

# Registros semióticos na resolução de problemas introdutórios de Probabilidade: análise de produções de estudantes pedagogos(as)

*Reinaldo Feio Lima*<sup>1</sup>

*Paulo Cesar Oliveira*<sup>2</sup>

*Cassio Cristiano Giordano*<sup>3</sup>

## RESUMO

Apresentamos resultados de um trabalho investigativo realizado com o objetivo de identificar e compreender os registros de representação semiótica de problemas probabilísticos, mobilizados e coordenados por estudantes de Pedagogia. Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, do tipo estudo de caso, que analisou representações semióticas entre registros, produzidos por um grupo de 14 estudantes do curso de Licenciatura em Pedagogia, no período de 27 de julho a 02 de agosto de 2022, no curso da disciplina de Fundamentos Teóricos e Metodológica do Ensino de Matemática vinculada ao Programa Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR), em uma universidade pública do Estado do Pará. O referencial teórico desta investigação está centrado nas abordagens em termos dos Registros de Representação Semiótica do filósofo e psicólogo francês Raymond Duval. A sequência didática, elaborada pelo professor da disciplina, apresentava dois problemas de reconhecimento probabilístico. Os resultados obtidos apontam para o aprofundamento da compreensão dos objetos de conhecimento investigados a partir da

---

<sup>1</sup>Doutor em Educação. Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Abaetetuba, Abaetetuba, Pará, Brasil. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-2038-7997>. E-mail: [reinaldo.lima@ufpa.br](mailto:reinaldo.lima@ufpa.br).

<sup>2</sup>Doutor em Educação Matemática. Universidade Federal de São Carlos, Campus Sorocaba, Sorocaba, São Paulo, Brasil. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-2514-904X>. E-mail: [pauloliveira@ufscar.br](mailto:pauloliveira@ufscar.br).

<sup>3</sup>Doutor em Educação Matemática. Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-2017-1195>. E-mail: [ccgiordano@furg.br](mailto:ccgiordano@furg.br).

resolução de problemas probabilísticos que mobilizaram a representação variada e mudanças de registro de representação semiótica pelos estudantes.

**PALAVRAS-CHAVE:** Registros Semióticos. Ensino de Probabilidade. Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

*Semiotic registers in the resolution of introductory problems of Probability: analysis of productions of Pedagogy students*

#### **ABSTRACT**

We present results of an investigative work carried out with the objective of identifying and understanding the registers of semiotic representation of probabilistic problems, mobilized by Pedagogy students. This is a qualitative research, a case study type, which analyzed representation records produced by a group of fourteen students of the Degree in Pedagogy, in the period from July 27 to August 2, 2022, in the course of the subject Theoretical and Methodological Foundations of Mathematics Teaching, linked to the National Program for the Formation of Basic Education Teachers (PARFOR), at a public university in a public university in the State of Pará. The theoretical framework of this investigation is centered on the approaches in terms of the Records of Semiotic Representation of the French philosopher and psychologist Raymond Duval. The didactic sequence, elaborated by the professor of the discipline, presented two problems of probabilistic recognition. The results obtained point to the deepening of the understanding of the objects of knowledge investigated from the resolution of probabilistic problems that mobilized the varied representation and changes in the register of semiotic representation by the students.

**KEYWORDS:** Semiotic Records. Teaching Probability. Theory of Semiotic Representation Registers.

*Registros semióticos en la resolución de problemas introductorios de Probabilidad: análisis de producciones de estudiantes de Pedagogía*

**RESUMEN**

Presentamos resultados de un trabajo de investigación realizado con el objetivo de identificar y comprender los registros de representación semiótica de problemas probabilísticos, movilizados por estudiantes de Pedagogía. Se trata de una investigación cualitativa, del tipo estudio de caso, que analizó registros de representación producidos por un grupo de catorce estudiantes de la Licenciatura en Pedagogía, en el período del 27 de julio al 2 de agosto de 2022, en el curso de la asignatura Teórica y Metodológica, Fundamentos de la Enseñanza de las Matemáticas, vinculado al Programa Nacional de Formación de Profesores de Educación Básica (PARFOR), en una universidad pública del Estado de Pará. El marco teórico de esta investigación se centra en los enfoques en términos de los Registros de Representación Semiótica del filósofo y psicólogo francés Raymond Duval. La secuencia didáctica, elaborada por el profesor de la disciplina, presentó dos problemas de reconocimiento probabilístico. Los resultados obtenidos apuntan para la profundización de la comprensión de los objetos de conocimiento investigados a partir de la resolución de problemas probabilísticos que movilizaron la variada representación y cambios en el registro de representación semiótica por parte de los estudiantes.

**PALABRAS CLAVE:** Registros semióticos. Enseñanza de la probabilidad. Teoría de los Registros de Representación Semiótica.

