

Mapas conceituais como ferramenta no acompanhamento da construção do conceito de Integral de Riemann

Claudete Cargnin¹

RESUMO

Esse artigo apresenta os resultados de uma pesquisa exploratória, realizada com acadêmicos de vários cursos de Engenharia e de licenciatura em Química, com a finalidade de avaliar a contribuição dos Mapas Conceituais para o acompanhamento da construção do Conceito de Integral de Riemann. Foram propostas tarefas desenvolvidas com base nos pressupostos das Teorias das Situações Didáticas e de Registro de Representação Semiótica. As atividades contemplavam conceitos considerados de extrema importância para a compreensão do conceito de integral definida (integral de Riemann), que são: convergência (e notação) de sequências e séries, notação somatória e cálculo de área de uma região sob uma curva, além do próprio conceito de integral de Riemann. Observou-se que os mapas tem um forte potencial para indicar falhas na construção dos conceitos pelos acadêmicos, bem como são uma ferramenta que pode favorecer a auto-avaliação docente.

PALAVRAS-CHAVE: Mapas Conceituais. Integral de Riemann. Ensino de Cálculo.

Conceptual maps as a tool for monitoring the construction of the Riemann Integral concept

ABSTRACT

This article presents the results of an exploratory research carried out with academics from several Engineering and Chemistry courses, in

¹ Doutora. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, Paraná, Brasil. E-mail: cargnin@utfpr.edu.br.

order to evaluate the contribution of Conceptual Maps to the construction of the Riemann Integral Concept. Tasks were developed based on the assumptions of Theories of Didactic Situations and of Semiotic Representation. The activities included concepts considered of extreme importance for the comprehension of the definite integral concept (Riemann integrals), which are: convergence (and notation) of sequences and series, summative notation and area calculation of a region under a curve, besides own concept of integral Riemann. It was observed that the maps have a strong potential to indicate failures in the construction of the concepts by the academics, as well as it is a tool that can favor the teacher self-evaluation.

KEYWORDS: Conceptual Maps. Riemann Integrals. Calculus Teaching.

* * *

Introdução

Nos últimos anos tem sido crescente o número de pesquisas voltadas ao ensino e aprendizagem de temas relacionados ao Cálculo Diferencial e Integral I (CDI). Tais pesquisas apontam para a necessidade de inserir novas metodologias em sala de aula, tais como o diálogo, o uso de tecnologias da informação e a utilização de ao menos dois registros de representação semiótica. Entretanto, pouco adianta inserir metodologias diferenciadas se o professor não acompanhar o desenvolvimento cognitivo do aluno ao longo das aulas. Várias pesquisas, em diferentes áreas, têm apontado os mapas conceituais como um eficaz instrumento de acompanhamento desse desenvolvimento cognitivo.

Parte da pesquisa aqui exposta envolveu o planejamento e aplicação de uma sequência didática (minicurso) que respeitasse os pressupostos teóricos da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986), da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1995) e que servisse de material de trabalho para o estudo da Integral de Riemann no Ensino Superior. Como instrumentos de acompanhamento da construção da teia de

saberes relacionados ao conceito da Integral de Riemann, foram utilizados mapas conceituais (NOVAK, CAÑAS, 2008), confeccionados pelos alunos participantes do minicurso. Por falta de espaço, esse artigo se restringe à discussão referente aos mapas conceituais.

Uma das hipóteses da pesquisa foi que o professor pode perceber, mediante análise dos mapas, se houve pontos do conteúdo que os alunos ainda não assimilaram, com isso, retomar o assunto, ou promover atividades que reforçassem a compreensão destes pontos. Elementos que permitiram constatar a validade dessa hipótese serão apresentados na seção Resultados e Discussão.

Uso de mapas conceituais no ensino

Os Mapas Conceituais são diagramas bidimensionais que foram desenvolvidos por Novak (NOVAK, CAÑAS, 2008) em 1972, como forma de auxiliar a interpretação e análise de dados.

Os mapas conceituais incluem conceitos e relações entre conceitos. Uma de suas características é a estrutura hierarquizada. Os conceitos mais gerais ficam no topo do mapa, enquanto os mais específicos situam-se logo abaixo, hierarquicamente (NOVAK, CAÑAS, 2008). Contudo, devido às inúmeras áreas de aplicação, essa estrutura já se tornou flexível. Os mapas conceituais têm sido usados tanto para compreender um determinado problema ou situação quanto como instrumento de avaliação ou acompanhamento de um aprendizado.

