letramento estatístico, desejada aos participantes. Dentre as principais dificuldades apontadas, percebeu-se incompreensões quanto à escala numérica e aos tipos de variáveis, percepção da média apenas como medida algébrica, e desconhecimento ou limitação conceitual dos participantes acerca das medidas de dispersão.

Apesar de necessários, aspectos como a comparação e a representação, quando abordados, foram insuficientes aos estudantes e professores, o que implica em perceber a predominância, de acordo com esses estudos, de dificuldades para apropriação do raciocínio sobre variabilidade. Os significados de mediana, centralidade e desvio padrão apresentaram maior complexidade. Esses resultados contribuem para mostrar que a variação dos dados não costuma ser vista como medida em torno da média ou de qualquer outra medida de tendência central.

As práticas escolares nem sempre têm contribuído para o desenvolvimento de um raciocínio e, por conseguinte, de um letramento estatístico relativamente à variabilidade. É necessário ampliar as possibilidades de representações, para além de gráficos de barras e histogramas, inclusive com o uso de tecnologias digitais, pois gráficos de pontos e boxplot, pouco frequentes nos livros, apresentaram um potencial didático satisfatório nas pesquisas que os abordaram.

A partir da análise dos trabalhos selecionados, pode-se destacar que situações didáticas elaboradas com a finalidade de auxiliar na promoção do pensamento e do raciocínio estatísticos sobre variabilidade também contribuem para letrar estatisticamente as pessoas e que, portanto, revelam como a Educação Estatística, quando vivenciada por estudantes, professores e pela população, em geral, potencializa a criticidade, a tomada de consciência e a emancipação desses sujeitos na sociedade.

Conclui-se que os conhecimentos concernentes à variabilidade estatística de estudantes e, em alguns casos, de professores encontram-se em desenvolvimento, em diferentes contextos. No entanto, os resultados mostrados apontam para a necessidade de se realizar outras investigações abrangendo esse tema. Assim, esta revisão contribui para refletir acerca de lacunas na aprendizagem de estudantes ou nos processos de formação docente, possibilitando novos estudos com foco nas relações entre educação estatística, letramento estatístico e variabilidade estatística.

Referências

ANDRADE, V. L. V. X.; RÉGNIER, J. C.; LIMA, A. P. A. B. Apresentação dos dados em atividades que envolvem as medidas de tendência central e de dispersão nos livros didáticos do Ensino Médio no Brasil e na França. Análise das formas e das suas organizações no quadro da A.S.I. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 16, n. 3, p. 1047-1067, dez. 2014.

BALACHEFF, N. Les connaissances, pluralite de conceptions: le cas des mathématiques. *Les cahiers du laboratoire Leibniz*, Grenoble, n. 19. p. 83-90, jan. 2001.

BALACHEFF, N.; GAUDIN, N. Students conceptions: an introduction to a formal characterization. *Les cahiers du laboratoire Leibniz*, Grenoble, n. 65, p. 1-21, dez. 2002.

BARDIN, L. *Análise de Conteúdo*. São Paulo: Edições 70, 2016.

BATANERO, C. *Didáctica de la Estadística*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, 2001.

BIGGS, J.; COLLIS, K. *Evaluating the quality of learning: the SOLO Taxonomy*. New York: Academic Press, 1982. 296 p.

BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): matemática*. Brasília, DF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): matemática*. Brasília, DF, 1998.

CAVALCANTI, E. M. S. *Para variar: compreensões de estudantes dos anos iniciais diante de aspectos da variabilidade*. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

CAZORLA, I.; UTSUMI, M. Reflexões sobre o ensino de Estatística na Educação Básica. In: CAZORLA, I.; SANTANA, E. (Org.). *Do tratamento da informação ao letramento estatístico*. Itabuna: Via Litterarum, 2010. p. 9-21.

COBB, G. W.; MOORE, D. S. Mathematics, statistics, and teaching. *The American Mathematical Monthly*, Washington, v. 104, n. 9, p. 801-823, 1997. DOI: <https://doi.org/10.2307/2975286>.

CRUZ, T. V. Q. F. *Medidas de tendência central e medidas de dispersão: um estudo acerca dos conceitos estatísticos mobilizados pelos estudantes do curso de Administração*. 2020. Tese (Doutorado em Psicologia Cognitiva) - Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

ESTRELLA, S.; VERGARA, A.; GONZALEZ, O. El desarrollo del sentido del dato: haciendo inferencias desde la variabilidad de los tsunamis en primaria. *Statistics Education Research Journal*, Haia, v. 20, n. 2, p. 1-14, dez. 2021. DOI: <https://doi.org/10.52041/serj.v20i2.413>.