\* \* \*

## Introdução

A resolução de problemas em Matemática permite múltiplas abordagens e estratégias de solução, com ampla diversidade de representações semióticas entre registros, tais como o numérico, o algébrico, o figural ou em língua natural. Em Probabilidade e Estatística, são especialmente importantes as formas de registro gráfico (CURCIO,

1987; 1989; FRIEL; CURCIO; BRIGHT, 2001) e tabular (WAINER, 1995; ARTEAGA et al., 2011).

Duval (2012) ressalta a importância para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes da capacidade não somente de mudança de registro de representação semiótica como também de uma compreensão maior do que se ganha e do que se perde ao optar por um determinado tipo de registro, evidenciando alguns aspectos do objeto de conhecimento matemático em análise em detrimento de outros. A mudança consciente de registro de representação semiótica revela um nível de conhecimento mais profundo sobre tal objeto.

Assim, considerando os desafios que os futuros pedagogos enfrentarão no ensino de Matemática, em particular, da unidade temática Probabilidade e Estatística, segundo a Base Nacional Comum Curricular — BNCC (BRASIL, 2018), conduzimos uma investigação qualitativa (LÜDKE; ANDRÉ, 1986), do tipo estudo de caso, que buscou identificar e compreender os registros de representação semiótica (DUVAL, 2012) de problemas de natureza probabilística, mobilizados e coordenados por estudantes de Licenciatura em Pedagogia, no segundo semestre de 2022. Os sujeitos foram quatorze estudantes de Pedagogia vinculados ao Programa Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR), em uma universidade pública paraense, envolvidos em uma proposta de resolução de problemas.

Na próxima seção, apresentaremos o nosso aporte teórico.

## **Fundamentação teórica**

O referencial teórico utilizado na pesquisa é a Teoria de Registro das Representações Semióticas (TRRS) de Raymond Duval. A Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003, 2009) concentra seus estudos na aprendizagem da Matemática, segundo os aspectos cognitivos para a compreensão da mesma. Nela, o processo de aprendizagem requer a

mobilização de registros distintos para que não haja confusão entre o objeto matemático e a representação do mesmo, bem como, a coordenação entre os diferentes registros.

Duval (2009) afirma que não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem recorrer à noção de representação, devido à abstração do objeto matemático. Na relação entre o objeto e sua representação, um pressuposto em vigor nessa teoria é que “não se pode ter compreensão em matemática, se nós não distinguimos um objeto de sua representação” (DUVAL, 2009, p. 14).

O conceito de probabilidade na condição de objeto abstrato, tem seu acesso por meio de representações semióticas, conforme a concepção probabilística adotada: clássica, frequentista, axiomático, entre outras. Por exemplo, no enfoque clássico, a probabilidade é definida como a razão entre o número de casos favoráveis em relação ao número total de casos possíveis, desde que todos os resultados sejam admitidos como igualmente prováveis de ocorrer (GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1996).

No contexto frequentista, a probabilidade é definida a partir do cálculo das frequências relativas de ocorrências de sucessos provenientes de repetidos experimentos, nas mesmas condições. A principal característica deste enfoque é que o valor matemático da probabilidade emerge do processo de experimentação (GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1996).

De acordo Duval (2003, 2009), para que o aluno tenha sucesso nas atividades matemáticas, é necessário que ele saiba mobilizar e coordenar diferentes representações semióticas na resolução de uma mesma tarefa matemática proposta. Um sistema semiótico para ser considerado um registro de representação semiótica, ele deve admitir três atividades cognitivas: a formação, o tratamento e a conversão. Em termos de formação as representações em um registro semiótico não são somente meios para evocar um objeto real, mas também para exprimir uma representação mental. As duas outras atividades cognitivas fundamentais de representação ligadas à

semiósisis (capacidade de absorção ou produção de uma representação semiótica de um objeto) são abordadas na sequência:

Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro, por exemplo: efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação. As conversões são transformações de representação que consistem em mudança de registro conservando os mesmos objetos denotados. (DUVAL, 2003, p.16).

No caso do objeto de estudo deste relato de pesquisa, a Probabilidade, Canaveze (2013) e Oliveira (2014) utilizaram na atividade cognitiva de conversão as seguintes representações semióticas entre registros: língua natural (conteúdos dos enunciados das tarefas), figural (tabela de dupla entrada ou de contingência, além do diagrama de árvore) e simbólico na forma algébrica (uso de fórmulas) ou numérico (fração para quantificar a probabilidade na concepção clássica).