Outra característica dos mapas conceituais é a inclusão de ligações cruzadas, o que permite perceber como dois conceitos presentes no mapa estão relacionados. Para Novak e Cañas (2008, p.2, tradução minha), “na criação de novos conhecimentos, as ligações cruzadas frequentemente apresentam saltos criativos na parte do conhecimento produtor”.

As frases de ligação entre dois conceitos podem ser concebidas como tendo uma função estruturante nos mapas, já que elas devem representar

claramente a relação entre dois ou mais conceitos. Entretanto, Cargnin e Barros (2013) ressaltam a dificuldade, citadas por alunos, de escolhê-las, talvez devido ao fato desta escolha requerer conhecimento aprofundado sobre o tema em estudo. A individualidade das ligações entre conceitos, estabelecidas por cada estudante, faz com que não exista O mapa conceitual correto, mas sim UM mapa conceitual, o qual representa as relações que estão sendo estabelecidas entre os vários conceitos estudados.

Novak e Cañas (2008) destacam que o mapeamento conceitual pode ser um meio de melhorar o desenvolvimento cognitivo dos estudantes. Esse instrumento tem sido utilizado em várias pesquisas, como Cargnin (2013), Magalhães (2009), Massart, Freyens e Giet (2008), entre outros.

Dutra (2006, p. 108) considera que “aquele que constrói o mapa conceitual vê-se forçado a colocar em outra forma aquilo que seu pensamento ou seu texto (oral ou escrito) expressam”. E é nesse processo que o conhecimento adquirido se consolida.

Alternativas apontadas pela literatura para o ensino de Cálculo

Embora haja muita pesquisa sobre o ensino de Cálculo, os resultados essenciais ainda não chegaram efetivamente à sala de aula; os altos índices de reprovação e desistência ainda indicam a necessidade de adequar o método de abordagem do ensino do CDI.

Em geral, pesquisas da área de educação matemática sugerem o uso de diferentes representações, assim como a introdução de métodos computacionais e a incorporação da escrita como meio para facilitar a compreensão e aprendizagem dos assuntos em estudo. Um dos argumentos é que, ao se deparar com diferentes formas de representação e/ou uma exploração computacional consistente, o acadêmico pode ter acesso a um conteúdo que antes era inacessível a ele.

Especificamente em relação às dificuldades para a compreensão do conceito de integral definida (Integral de Riemann), Melo (2002) afirma que

os aplicativos computacionais podem contribuir com a construção desse conceito, entretanto, aponta dificuldades como: o desenvolvimento de cálculos com aproximações numéricas; relacionar o conceito de limite ao conceito de integral; estabelecer um significado entre a área de uma figura e o número obtido por meio de algoritmos; não ter o significado matemático de “tendência” ou “aproximar-se” (Melo, 2002, p.148). Ou seja, o conceito de integral definida está permeado por dificuldades epistemológicas, o que requer ainda mais um melhor acompanhamento da aprendizagem discente. Os mapas parecem ter as qualidades necessárias para isso, já que habilidades de leitura e escrita, propostas na literatura como tendo papel fundamental na aprendizagem, são também requeridas na sua elaboração.

Como já mencionado, por falta de espaço físico, nesse artigo vou me restringir às informações que podem ser retiradas dos mapas conceituais produzidos pelos discentes, para fins de avaliar a construção do conceito. Maiores informações sobre as tarefas e os pressupostos de sua elaboração podem ser obtidas em Cargnin (2013).

Embora a análise do conjunto de tarefas não seja objeto desse artigo, acredita-se que o uso dos pressupostos da TSD e TRRS foram relevantes para que se pudesse acompanhar o desenvolvimento do conceito de Integral de Riemann pelos acadêmicos pesquisados, como será descrito na seção seguinte.

Procedimentos metodológicos

Após a revisão de literatura, foi elaborada uma sequência didática com tarefas que contemplavam conceitos que faziam parte do conceito de integral definida, como convergência de sequências e séries, a notação sigma e o cálculo da área de uma região por meio da soma de Riemann. Buscou-se planejar tarefa que contemplassem as sugestões da literatura quanto ao uso de recursos computacionais e de diversas representações. (Aqui, elas não

serão mencionadas, no entanto, os leitores interessados podem obtê-las em Cargnin (2013)).

Assim, a sequência didática elaborada foi dividida em cinco partes, sendo que o conceito desenvolvido em cada parte foi: A – convergência de sequências numéricas, B – a notação somatória, C – Convergência de uma série, D- Cálculo de área sob uma curva, E – integral de Riemann.