- FIFE, J. H.; JAMES, K.; PETERS, S. A learning progression for variability. *Research Report*, Nova Jersey, v. 2020, n. 1, p. 1-22, dez. 2020. DOI: <https://doi.org/10.1002/ets2.12286>.
- GAL, I. Adults' Statistical Literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, Haia, v. 70, n. 1, p. 1-25, abr. 2002. DOI: <https://doi.org/10.2307/1403713>.
- GAL, I. Understanding statistical literacy: about knowledge of contexts and models. In: TERCER CONGRESO INTERNACIONAL VIRTUAL DE EDUCACIÓN ESTADÍSTICA, 3., 2019, Granada. *Anais [...]*. Disponível em www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html.
- GARFIELD, J. The Challenge of Developing Statistical Reasoning. *Journal of Statistics Education*, v. 10, n. 3, p. 1-11, 2002. DOI: <https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910676>.
- GARFIELD, J.; BEN-ZVI, D. A framework for teaching and assessing reasoning about variability. *Statistics Education Research Journal*, Auckland, v. 4, n. 1, p. 92-99, maio. 2005.
- GARFIELD, J.; BEN-ZVI, D. Developing Students' Statistical Reasoning: Connecting Research and Teaching Practice. *Springer*, 2008.
- GARFIELD, J.; LE, L.; ZIEFFLER, A.; BEN-ZVI, D. Developing students' reasoning about samples and sampling variability as a path to expert statistical thinking. *Educ Stud Math*, Dordrecht, v. 88, p. 327-342, mar. 2015. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9541-7>.
- ISODA, M.; CHITMUN, S.; GONZALEZ, O. Japanese and thai senior high school mathematics teachers' knowledge of variability, *Statistics Education Research Journal*, Auckland, v. 17, n. 2, p. 196-215, nov. 2018.
- LIMA, T. C. S.; MIOTO, R. C. T. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. *Katálisis*, Florianópolis, v. 10, n. esp. p. 37-45, maio. 2007.
- MORENO, M. M. A. *Utilização do dotplot e do boxplot na aprendizagem da variabilidade estatística no Ensino Médio*. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2014.
- MORENO, M. M. B. *Ensino e aprendizagem de estatística com ênfase na variabilidade: um estudo com alunos de um curso de licenciatura em Matemática*. 2010. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2010.
- NOVAES, D. V. *Concepções de professores da Educação Básica sobre variabilidade estatística*. 2011. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2011.

OLIVEIRA JÚNIOR, A. P.; PEREIRA, F. H. Estudo de propostas didáticas para o conceito de variabilidade estatística: utilizando “papel e lápis” e o software “R”. *Revista Dynamis*, Blumenau, v. 24, n. 1, p. 20-41, jul. 2018.

PETTICREW, M.; ROBERTS, H. *Systematic Reviews in the Social Sciences. A practical guide*. Blackwell Publishing, 2006.

READING, C.; SHAUGHNESSY, J. M. (2004). Reasoning about variation. In: BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. (eds.). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*. 2004, p. 201-226. DOI: https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_9.

RODRÍGUEZ-ALVEAL, F.; MALDONADO-FUENTES, A. C. Tipología de las preguntas sobre variabilidad en los textos escolares y su relación con la alfabetización y pensamiento estadístico. *Uniciencia*, Heredia, v. 37, n. 1, p. 1-19, jan-dez, 2023. DOI: <http://dx.doi.org/10.15359/ru.37-1.4>.

SANTOS, S. A. *Ambiente Informatizado para Letramento Estatístico-AILE: concepções de futuros professores de Educação Básica sobre as medidas de tendência central, medidas de dispersão e variabilidade*. 2020. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2020.

SHAUGHNESSY, J. Missed opportunities in research on the teaching and learning of data and chance. In: BIDDULPH, F.; CARR, K. (eds.). *People in mathematics education*. 1997, p. 205-237.

SILVA, C. B. *Pensamento estatístico e raciocínio sobre variação: um estudo com professores de Matemática*. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

SILVA, M. F. *Estudo da aprendizagem sobre variabilidade estatística: uma experiência de formação com futuros professores dos anos iniciais da Educação Básica*. 2017. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2017.

SOUZA, D. C. *Tecnologias digitais e a aprendizagem de conceitos estatísticos: a utilização do software Geogebra por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental*. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

VARGAS, J. L. S.; LARA, I. C. M. Uma revisão sistemática de literatura sobre pesquisas em etnomatemática, jogos e linguagem e cultura afro-brasileira. *Revista de Educação, Ciências e Matemática*, Rio de Janeiro, v. 10, n. 1, p. 133-149, jan/abr. 2020.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 10, n. 23, p. 133-170. 1990.

WATSON, J. M.; KELLY, B. A.; CALLINGHAM, R. A.; SHAUGHNESSY, J. M. The measurement of school students' understanding of statistical variation. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Abingdon, v. 34, n. 1, p. 1-29. 2003. DOI: <https://doi.org/10.1080/0020739021000018791>.

Recebido em junho de 2023.

Aprovado em novembro de 2023.