Apresentamos a seguir um problema do livro “Matemática: Imenes & Lellis” para o 9º ano do Ensino Fundamental que exemplifica a atividade cognitiva de tratamento:

Na loteria conhecida como Mega Sena, a probabilidade de um apostador fazer a sena (isto é, acertar os seis números sorteados) com apenas uma aposta, é aproximadamente  $1/50.000.000$ . Se você lançar uma moeda 20 vezes seguidas, a chance de todas as vezes o resultado ser cara é aproximadamente  $1/1.000.000$ . a). É mais fácil ganhar na Mega Sena com uma aposta ou obter cara 20 vezes em 20 lançamentos? b). É verdade que a probabilidade de ganhar na Mega Sena com uma com uma só aposta é 50 vezes a probabilidade de obter cara 20 vezes em 20 lançamentos? Se não é verdade, qual é a relação entre as probabilidades citadas? (IMENES; LELLIS, 2012, p.114).

A resposta dos dois itens deste problema envolve um tratamento que é uma transformação de representação interna a um registro, no caso a língua natural como registro de partida e de chegada. No entanto, neste problema a linguagem natural é utilizada em cooperação cognitiva com o registro numérico, no momento de comparar as duas frações que expressam as referidas probabilidades.

Os autores desse livro didático apresentam a seguinte resolução para o problema:

Um dos objetivos dessa questão simples é mostrar como é difícil ganhar na loteria mais popular do país.

- a) É mais fácil obter **cara** 20 vezes em 20 lançamentos.
- b) A probabilidade de obter **cara** 20 vezes em 20 lançamentos é, aproximadamente, 50 vezes a de ganhar na Mega Sena com uma só aposta. (IMENES; LELLIS, 2012, p.114, grifo nosso).

O problema probabilístico apresentado consiste em uma atividade cognitiva de tratamento por envolver a representação semiótica no registro na língua natural, mantendo-se o mesmo sistema semiótico, a língua materna.

Na seção seguinte, apresentaremos os nossos procedimentos metodológicos.

## **Método e procedimentos metodológicos**

Tendo por base a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, é apresentada uma sequência didática de aplicação dessa teoria voltado à resolução de problemas de probabilidade trabalhados em sala de aula. Implicitamente, o intuito é apontar as potencialidades em se articular essa teoria com o ensino e aprendizagem da probabilidade na formação inicial de futuros professores que atuarão nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A justificativa deste trabalho encontra-se respaldada em Duval (2009, p. 10), ao afirmar que “o que interessa de maneira mais

prática aos que ensinam Matemáticas e aos formadores dos que ensinam são ferramentas que permitem analisar os trâmites matemáticos no quadro de resolução de problemas”.

Esta pesquisa é caracterizada como qualitativa (LÜDKE; ANDRÉ, 1986) e configura-se como um estudo de caso. No presente caso, o ambiente natural, do qual os sujeitos faziam parte, isto é, a partir da análise de registros de representação produzidos por um grupo de quatorze estudantes do curso de Licenciatura em Pedagogia, nesse sentido, que vamos considerá-lo: o ambiente de formação dos pedagogos-professores, sujeitos participantes desta pesquisa.

O ambiente natural desta investigação foram aulas da disciplina de Fundamentos Teóricos e Metodológicos do Ensino de Matemática, ministrada por um professor de Matemática, em uma turma envolvendo curso de Pedagogia do Programa Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR)<sup>4</sup>, de uma universidade pública localizada no Estado do Pará.

O critério para a escolha da mesma se deu intencionalmente por conta da vivência profissional, onde realizou a docência com disciplinas da área da Matemática e Educação Matemática. A mesma foi ministrada no período de 27 de julho a 02 de agosto de 2022, época em que ocorreu a produção dos dados.

A sequência didática foi elaborada pelo professor da disciplina e apresentava dois problemas de reconhecimento probabilístico, buscando identificar e compreender os diferentes registros de representação semiótica em problemas probabilísticos mobilizados por estudantes pedagogos(as); e instruir os estudantes na tentativa de registrar sua compreensão diante da leitura do objeto matemático probabilidade. Esta instrução foi apresentada como necessária nos estudos de Duval, que explica que:

---

<sup>4</sup> O curso de Pedagogia é ofertado pelo Programa Nacional de Formação de Professores (Parfor), vinculado à Diretoria de Educação Básica da CAPES, numa articulação entre a Instituição e a Prefeitura Municipal, em especial a Secretaria Municipal de Educação.



[...] a coordenação entre representações ressaltando sistemas semióticos diferentes não tem nada de espontâneo. Sua colocação não resulta automaticamente de aprendizagens clássicas muito diretamente centradas sobre conteúdos de ensino. Um trabalho de aprendizagem específico centrado sobre a diversidade de sistemas de representação, sobre a utilização de suas possibilidades próprias, sobre sua comparação por colocar em correspondência e sobre suas ‘traduções’ mútuas uma dentro da outra parece necessário para favorecê-la. (DUVAL, 2009, p. 19).