A aplicação das atividades aconteceu em forma de minicurso, no período de 06 a 15 de agosto de 2012, das 19 horas às 23 horas, nas dependências do Câmpus Campo Mourão da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Participaram, ao todo, 13 alunos de 1º a 3º períodos dos cursos de Engenharia Ambiental, Engenharia Civil, Engenharia de Produção e Licenciatura em Química. Destes, apenas 3 alunos haviam sido aprovados em Cálculo I, 1 aluno estava cursando o Cálculo I pela primeira vez, 1 aluno havia sido reprovado e não estava cursando a disciplina. Os demais alunos estavam cursando Cálculo I pela segunda ou terceira vez.

No minicurso, os alunos foram orientados a terminar completamente uma atividade, inclusive a redação da resposta, antes de passar à atividade seguinte. Ao final da parte A da sequência didática, era solicitado que os alunos elaborassem um mapa conceitual com os conceitos trabalhados. Esses conceitos não foram nomeados, os alunos deveriam escrever os conceitos presentes segundo sua própria percepção. Depois, ao final das partes seguintes da sequência didática, era solicitado que os alunos modificassem, ou acrescentassem, conceitos ao mapa conceitual anterior.

Como os alunos desconheciam os mapas conceituais, de início, foi elaborado um mapa conceitual no quadro negro junto com os alunos, com um tema escolhido por eles, seguindo a proposta de Novak e Cañas (2008). A seguir, foi apresentado o software livre Cmap Tools, ferramenta usada para elaboração dos mapas durante o minicurso. A opção de uso desse aplicativo foi devido à sua simplicidade de manuseio e à existência de caracteres matemáticos, o que facilitaria a inserção da notação matemática para os conceitos em estudo.

Para a resolução das tarefas foram usados lápis, papel, papel milimetrado e os aplicativos Geogebra e wxMaxima. Os alunos já estavam familiarizados com o Geogebra, mas tiveram que ser orientados quanto ao uso do wxMaxima. Essa orientação foi dada à medida que os alunos precisavam para resolver as tarefas propostas.

A cada aluno foi entregue um pacote contendo todas as tarefas a serem resolvidas, que era devolvido ao final de cada período do minicurso, para análises das respostas e garantia que cada aluno tivesse seu material para o período seguinte.

Os alunos foram deixados livres para trabalharem sozinhos ou em duplas. Preferiram trabalhar em equipes de dois ou três estudantes, para melhor discutir os procedimentos e análises das observações.

Em relação às respostas dos alunos, foram feitas duas análises. Uma, relativa às resoluções das atividades propriamente ditas, sob a luz da teoria de Registro de Representação Semiótica, que não está contemplada nesse artigo; e outra, em relação a presença/ausência de conceitos nos mapas conceituais e suas implicações. Esses conceitos presentes/ausentes foram determinados pelo confronto entre o que havia sido previsto que fossem contemplados e os conceitos efetivamente nomeados.

Os mapas conceituais, como já afirmamos, requerem reflexão sobre os conceitos estudados, para sua elaboração. O minicurso teve uma carga horária de 32 horas, concentradas em oito noites, nas quais os alunos estudavam das 19 horas às 23 horas. Isto, devido a uma greve na universidade em que o minicurso foi aplicado. Essa concentração pode ter interferido na qualidade das relações apresentadas nos mapas elaborados pelos alunos e impossibilitou que outras atividades fossem propostas para desestabilizar ou desconstruir conceitos e ligações entre conceitos. Por isso, aqui, nestes pontos, apenas apontamos como uma possibilidade de investigação docente.

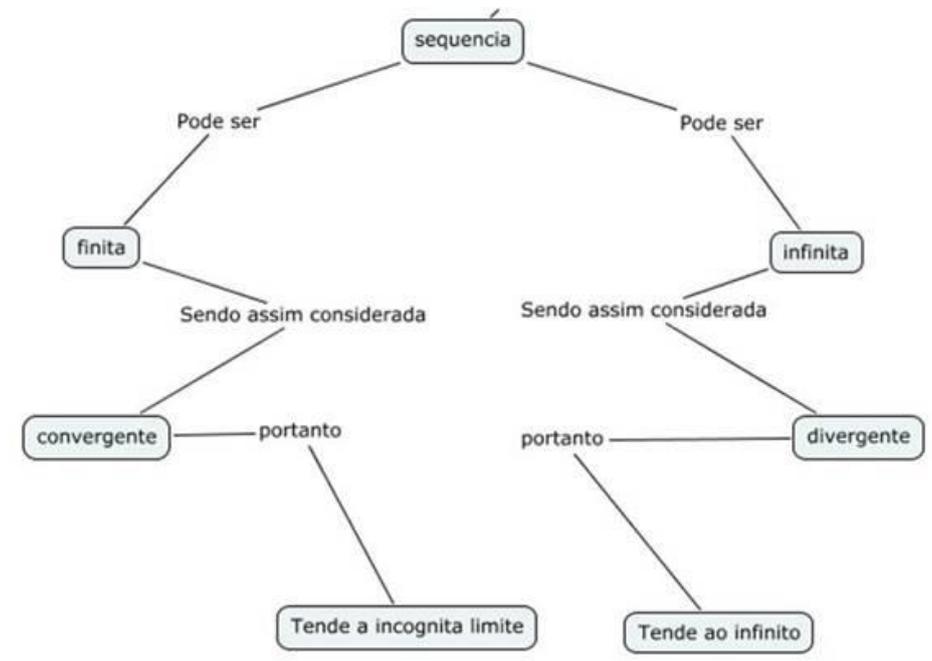
Resultados e discussão

Esperava-se que, ao final do minicurso, os alunos tivessem incluído, em seus mapas, as informações pertinentes às sequências, séries, convergência, existência do limite, área, soma de Riemann e integral definida, sendo estes três últimos relativos às atividades realizadas nas partes D e E. De um modo geral, todos os conceitos esperados foram contemplados nos mapas conceituais discentes, mesmo que não no momento esperado, como foi o caso do conceito “soma de Riemann”, que era esperado ao final da parte D, mas apareceu somente ao final da parte E. Entretanto, em alguns mapas, foi possível perceber ligações não adequadas entre alguns conceitos.

Isto nos indica que os mapas conceituais fornecem outras informações bastante relevantes para a aprendizagem do CDI. Um conceito não é nada sozinho, sempre tem uma rede de ligações subjacentes a ele, que evidenciam como os conceitos estão incorporados na estrutura cognitiva dos alunos.

Na parte A, por exemplo, pudemos observar, em um dos mapas (veja Figura 1), que o aluno associou a convergência de uma sequência ao fato dela ser finita. Esse aluno parece considerar as sequências infinitas como divergentes, mas, justamente, para definirmos a integral de Riemann como o limite da soma de Riemann, é preciso que o aluno aceite uma sequência infinita como convergente. Na figura 1, também o conceito “tende a incógnita limite” pode ser investigado pelo professor. No contexto do mapa, é possível deduzir que o aluno esteja enunciando que as sequências convergentes tendem a um número real como limite. Entretanto, ele usa a palavra “incógnita”. Que significados esse aluno atribui a essa palavra?

FIGURA 1: parte de um dos mapas conceituais do aluno C



Fonte: protocolo de pesquisa

Esse mesmo aluno C inclui no seu mapa que o conceito de convergência parte de uma “equação”, que possui uma variável, onde a função gera uma sequência, etc. (veja Figura 2). Geralmente, associamos a palavra incógnita às letras que aparecem na representação algébrica das equações, enquanto variável está associada às letras presentes nas representações algébricas das funções. Quais diferenças existem, para esse aluno, entre os significantes “variável” e “incógnita”, ou entre “equação”, “função” e “sequência”? Há confusão entre esses termos?

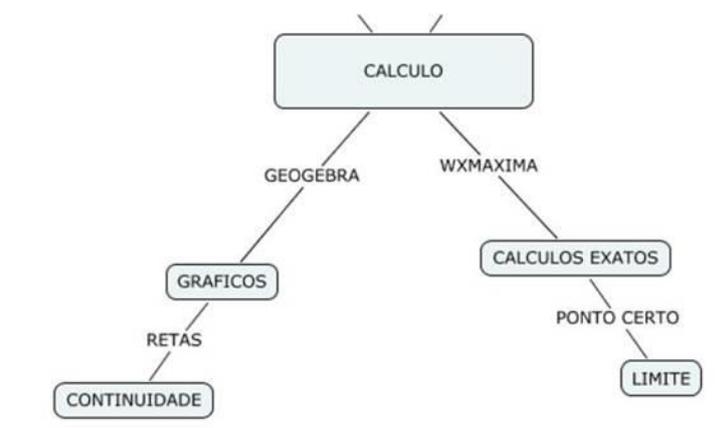
FIGURA 2: Parte de um mapa conceitual (aluno C)



Fonte: protocolo de pesquisa

Nesse outro mapa, apresentado na Figura 3, também entregue ao final da parte A, observamos que as estudantes parecem bastante confusas em relação aos conceitos trabalhados. Uma das prováveis confusões envolve o conceito “continuidade”, não usado nas atividades. Os protocolos de respostas das discentes indicam que o termo “continuidade” está sendo confundido com o termo “convergência”. Além disso, note que a ligação que envolve o conceito “limite” não nos dá a ideia de que o limite é uma aproximação, ao contrário, para essas alunas o limite é um “ponto certo”. Desta ligação é possível questionar: essas alunas aceitariam como limite um número irracional, como a constante π ?