Desse modo, essa sequência didática foi pensada para gerar o conhecimento probabilístico, isto é, que conhecimentos prévios os estudantes pedagogos(as) apresentam quando estão inseridos na chamada “zona de desconforto”. Assim, houve dois momentos, no primeiro os estudantes tentaram resolver os problemas sozinhos e, no segundo, logo na aula seguinte, resolveram os mesmos problemas, agora com uma intensa troca de diálogo e descrição de cada aplicação dos problemas com intervenções e observações. Os estudantes foram indicados por A1, A2, A3,..., A14. Os problemas probabilísticos selecionados estão descritos abaixo:

**PROBLEMA PROBABILÍSTICO 01:** Em um estojo há 15 lápis coloridos e 6 lápis pretos. Responda: a) Se você retirar ao acaso um lápis desse estojo a chance maior é de que esse lápis seja colorido ou preto? b) Qual a probabilidade de retirar um lápis colorido? c) Qual a probabilidade de retirar um lápis preto?

**PROBLEMA PROBABILÍSTICO 02:** Em uma caixa há 2 livros de História, 6 de Matemática e 4 de Português. Se retirarmos um livro dessa caixa, ao acaso, qual a probabilidade dele ser: a) de História? b) de Matemática? c) de Português?

No enunciado desses dois problemas, a quantificação da probabilidade na concepção clássica, dada a ocorrência de determinado evento aleatório, deve-se considerar que se existem várias possibilidades, todas com mesma chance de ocorrer, a probabilidade de ocorrer uma ou mais possibilidades é dada pela razão entre o número de casos favoráveis e o número total de possibilidades.

A análise desses problemas probabilísticos, juntamente com a resposta dos estudantes e a aplicação de nossa metodologia, empregando a teoria de Raymond Duval, encontra-se explicitado a seguir.

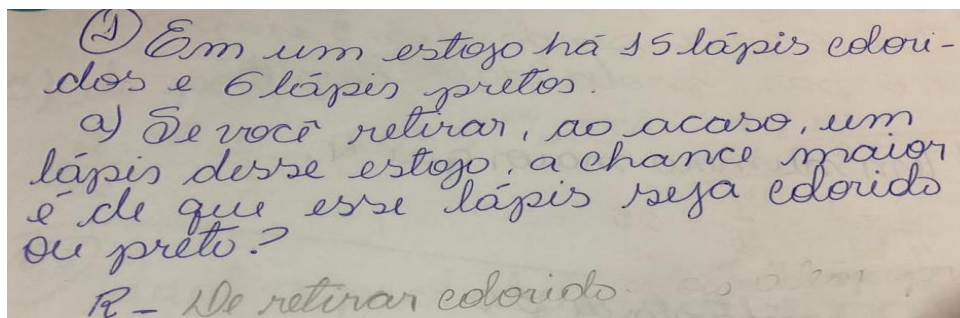
Em síntese, o presente trabalho tem por objetivo identificar e compreender os registros de representação semiótica de problemas probabilísticos mobilizados por estudantes pedagogos(as).

Na próxima seção, traremos alguns dos resultados obtidos por meio de nossa investigação.

## **Resultados e discussão**

Os problemas probabilísticos propostos aos colaboradores da pesquisa não exigiram a aplicação de fórmula, pois poderiam ser resolvidos por meio da interpretação e estabelecimento de uma estratégia para a resolução. Cabe destacar que todos os participantes resolveram ou tentaram resolver todos os problemas, mesmo que esta tenha sido a primeira experiência com atividades dessa natureza.

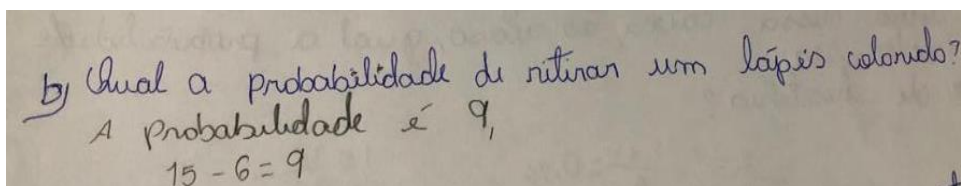
Na presente pesquisa, foram identificadas quatorze soluções construídas a partir da perspectiva empírica, evidenciadas o uso do registro da língua natural ou figural como registro de partida. A Figura 1, a seguir, é um recorte da resolução do estudante E2, que traz a estratégia desse registro apresentado a partir da sua anotação em aula.

**FIGURA 1:** Registro do estudante E2

Fonte: Arquivo do pesquisador, em 2022.