FIGURA 3: parte do mapa conceitual das alunas D/Ca



Fonte: protocolo de pesquisa

Note, ainda, na Figura 3, que não há frases de ligação entre os conceitos, mas palavras, aparentemente desconexas. Isto pode indicar a dificuldade das alunas na compreensão dos conceitos envolvidos e a necessidade de mais tarefas com essa finalidade. Ao tomar conhecimento disso durante as aulas, antes da avaliação regimental, o professor pode dar melhores orientações tendo em vista a aprendizagem do conceito. Esta é uma oportunidade que o professor tem de conhecer as dificuldades particulares dos alunos e orientá-los em direção à aquisição do conhecimento pretendido. Acreditamos que quando a falha na aprendizagem é percebida ainda no início do estudo, é possível corrigi-la sem maiores danos.

Diante das ligações mal estruturadas presentes nos mapas, o docente pode discutir tais relações em sala de aula, levando situações que contradizem as relações que quer ver modificadas, ou, ainda, propor novas atividades, a fim de desconstruir conceitos errôneos, como o de que uma sequência infinita não pode ser convergente. Da mesma forma, é possível investigar a significação dos alunos para os termos convergência, continuidade, entre outros.

Como exemplo, citamos que, durante a resolução das tarefas, foi percebido que os alunos desconheciam o significado da palavra convergir, e foram buscá-lo num dicionário da Língua Portuguesa. É mais difícil fazer com que o estudante atribua o mesmo significado que o professor a um termo usado em uma definição, se ele, o discente, não o conhece ou se usa esse termo com sentido diferente daquele desejado pelo professor.

Os mapas revelam, ainda, que pode haver confusão entre os termos sequência e função. Na sequência didática não foi usada a palavra função, mas esta apareceu nos mapas, em substituição à palavra sequência. Nesse caso, o professor pode investigar se o aluno, de fato, compreendeu que as sequências trabalhadas são funções especiais ou se as chamou de função apenas por terem sido apresentados os seus termos gerais.

Na sequência didática, como já mencionamos, foi solicitada a revisão dos mapas conceituais ao final de cada uma das partes. Contudo, ao final

das partes B e D não houve alterações. Isto também traz indicativos ao professor.

A parte B tratava da notação de somatório. A não alteração ou complementação do mapa pode indicar que as atividades propostas para essa etapa não foram, em número, suficientes para que o aluno pudesse compreender a relação entre essa etapa e a anterior, ou pode indicar uma inadequada alocação das tarefas para atingir esse objetivo. O mesmo pode ser analisado para a parte D, que tratava do cálculo de área sob uma curva. Tanto em um caso quanto em outro, a situação indica ao professor a necessidade de análise e possível reformulação da sequência de tarefas matemáticas.

É importante tomar conhecimento dos erros dos alunos ao longo do processo de ensino, pois, como pontua Brousseau (1986), essa identificação é essencial para que o professor escolha uma resposta didática adequada. Há erros cuja correção apenas distrai e toma tempo. Há outros, no entanto, para os quais a correção é indispensável e possui diferenças consideráveis no tempo necessário para efetivá-la eficazmente. Estas são variáveis essenciais para o sucesso do processo de ensino.

Na Figura 4 podemos perceber uma confusão associada ao infinito, representada pelo conceito “se aproxima de um número não definido (infinito)”. O conceito descrito pelo aluno faz pensar que este considera o infinito como um número, e, sendo assim, isto pode causar transtornos quando da análise da convergência de sequência. Como diferenciar uma sequência convergente de uma divergente se ambas se aproximam de um número? Esta implicação precisa de uma investigação mais apurada.

FIGURA 4: Um dos mapas conceituais entregues pelo aluno B



Fonte: protocolo de pesquisa

A dificuldade associada ao infinito também é contemplada em um dos mapas elaborados para a parte E. Veja a Figura 5. Nela, o infinito está associado à quantidade de retângulos necessários “para fechar toda uma área”.

Várias pesquisas têm investigado as dificuldades com o infinito, considerado, em algumas delas, como um obstáculo epistemológico. Entretanto, não observamos a mesma preocupação em livros-textos adotados em algumas universidades brasileiras, que apresentam a definição da integral definida como sendo natural, facilmente aceitável e compreendida pelos alunos.

Em nosso estudo, investigamos como alguns livros-textos, usados como referências nos planos de ensino de diversas instituições de ensino superior brasileiras, tratam o tema “integral definida”. Observamos que a área sob uma curva, por exemplo, ainda é definida como a soma de infinitas áreas de retângulos, sem a preocupação com as implicações que tal definição têm para o estudante. Percebemos que os livros analisados, escritos nas últimas duas décadas, têm inserido maior diálogo, maior uso da intuição, de recursos computacionais e diversidade de representações na apresentação do

conteúdo, entretanto, seus discursos culminam numa definição, muitas vezes carregada de conflitos epistemológicos.

FIGURA 5: fragmento do mapa conceitual da aluna D, parte E



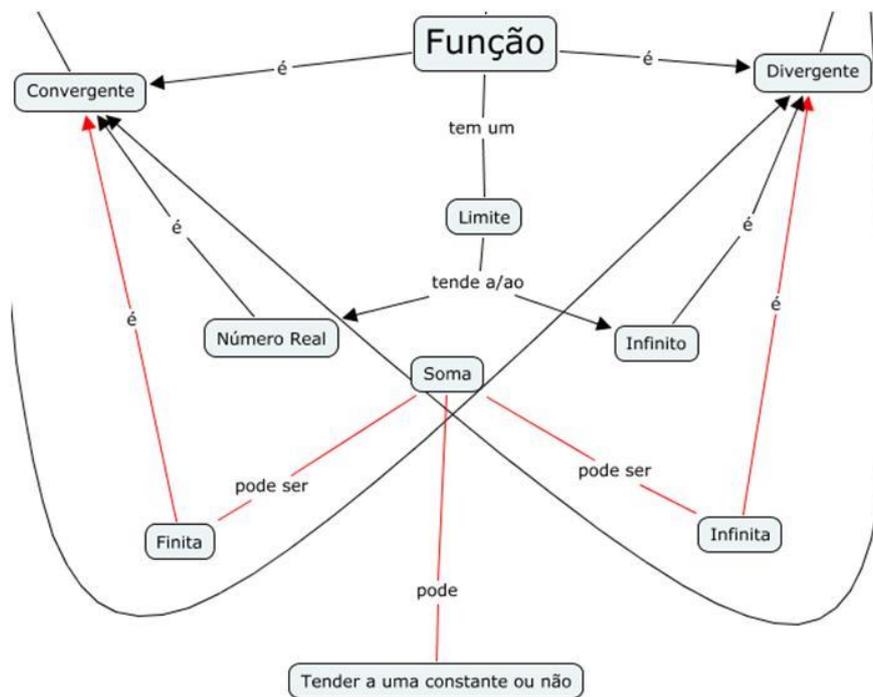
Fonte: protocolo de pesquisa

Ainda na Figura 5, é possível perceber a dificuldade dos alunos em expressar suas considerações. Nela, a aluna escreve que é possível “calcular melhor uma área utilizando a integral definida, que é o limite de uma somatória dentro de um intervalo”. A aluna pode ter pretendido dizer que a integral definida considera o limite no infinito calculado pelas somas de Riemann, mas com a vantagem de usar apenas um único comando, isto é, não é preciso ficar aumentando o número de retângulos; está subentendido que integral definida e limite no infinito de uma série convergente definem o mesmo objeto, e são apenas representações diferentes. Porém, a redação deixa dúvidas.

Para a parte C, que versava sobre a convergência de séries, embora a sequência didática tenha sido planejada para que o aluno aceitasse naturalmente a série como uma soma de infinitos termos de uma sequência,

observamos que nem todas as equipes chegaram a compreendê-la dessa forma, haja vista que houve mapa (veja Figura 6) em que o conceito “soma”, usado para designar uma série, aparece sem conexão com os demais conceitos.

FIGURA 6: Parte do mapa conceitual elaborado para a parte C pela dupla A/M (grifo (vermelho) dos alunos)



Fonte: protocolo de pesquisa

Diante das dificuldades já apontadas, o professor pode promover um debate entre os estudantes, envolvendo as concepções de infinito, convergência, diferença entre série e sequência, de modo a dirimir falhas no entendimento destas noções tão importantes para as próximas etapas da construção do conceito de integral de Riemann.

O debate em sala de aula, cuja influência sobre a aprendizagem discente é destacada nos trabalhos de Mariani (2006), por exemplo, é fonte de enriquecimento para os mapas conceituais.