No problema 1-a, os estudantes não apresentaram dificuldades nas suas estratégias resolutivas, uma vez que este item exigia o registro da língua natural, pois “só bastavam olhar para a maior quantidade, temos mais lápis coloridos” (E8). Ou seja, mesmo sem ter experiência com problemas de probabilidade, todos os participantes conseguiram resolver o item.

Os problemas 1-b e 1-c, exploram as operações com frações decimais, números decimais e cálculo de porcentagem. Solicitou-se o trabalho interno e externo ao registro, ou seja, trata-se de uma atividade cognitiva de tratamento e conversão. Essas operações que podem ser exploradas a partir do uso do registro figural, considerando sua representação numérica, o que poderia facilitar o entendimento do estudante em relação à interpretação do pensamento probabilístico resultante das operações. No entanto, os dados sugerem que a maioria da turma (64,29%), apresentou dificuldade na resolução. A figura 2 apresenta a estratégia resolutiva do estudante E14.

**FIGURA 2:** Registro do estudante E14.

Fonte: Arquivo do pesquisador, em 2022.

A estratégia resolutiva indica que o estudante apresentou dificuldade em calcular a probabilidade de eventos simples e registrá-la na forma fracionária e na forma decimal. Mas por meio do áudio, observamos que o aluno E14 disse: *“Sempre tive dificuldade com esses cálculos que envolve porcentagem”*. E o aluno E13 completou: *“Além de envolver fração, assim fica mais difícil”*. Notamos que a turma concordava com os colegas ao fazer o gesto com a cabeça. Ainda assim, esses dois itens permitiram uma interação entre os estudantes e com o professor regente. E o aluno E14 voltou a dizer: *“Para não deixar em branco essa questão, escrevemos o que pensamos, mesmo sabendo que está errado”*.

Ao analisarmos o diálogo acima e também os seus protocolos, observamos que, sentiram dificuldades para fazer a conversão do registro fracionário para o registro decimal ou a conversão do registro fracionário para o registro percentual. Esse problema probabilístico apresenta um fenômeno de não congruência, pois os registros semióticos envolvidos na atividade cognitiva de conversão não envolvem apenas uma simples decodificação. Duval afirma que:

Geralmente, no ensino, um sentido de conversão é privilegiado, pela ideia de treinamento, num sentido estaria automaticamente treinando a conversão no outro sentido. Os exemplos propostos aos alunos são instintivamente escolhidos, evidentemente, nos casos de congruência. Infelizmente esses não são os casos mais frequentes (DUVAL, 2003, p. 20).

Acreditamos que essa dificuldade apresentada por E14 diante dos itens 1-b e 1-c, assim como, a maioria da turma, pode ter sido influenciada pela ausência de uma formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas educacionais normatizadas pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018). Mais especificamente, a BNCC normatiza no decorrer dos anos escolares do Ensino Fundamental, uma formação matemática que contempla tanto a visão determinística do referido conhecimento quanto a visão do acaso, cuja análise do previsível é inerente à aprendizagem sobre Probabilidade.

Apesar desta dificuldade, observamos que cinco estudantes (35,71%) foram capazes de mobilizar e coordenar a atividade cognitiva de conversão da representação semiótica entre os registros numérico, língua natural e o simbólico. Esses registros auxiliaram o entendimento do pensamento probabilístico e, conseqüentemente, das relações do conteúdo matemático e da necessária utilização dessa representação para o cálculo. Em conformidade com a Teoria dos Registros de Representação de Duval (2009), a compreensão apenas ocorre quando o estudante for capaz sistematizar a sua externalização de saberes por meio de protocolos escritos, conforme conteúdo da atividade expressa as Figuras 3 e 4.

**FIGURA 3:** Registro do estudante E8.

Handwritten student work for Figure 3. The text reads: "b) Qual a probabilidade de retirar um lápis colorido?" followed by the calculation  $R: \frac{15 \div 3}{21 \div 3} = \frac{5}{7} = 0,7 \times 100 = 70\%$ . To the right, there is a long division problem:  $50 \overline{) 497}$  with a remainder of 7 and a quotient of 0,7. Below the calculations, it says "a probabilidade de retirar um lápis colorido é 70%."

**Fonte:** Arquivo do pesquisador, em 2022.

**FIGURA 4:** Registro do estudante E9.

Handwritten student work for Figure 4. The text reads: "c) Qual a probabilidade de retirar um lápis preto?" followed by the reasoning: "30%. porque a probabilidade de tirar colorido foi 70%." and "100% tira 70%. fica 30%."