No primeiro mapa elaborado pelos alunos durante o minicurso, pela inexperiência deles na confecção desse instrumento, foi solicitado que uma

das equipes apresentasse, voluntariamente, seu diagrama. Após, houve uma breve discussão entre os participantes. Nesse momento, alguns alunos expuseram conceitos e ligações que gostariam de incluir em seus mapas, mas que não sabiam como fazê-lo. Outros, perceberam que poderiam melhorar suas relações entre os conceitos. Outros, ainda, não sabiam como começar o mapa, apenas sabiam quais informações ele deveria conter. Depois dessa discussão, os alunos tiveram cerca de quinze minutos para revisarem seus instrumentos. Cada aluno/equipe entregou o mapa elaborado antes da discussão em sala (quando ele existia) e depois desse momento.

Ao comparar esses mapas antes/depois, notamos que houve mapas em que o número de conceitos apresentados passou de cinco para quinze. Alunos que não haviam feito, entregaram uma versão depois da discussão.

Esse fato nos induz a pensar que muitos professores de CDI estão deixando de lado um recurso de ensino que pode proporcionar excelentes resultados, em detrimento de aulas expositivas em que o professor ocupa o lugar central. Muitas vezes, a não mudança de atitude é atribuída à escassez de carga horária da disciplina. Porém, cabe um questionamento: o que é melhor, o aluno “ver” todo o conteúdo do CDI ou compreender o que está estudando? É possível compreender o que se está estudando e cumprir todo o plano de ensino da disciplina?

Considerações

As análises dos mapas indicaram a possibilidade do seu uso enquanto instrumento de acompanhamento da aprendizagem do aluno, bem como das construções que estão sendo elaboradas. A partir de então, o professor pode promover aprimoramentos ou desconstruções, indicando pesquisas ou inserindo novas tarefas.

Apesar desta possibilidade, destaca-se a importância de o aluno estar empenhado na reflexão sobre o seu desenvolvimento cognitivo nas atividades, e na construção deste instrumento como uma representação do

conhecimento que vem sendo elaborado mentalmente. Sem isso, a elaboração do Mapa torna-se apenas mais um trabalho a fazer.

Ao que parece, a elaboração do Mapa Conceitual está intimamente associada às tarefas apresentadas aos alunos. Na sequência didática, procurou-se propor questões que contemplassem os estágios de ação, formulação, validação e institucionalização preconizados pela TSD, que visavam “(...) possibilitar ao aluno o máximo de independência para que ele possa desenvolver autenticamente seus próprios mecanismos de resolução do problema, através de suas elaborações de conceitos.” (Freitas, 2010, p.91).

Acredito que o professor pode acompanhar o desenvolvimento cognitivo do aluno, no seu curso regimental, por meio do confronto do que foi observado nos mapas conceituais elaborados, conforme os objetivos da disciplina. Ou seja, os mapas conceituais podem ser considerados um forte instrumento para o professor perceber se está, ou não, atingindo seus objetivos educacionais.

Outro fator que deve se destacar é que quanto maior a diversidade de atividades exploratórias de um determinado conceito, mais ligações podem aparecer nos Mapas, sobretudo se houver tempo para reflexões e pesquisas em meio às suas construções.

Na pesquisa aqui brevemente relatada, a análise dos mapas conceituais elaborados pelos alunos permitiu identificar conceitos mal compreendidos, como por exemplo, a associação da convergência de uma sequência com o fato dela ser finita; a confusão entre os termos sequência e função e entre continuidade e convergência; a não associação entre os conceitos Integral Definida e Soma de Riemann, entre outros.

A análise dos mapas indicou, por exemplo, a não compreensão da notação sigma, essencial para o entendimento da representação algébrica da soma de Riemann. Indicou, ainda, a dificuldade de representar a convergência de uma sequência ou série por meio da notação de limites. Tais dificuldades tornam-se obstáculos didáticos em momentos posteriores nas

aulas de CDI, e devem ser retomados e esclarecidos tão logo sejam constatados.

Em relação à contribuição dos Mapas no acompanhamento da construção do conceito de Integral de Riemann, cabe reafirmar alguns pontos, apresentados nos mapas, que merecem atenção do professor:

□ A convergência apareceu associada à existência do limite, porém em alguns casos o limite esteve associado à finitude das sequências. É preciso esclarecer e/ou investigar esta ligação, que, a princípio, não admite a existência do limite para sequências infinitas, e isto inviabiliza a compreensão da soma de Riemann.

□ Sequências e Funções foram termos usados como sinônimos. Mas as funções são geralmente tratadas como contínuas na educação escolar (em nível médio), pelo menos em um determinado intervalo, apresentando como domínio um intervalo real, enquanto as sequências têm domínio discreto. As séries são somas de termos. Porém, como somar os termos de uma função cujo domínio é um intervalo real? Quem são estes termos?