**Fonte:** Arquivo do pesquisador, em 2022.

Duval (2011, p.100) afirma que “todos os problemas que apresentam situações reais [...] mobilizam igualmente pelo menos dois registros: a linguagem, as escritas de números e esquemas”. No problema probabilístico 1, os(as) pedagogos(as) mobilizaram e coordenaram as representações semióticas em linguagem natural, numérica (decimal e

fracionária) e a porcentagem, conforme exemplificam as Figuras 3 e 4. Os registros utilizados foram a linguagem natural e o numérico pelo estudante E8 e E9, respectivamente, fazendo uso das operações básicas de divisão e multiplicação. Esses últimos registros advindos dessas operações matemáticas são fundamentais para que o estudante consiga relacionar a definição com a representação de uma fração decimal para um número decimal e, conseqüentemente, converter em um número percentual.

Assim, a interpretação do pensamento probabilístico é apresentada considerando o registro da língua natural, simbólico e figural. Contudo, esses estudantes apresentaram dificuldade em realizar a atividade cognitiva de conversão envolvendo uma fração decimal, número decimal e porcentagem, o que compromete a aprendizagem do conceito de Probabilidade. Deste modo,

[...] as representações semióticas – ou, mais exatamente, a diversidade dos registros de representação – têm um papel central na compreensão. A compreensão requer a coordenação dos diferentes registros. Ora, uma tal coordenação não se opera espontaneamente e não é consequência de nenhuma “conceitualização” a-semiótica. A maioria dos alunos, ao longo de seu currículo, permanece aquém dessa compreensão. Daí as dificuldades recorrentes e as limitações bastantes “estreitas” em suas capacidades de aprendizagem matemática. Os únicos acertos que lhes são possíveis se dão em monorregistros (registros monofuncionais), muitas vezes privados de “significado” e inutilizáveis fora do contexto de suas aprendizagens (DUVAL, 2003, p. 29).

Os registros monofuncionais na representação discursiva envolvem a atividade cognitiva de tratamento e frequentemente associa-se com procedimentos matemáticos na forma de algoritmos.

A teoria de Duval (2003) nos possibilitou identificar as dificuldades recorrentes dos estudantes pedagogos(as) diante dos conteúdos de números decimais e porcentagem. Diante desta limitação, foi necessário realizar intervenções pontuais após a aplicabilidade do primeiro problema probabilístico, de modo que os sujeitos participantes da pesquisa consigam compreender o objeto matemático e utilizá-lo de forma adequada.

Concordamos com Brita et al. (2017), quando argumenta sobre o papel do professor diante das escolhas dos problemas a serem desenvolvidos em sala de aula com os estudantes, de modo que estes possam se familiarizar com as diferentes representações dos conceitos matemáticos a serem estudados, neste caso, Probabilidade. Logo, faz-se necessário compreender o ensino da Matemática nos diferentes níveis de ensino e contextos, priorizando as diferentes representações, além de atuar pedagogicamente provocando situações entre o conteúdo da representação e o objeto representado para “[...] mudar a forma pela qual um conhecimento é representado” (DUVAL, 2009, p.33).

No problema probabilístico 2, composto por três itens, a tarefa possibilita a mobilização e coordenação de diferentes representações semióticas entre registros. Os protocolos escritos dos 14 licenciandos indicaram que não houve dificuldades nas atividades cognitivas de tratamento e conversão das representações semióticas entre os registros na língua natural (enunciado da tarefa) e simbólico (fração, número decimal e porcentagem) e, muito menos, a necessidade de intervenção do professor/pesquisador na resolução da tarefa.

A figura 5, reforça o pressuposto da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de que indícios de aprendizagem ocorrem pela atividade cognitiva de conversão, apesar do equívoco na utilização da igualdade entre 12 e a fração  $2/12$ .

**FIGURA 5:** Registro do estudante E7.

a) de história?

$$2 + 6 + 4 = 12 = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} = 0,17$$
$$100 \times 0,17 = 17\%$$
$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 17} \\ \underline{10} \phantom{0} \\ 70 \\ \underline{70} \\ 0 \end{array}$$

Fonte: Arquivo do pesquisador, em 2022.

A estratégia resolutiva apresentada pelo estudante E7 indica que ele associou na atividade cognitiva de conversão a concepção clássica de Probabilidade, expressa na razão entre o número de casos favoráveis e o número total de possibilidades.

No item 2-a, a atividade cognitiva de tratamento ocorreu na “transformação que produz outra representação no mesmo registro” (DUVAL, 2009, p. 54), no caso, a equivalência das frações  $\frac{2}{12}$  e  $\frac{1}{6}$ . De acordo com Brita et al (2017), o tratamento é uma atividade cognitiva de transformação que ocorre internamente de uma representação permanecendo no mesmo registro.

A atividade cognitiva de conversão consiste em “transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro” (DUVAL, 2009, p.58). No caso do item 2-a, houve a transformação da representação semiótica entre o registro simbólico na forma fracionária para uma aproximação na forma decimal, bem como da forma decimal para a forma percentual.

Apesar do problema probabilístico 2 exigir a mobilidade de um conceito que ainda não havia sido trabalhado, a maioria dos estudantes que desenvolveu essa questão realizou de forma satisfatória, exteriorizando uma bagagem de conhecimento prévio sobre noção de aleatoriedade, conforme relato do estudante E12 “é uma questão de chance de ocorrer ou não”. Na mesma sequência de pensamento, o estudante E5 complementa “é uma ação do acaso”.



No item 2-b os estudantes conseguiram se movimentar a partir dos diferentes registros de representação para a noção de probabilidade, ou seja, operar com a atividade de tratamento e conversão. Os dados indicam que os estudantes sem contar com a intervenção do professor/pesquisador conseguiram realizar os procedimentos para responder o item, mesmo que de forma equivocada. A partir das trocas de intensas de diálogos entre estudantes e professor, os estudantes conseguiram 100% do esperado na questão, ou seja, foram explorados os diferentes registros: linguagem natural, numérico, fracionário e decimal. As Figuras 6 e 7, a seguir, apresentam a anotação de E14 e E1 referente à operação do item 2-b e 2-c, respectivamente.

**FIGURA 6:** Registro do estudante E14.

Handwritten work for item 2-b:  $\frac{6}{12} \div 2 = \frac{3}{6} \div 2 = \frac{1}{2} = 0,5 \times 100 = 50\%$ . The fraction  $\frac{1}{2}$  is circled. To the right, a vertical multiplication shows  $10 \overline{) 12} = 0,5$ .

Fonte: Arquivo do pesquisador, em 2022.

**FIGURA 7:** Registro do estudante E1.

Handwritten work for item 2-b:  $\frac{6}{12} \div 3 = \frac{2}{4} \div 2 = \frac{1}{2} = 50\%$ . The fraction  $\frac{1}{2}$  is circled. To the right, a vertical multiplication shows  $10 \overline{) 12} = 0,5$ .

Handwritten work for item 2-c:  $\frac{4}{12} \div 2 = \frac{2}{6} \div 2 = \frac{1}{3} = 33\%$ . The fraction  $\frac{1}{3}$  is circled. A note says "Tomando o número multiplicável." To the right, a vertical multiplication shows  $100 \times 0,33 = 33,00$ . Below, another vertical multiplication shows  $100 \times 33 = 33,00$ . A note says "O total dos 3 livros é 100%".

Fonte: Arquivo do pesquisador, em 2022.

Outro dado significativo em relação ao problema probabilístico 2, tanto nos itens -b e 2-c, que ambos estudantes apresentaram a mobilização das representações fracionárias, percentual e decimal, fazendo uso dos diversos registros semióticos: figural, numérico e linguagem natural, conseguido realizar a comparação entre as duas quantidades fracionárias. Portanto, a diversidade dos registros semióticos permite uma diversificação das representações de um mesmo objeto matemático.

Essa diversidade “aumenta as capacidades cognitivas dos sujeitos e em seguida as suas representações mentais [...] as quais não podem jamais ser consideradas independentes das representações semióticas” (DUVAL, 2009, p.17). Nesse aspecto, Duval (2012), destaca que a aprendizagem de um conteúdo da matemática só ocorre quando há compreensão do objeto e das suas múltiplas representações, cada uma com seu conteúdo e significado.

Nossas análises corroboram com as ideias de Magina, Bezerra e Spinillo (2009), no fato que o conceito de fração é de natureza complexa e multifacetada. No que diz respeito a complexidade, a fração associa-se a outros conceitos igualmente complexos como divisão, probabilidade, porcentagem, razão e proporção.

Nesse sentido, problemas introdutórios de probabilidade na formação inicial de pedagogos, exige do docente o uso de metodologias adequada do conteúdo, a fim de minimizar as dificuldades que por hora possam emergir e auxiliá-los na sua aprendizagem (CARDOSO; NERES, 2021).

Na próxima e última seção desse artigo, apresentaremos algumas das conclusões de nossas investigações.

### **Considerações finais**

Iniciamos a nossa pesquisa buscando identificar e caracterizar a natureza e o papel dos registros de representação semiótica de problemas probabilísticos, mobilizados e coordenados por estudantes de Pedagogia. Embasados na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, partimos da

premissa de que as mudanças de registro poderiam contribuir para ampliar a compreensão de tais estudantes acerca dos elementos inerentes ao estudo de Probabilidade, na perspectiva da Resolução de Problemas.