□ A integral definida apareceu associada ao cálculo de área e ao limite de uma somatória, mas não, necessariamente, esteve associada à Soma de Riemann. É justamente essa associação que é necessária para o uso da integral definida em outros contextos como, por exemplo, no cálculo de volumes.

Em síntese, podemos identificar as seguintes contribuições da utilização de Mapas Conceituais para acompanhar o desenvolvimento da conceitualização da Integral de Riemann para funções de uma variável real:

- Permite identificar conceitos e relações que não foram compreendidos satisfatoriamente, mas que podem tornar-se obstáculos didáticos para a aprendizagem;

- Permite identificar concepções que podem ser tornar obstáculos, como a concepção de infinito;

- Permite avaliar se os conceitos essenciais, considerados pelo professor, estão, também, sendo percebidos como tal pelos alunos. Em nosso

caso, o somatório foi considerado um conceito chave que não foi percebido pelos estudantes;

- Permite avaliar o planejamento docente, tendo em vista os objetivos de ensino;
- Proporciona autoavaliação docente no sentido de confrontar seu método de ensino com os objetivos educacionais.

Ao final da sequência didática, a análise dos mapas conceituais indicou, ainda, alguns pontos a serem retomados pelo professor a fim de otimizar a aprendizagem dos alunos, a saber:

- Reforçar a notação algébrica para a convergência, que não foi contemplada nos mapas conceituais;
- Distinguir os termos convergência e continuidade;
- Esclarecer que a convergência está associada à existência do limite no infinito, e não à finitude da sequência;
- Incentivar que os alunos escrevam suas conclusões e as discutam com seus colegas.

Referências

BROUSSEAU, G. *Theorization des phénomènes d'enseignement des Mathématiques*. L'Université de Bordeaux I. 1986. Publicado como thèse de doctorat. Disponível Em <http://tel.archivesouvertes.fr/docs/00/50/92/25/PDF/TheseetAnnexesGBA.pdf>

CARGNIN, C. *Ensino e Aprendizagem da Integral de Riemann de Funções de uma Variável Real*: Possibilidades de articulação da utilização de Mapas Conceituais com a teoria dos Registros de Representações Semióticas. Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013. Publicada como Tese de Doutorado (Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática).

CARGNIN, C.; BARROS, R.M.O. O uso de mapas conceituais em aulas de Cálculo. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, v.6,n.1,pp.117-128, 2013.

DUTRA, Í.M. *Mapas Conceituais no acompanhamento do processo de conceituação*. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, Brasil, 2006. Publicada como Tese de Doutorado (Centro de Pós-Graduação em Informática na Educação).

DUTRA, Í.M., FAGUNDES, L.C., CAÑAS, A.J. Uma proposta de uso dos mapas conceituais para um paradigma construtivista da formação de professores à distância. In: X WIE, *Anais..* 2004, Disponível em http://www.nuted.ufrgs.br/oficinas/criacao/mapas_prof.pdf

DUVAL. R. *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang, 1995.

FREITAS, J.L.M. Teoria das Situações Didáticas. In: Machado, S.D.A. (org). *Educação Matemática: uma (nova) introdução*. São Paulo: EDUC, 2010, pp. 78-111.

MAGALHÃES, A.R. (2009). *Mapas conceituais digitais como Estratégia para o desenvolvimento da Metacognição no Estudo de Funções*. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- PUCSP, São Paulo, 2009. Publicada como Tese de Doutorado (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática).

MARIANI, R.C.P.. *Transição da Educação Básica para o Ensino Superior: A coordenação de registros de representação e os conhecimentos mobilizados pelos alunos no curso de Cálculo*. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUCSP, São Paulo, 2006. Publicada como Tese de doutorado (Programa de Pós-Graduação em educação Matemática).

MASSART, V.; FREYENS, A., GIET, D. Evaluation préliminaire de l'impact d'un dispositif d'apprentissage à la résolution de problèmes complexes (ARPC). *Pédagogie Médicale*, 9, 3, 141-156, 2008.

MELO, J.M.R. *Conceito de Integral: uma proposta computacional para seu ensino e aprendizagem*. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002. Publicada como Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática).

NOVAK, J.D.; CAÑAS, A.J. The Theory Underlying Concept Maps and How to Construct and Use Them, *Technical Report IHMC CmapTools* 2006-01 Rev 01-2008, Florida Institute for Human and Machine Cognition. Em: <http://cmap.ihmc.us/Publications/ResearchPapers/TheoryUnderlyingConceptMaps.pdf>

Recebido em fevereiro de 2018.

Aprovado em novembro de 2018.