Nossas investigações evidenciaram dificuldades conceituais dos estudantes de Pedagogia, que revelam profundas falhas nos sistemas de ensino na Educação Básica brasileira. Enquanto a prescreve o cálculo de probabilidade de eventos ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na habilidade, considerando a ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, em contextos de equiprobabilidade, observamos esse conceito ainda não está claro para os estudantes dos cursos de licenciatura de Pedagogia. Vale ressaltar que esse viés da equiprobabilidade antecede o advento da BNCC, permeando os currículos norteados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

As atividades cognitivas de tratamento e conversão (como vemos na figura 5) desenvolvidas pelos estudantes de Pedagogia apontam na direção de um comportamento exploratório alinhado às práticas investigativas defendidas pela própria BNCC, na unidade Probabilidade e Estatística.

A opção pela perspectiva metodológica da aprendizagem baseada em problemas se mostrou adequada para tratar de questões probabilísticas, com potencial para o desenvolvimento de habilidades e competências específicas, não somente nas tentativas de solução como também na reelaboração, reescrita ou até mesmo criação de problemas, explorando uma ampla diversidade das representações semióticas com referência ao mesmo objeto matemático.

Nossos resultados apontam para a necessidade de dedicarmos maior atenção à formação inicial dos futuros professores que ensinarão Matemática, em particular, no que tange ao ensino de Probabilidade, caso contrário as novas demandas presentes na BNCC não serão contempladas, a contento.

## Referências

- ARTEAGA, P.; BATANERO, C.; CAÑADAS, G.; CONTRERAS, M. Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números*, v. 76, p. 55-67, 2011. <http://funes.uniandes.edu.co/3571/1/Arteaga2011LasNumeros76.pdf>.
- BRAZIL. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática (1.º e 2.º ciclos do ensino fundamental)*. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRAZIL. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática (3.º e 4.º ciclos do ensino fundamental)*. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRAZIL. *Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base*. Brasília: Ministério da Educação, 2018.
- BRITA, F. C. S. B. et al. Números decimais e suas diferentes representações: uma investigação com alunos do 6º ano. *Educação Matemática em Revista*, Brasília, v. 22, n. 54, p.56-66, apr./jun. 2017.
- CANAVEZE, L. *O ensino-aprendizagem de probabilidade em uma escola pública de Sorocaba/SP*. 2013. 209 pp. Master Thesis (Master's Degree in Exact Sciences Teaching). São Paulo: Universidade Federal de São Carlos, 2013.
- CARDOSO, G. P.; NERES, R. L. A mobilização e coordenação de registros de representação semióticos no ensino e aprendizagem de fração nos iniciais. *Educação Matemática em Revista*, v. 26, n. 72, p. 9-21, jul./sep. 2021.
- CURCIO, F. R. Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 18, n. 5, p. 382-393, 1987. <https://www.jstor.org/stable/749086>.
- CURCIO, F. R. Developing Graph Comprehension. *Elementary and Middle School Activities*. National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1906 Association Drive, Reston, VA 22091, 1989.
- DUVAL, R. Quais teorias e métodos para a pesquisa sobre o ensino da matemática? *Práxis Educativa*, v. 7, n. 2, p. 305-330, jul./dez, 2012. Available at: <https://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa/article/view/4694>. Accessed on: 09 dec. 2022.
- DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. Campinas – São Paulo: Papirus, 2003.
- DUVAL, R. *Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. São Paulo: Livraria da Física Editora, 2009.
- DUVAL, R. *Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas*. São Paulo: Proem, 2011.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *REVEMAT: Revista Eletrônica de Matemática*, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012. <http://funes.uniandes.edu.co/25344/1/Duval2012Registros.pdf>.

FRIEL, S. N.; CURCIO, F. R.; BRIGHT, G. W. Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 32, n. 2, p. 124-158, 2001. <http://snoid.sv.vt.edu/~npolys/projects/safas/749671.pdf>.

GODINO, J.; BATANERO, C.; CAÑIZARES, M. J. Teoría matemática elemental de la probabilidad. In GODINO, J.; BATANERO, C.; CAÑIZARES, M. J., *Azar y Probabilidad*, p. 144-152, 1996.

IMENES, L.M.; LELLIS, M. *Matemática: Imenes & Lellis 9º ano. 2ª ed.* São Paulo: Moderna, 2012.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas.* São Paulo: EPU, 1986.

MAGINA, S.; BEZERRA, F. B.; SPINILLO, A. Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, v. 90, n. 225, p. 411-432, may/aug. 2009.

OLIVEIRA, F. F. *Probabilidade condicional: proposta de um experimento de ensino envolvendo registros de representações semióticas.* 2014. 223 pp. Master Thesis (Master's Degree in Mathematics Education). São Paulo: Universidade Anhanguera de São Paulo, 2014.

WAINER, H. *A study of display methods for NAEP results: I. Tables.* ETS Research Report Series, v. 95, n. 1, p. 1-47, 1995. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/j.2333-8504.1995.tb01645.x>.

Recebido em julho de 2023.

Aprovado em outubro de 2023.